

7. september, 2023

FJARNÁMSKEIÐ UM KLASSÍSKAR RAFMAGNSVÉLAR
Egill Benedikt Hreinsson

Námskeiðið var upphaflega haldið við Háskóla Íslands með blöndu af fjar- og staðkennslu. Fjarkennari og fyrirlesari var Egill Benedikt Hreinsson prófessor er kenndi í fjarkennslu með aðstoð reynslumikils staðkennara/stundakennara, Magnúsar Gíslasonar. Hann leiðbeindi nemendum reglulega í kennslustofu.

Þessi námsgögn eru sett fram hér sem söguleg heimild um umrædda fjarkennslu árið 2012 er olli allverulegum titringi innan stjórnsýslu HÍ en einnig er möguleiki hvenær sem er fyrir áhugafólk um klassískar rafmagnsvélar að taka þetta námskeið í sjálfsnámi með því að notfæra sér þessi námskeiðsgögn, um efni sem virðist æ mikilvægara með aukinni áherslu á slíkar vélar t.d. í samgöngum framtíðarinnar.

Kennslugögnin voru upphaflega sett upp í n.k. kennslupakka eða "vikupakka" með kennsluefni viðkomandi viku, þ.e. með nýjum heimaverkefnum, lausnum verkefna síðustu viku, PDF skyggnum í fullri upplausn og síðast en ekki síst: video-fyrirlestrum viðkomandi viku (Sbr meðfylgjandi töflu). Hver vikupakki sýndi ávallt verkefni nýrrar viku ásamt verkefnum allar vikur námskeiðsins sem þá voru liðnar.

Yfirlit yfir fjarkennslugögnin eru í meðfylgjandi töflu á næstu síðu og er vísað í vídeófyrirlestra á youtube.com og eru í einu og öllu eins og þau voru með námskeiðinu, nema að bætt hefur verið við kynningartónlist fremst í hverju myndskaiði (vídeó) og afkynningu með myndum aftast.

Með vikupökkunum var boðið upp á fyrirspurnir og umræður með spurningum nemenda og svörum í tölvuskeytum. Þetta eru samtals tæpar 1600 mín. eða um 26 klst af vídeófyrirlestrum þ.e. skyggnum með tali og hreyfimyndum. Allar þessar 690 skyggjur eru einnig sýndar hér í þessu skjali eins og þær fóru til nemenda á sínum tíma. Auk þess voru heimaverkefni í námskeiðinu um 40 sem send voru til nemenda á Netinu og sérstök sýnidæmi til viðbótar um 52.

Í námskeiðinu voru tölvuskeyti milli fjarkennara og nemenda um 180. Auk fjarkennslunnar fengu nemendur hefðbundna "staðkennslu" stundakennara í kennslustofu í um 2 klst/viku í 14 vikur með umræðum, verkefnum og reikningi dæma. Lengd vídeófyrirlesta kemur fram í meðfylgjandi töflu á næstu síðu, en síðan taka við skyggjur í fullri upplausn

Kennslubók var: "Electric Machinery"; höf.: Fitzgerald, Kingsley & Umans, gefin út af McGraw-Hill, (nefnd "FKU"). Í stórum dráttum var farið yfir kafla 1,3,4,5,6 og 7 í bókinni. Kafla 2 um spenna var sleppt, þar sem fjallað var um þá í öðru námskeiði; "Greining raforkukerfa".

Sjá einnig heimasíðu námskeiðsins um rafmagnsvélar á vef Háskóla Íslands <https://egill.hi.is/rafmagnsv/index.htm> svo og fræðigrein um reynsluna af þessu verkefni: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7368549>

Video package item #	Week number	Slides - 1st lecture of the week *)	Slides -2nd lecture of the week *)	Textbook chapter	Weekly homework from textbook	Last week's homework solutions *)	Video package links	Slide numbers in pack.	Video length (min)
1	1	F01	F02	Chapter 1	Hd1: 1.1, 1.5 og 1.6.		F01a1	(11-41)	30
2		Introduction	Magnetic Circuits 1	Magnetic circuits			F01a2	(41-51)	25
3							F01b	(52-61)	32
4							F01c	(59-65)	12
5							F02a	(1-4)	6
6							F02b	(4-8)	3
7	2	F03	F04	Chapter 1	Hd2: 1.22, 1.23	Hd1 solutions 1.1, 1.5 og 1.6	F03a	(1-5)	16
8		Magnetic Circuits 2	Magnetic Circuits 3	Magnetic circuits	1.34		F03b	(6-20)	44
9							F04a	(1-8)	16
10							F04b	(8-19)	26
11	3	F05	F06-2	Chapter 3	Hd3: 3.4, 3.5, 3.6 og 3.14	Hd2 solutions 1.22, 1.23 og 1.34	F05a	(1-16)	43
12		Energy Conversion 1	Energy Conversion 2	Energy Conversion			F05b	(16-20)	17
13							F06	(all)	24
14	4	F07	F08	Chapter 3	Hd4: 3.16, 3.17 og 3.22	Hd3 solutions 3.4, 3.5, 3.6 og 3.14	F07	(all)	31
15		Energy Conversion 3	Energy Conversion 4	Energy Conv.			F08	(all)	64
16	5	F09	F10	Chapter 4	Hd5: 4.1, 4.2, 4.5 og 4.6	Hd4 solutions 3.16, 3.17 og 3.22	F09	(all)	43
17		General Machines 1	General Machines 2	General machines			F10a	(1-6)	25
18							F10b	(6-18)	32
19	6	F11	F12	Chapter 4	Hd6: 4.7, 4.8, 4.9 og 4.14	Hd5 solutions 4.1, 4.2, 4.5 og 4.6	F11a	(1-15)	32
20		General Machines 3	General Machines 4	General machines			F11b	(15-23)	27
21							F11c	(24-35)	32
22							F12a	(1-11)	35
23							F12b	(12-26)	47
24	7	F13	F14	Chapter 5	Hd7: 5.1, 5.3, 5.5 og 5.7	Hd6 solutions 4.7, 4.8, 4.9 og 4.14	F13a	(1-10)	56
25		Synchronous Machines 1	Synchronous Machines 2	Synchronous Machines			F13b	(11-16)	18
26							F14a	(1-20)	58
27							F14b	(21-38)	37
28							F14c	(39-53)	28
29							F14d	(54-5)	3
30	8	F15	F16	Chapter 5	Hd8: 5.9 og 5.15	Hd7 solutions 5.1, 5.3, 5.5 og 5.7	F15	(1-7)	13
31		Synchronous Machines 3	Synchronous Machines 4	Synchronous Machines			F16a	(1-11)	44
32							F16b	(12-22)	39
33							F16c	(23-32)	42
34	9	F17	F18	Chapter 6	Hd9: 5.20, 5.21 og 5.28	Hd8 solutions 5.9 og 5.15	F17a	(1-13)	36
35		Induction Machines 1	Induction Machines 2	The Induction Machine			F17b	(14-17)	9
36							F18a	(1-9)	24
37							F18b	(9-13)	17
38							F18c	(13-20)	16
39							F18d	(20-30)	23
40	10	F19	F20	Chapter 6	Hd10: 6.1, 6.2 og 6.3	Hd9 solutions 5.20, 5.21 og 5.28	F19a	(1-12)	37
41		Induction Machines 3	Induction Machines 4	The Induction Machine			F19b	(12-26)	15
42							F20	(1-17)	37
43	11	F21	F22	Chapter 7	Hd11: 7.1, 7.3, 7.8 og 7.13	Hd10 solutions 6.1, 6.2 og 6.3	F21	(1-18)	42
44		DC Machines 1	DC Machines 2	The DC Machines			F22a	(1-21)	49
45							F22b	(22-28)	13
46	12	F23	F24	Chapter 7	Hd12: 7.14, 7.17 og 7.21	Hd11 solutions 7.1, 7.3, 7.8 og 7.13	F23a	(1-10)	33
47		DC Machines 3	DC Machines 4	The Direct Current (DC) Machine			F23b	(10-15)	17
48							F23c	(15-19)	11
49							F24a	(1-11)	22
50							F24b	(11-49)	39
51	13	F25	F26	Chapter 7		Hd12 solutions 7.14, 7.17 og 7.21	F25a	(1-16)	31
52		DC Machines 5	Miscellaneous Machines	DC and other Machines			F25b	(16-28)	23
53							F26a	(1-38)	37
54							F26b	(39-69)	28
55	14	F27 Examples					F27a	(1-4)	21
Total									1580 min
Total									26.3 hours
Average									28.7 min/package
Average									112.9 min/week

Textbook: "Electric Machinery"; höf.: Fitzgerald, Kingsley & Umans; 6.

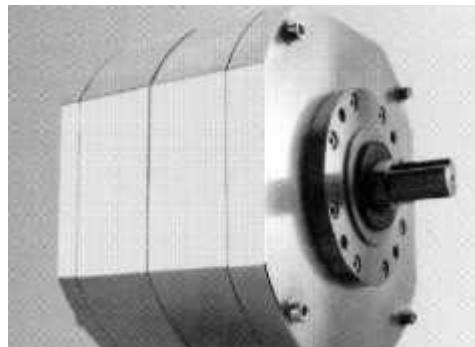
Útgefið af McGraw-Hill (nefnd "FKU"). Í stórum dráttum er farið yfir kafla 1,3,4,5,6 og 7

*) - NOTE: All slides and solutions marked *) above are found below in this document



UNIVERSITY OF ICELAND

Rafmagnsvélar 1



Inngangur
Segulrásir
Orkuumbreyting
Spanvélar
Samfasavélar
Jafnstraumsvélar



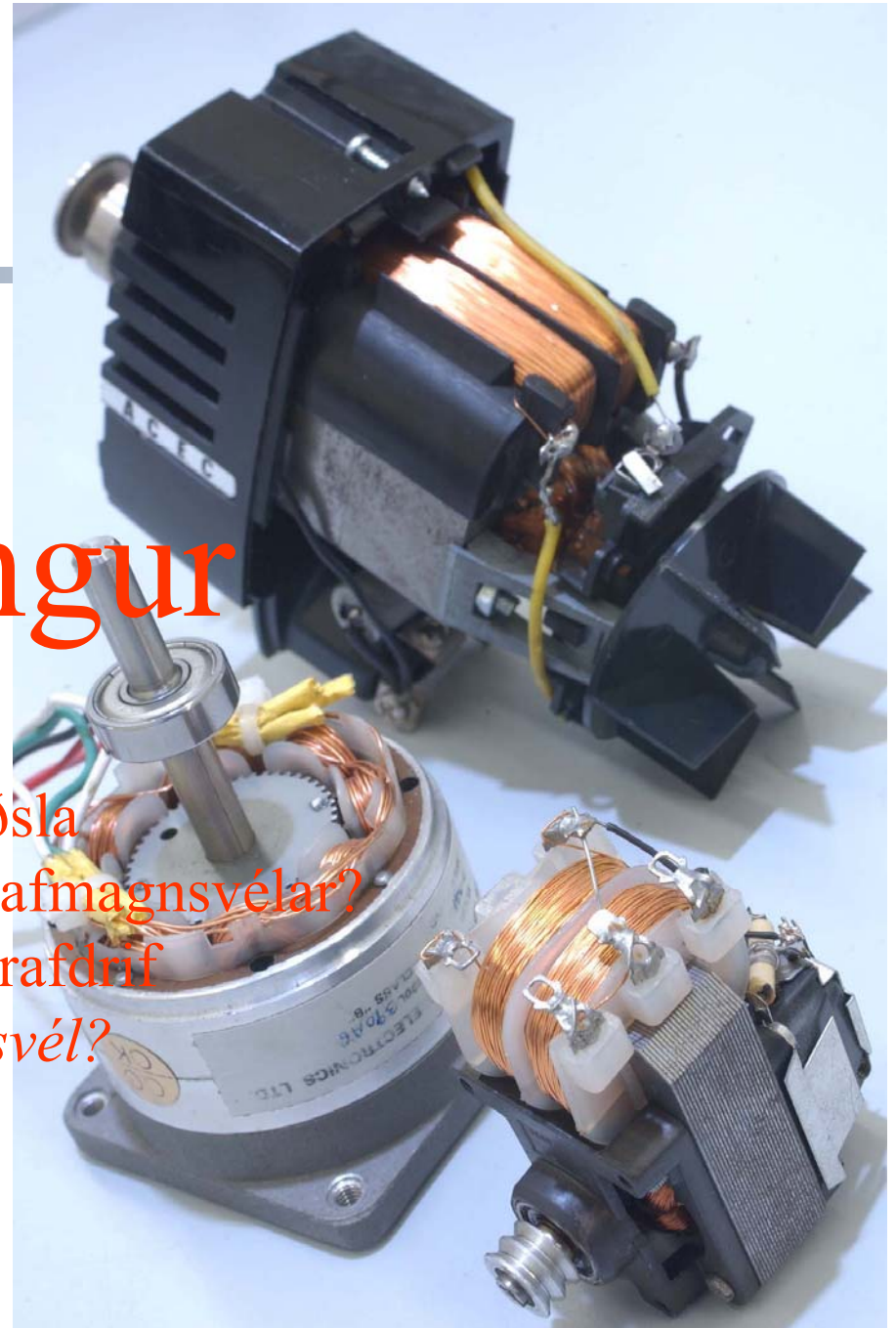


UNIVERSITY OF ICELAND



Inngangur

Notkunar svið
Mikilvægi útbreiðsla
Á hverju byggja rafmagnsvélar?
Rafmagnsvélar – rafdrif
Hvað er rafmagnsvél?
Hvað er rafdrif?





UNIVERSITY OF ICELAND

Notkunarsvið rafmagnsvéla

Notkunarsvið rafmagnsvéla eru mjög margvísleg í nútíma þjóðfélagi

- Heimili
- Iðnaður og framleiðslugreinar
- Ökutæki
- Upplýsingataekni
- Heilbrigðiskerfið
- Flutningar og samgöngur





UNIVERSITY OF ICELAND

Rafmagnsvélar á heimilum

- Kæliskápar
- Kaffivélar
- Uppþvottavélar
- Þvottavélar
- Matvinnsluvélar
- Ryksugur
- Viftur
- Sláttuvélar
- Myndbands- og DVD tæki
- Geislaspilarar
- Tölvur o.sv.frv.
- Borvélar
- Örbylgjuofnar

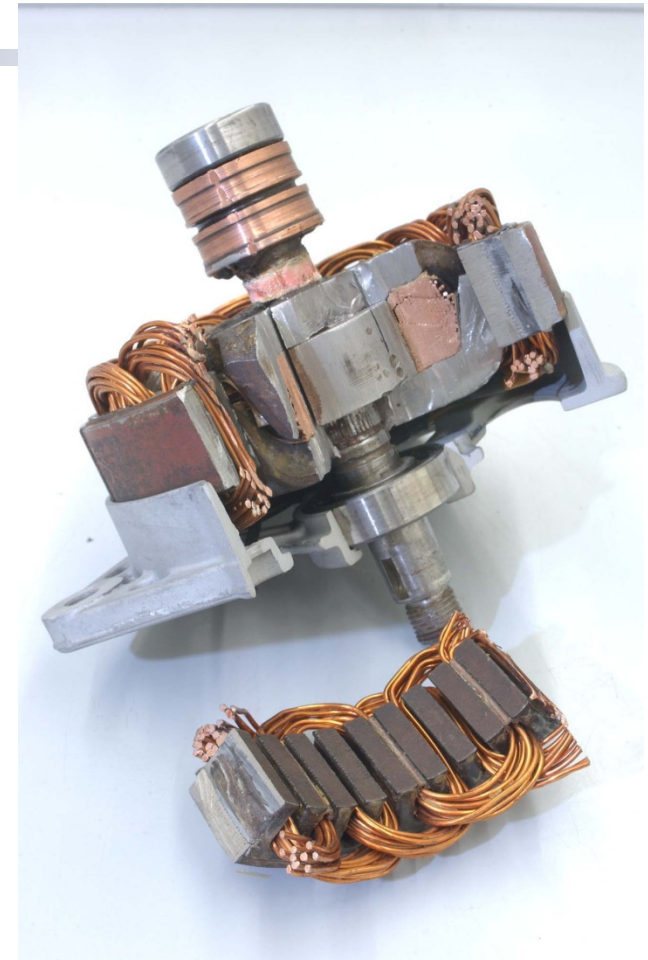




UNIVERSITY OF ICELAND

Rafmagnsvélar í bifreiðum

- Startari
- Bensíndælan
- Rúðupurrkur
- Rúðusprautur
- Loftkæling og miðstöð
- Olíudæla
- Sóllúga
- etc. etc.
- Hreyfanlegir hliðarspeglar
- Hlífar á framljósum
- Fjarstýrðar fram- og afturrúður
- Stillanleg mótordrifin sæti



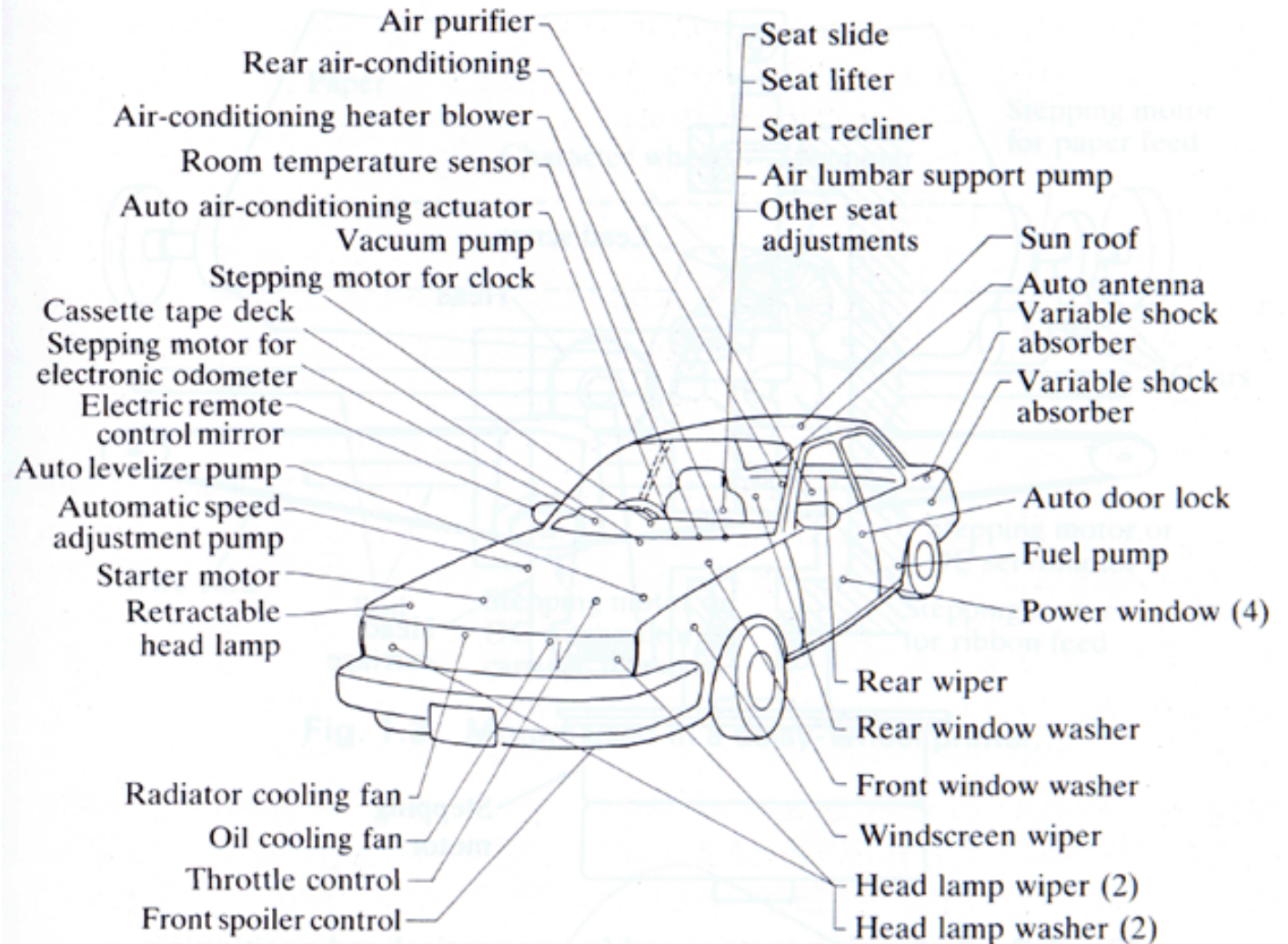
“Alternator” í bíl



UNIVERSITY OF ICELAND

Rafmagnsvélar í bifreiðum

Jafnvel í faratækjum sem við notum daglega eru margvíslegar rafmagnsvélar





Rafmagnsvélar í upplýsingatækni

- Harðir diskar
- DVD drif
- Prentarar
- Teiknarar (plotters)
- Skannar
- Faxtæki
- Kæliviftur í tölvum og öðrum búnaði
 - Skjávarpar
 - Borðtölvur
 - Farttölvur
- o.sv.frv.





UNIVERSITY OF ICELAND

Ýmislegt

- Sjálfsalar
- Leikföng
- Tækjasalir
- Kvikmyndavélar
- Vídeó-upptökuvélar
- Myndavélar
 - filmuvinda
 - sjálfvirkur fókus
- Tannlæknaborar
- o.sv.frv. ---o.sv.frv.



© Original Artist
Reproduction rights obtainable from
www.CartoonStock.com





UNIVERSITY OF ICELAND

Ýmislegt

7.5 kW mótór

3 fasa rafmótór



Þjarkar (Vélmenni)





Notkunarsvið rafmagnsvéla í iðnaði

Notkunarsvið
rafmagnsvéla
eru mjög
margvísleg í
nú tíma
þjóðfélagi

Process Industry - agitators, pumps, fans, compressors

Machining - planers, winches, calendars, chippers, drill presses, sanders, extruders, grinders, mills, presses

Heating and Air Conditioning - blowers, compressors

Paper and Steel Industry - hoists, rollers

Transportation - elevators, trains, automobiles

Textile - looms

Packaging - shears

Food - conveyors, fans

Oil, Gas , Mining - compressors, pumps, cranes, shovels

Residential - heat pumps, freezers, washing machines

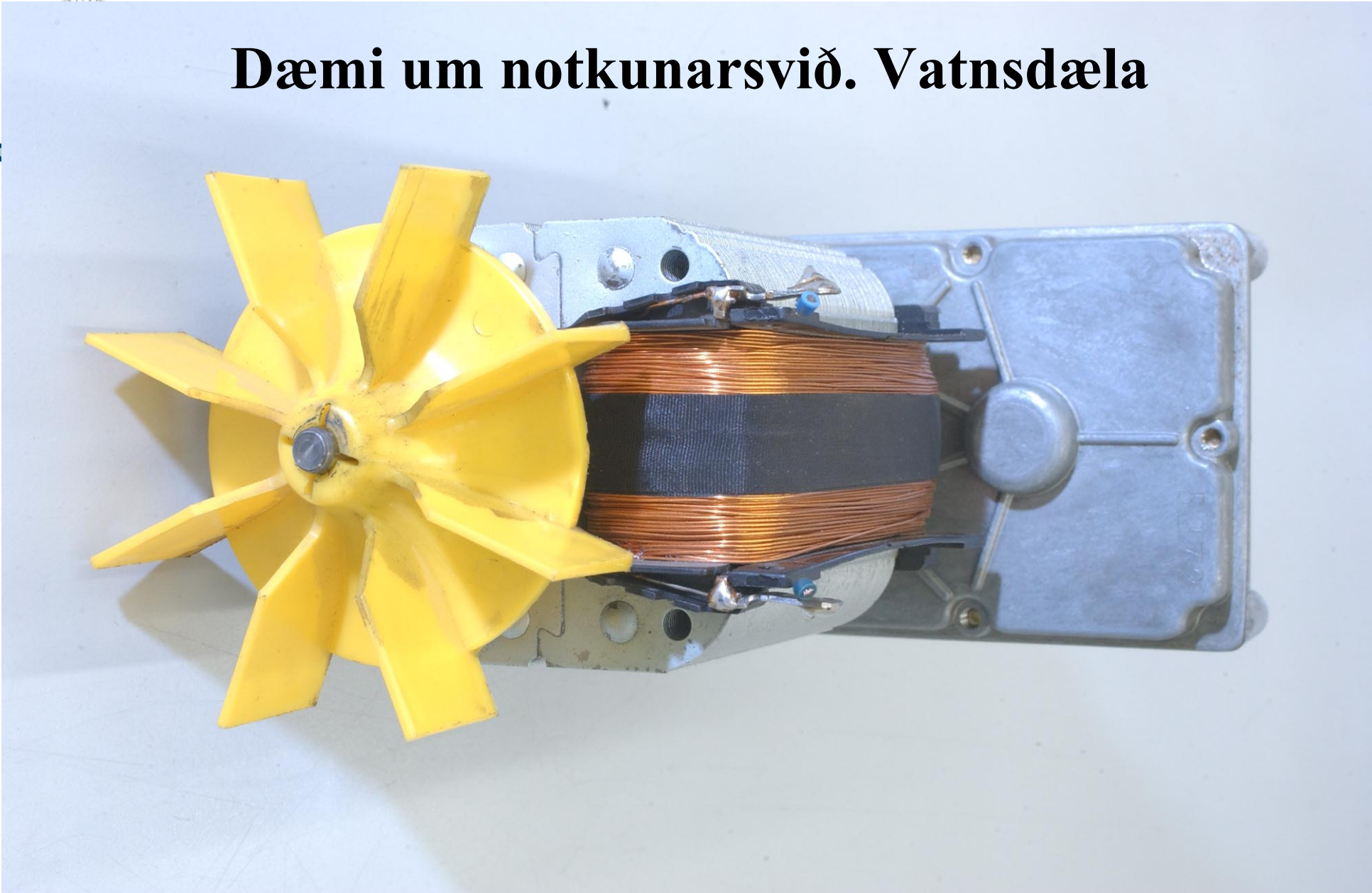
Rafmagnsvélar í iðnaði



Rafmagnsvélar í sjálfvirkri prentsmiðju



Dæmi um notkunar svið. Vatnsdæla

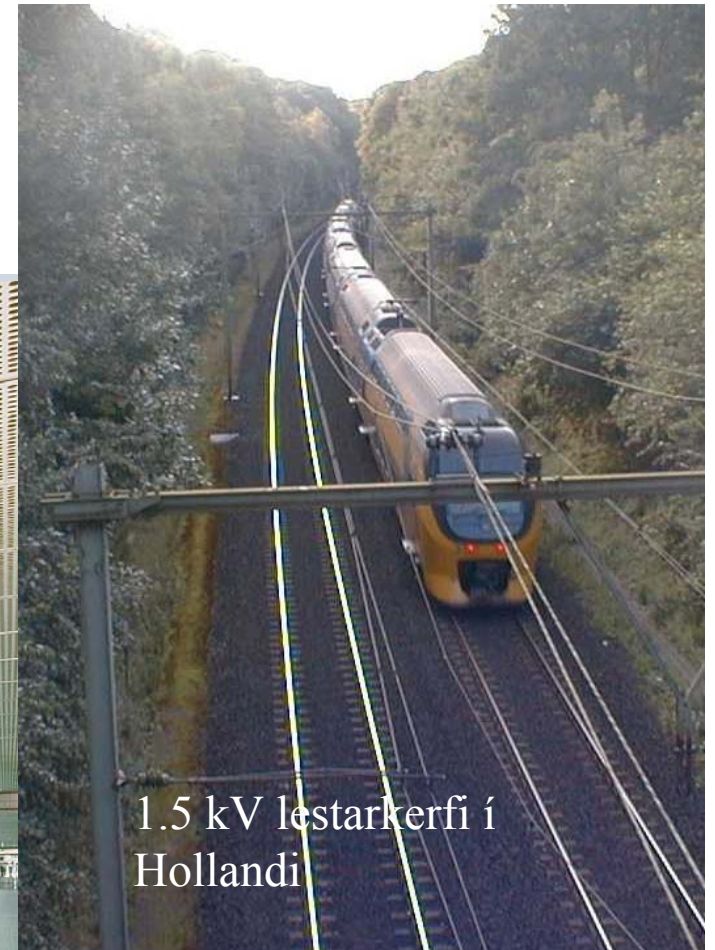




UNIVERSITY OF ICELAND

Notkun rafmagnsvéla í samgöngum

Úr Neðanjarðarlestarkerfinu í Vínarborg

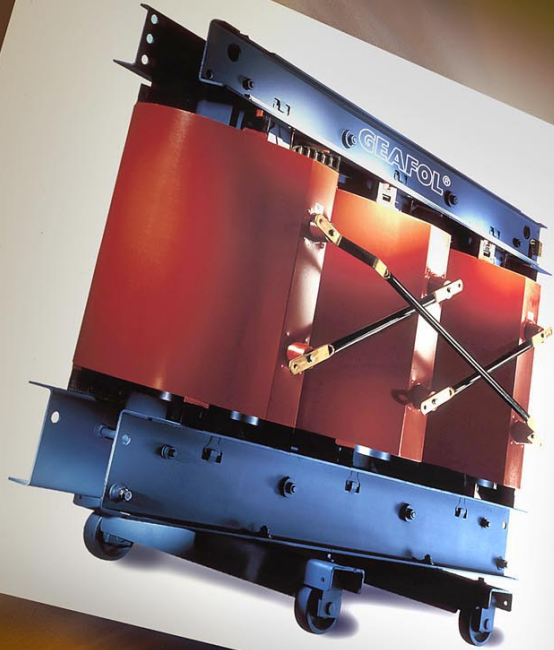


1.5 kV lestarkerfi í Hollandi

Rafmagnshraðlest í Shanghai í Kína



Spennar fyrir rafmagnshraðlest Shanghai





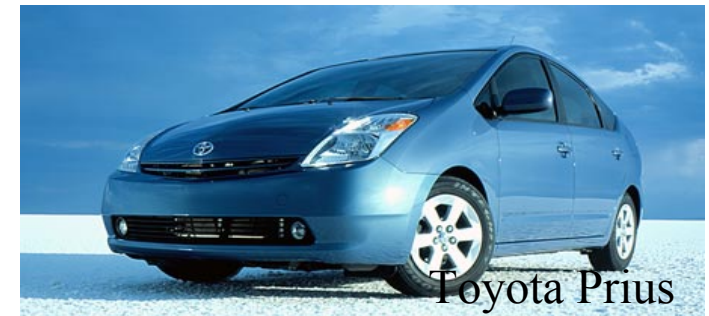
UNIVERSITY OF ICELAND

Rafmagns-, tvinn og vetnisbílar

- ◆ Electric vehicles use an electric motor powered by batteries.
- ◆ Hybrid vehicles use an internal combustion engine (ICE) & an electric motor (powered by a battery). In the parallel hybrid, either the ICE or the electric motor can power the transmission. In the series hybrid, the ICE turns a generator & the generator either powers the electric motor or recharges the batteries.



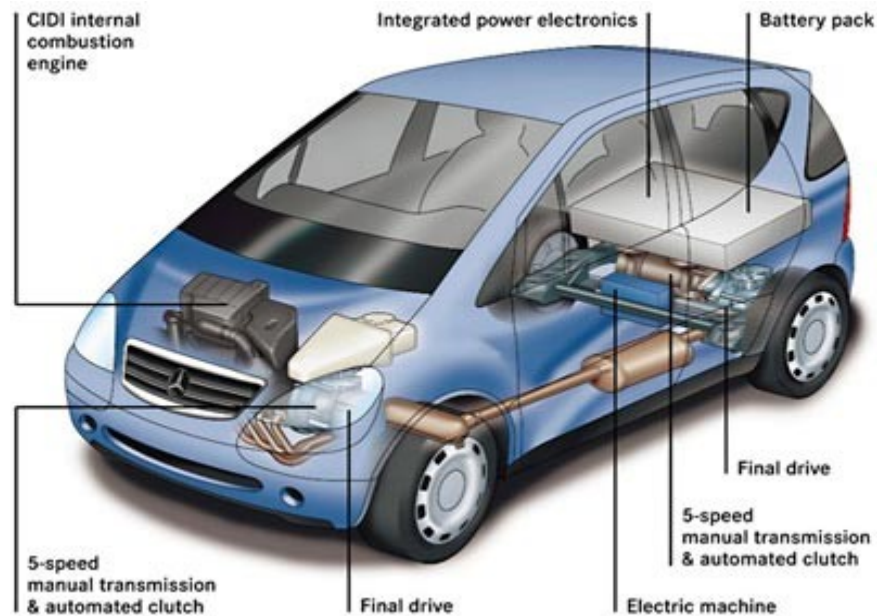
GM EV1



Toyota Prius



Honda Insight



- ◆ Fuel cell vehicles use a fuel cell to power an electric motor.

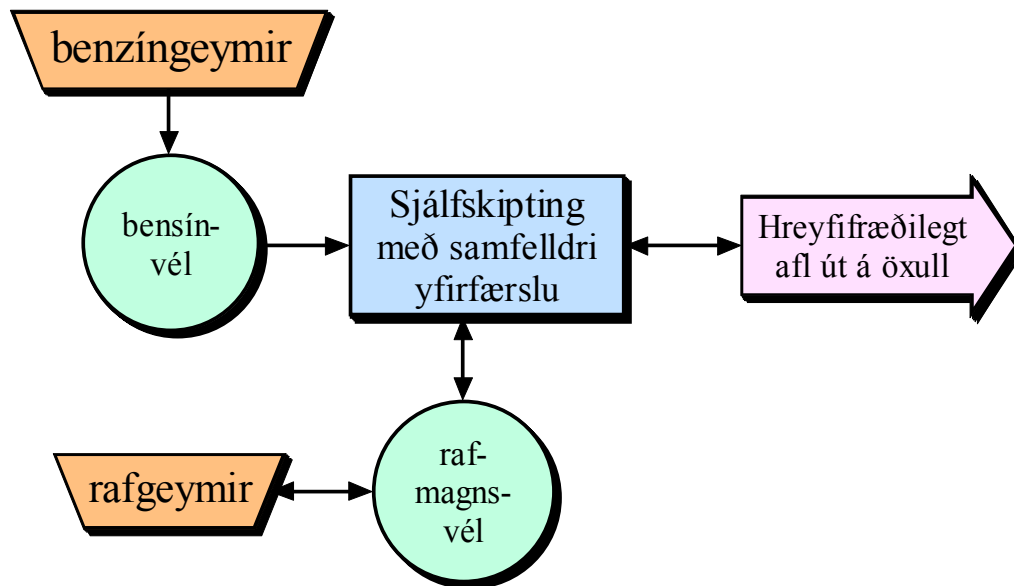




UNIVERSITY OF ICELAND

Tvinnbílar (Hybrid cars)

- Rafmagnsvélar verða notaðar í auknum mæli í samgöngum framtíðarinnar
- Rafmagnsvélar eru þegar í **tvinnbílum** (svo sem Toyota Prius)

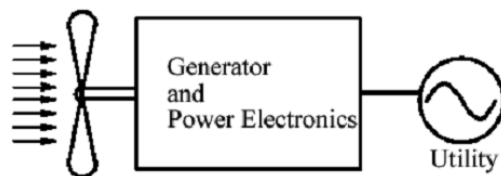




UNIVERSITY OF ICELAND

Notkun rafmagnsvéla og rafdrifa við beislun vindorku

Rafmagnsvélar og rafdrif eru og verða notuð við við dreifða orkuvinnslu t.d. í vindrafstöðvum





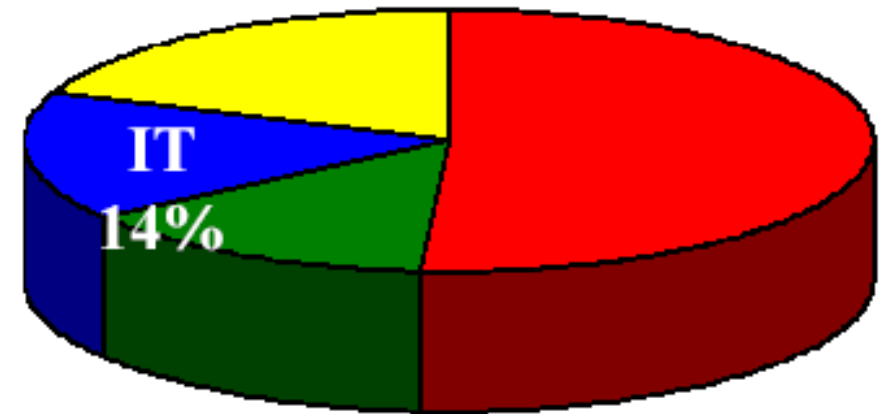
UNIVERSITY OF ICELAND

Rafmagnsvélar nota meirihluta raforku !!

- Rafmagnsvélar nota meira en 50% af allri raforku (USA)
- Þetta endurspeglar mikilvægi þeirra

(= Information
Technology
systems)

Lighting 19%



HVAC 16%

Motors 51%

(= heating
ventilating and
air conditioning
systems)

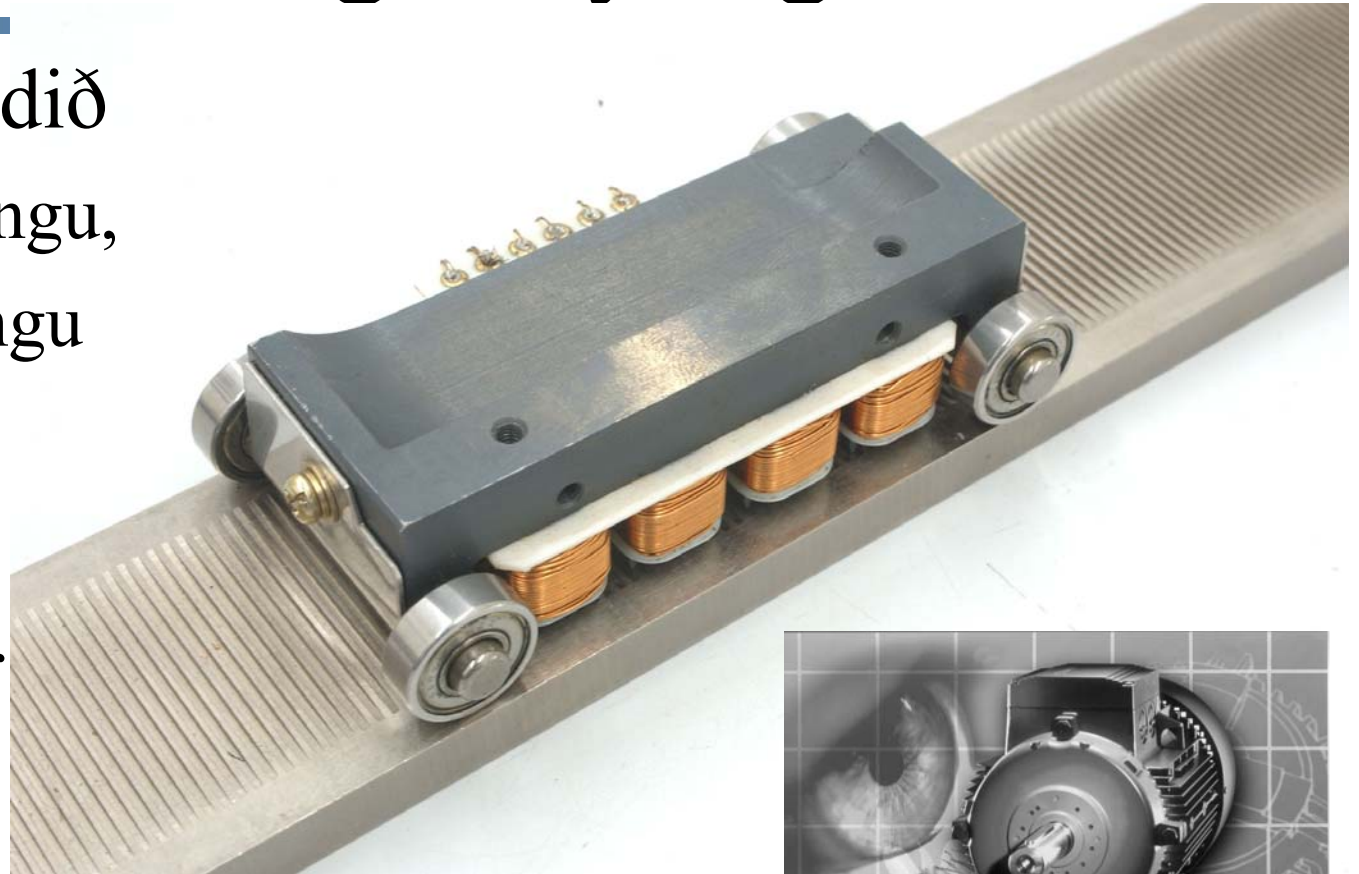


UNIVERSITY OF ICELAND

Línuleg hreyfing eða snúningshreyfing

- Mótorar geta valdið
 - Línulegri hreyfingu,
 - Snúningshreyfingu

A linear stepper motor





UNIVERSITY OF ICELAND

Hvað er rafmagnsvél?

- Rafmagnsvél umbreytir orku úr raforku í hreyfiorku (mótor) eða úr hreyfiorku í raforku (rafali)
- Hreyfiorkan er snúningsorka (en getur einnig verið línuleg hreyfing)



1-fasa eða 3-fasa riðstraumur um rafleiðslur oftast með fastri spennu og tíðni - eða jafnspenna/straumur

öxull oft með föstum snúningshraða

Mótor: $P_{el} \longrightarrow$

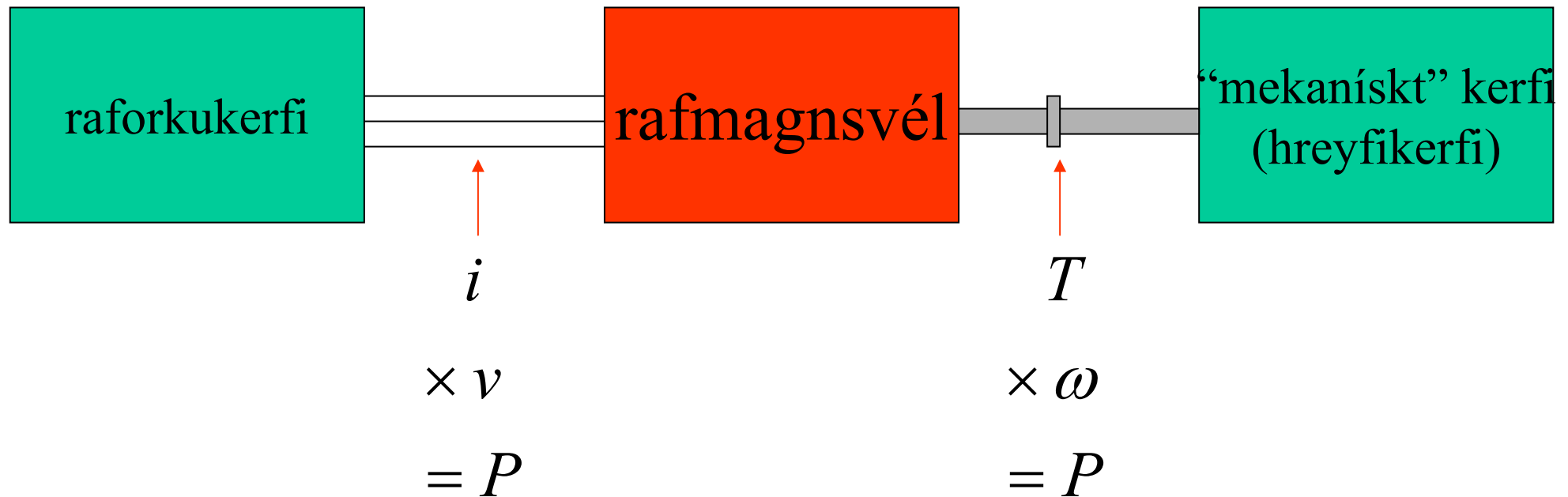
$P_{mek} \longrightarrow$

Rafali: $\longleftarrow P_{el}$

$\longleftarrow P_{mek}$



Afl í rafmagnsvél?



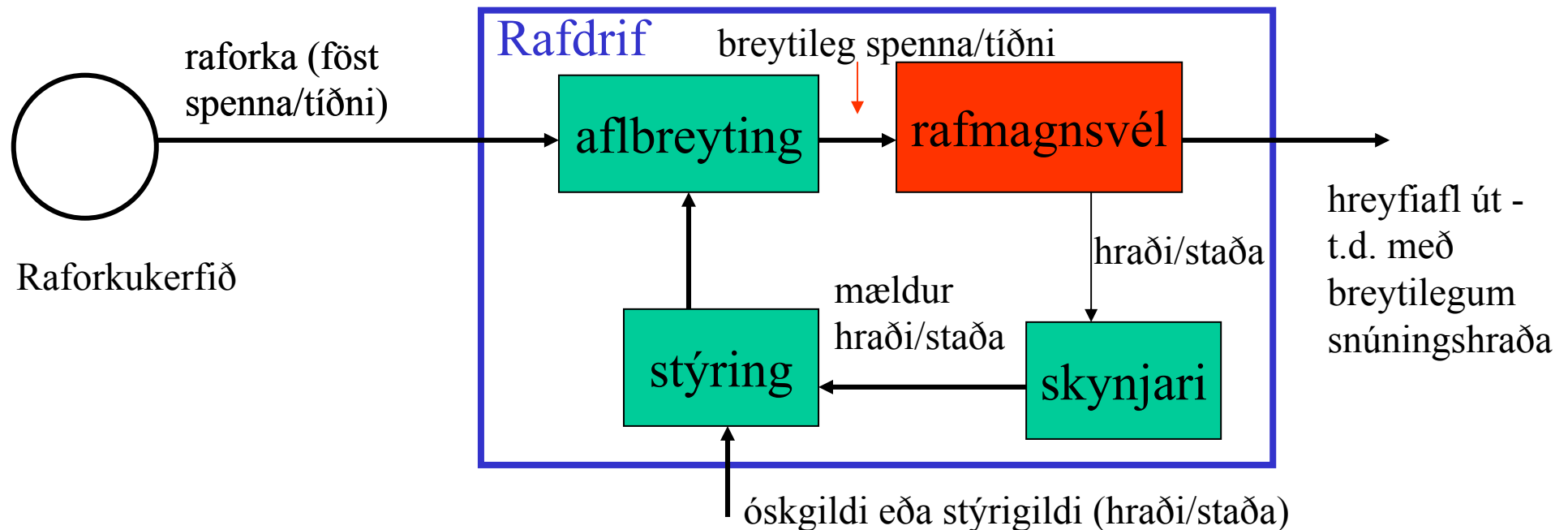
- Spurning er hvernig samband er á milli spennu og snúningshraða annars vegar og hins vegar á milli straums og vægis?



UNIVERSITY OF ICELAND

Hvað er rafdrif (electric drive)?

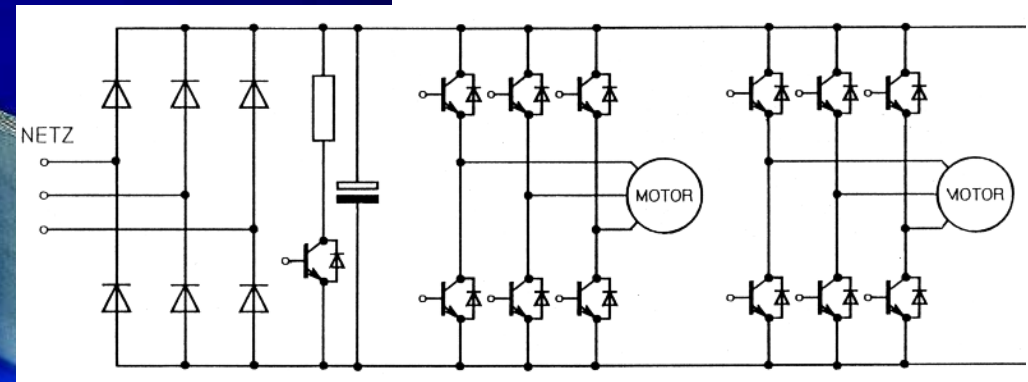
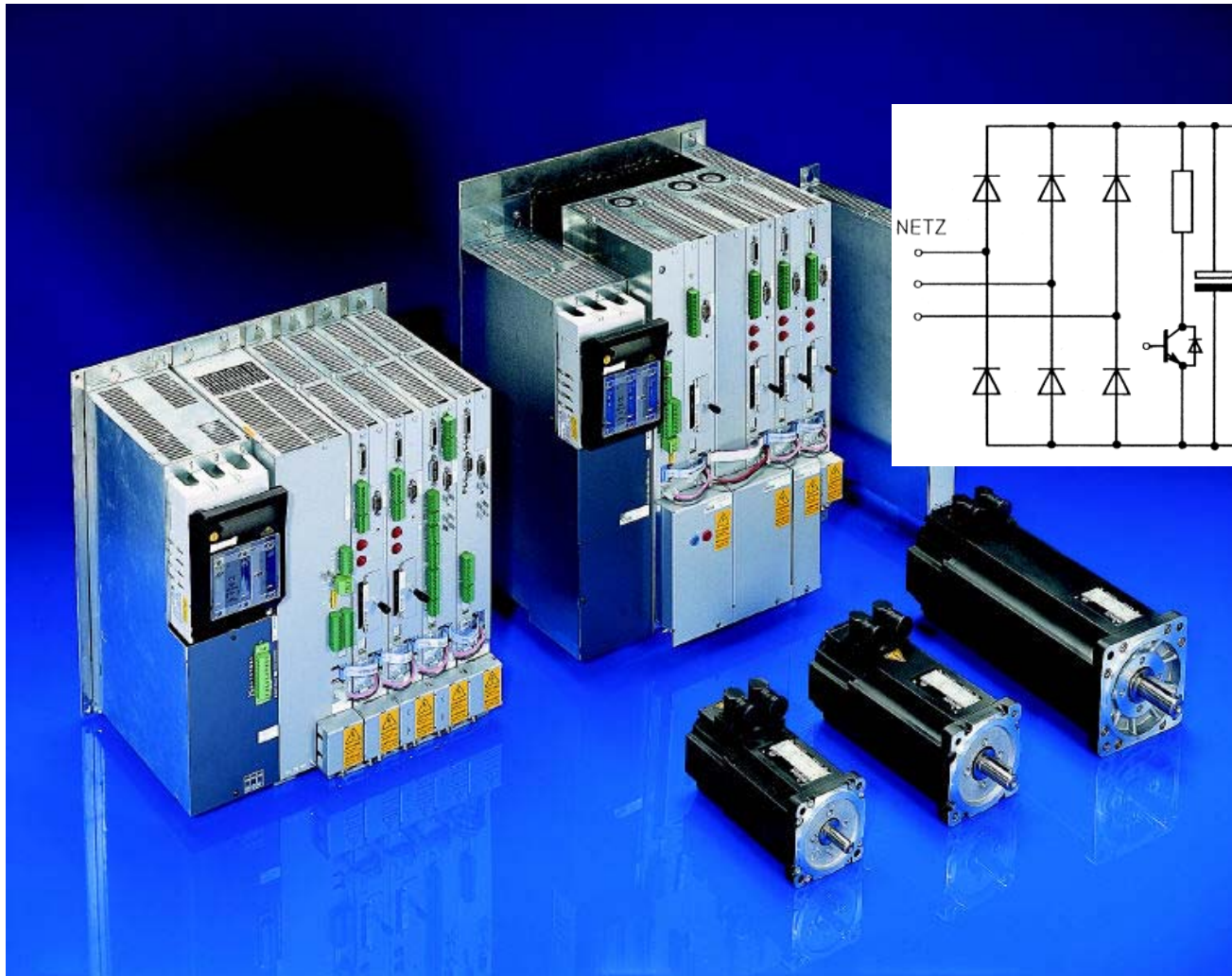
- Erfitt getur verið að stýra beint t.d. hraða rafmagnsvéla og því notum við og tölum í dag um rafdrif
- Rafmagnsvél + aflrafeindatækni = rafdrif
- (electric machine + power electronics = electric drive)





UNIVERSITY OF ICELAND

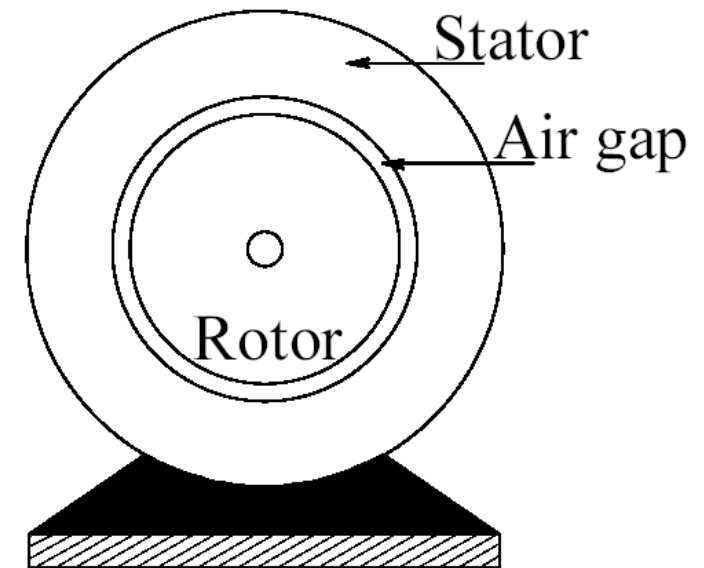
Inverters for Servo Drive Applications





Helstu hlutar rafmagnsvéla

- **Sátur** (Stator) er kyrrstæður hluti vélarinnar
- **Snúður** (Rotor) er hinn hreyfanlegi hluti vélarinnar
- **Loftbil** (Air gap) er á milli þessara hluta

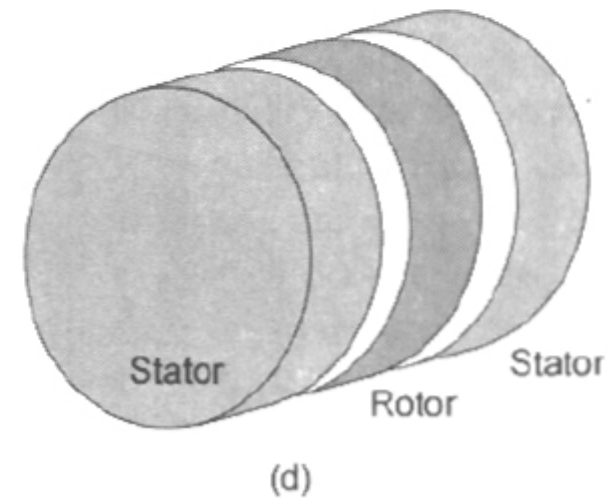
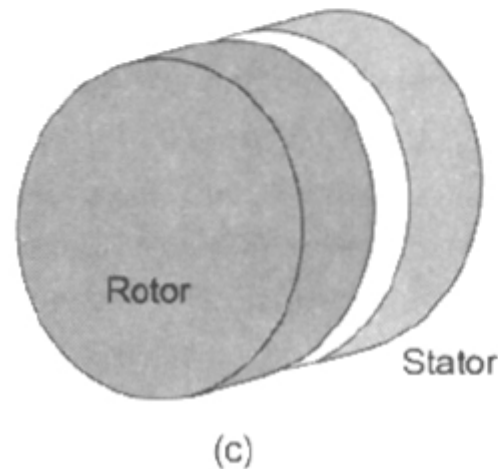
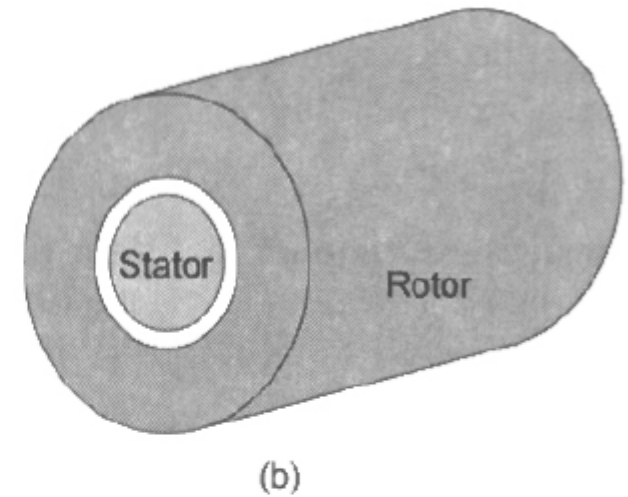
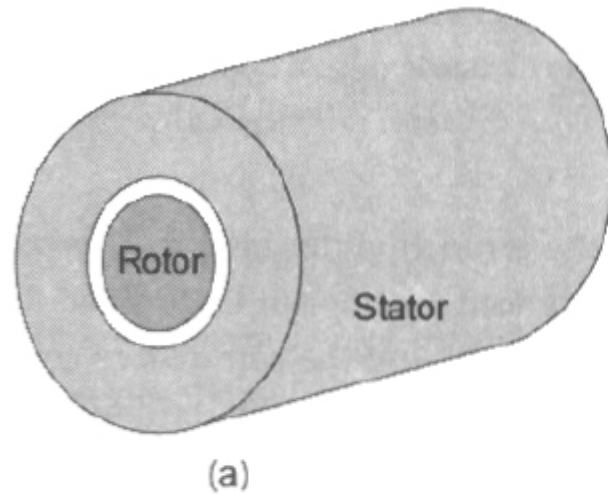




UNIVERSITY OF ICELAND

Helstu möguleikar fyrir snúningshreyfingu rafmagnsvéla

- Myndin sýnir helstu möguleika fyrir snúningshreyfingu rafmagnsvéla
- Tilfelli a er algengasta og almennasta tilfallið
- Hvernig á aflflutningur sér stað um loftbilið milli stators og rótors? Hann fæst með notkun sviðs sem flytur afl og orku milli þessara hluta vélarinnar



Heimild: "Brushless permanent motor design" eftir D Hanselman



Á hverju byggja rafmagnsvélar?

- Rafmagnsvél byggir á breytingu á orkuinnihaldi sviðs dW með notkun tiltekinnar tilfærslu eða hreyfingar dx (eða hornhreyfingu $d\theta$)
- Þá verkar tiltekinn kraftur F (eða vægi, T) á hinn hreyfanlega hluta kerfisins samkvæmt jöfnunum:

$$F = \frac{dW}{dx}$$

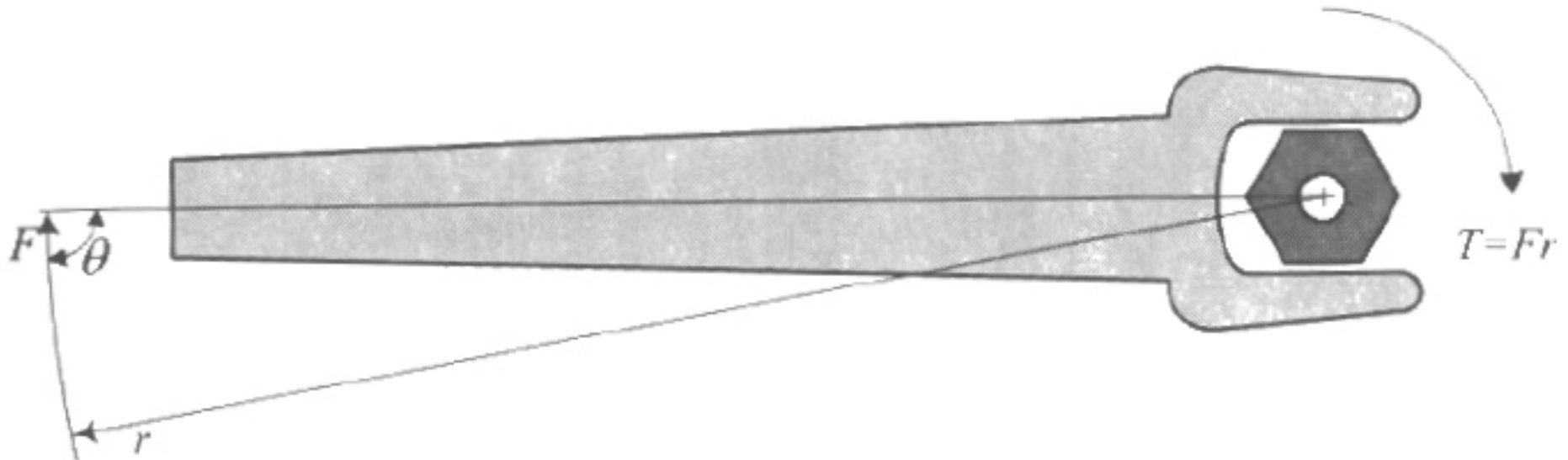
$$T = \frac{dW}{d\theta}$$

- Vægi er mikilvægt hugtak í snúningshreyfingu rafmagnsvéla
- Spurning er líka: Hvaða svið er hentugt að nota!!?



Hvað er vægi (Torque) ?

- Vægi er “kraftur sinnum armur” sbr skrúflykilinn á myndinni





UNIVERSITY OF ICELAND

Hvaða svið er hentugt að nota? Hvers vegna segulsvið?

- Berum saman segulsvið og rafsvið!?

Orkupéttleiki rafsviðs: $w = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$

Eining fyrir w er: $\left[\text{Joule/m}^3 \right]$
 Eining fyrir E er: $\left[\text{V/m} \right]$

$w = \frac{1}{2} 8.85 \cdot 10^{-12} (3 \cdot 10^6)^2 = 40 \left[\text{Joule/m}^3 \right]$

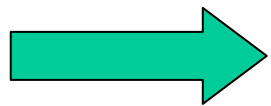
Mesti sviðsstyrkur rafsviðs í lofti

Orkupéttleiki segulsviðs: $w = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\mu_0} B^2$

Eining fyrir B er: $\left[\text{Tesla} \right]$

$w = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7}} (1.6)^2 = 10^6 \left[\text{Joule/m}^3 \right]$

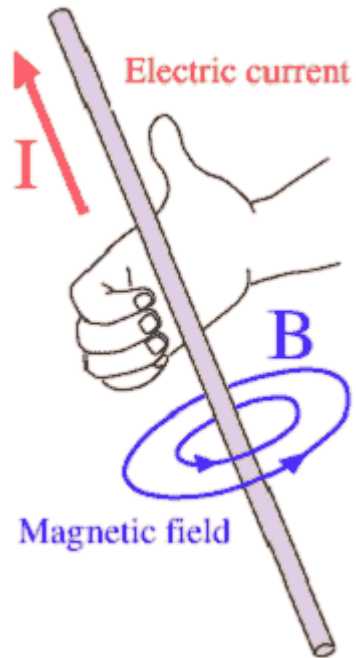
Mesti "mögulegi" styrkur segulsviðs



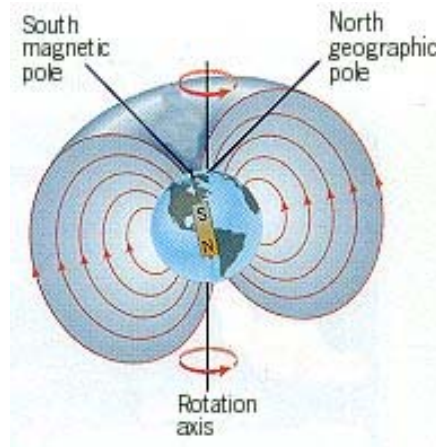
Mesta "mögulega" orkuinnihald segulsviðs er margfalt (25 þús.falt) orkuinnihald rafsviðs!!
 \Rightarrow Segulsvið er því notað í rafmagnsvélar



UNIVERSITY OF ICELAND



Segulrásir (Magnetic circuits)

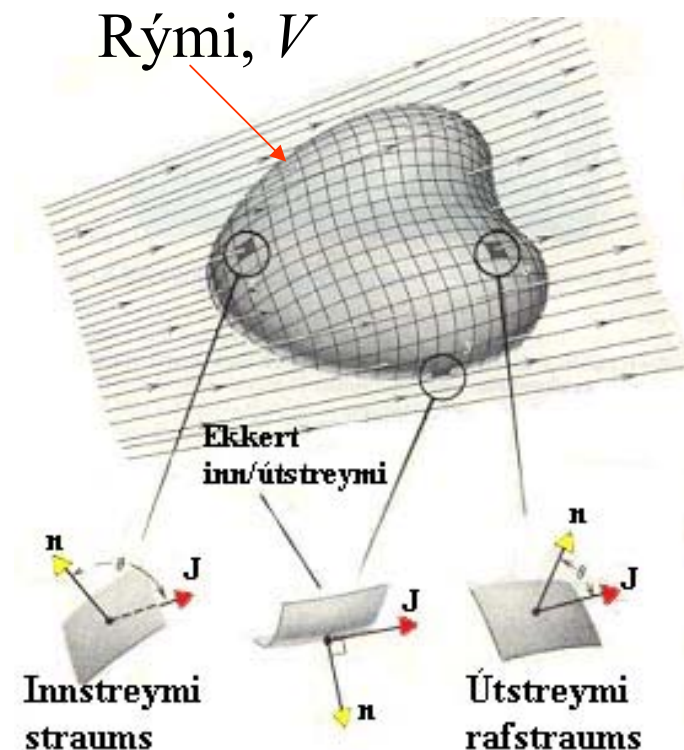




UNIVERSITY OF ICELAND

Rásir fást úr “samfelldu streymi”

- Segulrásir eru hliðstæðar rafrásur
- Samfelld streymi og aðskildir straumar eða flæði. Hvað er það sem flæðir?
- Hugtakið: Rás (circuit)
 - Straumbéttleiki/Heildarstraumur?
 - Rafrásir
 - Segulrásir
- Tenging þessara hugtaka og hliðstæður í þeim
- Heildarstraumur inn í rýmið



$$\oiint \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} da$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Rafrásir: Lögmál Kirchoffs um straum (KCL*)

Gustav Robert
Kirchoff
(1824-1887)



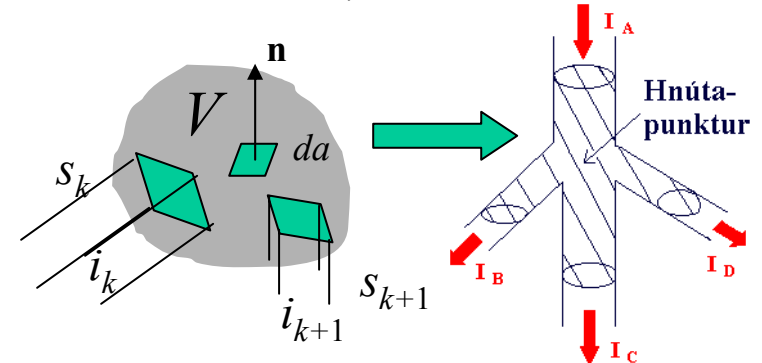
- Hleðsla verður ekki til úr engu. Hún hverfur heldur ekki. Lögmálið um viðhald hleðslu segir að heildarbreyting á hleðslu í tilteknu rými, V , á tímaeiningu (fyrrri liður jöfnunnar) sé jöfn heildarstraumnum inn í rýmið (seinni liður).
- Við skiptum lokaða fletinum er afmarkar rýmið í mismunandi úttök, og er úttak nr. k nefnt, s_k . Skilgreindur er nú heildarstraumur út úr lokaða rýminu sem samanlagður straumur allra úttaka þar sem úttak nr k , sem er n.k. “slanga” eða “rör”, þ.e leiðsla.
- Ekki gert ráð fyrir að hleðsla safnist upp inni í rýminu ef það er einfaldur hnútapunktur rásarinnar og því er síðasta jafnan $= 0$
- Þetta er straumlögmál Kirchoffs, þ.e. $\sum_k i_k = 0$

* = Kirchoff's Current Law

$$\int_V \frac{d\rho_f}{dt} dv = \oiint \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} da$$

Aukning hleðslu á tímaeiningu í rýminu
Heildarstraumur inn í rýmið

$$\oiint \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} da = \sum_k i_k = \sum_k \iint_{s_k} \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} da$$



$$\sum_k \iint_{s_k} \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} da = -\sum_k i_k = 0$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Rafrásir: Lögmál Kirchoffs um spennu (KVL*)

Gustav Robert
Kirchoff
(1824-1887)



- Faradays lögmál á heildunarformi $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \iint \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} da = 0$
 - Við skilgreinum spennu milli 2 punkta $v_k = \int_{a_k}^{b_k} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$
 - Summa spennuvísanna yfir lokaðan feril $V = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$
 - Þá verður jafnan fyrir lokaða ferilinn: $V = \sum_{k=1}^N v_k = 0$
 - Lögmál Ohms fyrir straumþéttleika: $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$
 - Fyrir leiðara með föstu þversniði, A og lengd, l $I = |\mathbf{J}| A$
 - Við fáum því skilgreiningu hugtaksins viðnám, R $V = \int_{a_k}^{b_k} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \frac{\mathbf{J}}{\sigma} \cdot l = \frac{I}{A\sigma} \cdot l$
- $$V = RI \quad R = \frac{l}{A\sigma}$$

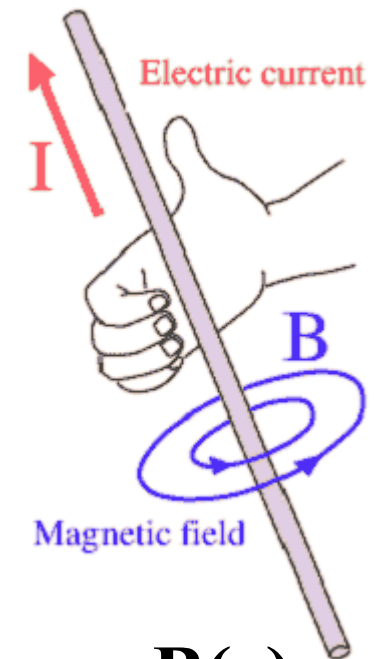
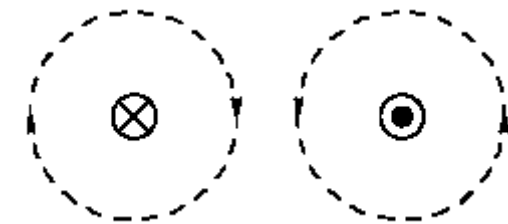
* = Kirchoff's Voltage Law



UNIVERSITY OF ICELAND

Segulsvið myndast við rafstraum

- **ATH: Leiðari sem flytur rafstraum veldur segulsviði umhverfis leiðarann**
- *Stefna* segulsviðsins ræðst af straumstefnunni samkvæmt s.k. hægrihandarreglu
- Segulsviðið er táknað með *vektorunum* \mathbf{H} eða \mathbf{B} þar sem hver punktur 3-víða rúmsins, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ hefur vektorinn $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ og vektorinn $\mathbf{H}(\mathbf{x})$
- Samband \mathbf{B} og \mathbf{H} er: $\mathbf{B} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H} = \mu \mathbf{H}$
- \mathbf{B} nefnist **segulsviðspéttleiki** eða einfaldlega **segulsvið** (magnetic flux density eða magnetic field)
- \mathbf{H} nefnist **segulsviðsstyrkur** (magnetic field intensity)



μ er **segullekt** (permeability) og skiptist í: $\mu = \mu_r \mu_0$

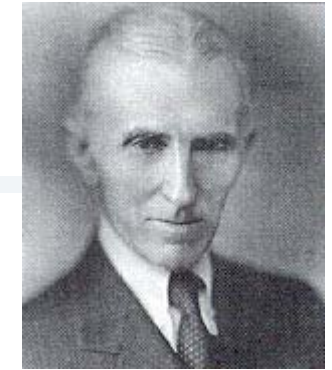


UNIVERSITY OF ICELAND

Magnetic field strength

- Segulsvið mælist í mælieiningunum Tesla eða Gauss
- Einingin **Tesla** (T) er stöðluð mælieining í SI kerfinu

Source	Magnetic Field (Gauss)
Earth	0.5
Appliance	10
Bar magnet	100
Large electro-magnet	50,000



Nicola Tesla (1856-1943)
His AC power transmission won over Thomas Edison's DC power.

$$1 \text{ Tesla (T)} = 10,000 \text{ Gauss}$$



Friedrich Gauss (1777-1855)



Fyrir önnur efni en
járnsegulmögnuð
efni er segullektin

$$\mu_r \cong 1$$

Fyrir
járnsegulmögnuð
efni hefur
segullektin
 μ_r gildi á bilinu
200-100000,
venjulega 200-5000

Table 3.2.2 Classifications and Relative Permeabilities of Selected Materials

Material	Classification	Relative Permeability, μ_r
Bismuth	diamagnetic	0.99983
Silver	diamagnetic	0.99998
Lead	diamagnetic	0.999983
Copper	diamagnetic	0.99999 1
Water	diamagnetic	0.99999 1
Vacuum	nonmagnetic	1
Air	paramagnetic	1.0000004
Aluminum	paramagnetic	1.00002
Palladium	paramagnetic	1.0008
2-8 1 Permalloy powder (2 Mo, 81 Ni, Iron)	super-paramagnetic	130
Cobalt	ferromagnetic	250
Nickel	ferromagnetic	600
Ferroxcube 3 (Mn-Zn-ferrite powder)	ferrimagnetic	1,500
Ferrites	ferrimagnetic	160~ 10,000
Mild steel (0.2 C)	ferromagnetic	2,000
Iron (0.2 impurity)	ferromagnetic	5,000
Silicon iron (4 Si)	ferromagnetic	7,000
78 Permalloy (78.5 Ni)	ferromagnetic	100,000
Mumetal (75 Ni, 5 Cu, 2 Cr)	ferromagnetic	100,000
Purified iron (0.05 impurity)	ferromagnetic	200,000
Superalloy (5 Mo, 79 Ni)	ferromagnetic	1,000,000



UNIVERSITY OF ICELAND

Einingar í rafsegulfræði

TABLE 36.1 Units in Magnetism

Quality	Symbol	cgs Units	×	Factor	=	SI units
		$B = H + 4\pi M$				$B = \mu_0(H + M)$
Magnetic flux density	B	gauss (G)	×	10^{-4}	=	tesla (T), Wb/m ²
Magnetic flux	Φ	maxwell (Mx) G · cm ²	×	10^{-8}	=	webers (Wb)
Magnetic potential difference (magnetomotive force)	U	gilbert (Gb)	×	$10/4\pi$	=	ampere (A)
Magnetic field strength	H	oersted (Oe)	×	$10^3/4\pi$	=	A/m
Magnetization (per volume)	M	emu/cc	×	10^3	=	A · m
Magnetization (per mass)	σ	emu/g	×	1	=	A · m ² /kg
Magnetic moment	m	emu	×	10^{-3}	=	A · m ²
Susceptibility (volume)	χ	dimensionless	×	4π	=	dimensionless
Susceptibility (mass)	κ	dimensionless	×	4π	=	dimensionless
Permeability (vacuum)	μ_0	dimensionless	×	$4\pi \cdot 10^{-7}$	=	Wb/A · m
Permeability (material)	μ	dimensionless	×	$4\pi \cdot 10^{-7}$	=	Wb/A · m
Bohr magneton	μ_B	$= 0.927 \times 10^{-20}$ erg/Oe	×	10^{-3}	=	Am ²
Demagnetizing factor	N	dimensionless	×	$1/4\pi$	=	dimensionless



Einingar fyrir H sviðið

Magnetic Field Intensity H

$$1.0 \text{ (A}\cdot\text{turn)/m} = 4\pi \times 10^{-3} \text{ Oe}$$

$$= 4\pi \times 10^{-3} \text{ Gb/cm}$$

$$= 0.0254 \text{ (A}\cdot\text{turn)/in}$$

$$1.0 \text{ Oe} = 79.5775 \text{ (A}\cdot\text{turn)/m}$$

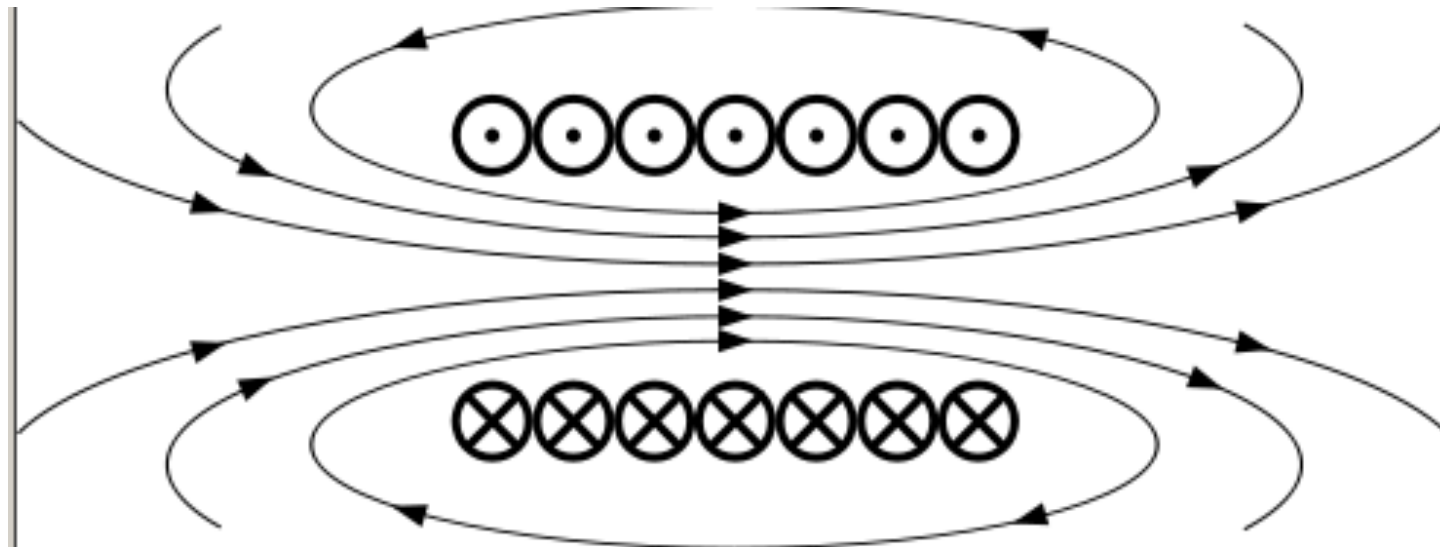
$$= 1.0 \text{ Gb/cm}$$

$$= 2.02127 \text{ (A}\cdot\text{turn)/in}$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Uppspretta segulsviðs

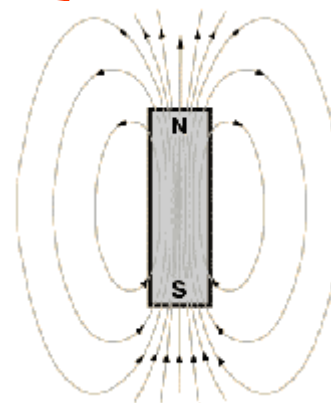
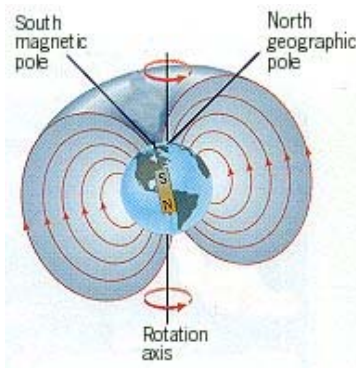
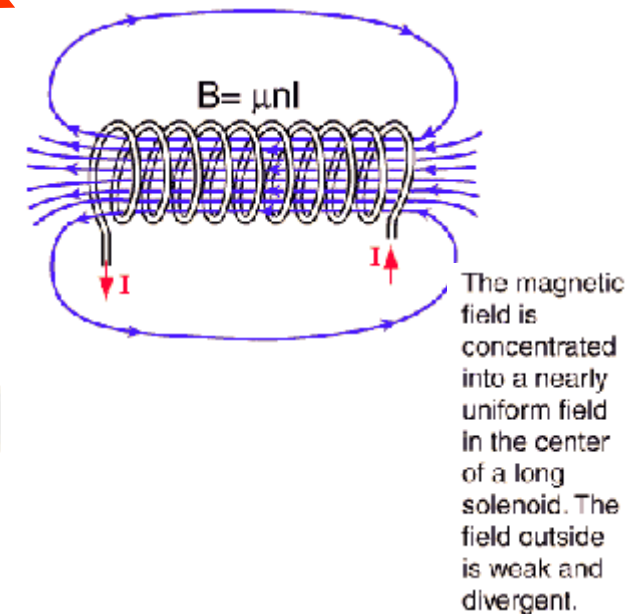
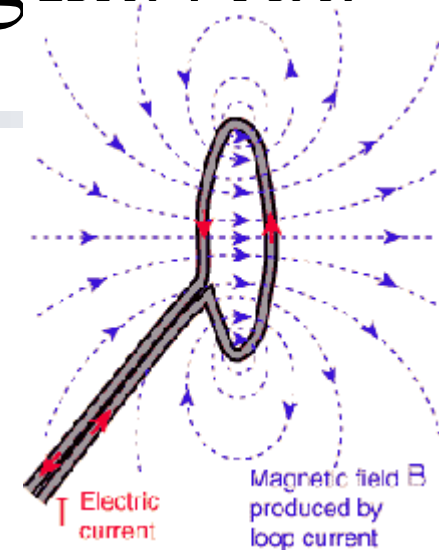




UNIVERSITY OF ICELAND

Nokkrar uppsprettur segulsviðs

- Segulsvið má einnig framkalla með rafstraumi sem fer um vír er snúið er í *slaufu*
- ...eða með því að vefja vírnum í *margar slaufur* og mynda *spólu*...og *margfalda sviðið!*
- ...eða með því að nota *sísegul* úr þar til gerðu segulmögnuðu efni eða *samtvinna* þessa þætti!
- ... *Jörðin* sjálf er einnig uppspretta segulsviðs (jarðeðlisfræði)





Maxwells jöfnur

- Maxwells jöfnur eru með tvennum hætti
 - Heildarform
 - Diffurform

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0; \quad \oiint_S \bar{B} \cdot d\bar{S} = 0$$

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J}; \quad \oint_C \bar{H} \cdot d\bar{l} = I$$

$$\nabla \times \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}; \quad \oint_C \bar{E} \cdot d\bar{l} = -\iint_S \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \cdot d\bar{S}$$



UNIVERSITY OF ICELAND



Amperes lögmál

- \mathbf{J} er straumbéttleiki
- $d\mathbf{a}$ er flatareind
- \mathbf{E} er rafsvið
- i er straumur
- $d\mathbf{l}$ er stutt línubil
- Jöfnur **Maxwells** skýra hegðun segulsviðs við *hraðar* breytingar (ef reiknað er með rafsegulgeislun)
- Við *hægar* breytingar (án rafsegulgeislunar) verður til **Lögmál Amperes** sem segir hvernig *styrkur* sviðsins á lokuðum ferli ræðst af heildarstraumi í gegnum ferilinn

$$\mu \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \mu \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a}$$

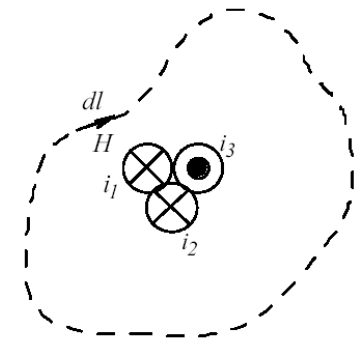
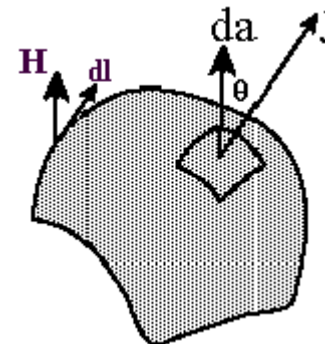
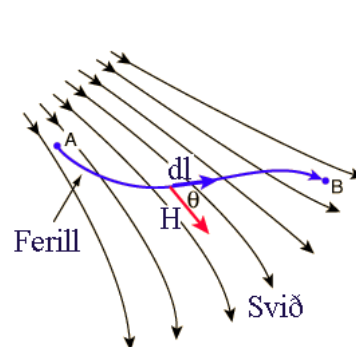
= 0 við hægar breytingar

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a} = I$$

Línuheild

Flatarheild

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum i = i_1 + i_2 - i_3$$





UNIVERSITY OF ICELAND

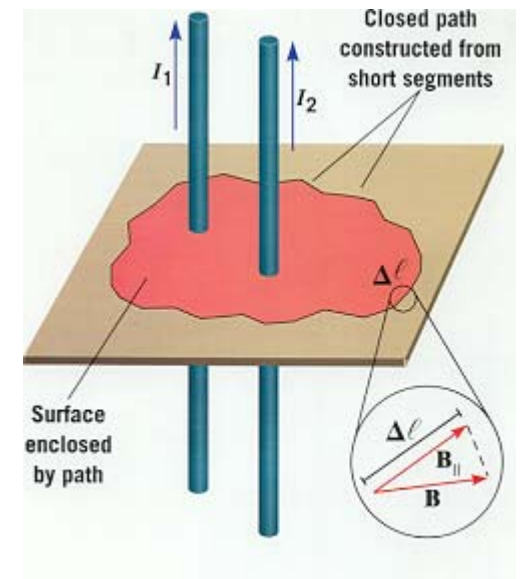
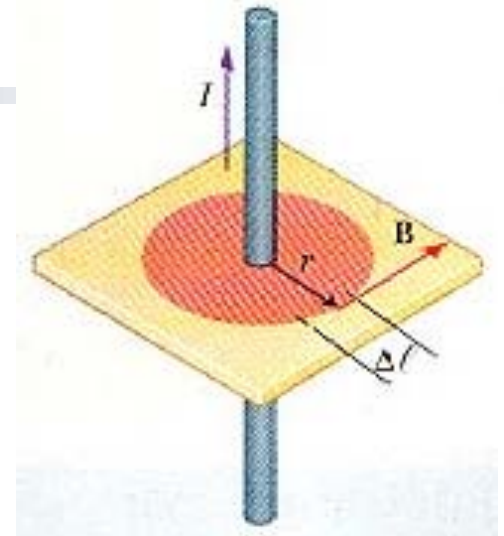
Segulsvið umhverfis einn leiðara

- Nánar tiltekið er heild ofanvarps af H - sviði á lokaða ferilinn jafnt samanlögðum straumi, I í gegnum ferilinn
- Ampers - lögmáli beitt á hringferil
 - H - vektorinn hefur eininguna A/m
 - Styrkurinn minnkar með $1/r$, r
 - r er fjarlægð frá leiðara
- **Næst er skoðuð einföld segulrás**

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I$$

$$H \cdot 2\pi r = I$$

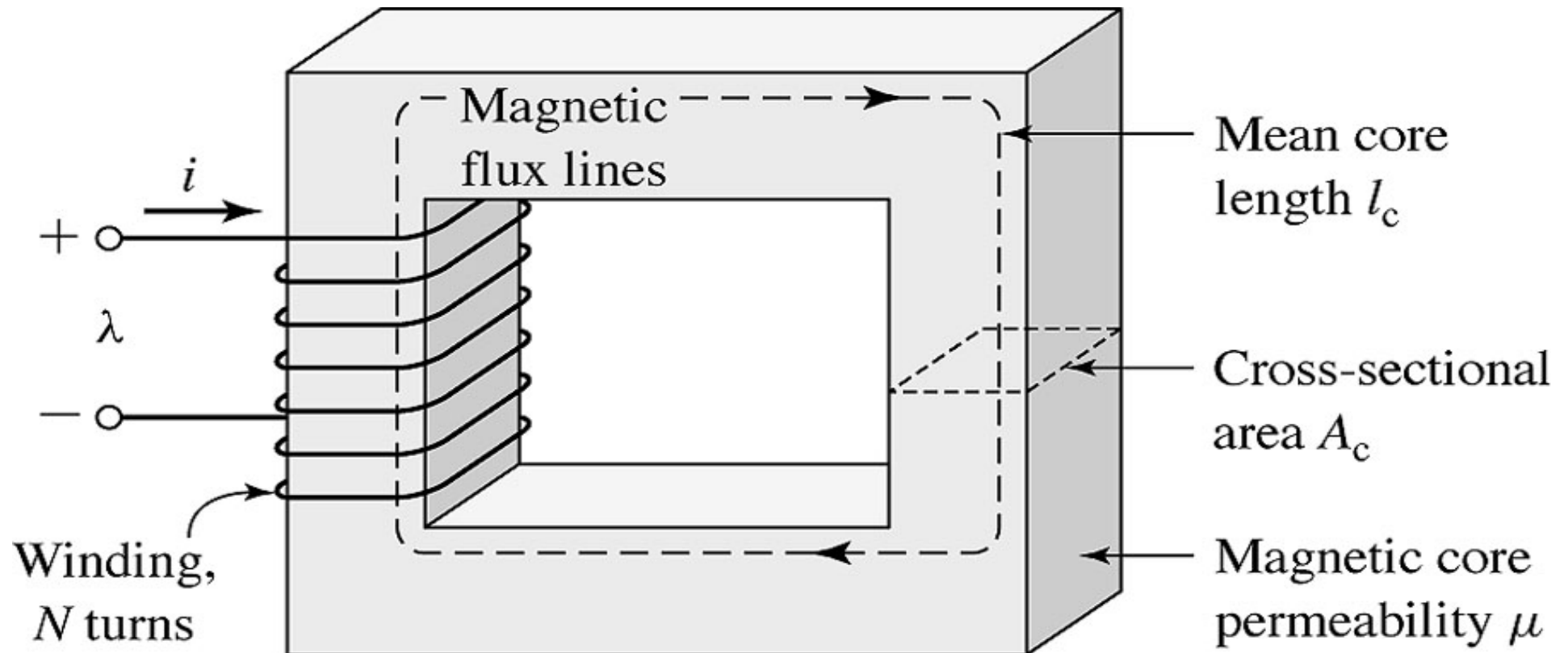
$$H = \frac{I}{2\pi r}$$





UNIVERSITY OF ICELAND

A simple magnetic circuit



$$\text{Flúxvafningar} = \lambda = N\phi$$



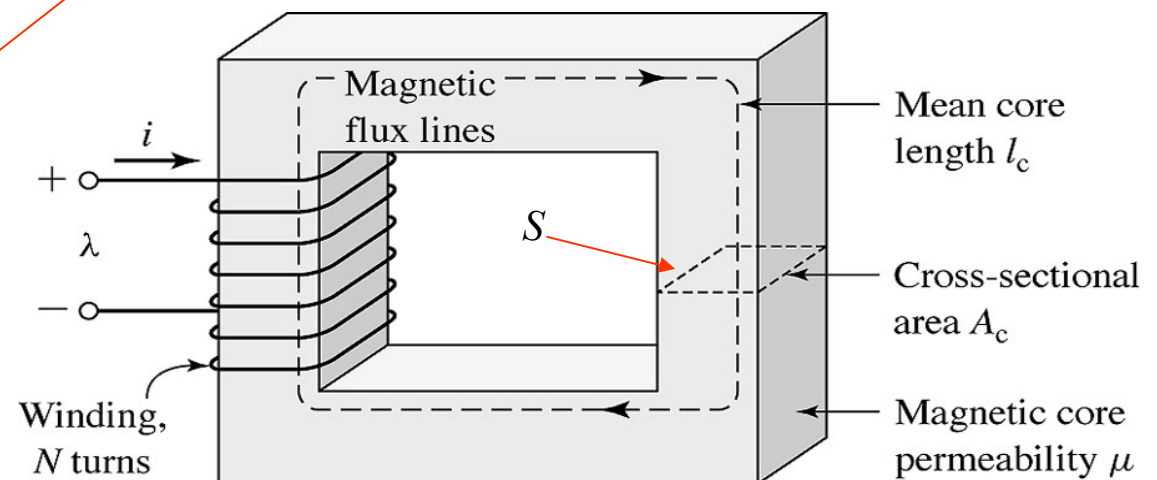
UNIVERSITY OF ICELAND

Segulkraftur í segulrás

- Skilgreinum hugtakið **segulflæði eða flúx** (ϕ). (Magnetic flux) þar sem heildað er yfir þverskurðarflöt kjarnans, S
- Flúxinn (ϕ) er margfeldi segulsviðs (B_c) og flatarmáls (A_c), þegar B_c er jafndreift yfir þversniðið
- Skilgreinum hugtakið **segulkraftur** (Magnetic force) samkvæmt lögmáli Amperes

$$\phi = \iiint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} = B_c \cdot A_c$$

$$F = \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = H_c \cdot l_c = Ni$$





UNIVERSITY OF ICELAND

Segulviðnám í segulrás

- Unnt er nú af sameina ofangreindar jöfnur og fæst þá
- Hér hefur verið innleitt hugtakið **segulviðnám**, R með eftirfarandi skilgreiningu:

$$F = H_c \cdot l_c = \frac{B_c}{\mu} \cdot l_c = \frac{\phi}{A_c \mu} \cdot l_c = \phi R$$

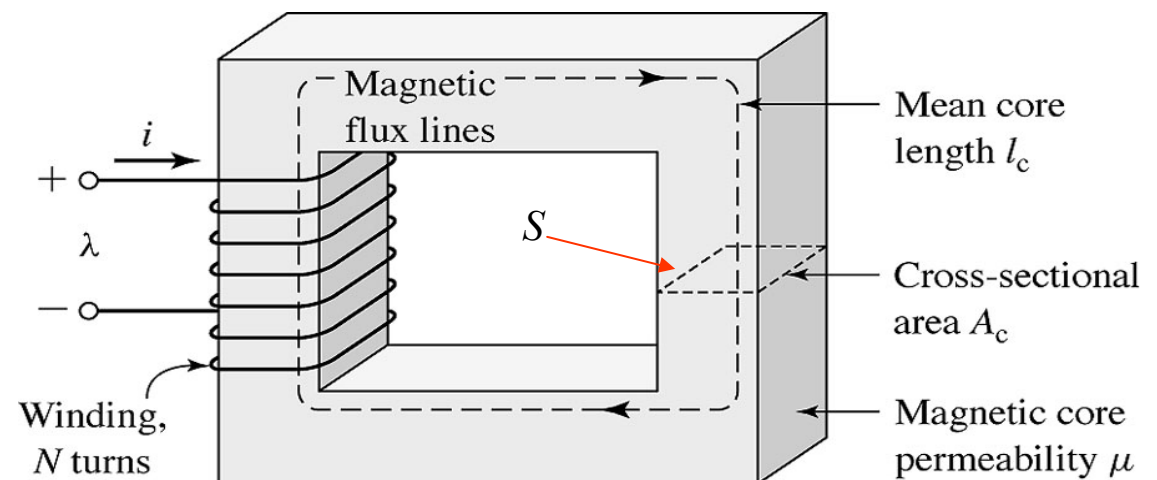
$$R = \frac{l_c}{A_c \mu}$$

- Við fáum eftirfarandi samband milli **segulkrafts**, **segulflæðis** og **segulviðnáms**

$$F = \phi R$$

- Þetta samsvarar Ohms lögmáli

$$V = IR$$





Segulviðnám í segulrás

- Berum saman jöfnur fyrir **segulviðnám í segulrás** og **ohmskt viðnám í rafrás**
- Þeim mun lengri sem kjarni er (l, l_c) þeim mun meira viðnám (“rétt hlutfall”)
- Efnisfastar eru segullekt, μ , annarsvegar og eðlisviðnám, ρ hins vegar. μ er því mælikvarði á eðlis**leiðni** efnisins fyrir segullínur, en ρ mælikvarði á eðlis**viðnám** efnisins gegn rafstraumi
- Þeim mun sverari sem kjarni (eða leiðari) er (A, A_c) þeim mun minna viðnám (“öfugt hlutfall”)

$$R = \frac{l_c}{A_c \mu}$$

$$R = \frac{\rho l}{A}$$

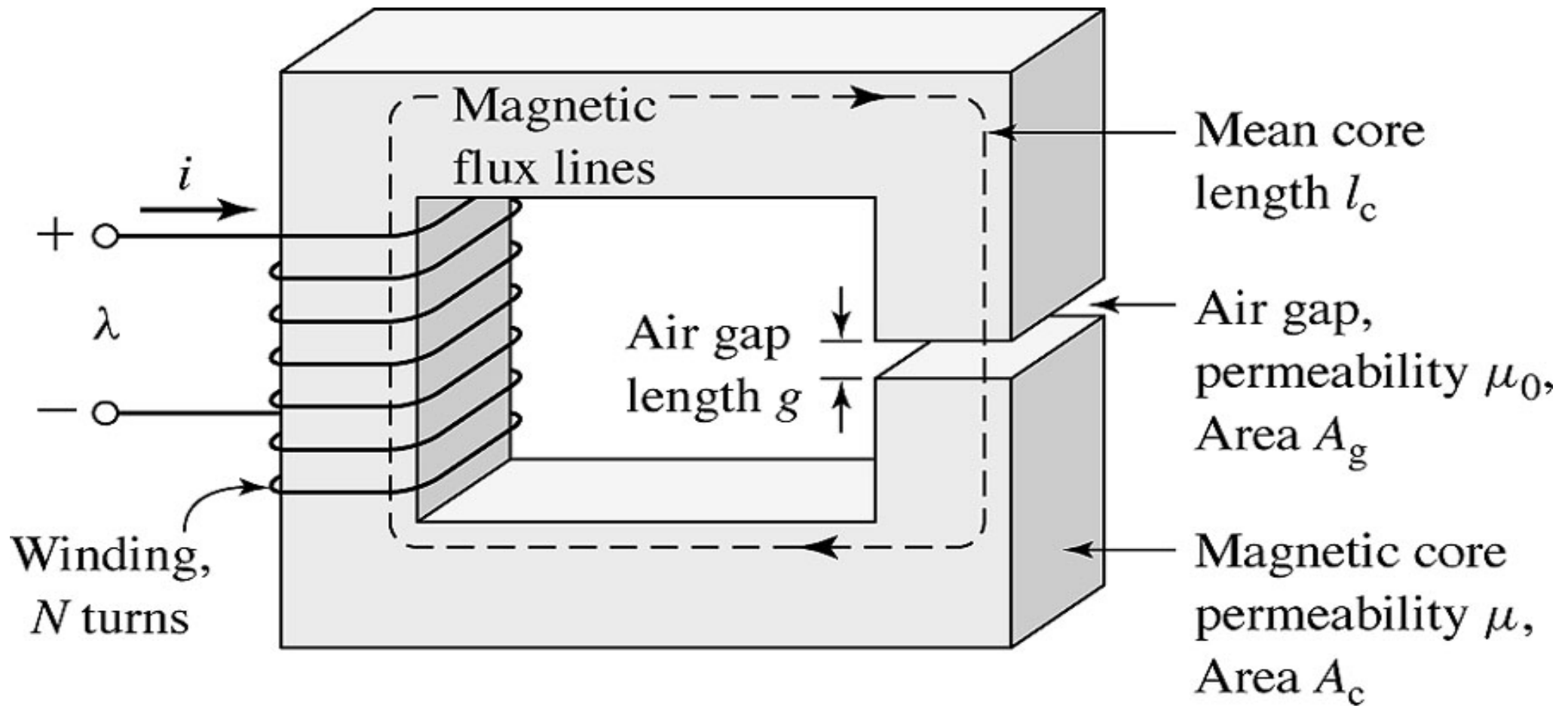


Samsvörun segul- og rafrása

UNIVERSIT

	Electric Circuit	Unit	Magnetic Circuit	Unit
Driving force	emf (V)	V	mmf (F)	At
Response	current (I)	A	flux (ϕ)	Wb
Impedance	resistance (R)	Ω	reluctance (R)	1/H
Equivalent circuit				
Field intensity relationship	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = V$	V	$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$	A
Potential difference	$V = IR$	V	$F = \phi R$	At
Other relations	$J = \frac{I}{A} = \frac{V}{AR} = \frac{El}{A(\rho l/A)}$ $= \frac{E}{\rho} = \sigma E$ <p>or $E = \rho J = J/\sigma$, where J is the current density, ρ is the resistivity, and σ is the conductivity</p>	A/m^2 $\Omega \cdot m$ $1/(\Omega \cdot m)$	$B = \frac{\phi}{A} = \frac{F}{AR} = \frac{Hl}{A(l/\mu A)}$ $= \mu H = H/\nu$ <p>or $H = B/\mu = \nu B$, where B is the flux density, μ is the permeability, and ν is the reluctivity</p>	T or Wb/m^2 H/m m/H
Admittance	conductance $G = 1/R$	S	permeance $P = 1/R$	H

A simple magnetic circuit with air gap





UNIVERSITY OF ICELAND

Segulrás með loftbili

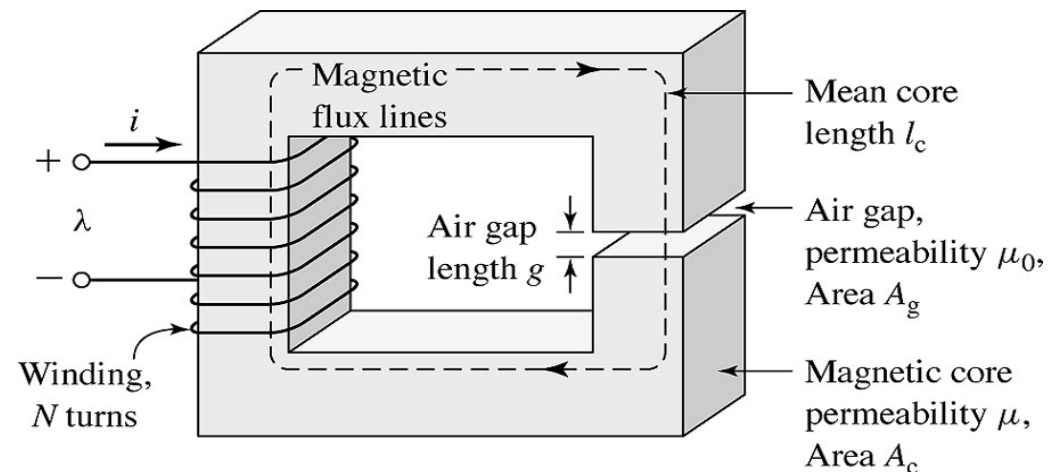
- Ef loftbilið er stutt er **Segulflæðið** hið sama bæði í kjarna og loftbili

$$B_c = \frac{\phi}{A_c} \qquad B_g = \frac{\phi}{A_g}$$

- Þá er einnig **segulsviðið** er hið sama bæði í kjarna og loftbili

$$F = H_c \cdot l_c + H_g \cdot g = Ni$$

- Segulkrafturinn** er samsettur úr 2 liðum í einföldu segulrásinni með loftbili





Segulviðnám (Reluctance)

- Athugum hugtakið, **segulviðnám**, R , (reluctance) sem mælikvarða á hversu mikill flúx myndast í kjarna og loftbili miðað við þann segulkraft sem verkar á “rásina”, og hluta hennar, þ.e. kjarna og loftbil.

$$F = \frac{B_c}{\mu} \cdot l_c + \frac{B_g}{\mu_0} \cdot g$$

$$F = \Phi \left(\frac{l_c}{\mu A_c} + \frac{g}{\mu_0 A_g} \right)$$

$$F = \Phi (R_c + R_g)$$

$$\Phi = \frac{F}{R_c + R_g} = \frac{F}{R_{tot}}$$

$$R_c = \frac{l_c}{\mu A_c}$$

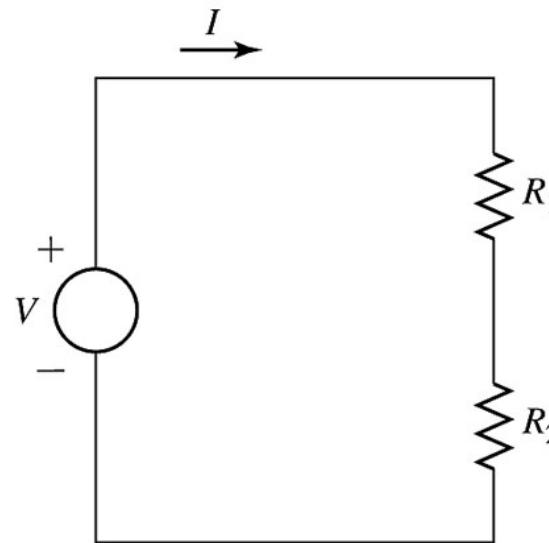
$$R_g = \frac{g}{\mu_0 A_g}$$



UNIVERSITY OF ICELAND

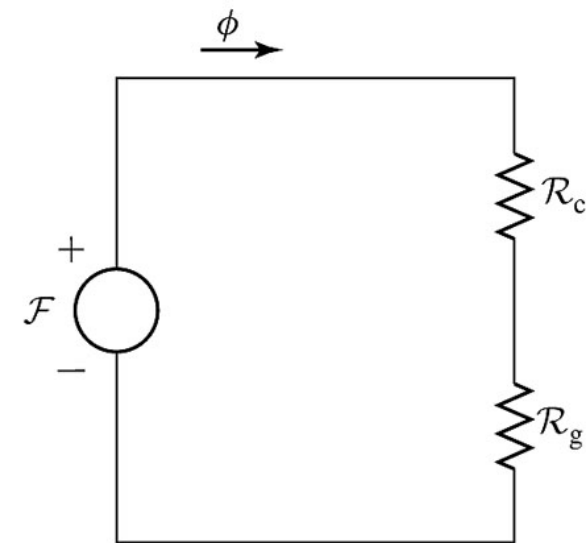
Segulrás og rafrás

- **Segulrásin er hliðstæð rafmagnsrás!!**
- **Segulviðnámið, R ,** (reluctance) samsvarar ohmsku viðnámi, R í rafrás.
- **Segulkrafturinn, $F = Ni$** samsvarar spennu, V , í rafrás
- **Flúxinn, Φ ,** samsvarar straumi, I , í rafrás



$$I = \frac{V}{(R_1 + R_2)}$$

(a)



$$\phi = \frac{F}{(\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g)}$$

(b)

$$R_c = \frac{l_c}{\mu A_c}$$

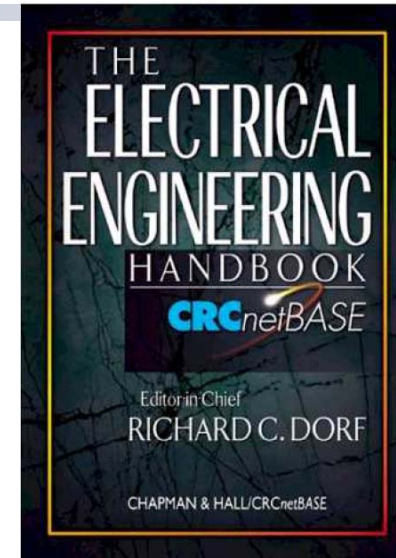
$$R_g = \frac{g}{\mu_0 A_g}$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Tilvísanir heimildir

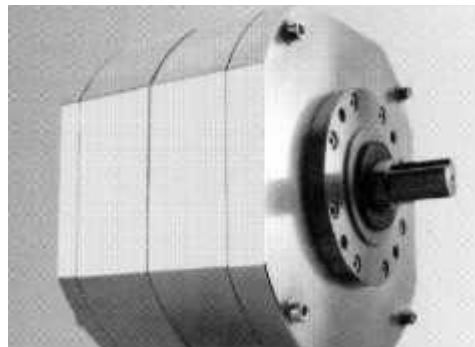
- <http://pictures.leonardo-energy.org/>
- R.C. Dorf (ed): “Electrical Engineering Handbook”, CRC press, 2000





UNIVERSITY OF ICELAND

Rafmagnsvélar 1



Inngangur
Segulrásir
Orkuumbreyting
Spanvélar
Samfasavélar
Jafnstraumsvélar



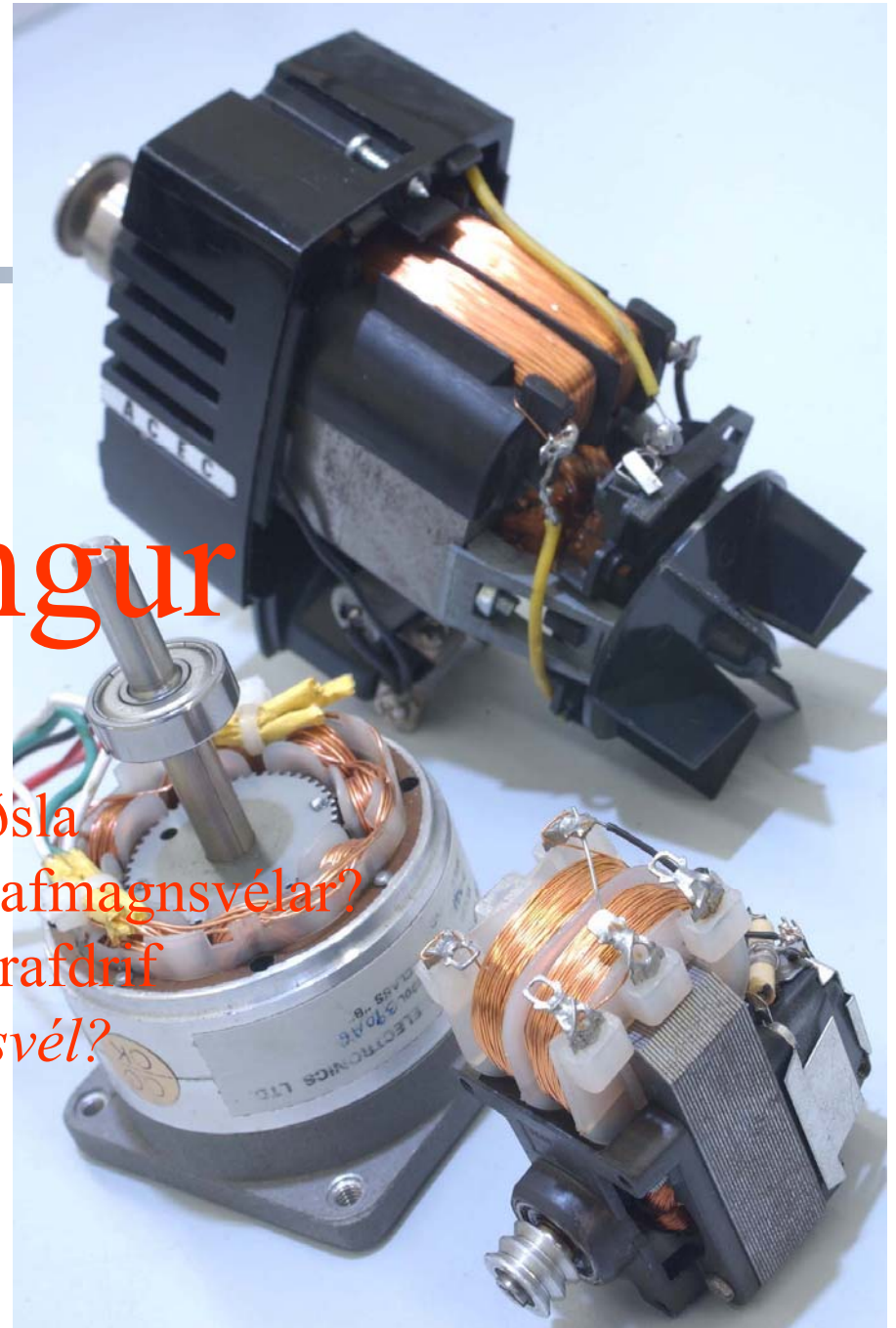


UNIVERSITY OF ICELAND



Inngangur

Notkunar svið
Mikilvægi útbreiðsla
Á hverju byggja rafmagnsvélar?
Rafmagnsvélar – rafdrif
Hvað er rafmagnsvél?
Hvað er rafdrif?





UNIVERSITY OF ICELAND

Notkunarsvið rafmagnsvéla

Notkunarsvið rafmagnsvéla eru mjög margvísleg í nútíma þjóðfélagi

- Heimili
- Iðnaður og framleiðslugreinar
- Ökutæki
- Upplýsingataekni
- Heilbrigðiskerfið
- Flutningar og samgöngur





UNIVERSITY OF ICELAND

Rafmagnsvélar á heimilum

- Kæliskápar
- Kaffivélar
- Uppþvottavélar
- Þvottavélar
- Matvinnsluvélar
- Ryksugur
- Viftur
- Sláttuvélar
- Myndbands- og DVD tæki
- Geislaspilarar
- Tölvur o.sv.frv.
- Borvélar
- Örbylgjuofnar

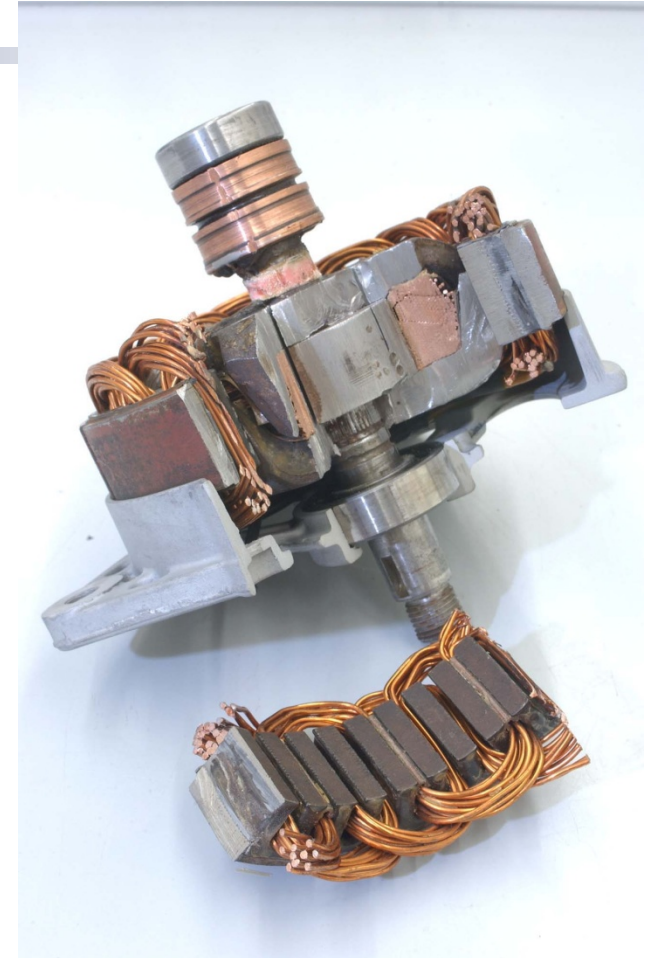




UNIVERSITY OF ICELAND

Rafmagnsvélar í bifreiðum

- Startari
- Bensíndælan
- Rúðupurrkur
- Rúðusprautur
- Loftkæling og miðstöð
- Olíudæla
- Sóllúga
- etc. etc.
- Hreyfanlegir hliðarspeglar
- Hlífar á framljósum
- Fjarstýrðar fram- og afturrúður
- Stillanleg mótordrifin sæti



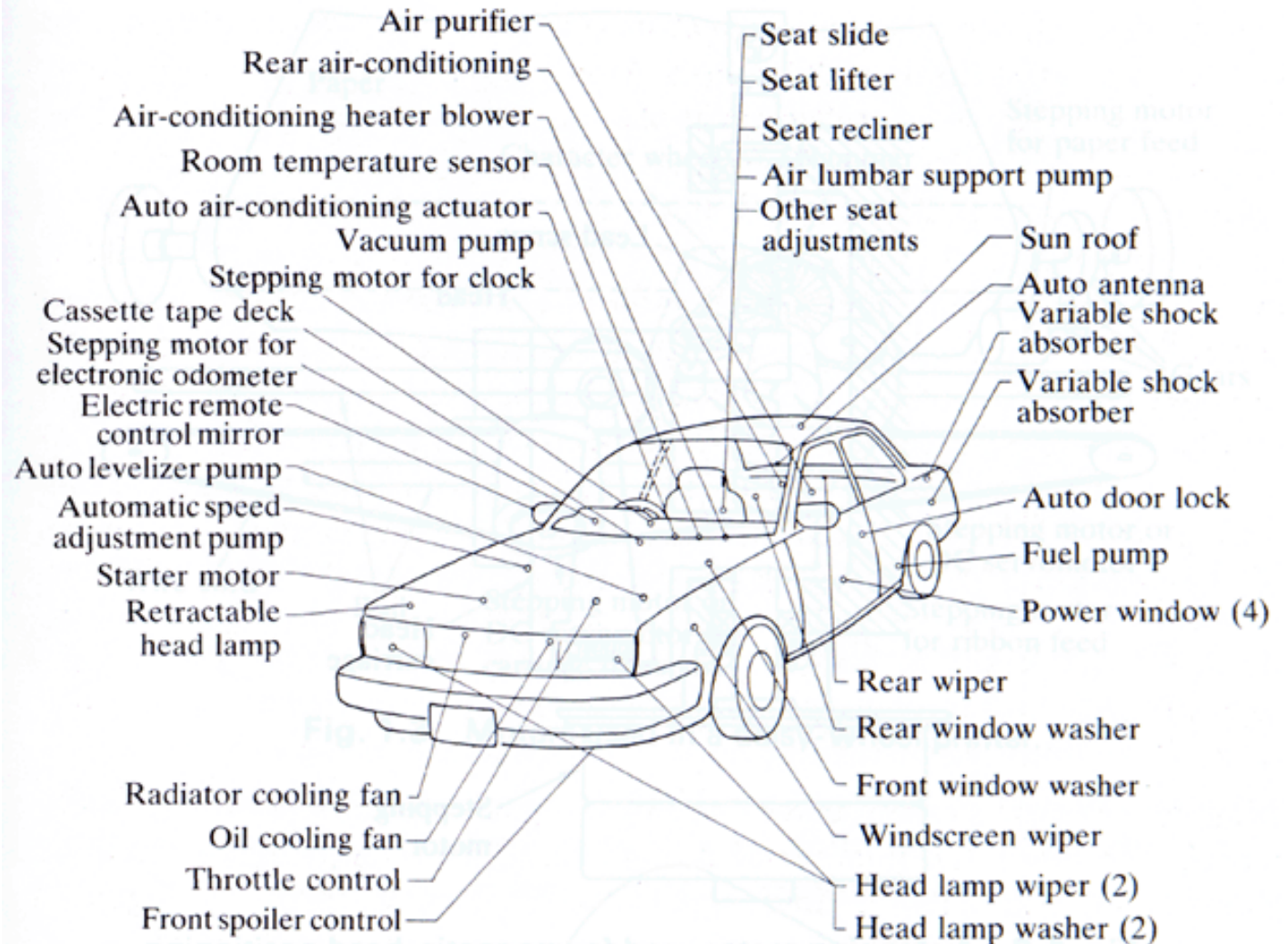
“Alternator” í bíl



UNIVERSITY OF ICELAND

Rafmagnsvélar í bifreiðum

Jafnvel í faratækjum sem við notum daglega eru margvíslegar rafmagnsvélar





UNIVERSITY OF ICELAND

Rafmagnsvélar í upplýsingatækni

- Harðir diskar
- DVD drif
- Prentarar
- Teiknarar (plotters)
- Skannar
- Faxtæki
- Kæliviftur í tölvum og öðrum búnaði
 - Skjávarpar
 - Borðtölvur
 - Farttölvur
- o.sv.frv.

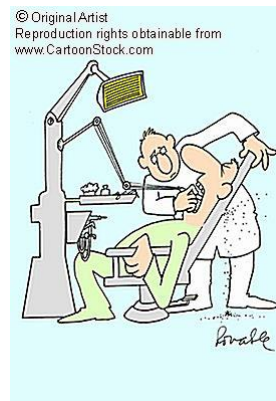




UNIVERSITY OF ICELAND

Ýmislegt

- Sjálfsalar
- Leikföng
- Tækjasalir
- Kvikmyndavélar
- Vídeó-upptökuvélar
- Myndavélar
 - filmuvinda
 - sjálfvirkur fókus
- Tannlæknaborar
- o.sv.frv. ---o.sv.frv.





UNIVERSITY OF ICELAND

Ýmislegt

7.5 kW mótór

3 fasa rafmótór



Þjarkar (Vélmenni)





Notkunarsvið rafmagnsvéla í iðnaði

Notkunarsvið
rafmagnsvéla
eru mjög
margvísleg í
nú tíma
þjóðfélagi

Process Industry - agitators, pumps, fans, compressors

Machining - planers, winches, calendars, chippers, drill presses, sanders, extruders, grinders, mills, presses

Heating and Air Conditioning - blowers, compressors

Paper and Steel Industry - hoists, rollers

Transportation - elevators, trains, automobiles

Textile - looms

Packaging - shears

Food - conveyors, fans

Oil, Gas , Mining - compressors, pumps, cranes, shovels

Residential - heat pumps, freezers, washing machines

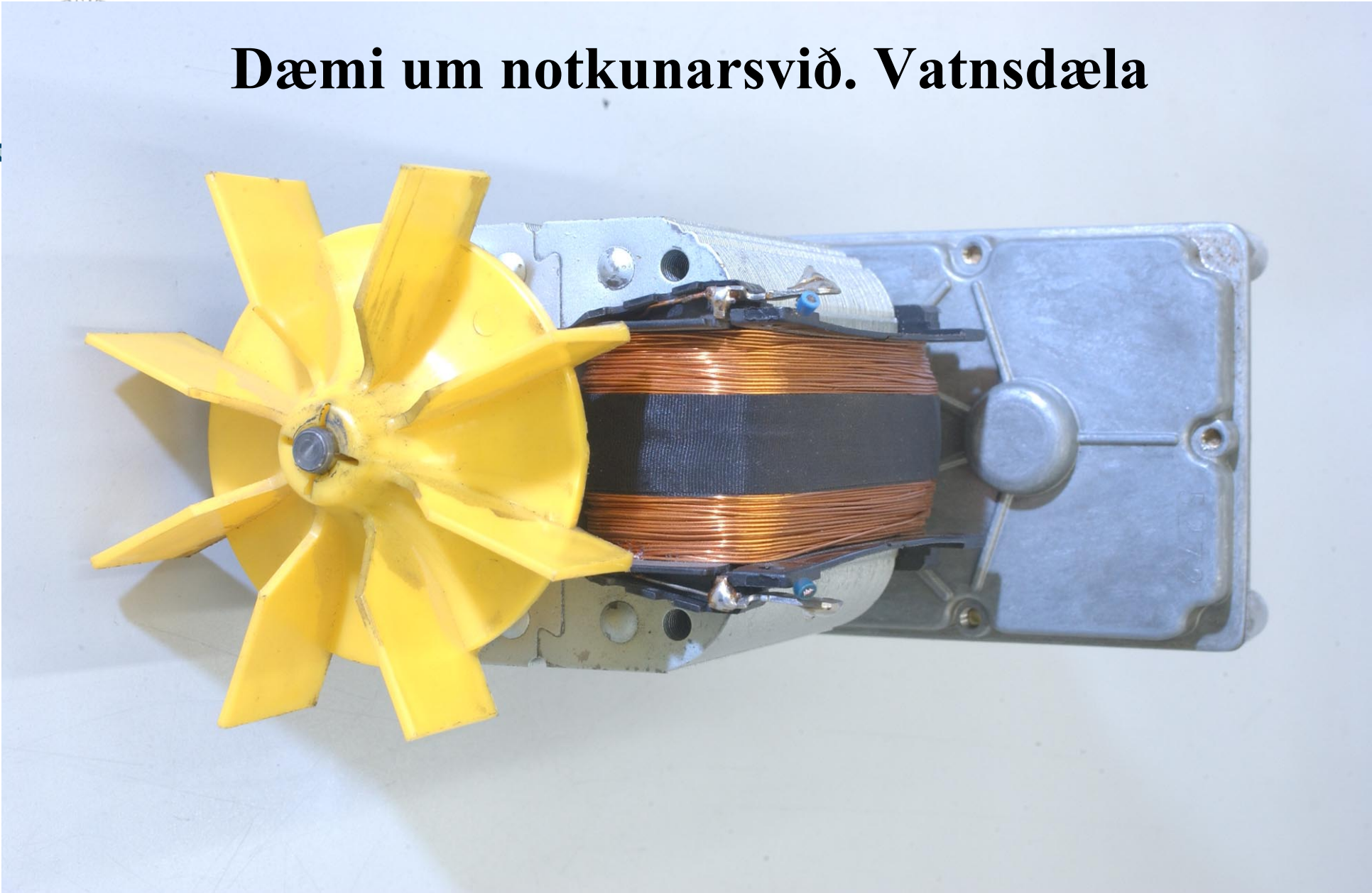
Rafmagnsvélar í iðnaði



Rafmagnsvélar í sjálfvirkri prentsmiðju



Dæmi um notkunar svið. Vatnsdæla

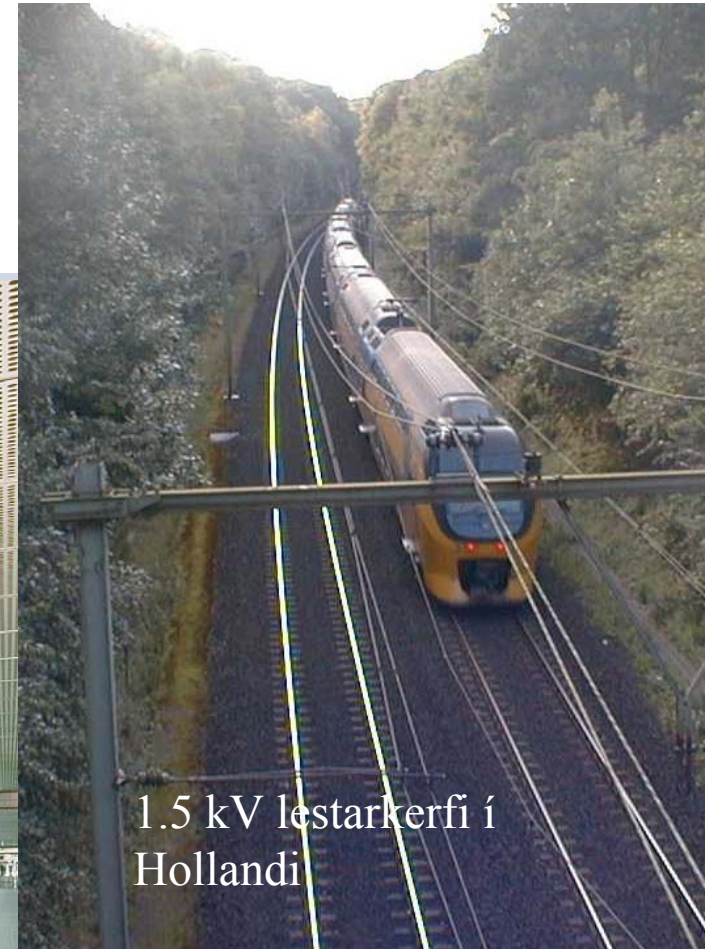




UNIVERSITY OF ICELAND

Notkun rafmagnsvéla í samgöngum

Úr Neðanjarðarlestarkerfinu í Vínarborg

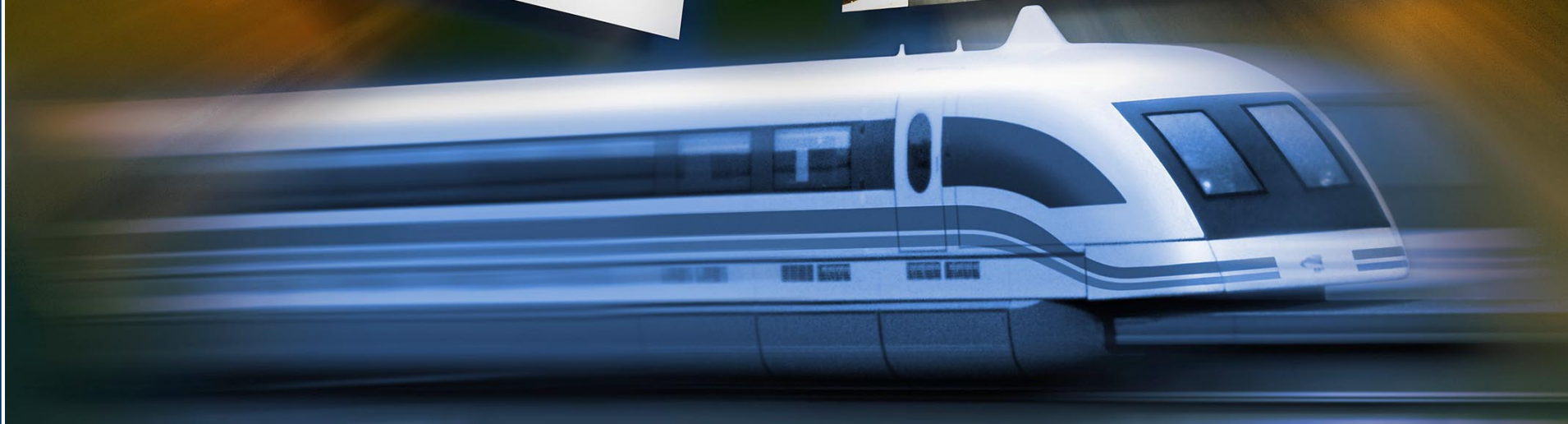
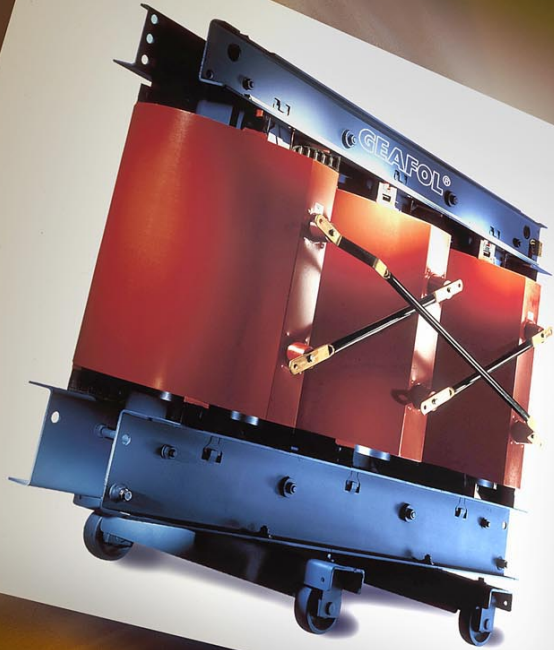


1.5 kV lestarkerfi í Hollandi

Rafmagnshraðlest í Shanghai í Kína



Spennar fyrir rafmagnshraðlest Shanghai





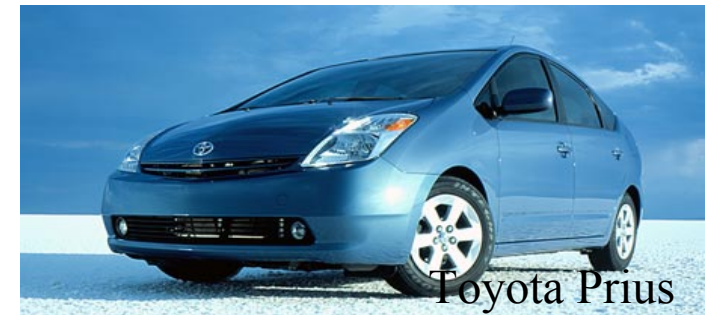
UNIVERSITY OF ICELAND

Rafmagns-, tvinn og vetnisbílar

- ◆ Electric vehicles use an electric motor powered by batteries.
- ◆ Hybrid vehicles use an internal combustion engine (ICE) & an electric motor (powered by a battery). In the parallel hybrid, either the ICE or the electric motor can power the transmission. In the series hybrid, the ICE turns a generator & the generator either powers the electric motor or recharges the batteries.



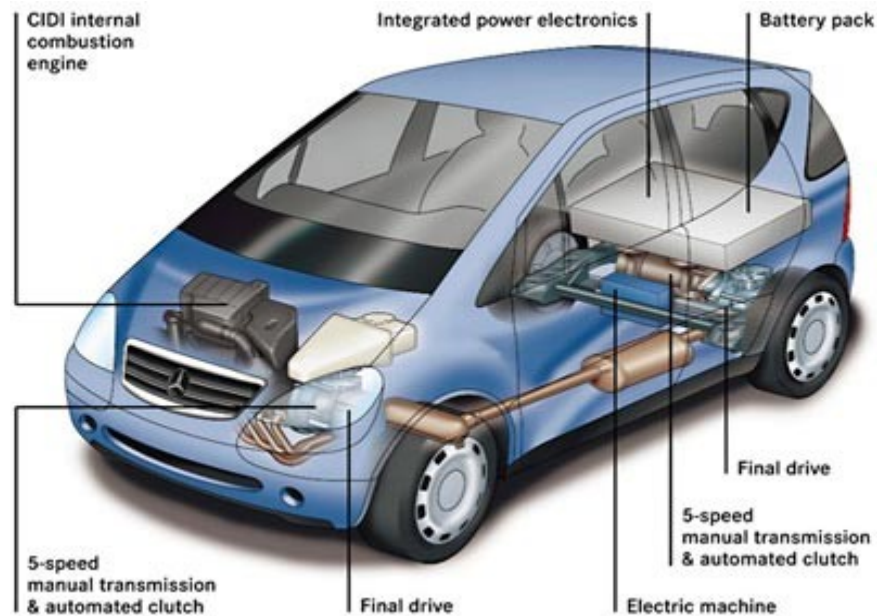
GM EV1



Toyota Prius



Honda Insight



- ◆ Fuel cell vehicles use a fuel cell to power an electric motor.

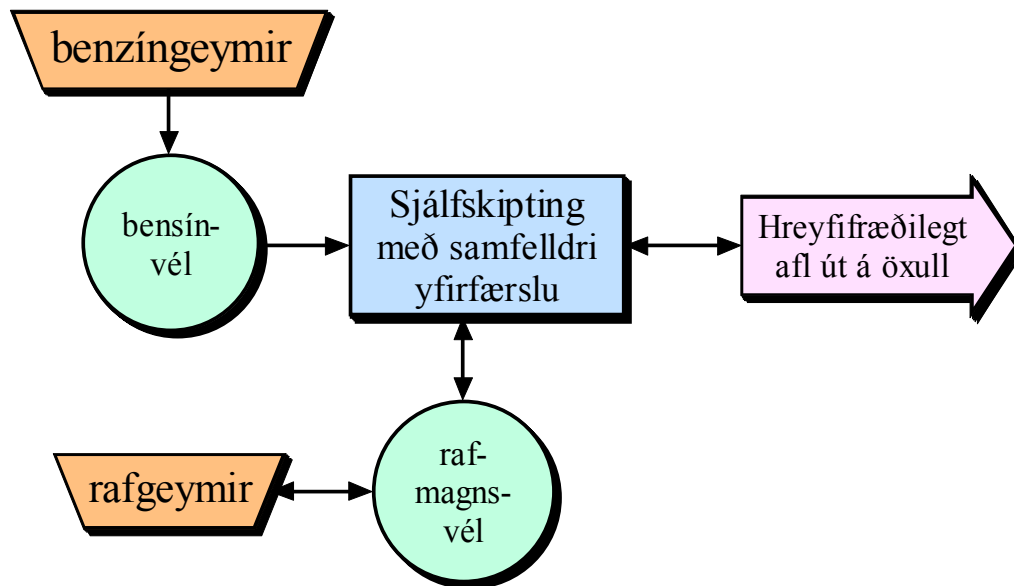




UNIVERSITY OF ICELAND

Tvinnbílar (Hybrid cars)

- Rafmagnsvélar verða notaðar í auknum mæli í samgöngum framtíðarinnar
- Rafmagnsvélar eru þegar í **tvinnbílum** (svo sem Toyota Prius)

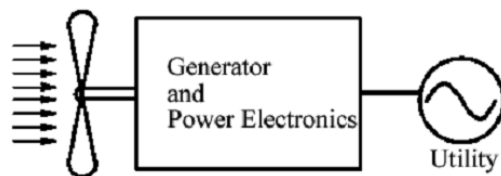




UNIVERSITY OF ICELAND

Notkun rafmagnsvéla og rafdrifa við beislun vindorku

Rafmagnsvélar og rafdrif eru og verða notuð við við dreifða orkuvinnslu t.d. í vindrafstöðvum





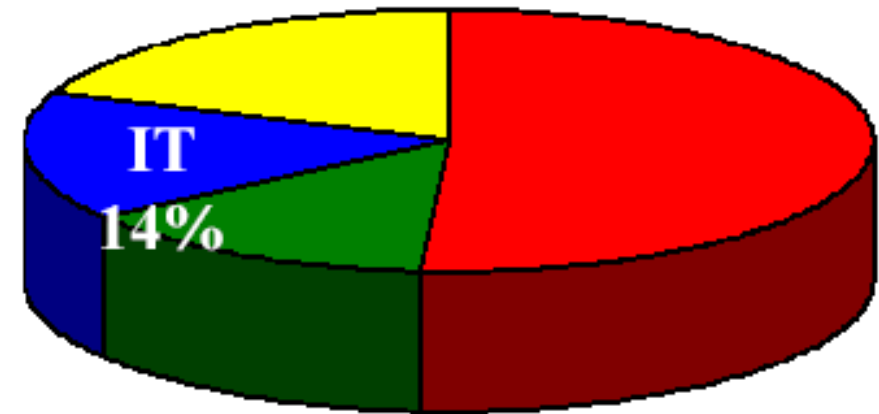
UNIVERSITY OF ICELAND

Rafmagnsvélar nota meirihluta raforku !!

- Rafmagnsvélar nota meira en 50% af allri raforku (USA)
- Þetta endurspeglar mikilvægi þeirra

(= Information
Technology
systems)

Lighting 19%



HVAC 16%

Motors 51%

(= heating
ventilating and
air conditioning
systems)



UNIVERSITY OF ICELAND

Línuleg hreyfing eða snúningshreyfing

- Mótorar geta valdið
 - Línulegri hreyfingu,
 - Snúningshreyfingu

A linear stepper motor





UNIVERSITY OF ICELAND

Hvað er rafmagnsvél?

- Rafmagnsvél umbreytir orku úr raforku í hreyfiorku (mótor) eða úr hreyfiorku í raforku (rafali)
- Hreyfiorkan er snúningsorka (en getur einnig verið línuleg hreyfing)



1-fasa eða 3-fasa riðstraumur um rafleiðslur
oftast með fastri spennu og tíðni - eða
jafnspenna/straumur

öxull oft með
föstum snúningshraða

Mótor: P_{el} \longrightarrow

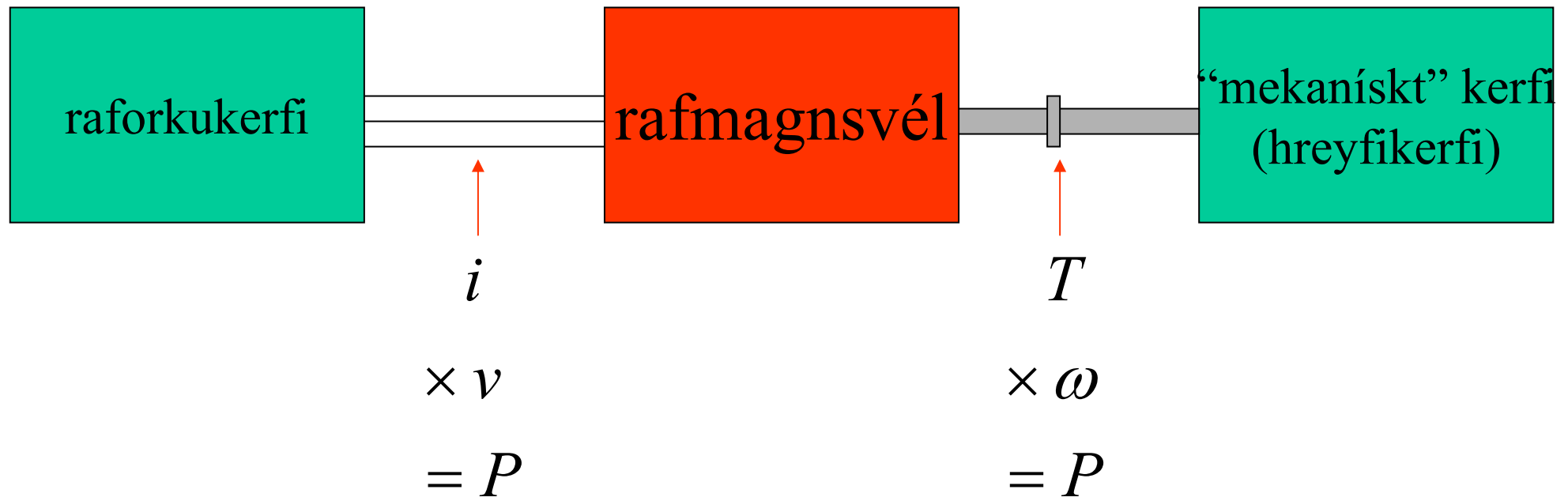
P_{mek} \longrightarrow

Rafali: $\longleftarrow P_{el}$

$\longleftarrow P_{mek}$



Afl í rafmagnsvél?



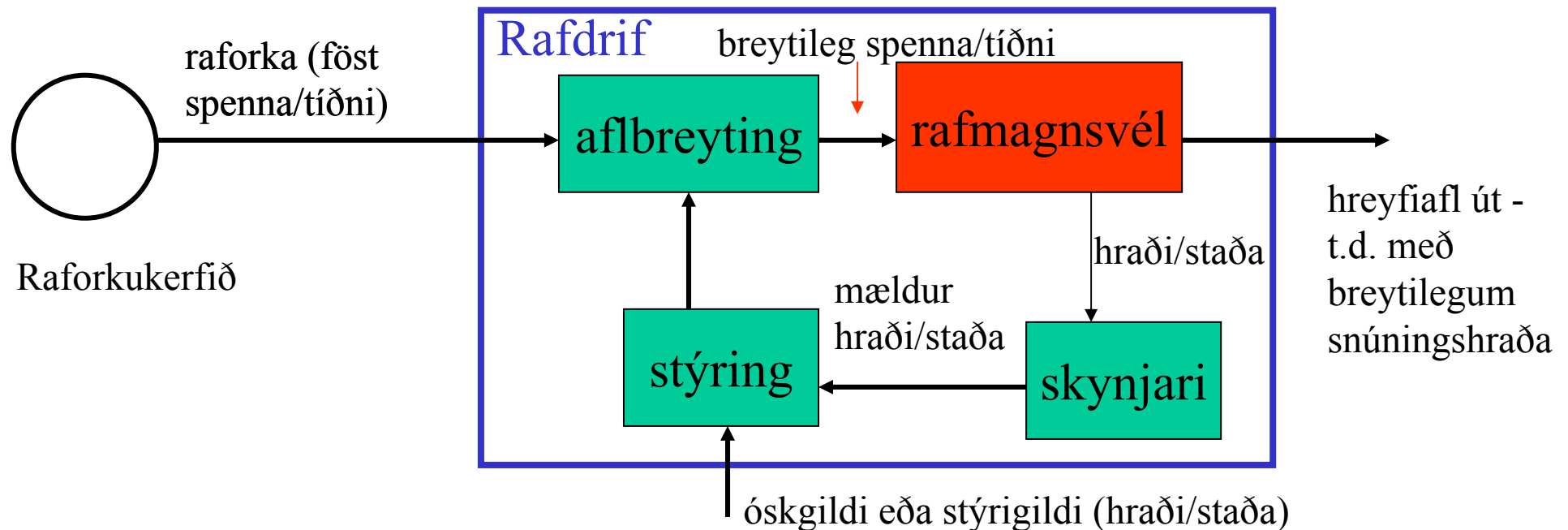
- Spurning er hvernig samband er á milli spennu og snúningshraða annars vegar og hins vegar á milli straums og vægis?



UNIVERSITY OF ICELAND

Hvað er rafdrif (electric drive)?

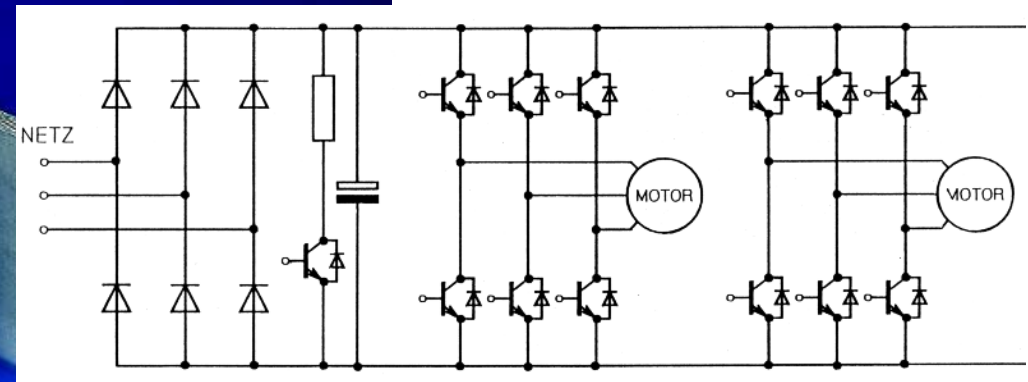
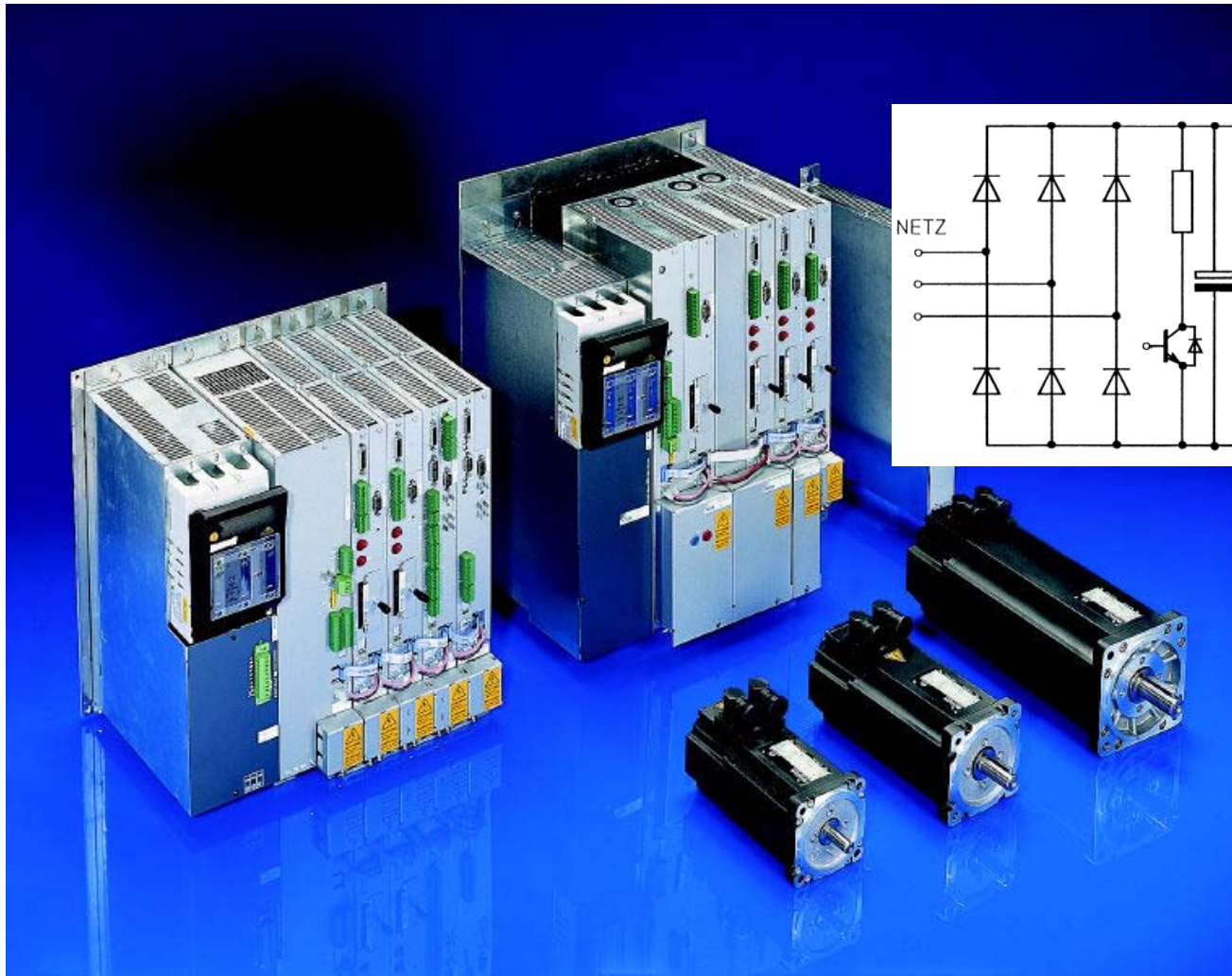
- Erfitt getur verið að stýra beint t.d. hraða rafmagnsvéla og því notum við og tölum í dag um rafdrif
- Rafmagnsvél + aflrafeindatækni = rafdrif
- (electric machine + power electronics = electric drive)





UNIVERSITY OF ICELAND

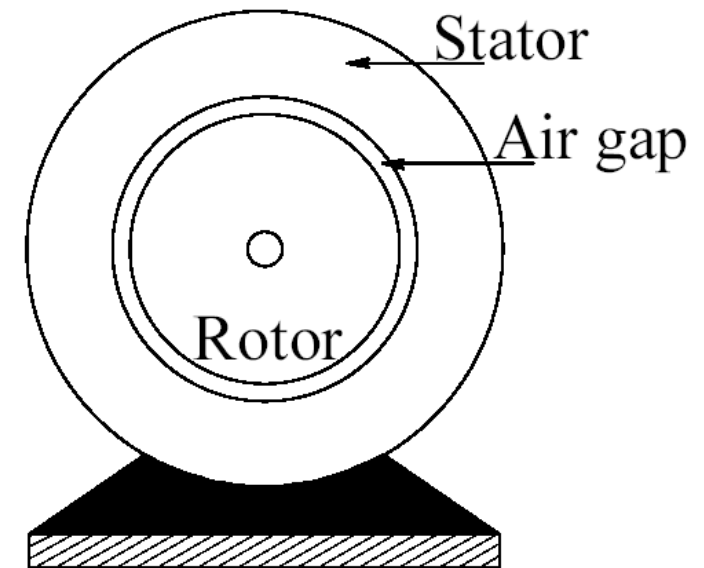
Inverters for Servo Drive Applications





Helstu hlutar rafmagnsvéla

- **Sátur** (Stator) er kyrrstæður hluti vélarinnar
- **Snúður** (Rotor) er hinn hreyfanlegi hluti vélarinnar
- **Loftbil** (Air gap) er á milli þessara hluta

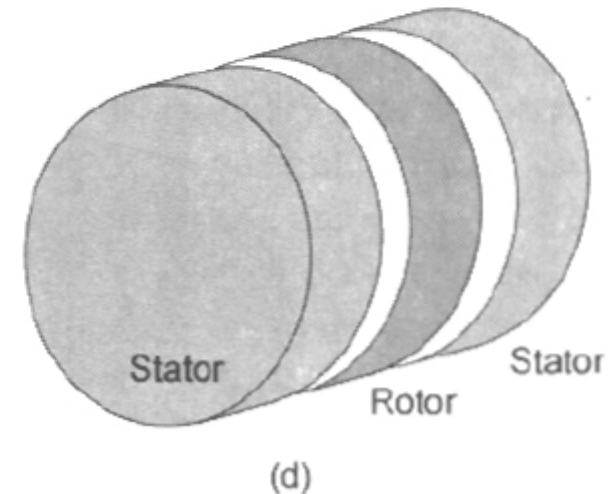
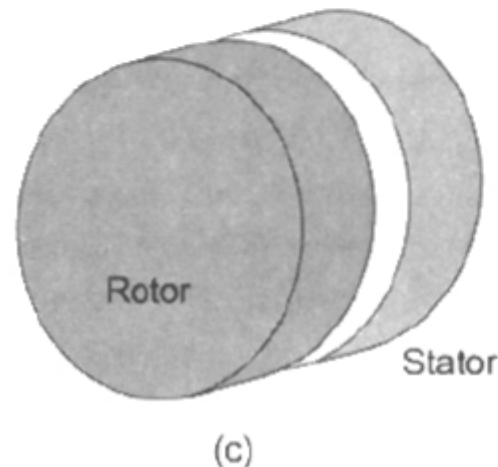
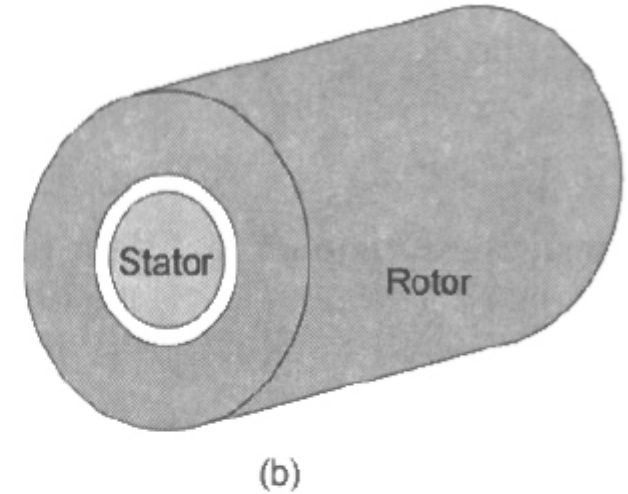
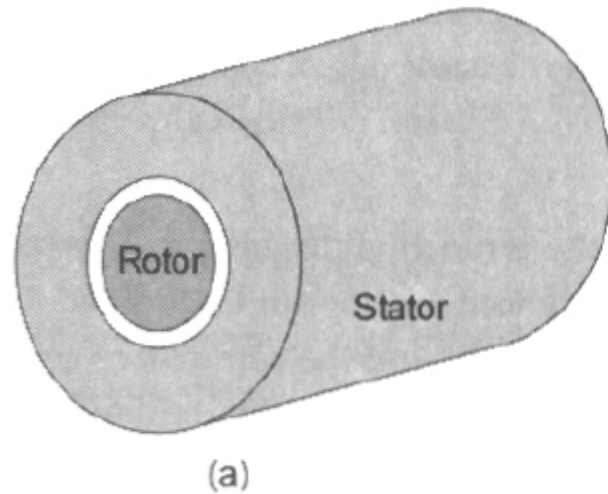




UNIVERSITY OF ICELAND

Helstu möguleikar fyrir snúningshreyfingu rafmagnsvéla

- Myndin sýnir helstu möguleika fyrir snúningshreyfingu rafmagnsvéla
- Tilfelli a er algengasta og almennasta tilfallið
- Hvernig á aflflutningur sér stað um loftbilið milli stators og rótors? Hann fæst með notkun sviðs sem flytur afl og orku milli þessara hluta vélarinnar



Heimild: "Brushless permanent motor design" eftir D Hanselman



Á hverju byggja rafmagnsvélar?

- Rafmagnsvél byggir á breytingu á orkuinnihaldi sviðs dW með notkun tiltekinnar tilfærslu eða hreyfingar dx (eða hornhreyfingu $d\theta$)
- Þá verkar tiltekinn kraftur F (eða vægi, T) á hinn hreyfanlega hluta kerfisins samkvæmt jöfnunum:

$$F = \frac{dW}{dx}$$

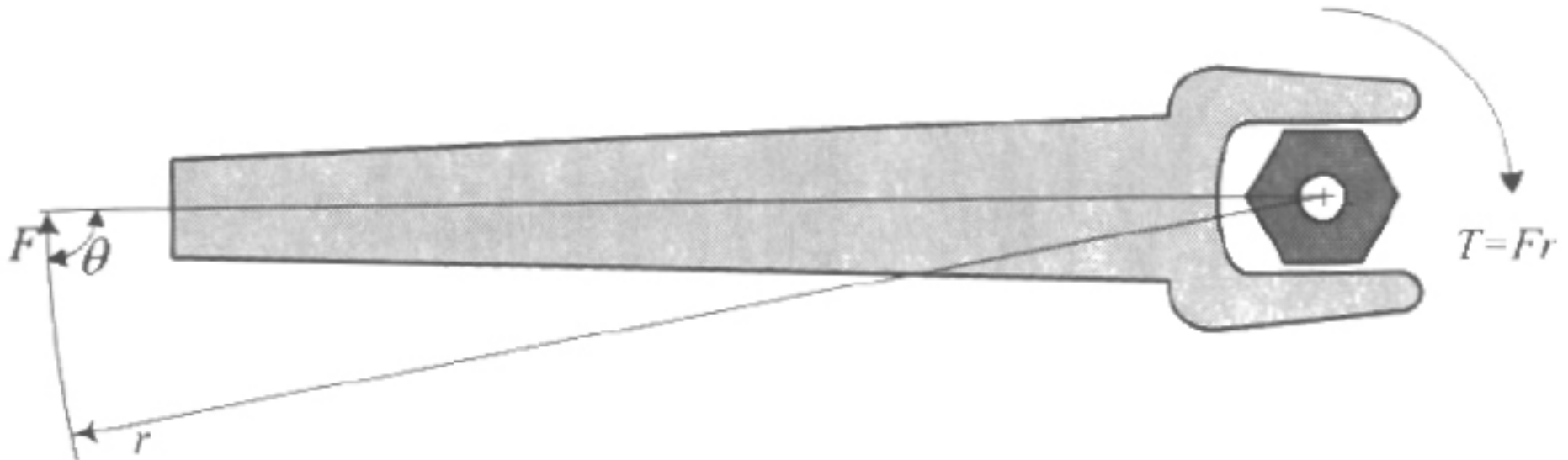
$$T = \frac{dW}{d\theta}$$

- Vægi er mikilvægt hugtak í snúningshreyfingu rafmagnsvéla
- Spurning er líka: Hvaða svið er hentugt að nota!!?



Hvað er vægi (Torque) ?

- Vægi er “kraftur sinnum armur” sbr skrúflykilinn á myndinni





UNIVERSITY OF ICELAND

Hvaða svið er hentugt að nota? Hvers vegna segulsvið?

- Berum saman segulsvið og rafsvið!?

Orkuþéttleiki rafsviðs: $w = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$

Eining fyrir w er: $\left[\text{Joule/m}^3 \right]$
 Eining fyrir E er: $\left[\text{V/m} \right]$

$w = \frac{1}{2} 8.85 \cdot 10^{-12} (3 \cdot 10^6)^2 = 40 \left[\text{Joule/m}^3 \right]$

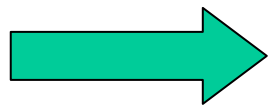
Mesti sviðsstyrkur rafsviðs í lofti

Orkuþéttleiki segulsviðs: $w = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\mu_0} B^2$

Eining fyrir B er: $\left[\text{Tesla} \right]$

$w = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7}} (1.6)^2 = 10^6 \left[\text{Joule/m}^3 \right]$

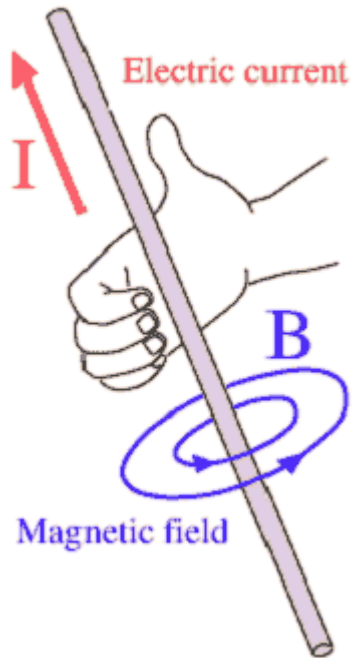
Mesti "mögulegi" styrkur segulsviðs



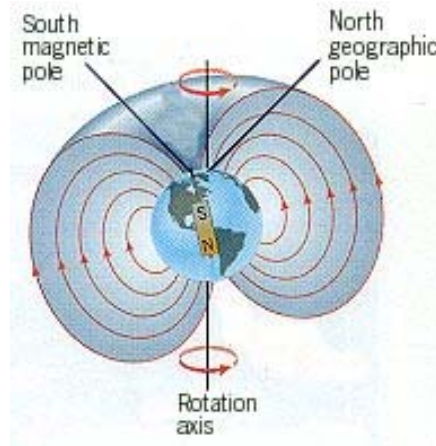
Mesta "mögulega" orkuinnihald segulsviðs er margfalt (25 þús.falt) orkuinnihald rafsviðs!!
 \Rightarrow Segulsvið er því notað í rafmagnsvélar



UNIVERSITY OF ICELAND



Segulrásir (Magnetic circuits)

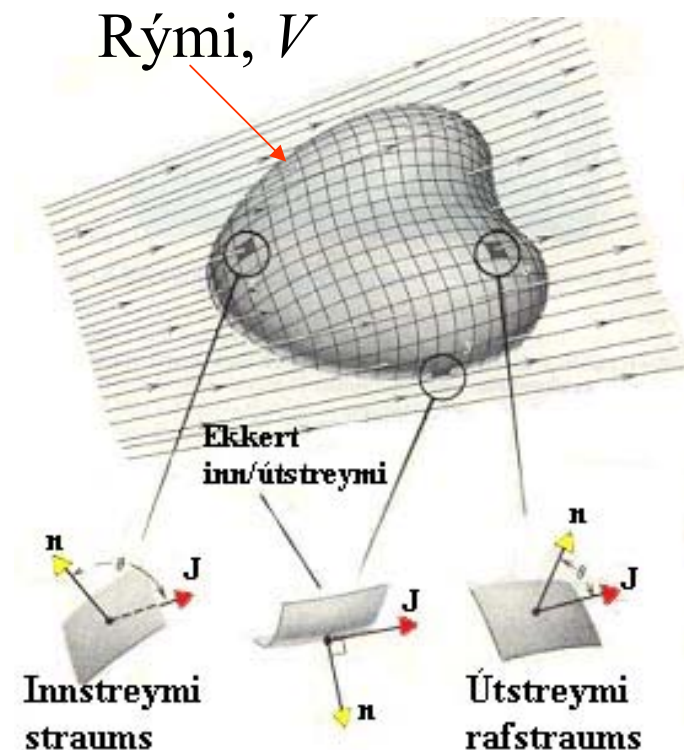




UNIVERSITY OF ICELAND

Rásir fást úr “samfelldu streymi”

- Segulrásir eru hliðstæðar rafrásur
- Samfelld streymi og aðskildir straumar eða flæði. Hvað er það sem flæðir?
- Hugtakið: Rás (circuit)
 - Straumbéttleiki/Heildarstraumur?
 - Rafrásir
 - Segulrásir
- Tenging þessara hugtaka og hliðstæður í þeim
- Heildarstraumur inn í rýmið



$$\oiint \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} da$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Rafrásir: Lögmál Kirchoffs um straum (KCL*)

Gustav Robert
Kirchoff
(1824-1887)



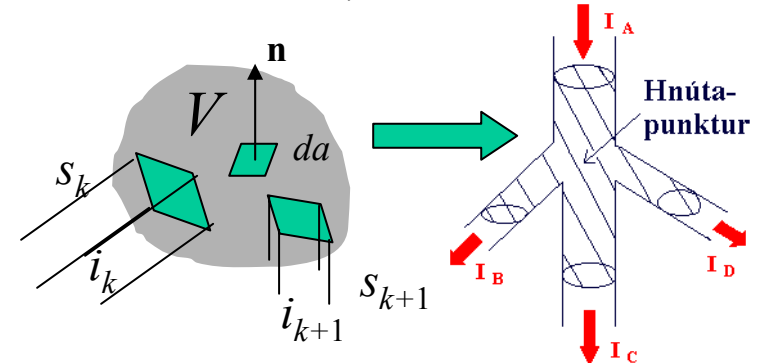
- Hleðsla verður ekki til úr engu. Hún hverfur heldur ekki. Lögmálið um viðhald hleðslu segir að heildarbreyting á hleðslu í tilteknu rými, V , á tímaeiningu (fyrrri liður jöfnunnar) sé jöfn heildarstraumnum inn í rýmið (seinni liður).
- Við skiptum lokaða fletinum er afmarkar rýmið í mismunandi úttök, og er úttak nr. k nefnt, s_k . Skilgreindur er nú heildarstraumur út úr lokaða rýminu sem samanlagður straumur allra úttaka þar sem úttak nr k , sem er n.k. “slanga” eða “rör”, þ.e leiðsla.
- Ekki gert ráð fyrir að hleðsla safnist upp inni í rýminu ef það er einfaldur hnútapunktur rásarinnar og því er síðasta jafnan $= 0$
- Þetta er straumlögmál Kirchoffs, þ.e. $\sum_k i_k = 0$

* = Kirchoff's Current Law

$$\int_V \frac{d\rho_f}{dt} dv = \oiint \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} da$$

Aukning hleðslu á tímaeiningu í rýminu
Heildarstraumur inn í rýmið

$$\oiint \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} da = \sum_k i_k = \sum_k \iint_{s_k} \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} da$$



$$\sum_k \iint_{s_k} \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} da = -\sum_k i_k = 0$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Rafrásir: Lögmál Kirchoffs um spennu (KVL*)

Gustav Robert
Kirchoff
(1824-1887)



- Faradays lögmál á heildunarformi $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \iint \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} da = 0$
 - Við skilgreinum spennu milli 2 punkta $v_k = \int_{a_k}^{b_k} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$
 - Summa spennuvísanna yfir lokaðan feril $V = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$
 - Þá verður jafnan fyrir lokaða ferilinn: $V = \sum_{k=1}^N v_k = 0$
 - Lögmál Ohms fyrir straumþéttleika: $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$
 - Fyrir leiðara með föstu þversniði, A og lengd, l $I = |\mathbf{J}| A$
 - Við fáum því skilgreiningu hugtaksins viðnám, R $V = \int_{a_k}^{b_k} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \frac{\mathbf{J}}{\sigma} \cdot l = \frac{I}{A\sigma} \cdot l$
- $$V = RI \quad R = \frac{l}{A\sigma}$$

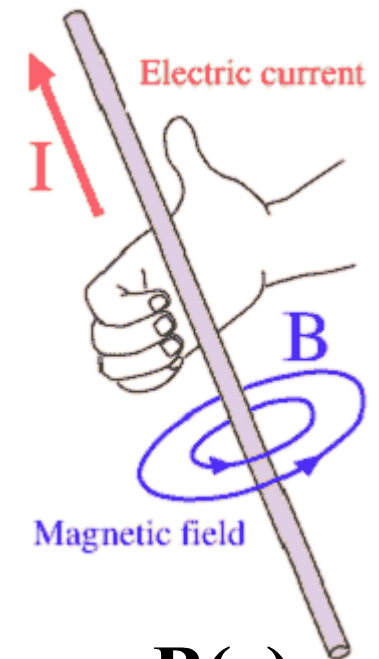
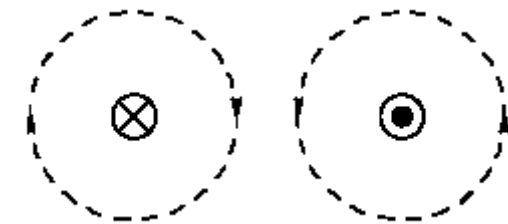
* = Kirchoff's Voltage Law



UNIVERSITY OF ICELAND

Segulsvið myndast við rafstraum

- **ATH: Leiðari sem flytur rafstraum veldur segulsviði umhverfis leiðarann**
- *Stefna* segulsviðsins ræðst af straumstefnunni samkvæmt s.k. hægrihandarreglu
- Segulsviðið er táknað með *vektorunum* \mathbf{H} eða \mathbf{B} þar sem hver punktur 3-víða rúmsins, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ hefur vektorinn $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ og vektorinn $\mathbf{H}(\mathbf{x})$
- Samband \mathbf{B} og \mathbf{H} er: $\mathbf{B} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H} = \mu \mathbf{H}$
- \mathbf{B} nefnist **segulsviðspéttleiki** eða einfaldlega **segulsvið** (magnetic flux density eða magnetic field)
- \mathbf{H} nefnist **segulsviðsstyrkur** (magnetic field intensity)



μ er **segullekt** (permeability) og skiptist í: $\mu = \mu_r \mu_0$

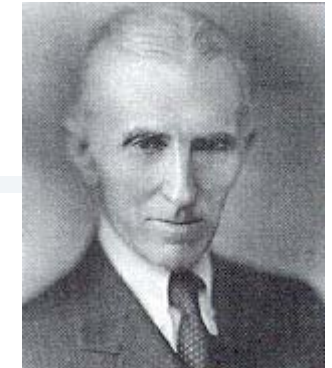


UNIVERSITY OF ICELAND

Magnetic field strength

- Segulsvið mælist í mælieiningunum Tesla eða Gauss
- Einingin **Tesla** (T) er stöðluð mælieining í SI kerfinu

Source	Magnetic Field (Gauss)
Earth	0.5
Appliance	10
Bar magnet	100
Large electro-magnet	50,000



Nicola Tesla (1856-1943)
His AC power transmission won over Thomas Edison's DC power.

$$1 \text{ Tesla (T)} = 10,000 \text{ Gauss}$$



Friedrich Gauss (1777-1855)



Fyrir önnur efni en
járnsegulmögnuð
efni er segullektin

$$\mu_r \cong 1$$

Fyrir
járnsegulmögnuð
efni hefur
segullektin
 μ_r gildi á bilinu
200-100000,
venjulega 200-5000

Table 3.2.2 Classifications and Relative Permeabilities of Selected Materials

Material	Classification	Relative Permeability, μ_r
Bismuth	diamagnetic	0.99983
Silver	diamagnetic	0.99998
Lead	diamagnetic	0.999983
Copper	diamagnetic	0.99999 1
Water	diamagnetic	0.99999 1
Vacuum	nonmagnetic	1
Air	paramagnetic	1.0000004
Aluminum	paramagnetic	1.00002
Palladium	paramagnetic	1.0008
2-8 1 Permalloy powder (2 Mo, 81 Ni, Iron)	super-paramagnetic	130
Cobalt	ferromagnetic	250
Nickel	ferromagnetic	600
Ferroxcube 3 (Mn-Zn-ferrite powder)	ferrimagnetic	1,500
Ferrites	ferrimagnetic	160~ 10,000
Mild steel (0.2 C)	ferromagnetic	2,000
Iron (0.2 impurity)	ferromagnetic	5,000
Silicon iron (4 Si)	ferromagnetic	7,000
78 Permalloy (78.5 Ni)	ferromagnetic	100,000
Mumetal (75 Ni, 5 Cu, 2 Cr)	ferromagnetic	100,000
Purified iron (0.05 impurity)	ferromagnetic	200,000
Superalloy (5 Mo, 79 Ni)	ferromagnetic	1,000,000



UNIVERSITY OF ICELAND

Einingar í rafsegulfræði

TABLE 36.1 Units in Magnetism

Quality	Symbol	cgs Units	×	Factor	=	SI units
		$B = H + 4\pi M$				$B = \mu_0(H + M)$
Magnetic flux density	B	gauss (G)	×	10^{-4}	=	tesla (T), Wb/m ²
Magnetic flux	Φ	maxwell (Mx) G · cm ²	×	10^{-8}	=	webers (Wb)
Magnetic potential difference (magnetomotive force)	U	gilbert (Gb)	×	$10/4\pi$	=	ampere (A)
Magnetic field strength	H	oersted (Oe)	×	$10^3/4\pi$	=	A/m
Magnetization (per volume)	M	emu/cc	×	10^3	=	A · m
Magnetization (per mass)	σ	emu/g	×	1	=	A · m ² /kg
Magnetic moment	m	emu	×	10^{-3}	=	A · m ²
Susceptibility (volume)	χ	dimensionless	×	4π	=	dimensionless
Susceptibility (mass)	κ	dimensionless	×	4π	=	dimensionless
Permeability (vacuum)	μ_0	dimensionless	×	$4\pi \cdot 10^{-7}$	=	Wb/A · m
Permeability (material)	μ	dimensionless	×	$4\pi \cdot 10^{-7}$	=	Wb/A · m
Bohr magneton	μ_B	$= 0.927 \times 10^{-20}$ erg/Oe	×	10^{-3}	=	Am ²
Demagnetizing factor	N	dimensionless	×	$1/4\pi$	=	dimensionless



Einingar fyrir H sviðið

Magnetic Field Intensity H

$$1.0 \text{ (A}\cdot\text{turn)/m} = 4\pi \times 10^{-3} \text{ Oe}$$

$$= 4\pi \times 10^{-3} \text{ Gb/cm}$$

$$= 0.0254 \text{ (A}\cdot\text{turn)/in}$$

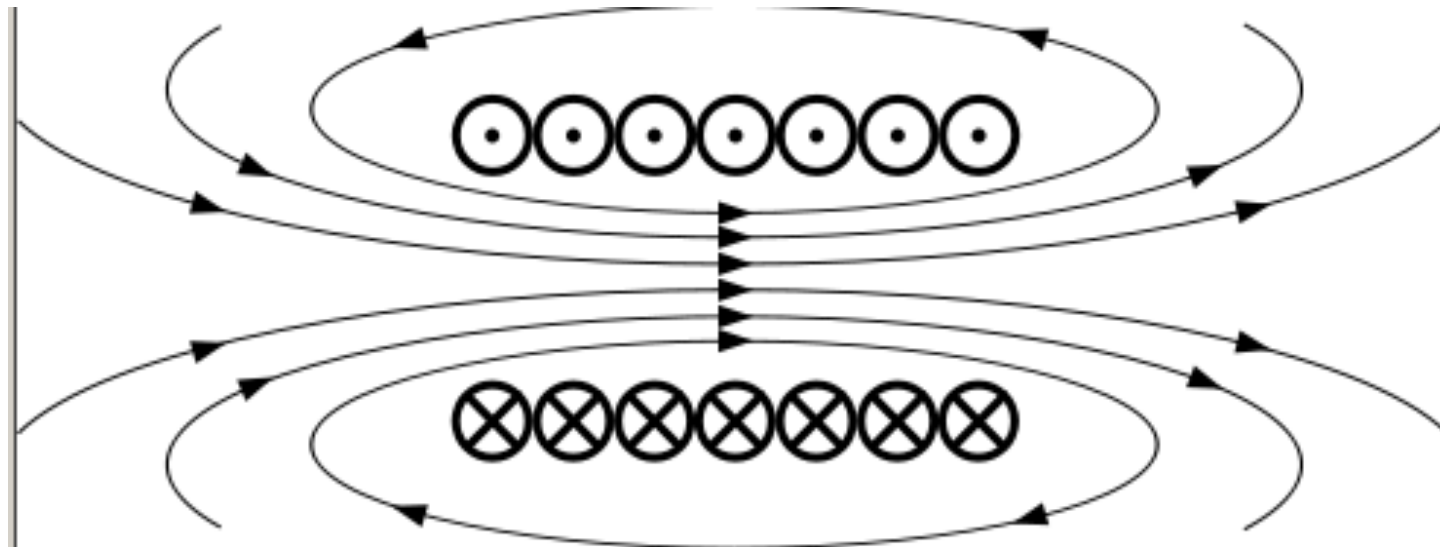
$$1.0 \text{ Oe} = 79.5775 \text{ (A}\cdot\text{turn)/m}$$

$$= 1.0 \text{ Gb/cm}$$

$$= 2.02127 \text{ (A}\cdot\text{turn)/in}$$



Uppspretta segulsviðs

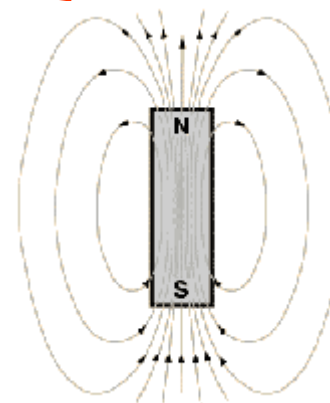
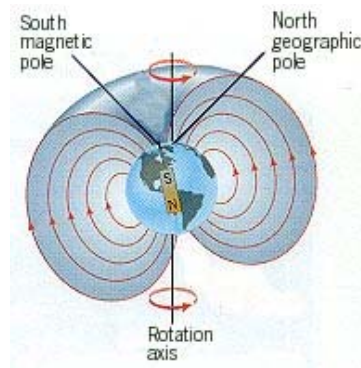
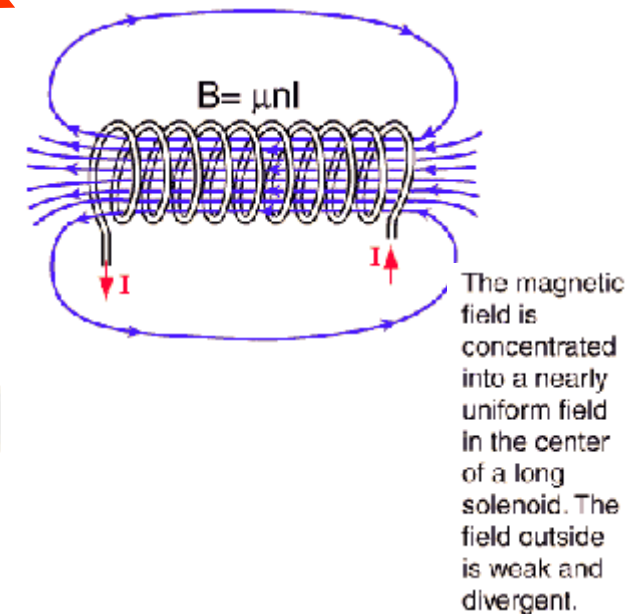
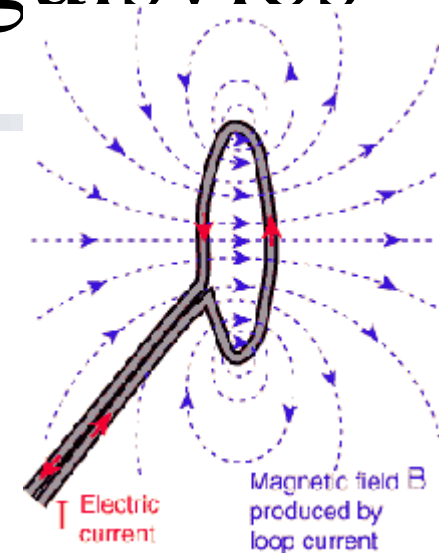




UNIVERSITY OF ICELAND

Nokkrar uppsprettur segulsviðs

- Segulsvið má einnig framkalla með rafstraumi sem fer um vír er snúið er í *slaufu*
- ...eða með því að vefja vírnum í *margar slaufur* og mynda *spólu*...og *margfalda sviðið!*
- ...eða með því að nota *sísegul* úr þar til gerðu segulmögnuðu efni eða *samtvinna* þessa þætti!
- ... *Jörðin* sjálf er einnig uppspretta segulsviðs (jarðeðlisfræði)





Maxwells jöfnur

- Maxwells jöfnur eru með tvennum hætti
 - Heildarform
 - Diffurform

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0; \quad \oiint_S \bar{B} \cdot d\bar{S} = 0$$

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J}; \quad \oint_C \bar{H} \cdot d\bar{l} = I$$

$$\nabla \times \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}; \quad \oint_C \bar{E} \cdot d\bar{l} = -\iint_S \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \cdot d\bar{S}$$



UNIVERSITY OF ICELAND



Amperes lögmál

- \mathbf{J} er straumbéttleiki
- $d\mathbf{a}$ er flatareind
- \mathbf{E} er rafsvið
- i er straumur
- $d\mathbf{l}$ er stutt línubil
- Jöfnur **Maxwells** skýra hegðun segulsviðs við *hraðar* breytingar (ef reiknað er með rafsegulgeislun)
- Við *hægar* breytingar (án rafsegulgeislunar) verður til **Lögmál Amperes** sem segir hvernig *styrkur* sviðsins á lokuðum ferli ræðst af heildarstraumi í gegnum ferilinn

$$\mu \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \mu \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a}$$

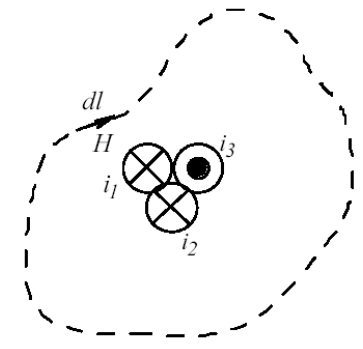
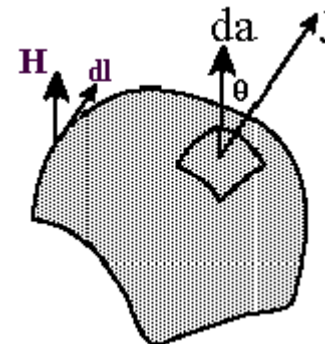
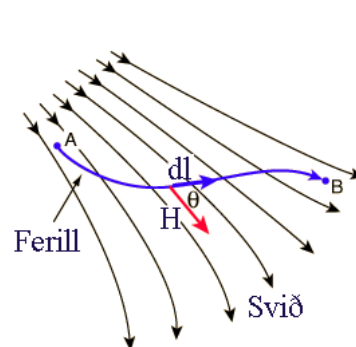
= 0 við hægar breytingar

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a} = I$$

Línuheild

Flatarheild

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum i = i_1 + i_2 - i_3$$





UNIVERSITY OF ICELAND

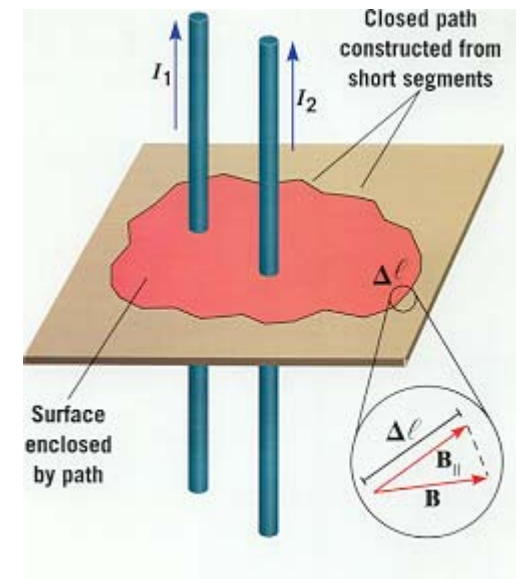
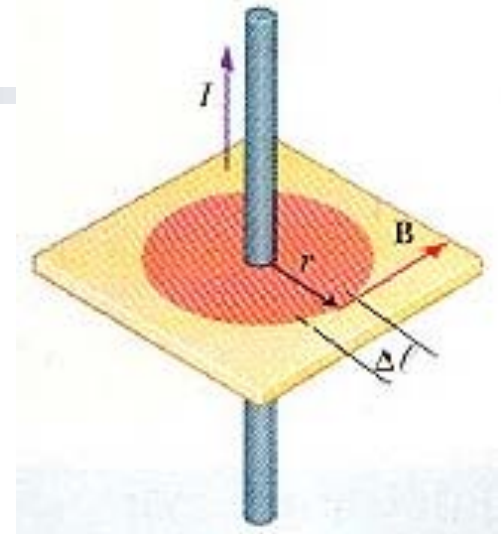
Segulsvið umhverfis einn leiðara

- Nánar tiltekið er heild ofanvarps af H - sviði á lokaða ferilinn jafnt samanlögðum straumi, I í gegnum ferilinn
- Ampers - lögmáli beitt á hringferil
 - H - vektorinn hefur eininguna A/m
 - Styrkurinn minnkar með $1/r$, r
 - r er fjarlægð frá leiðara
- **Næst er skoðuð einföld segulrás**

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I$$

$$H \cdot 2\pi r = I$$

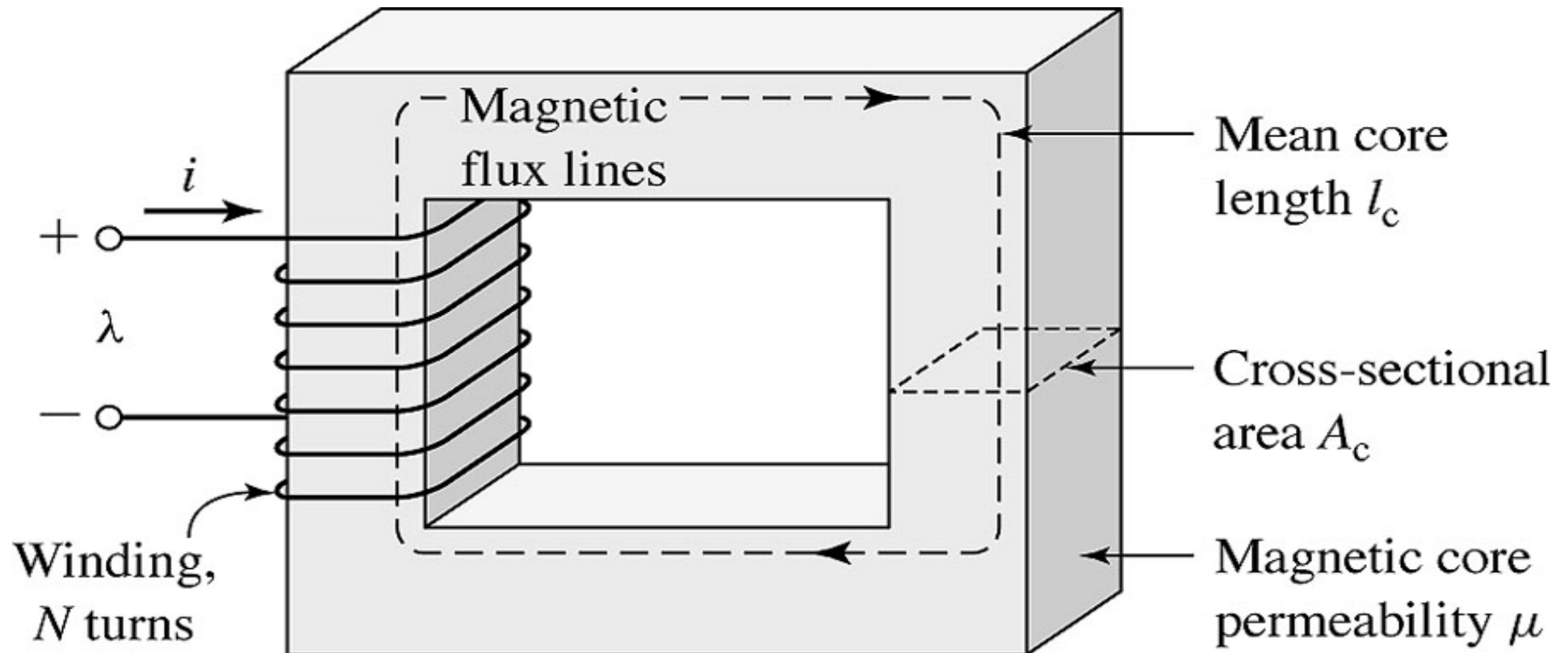
$$H = \frac{I}{2\pi r}$$





UNIVERSITY OF ICELAND

A simple magnetic circuit



$$\text{Flúxvafningar} = \lambda = N\phi$$



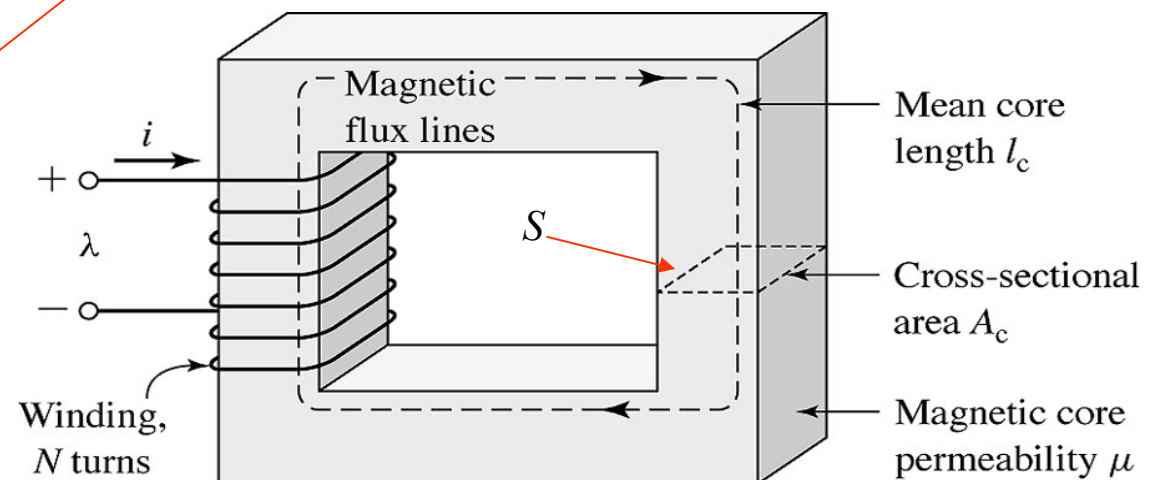
UNIVERSITY OF ICELAND

Segulkraftur í segulrás

- Skilgreinum hugtakið **segulflæði eða flúx** (ϕ). (Magnetic flux) þar sem heildað er yfir þverskurðarflöt kjarnans, S
- Flúxinn (ϕ) er margfeldi segulsviðs (B_c) og flatarmáls (A_c), þegar B_c er jafndreift yfir þversniðið
- Skilgreinum hugtakið **segulkraftur** (Magnetic force) samkvæmt lögmáli Amperes

$$\phi = \iiint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} = B_c \cdot A_c$$

$$F = \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = H_c \cdot l_c = Ni$$





UNIVERSITY OF ICELAND

Segulviðnám í segulrás

- Unnt er nú af sameina ofangreindar jöfnur og fæst þá
- Hér hefur verið innleitt hugtakið **segulviðnám**, R með eftirfarandi skilgreiningu:

$$F = H_c \cdot l_c = \frac{B_c}{\mu} \cdot l_c = \frac{\phi}{A_c \mu} \cdot l_c = \phi R$$

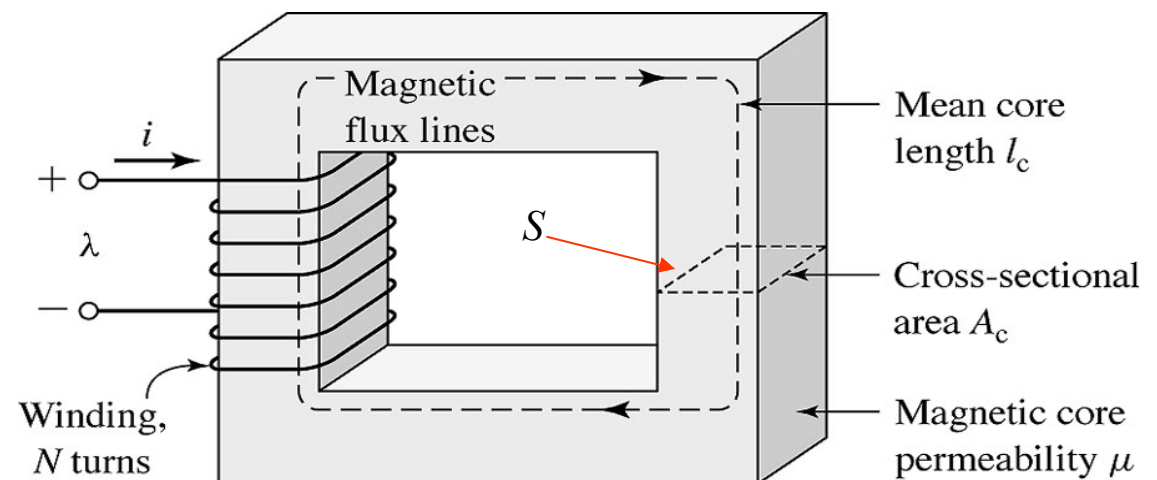
$$R = \frac{l_c}{A_c \mu}$$

- Við fáum eftirfarandi samband milli **segulkrafts**, **segulflæðis** og **segulviðnáms**

$$F = \phi R$$

- Þetta samsvarar Ohms lögmáli

$$V = IR$$





Segulviðnám í segulrás

- Berum saman jöfnur fyrir **segulviðnám í segulrás** og **ohmskt viðnám í rafrás**
- Þeim mun lengri sem kjarni er (l, l_c) þeim mun meira viðnám (“rétt hlutfall”)
- Efnisfastar eru segullekt, μ , annarsvegar og eðlisviðnám, ρ hins vegar. μ er því mælikvarði á eðlis**leiðni** efnisins fyrir segullínur, en ρ mælikvarði á eðlis**viðnám** efnisins gegn rafstraumi
- Þeim mun sverari sem kjarni (eða leiðari) er (A, A_c) þeim mun minna viðnám (“öfugt hlutfall”)

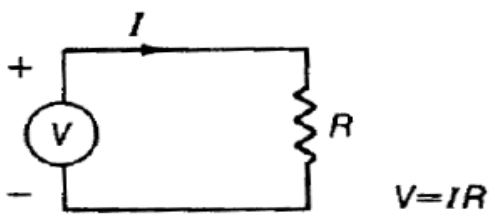
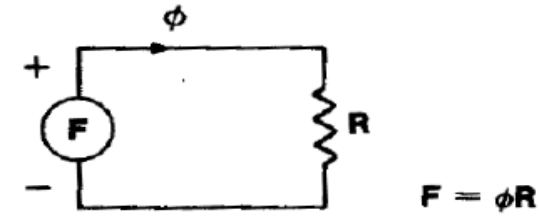
$$R = \frac{l_c}{A_c \mu}$$

$$R = \frac{\rho l}{A}$$

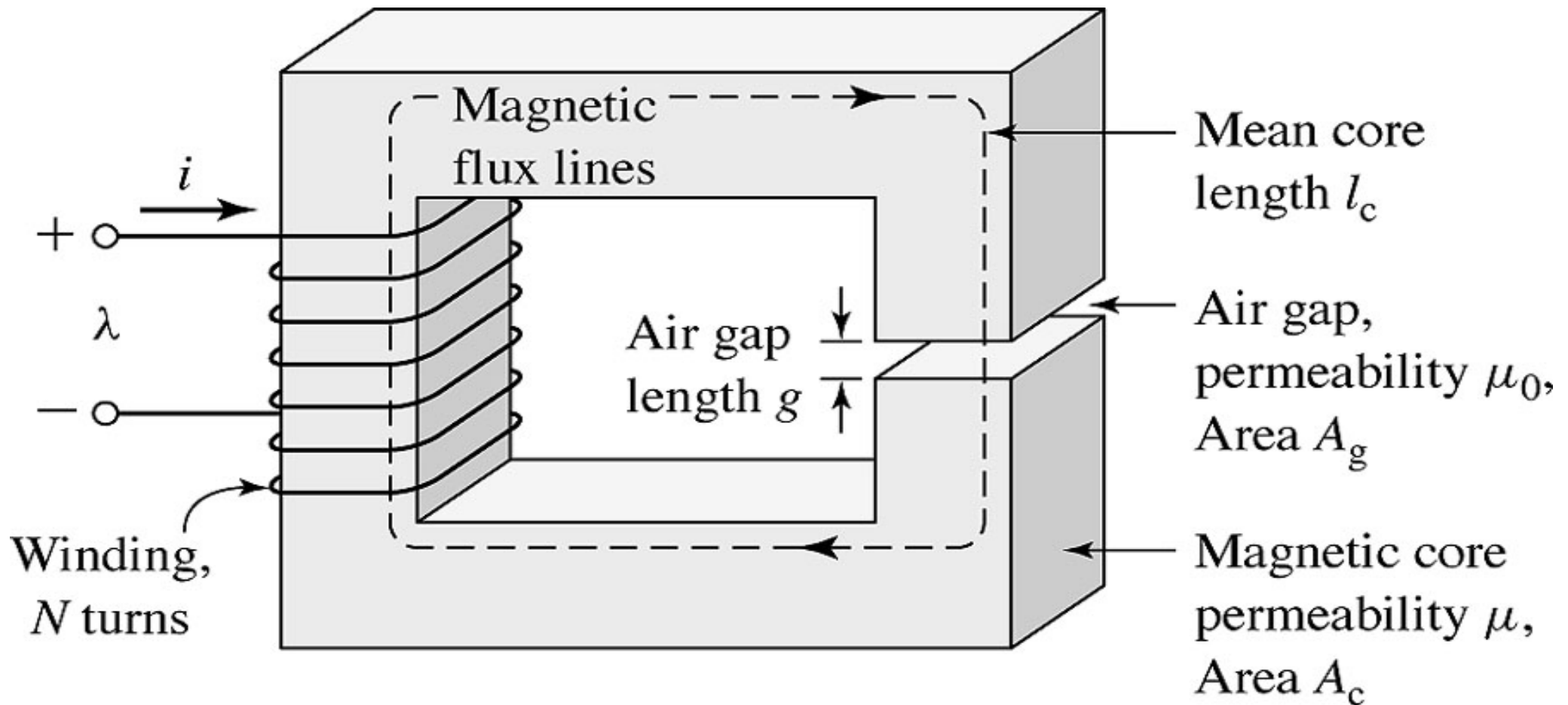


Samsvörun segul- og rafrása

UNIVERSIT

	Electric Circuit	Unit	Magnetic Circuit	Unit
Driving force	emf (V)	V	mmf (F)	At
Response	current (I)	A	flux (ϕ)	Wb
Impedance	resistance (R)	Ω	reluctance (R)	1/H
Equivalent circuit				
Field intensity relationship	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = V$	V	$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$	A
Potential difference	$V = IR$	V	$F = \phi R$	At
Other relations	$J = \frac{I}{A} = \frac{V}{AR} = \frac{El}{A(\rho l/A)}$ $= \frac{E}{\rho} = \sigma E$ <p>or $E = \rho J = J/\sigma$, where J is the current density, ρ is the resistivity, and σ is the conductivity</p>	A/m^2 $\Omega \cdot m$ $1/(\Omega \cdot m)$	$B = \frac{\phi}{A} = \frac{F}{AR} = \frac{Hl}{A(l/\mu A)}$ $= \mu H = H/\nu$ <p>or $H = B/\mu = \nu B$, where B is the flux density, μ is the permeability, and ν is the reluctivity</p>	T or Wb/m^2 H/m m/H
Admittance	conductance $G = 1/R$	S	permeance $P = 1/R$	H

A simple magnetic circuit with air gap





UNIVERSITY OF ICELAND

Segulrás með loftbili

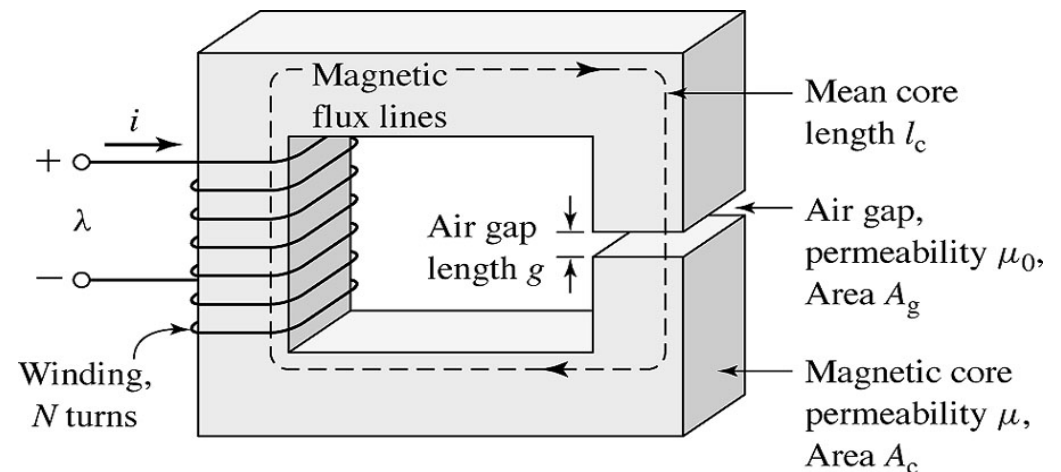
- Ef loftbilið er stutt er **Segulflæðið** hið sama bæði í kjarna og loftbili

$$B_c = \frac{\phi}{A_c} \qquad B_g = \frac{\phi}{A_g}$$

- Þá er einnig **segulsviðið** er hið sama bæði í kjarna og loftbili

$$F = H_c \cdot l_c + H_g \cdot g = Ni$$

- Segulkrafturinn** er samsettur úr 2 liðum í einföldu segulrásinni með loftbili





Segulviðnám (Reluctance)

- Athugum hugtakið, **segulviðnám**, R , (reluctance) sem mælikvarða á hversu mikill flúx myndast í kjarna og loftbili miðað við þann segulkraft sem verkar á “rásina”, og hluta hennar, þ.e. kjarna og loftbil.

$$F = \frac{B_c}{\mu} \cdot l_c + \frac{B_g}{\mu_0} \cdot g$$

$$F = \Phi \left(\frac{l_c}{\mu A_c} + \frac{g}{\mu_0 A_g} \right)$$

$$F = \Phi (R_c + R_g)$$

$$\Phi = \frac{F}{R_c + R_g} = \frac{F}{R_{tot}}$$

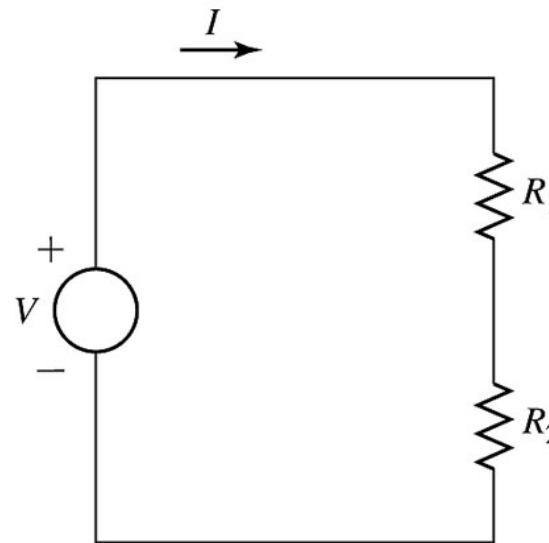
$$R_c = \frac{l_c}{\mu A_c}$$

$$R_g = \frac{g}{\mu_0 A_g}$$



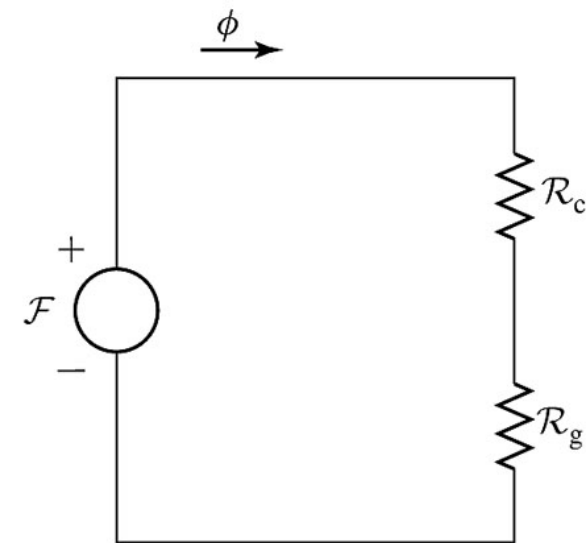
Segulrás og rafrás

- **Segulrásin er hliðstæð rafmagnsrás!!**
- **Segulviðnámið, R ,** (reluctance) samsvarar ohmsku viðnámi, R í rafrás.
- **Segulkrafturinn, $F = Ni$** samsvarar spennu, V , í rafrás
- **Flúxinn, Φ ,** samsvarar straumi, I , í rafrás



$$I = \frac{V}{(R_1 + R_2)}$$

(a)



$$\phi = \frac{F}{(\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g)}$$

(b)

$$R_c = \frac{l_c}{\mu A_c}$$

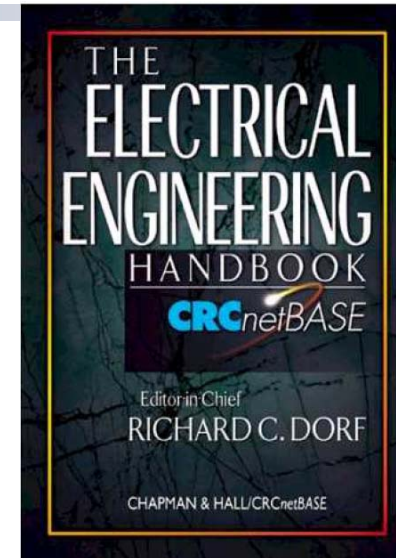
$$R_g = \frac{g}{\mu_0 A_g}$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Tilvísanir heimildir

- <http://pictures.leonardo-energy.org/>
- R.C. Dorf (ed): “Electrical Engineering Handbook”, CRC press, 2000





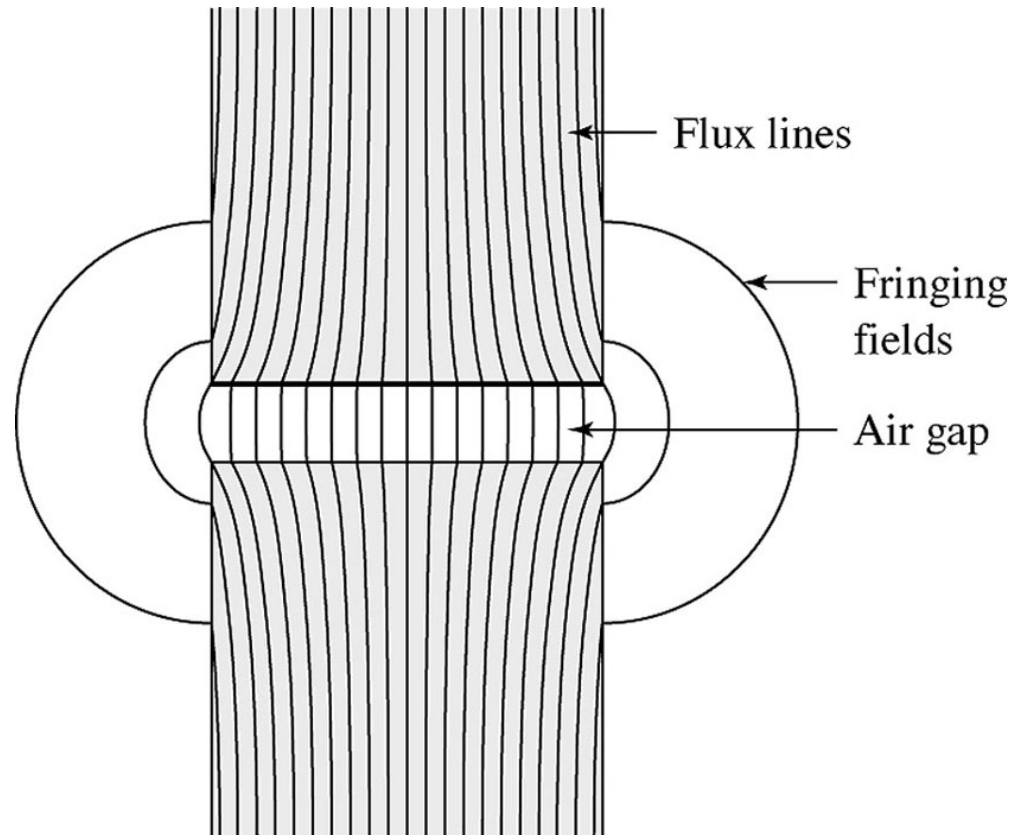
Segulviðnám og segulrásarleiðni

- Skilgreint var hugtakið
Segulviðnám, R , (reluctance) $\longrightarrow R = \frac{l}{\mu A}$
- Skilgreinum einnig hugtakið
segulrásarleiðni, P (permeance) $\longrightarrow P = \frac{1}{R}$
- Ath.: Flúxinn er alls staðar sá sami í lokaðri segulrás
- Segulsviðið er sama í loftbili og kjarna!
- Oft má sleppa segulviðnámi kjarna ef $\mu \rightarrow \infty$
- N.k. “ohms lögmál” gildir fyrir segulrás $\longrightarrow \Phi = \frac{F}{R} = F \cdot P$



Bólgna sviðslínur í loftbili (Flux fringing)

- Í loftbilinu beygja segullínurnar og verða dreifðari og bólgna út miðað við kjarnann
- Áhrifin eru lítil, ef bilið er lítið en eru til að auka virkt flatarmál loftbilsins A_g
- Dæmi um líkanagerð fyrir loftbil er í “Brushless Permanent Magnet Motor Design” eftir D Hanselman



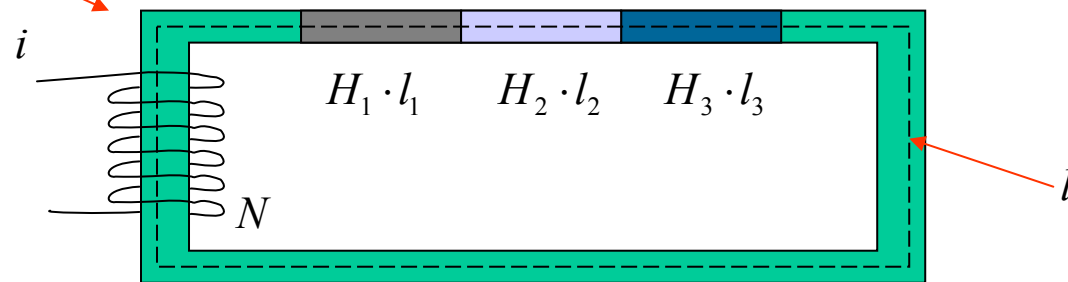


UNIVERSITY OF ICELAND

Seríutenging og samsíðatenging segulrás

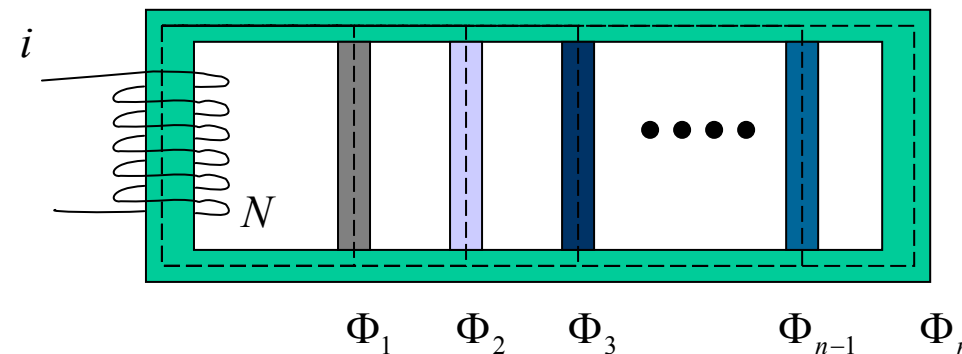
- **Seríutengd segulrás:**
Segulkraftar í seríutengdum rásum leggjast saman

$$F = \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum_k F_k = \sum_k H_k \cdot l_k$$



- **Samsíðatengd segulrás**
Flúxar í samsíða rásum leggjast saman (Kirchoffs lögmál)
(sýnidæmi)

$$\sum_{k=1}^n \Phi_k = 0$$

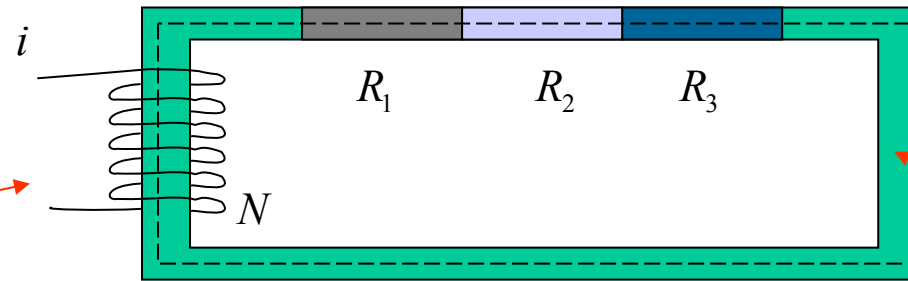




UNIVERSITY OF ICELAND

Seríutenging og samsíðatenging segulrásá (frh.)

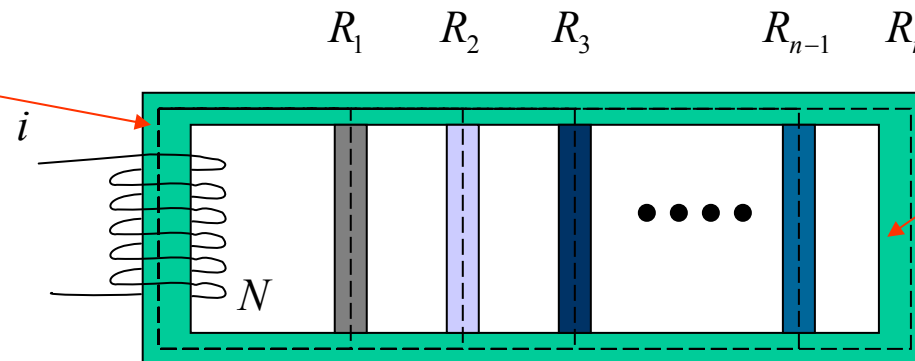
- **Seríutengd segulrás:**
Segulkraftar og segulviðnám í seríutengdum rásum leggjast saman



$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

Gerum ráð fyrir að kjarni leiði vel segullínur á “grænum svæðum”!
Þar er $R=0$

- **Samsíðatengd segulrás**
Segulviðnám leggjast saman eins og viðnám í rafmagnsrásum
- (sýnidæmi)

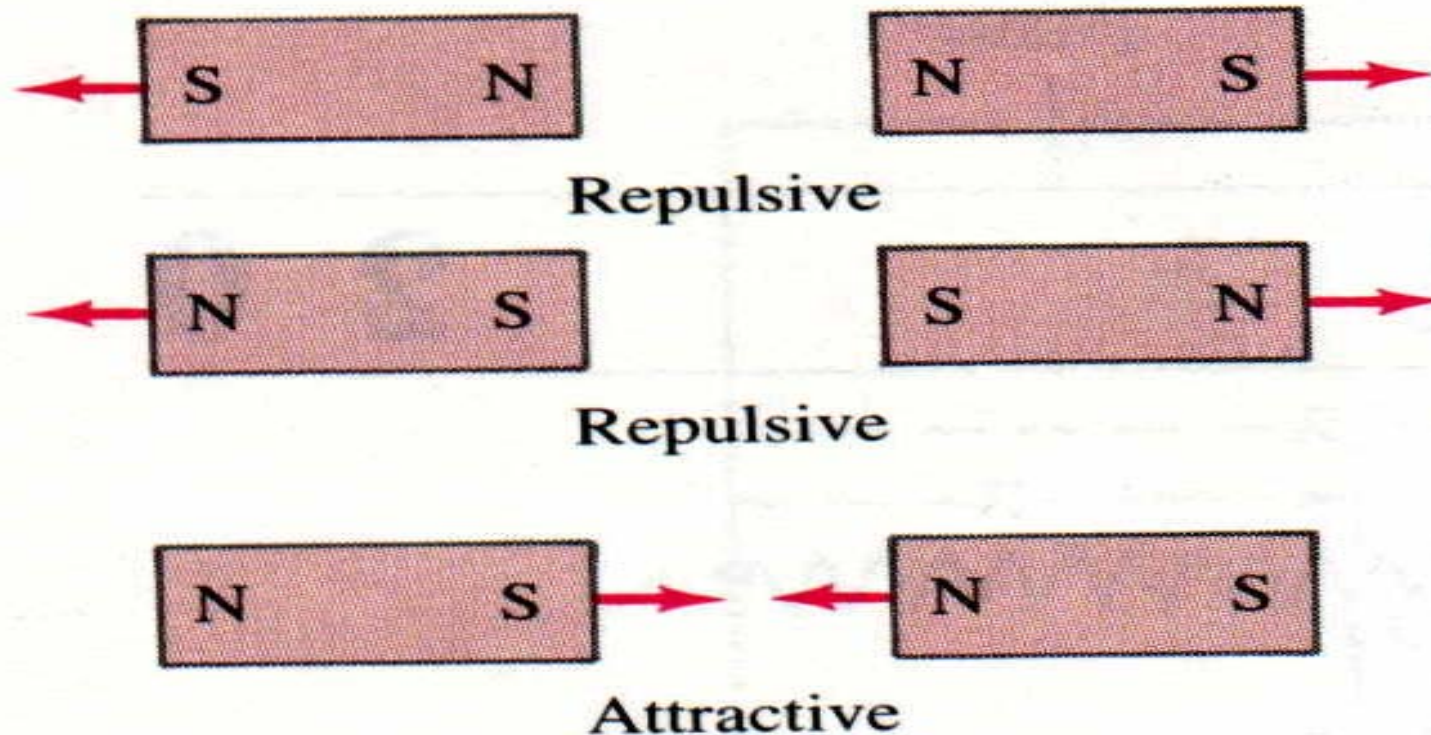


$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_{n-1}} + \frac{1}{R_n}$$



Segulsvið og kraftur á milli segulskauta

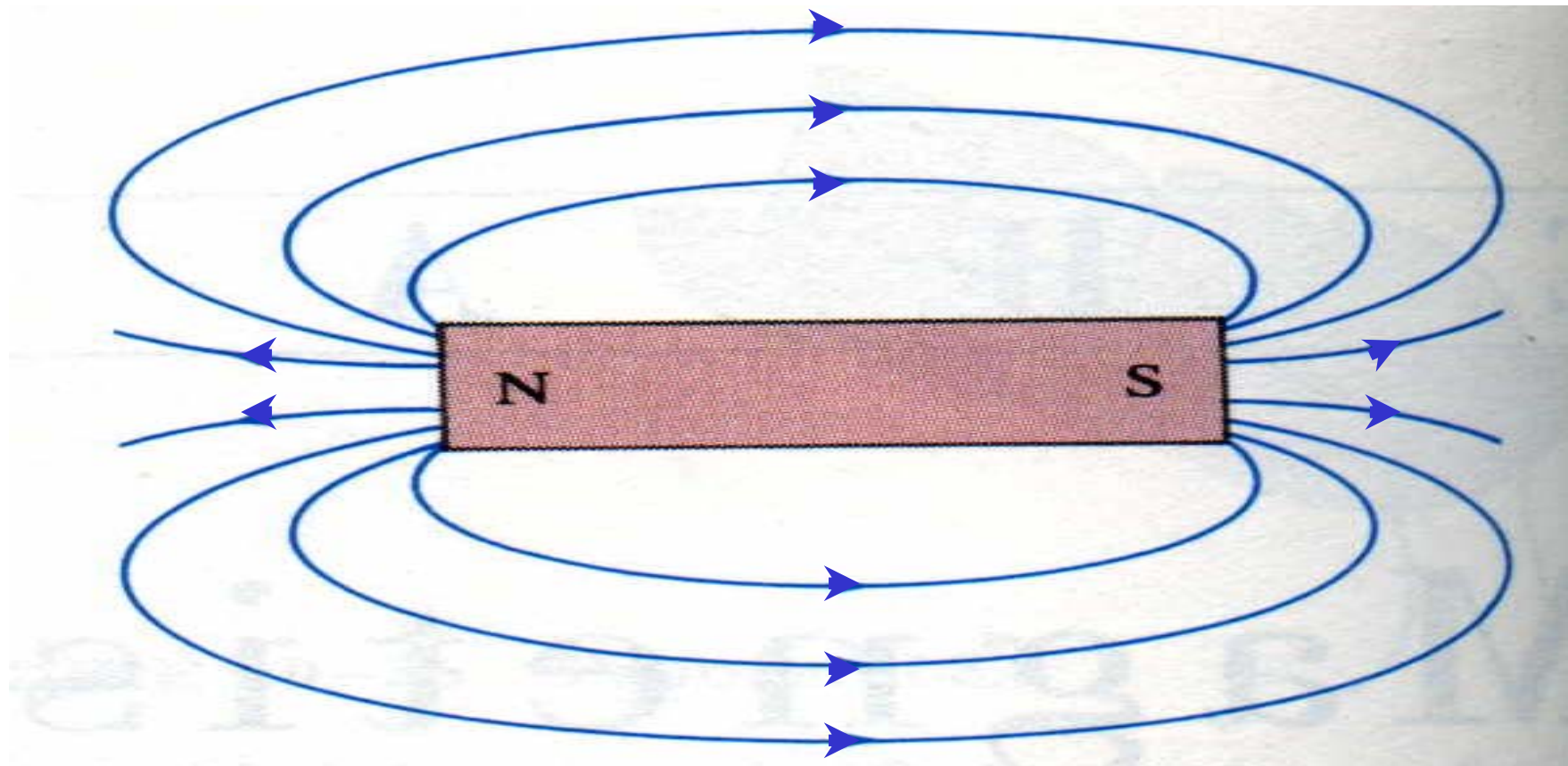
**Gagnstæð skaut draga hvort annað að sér.
Eins skaut hrinda hvort öðru frá sér.**





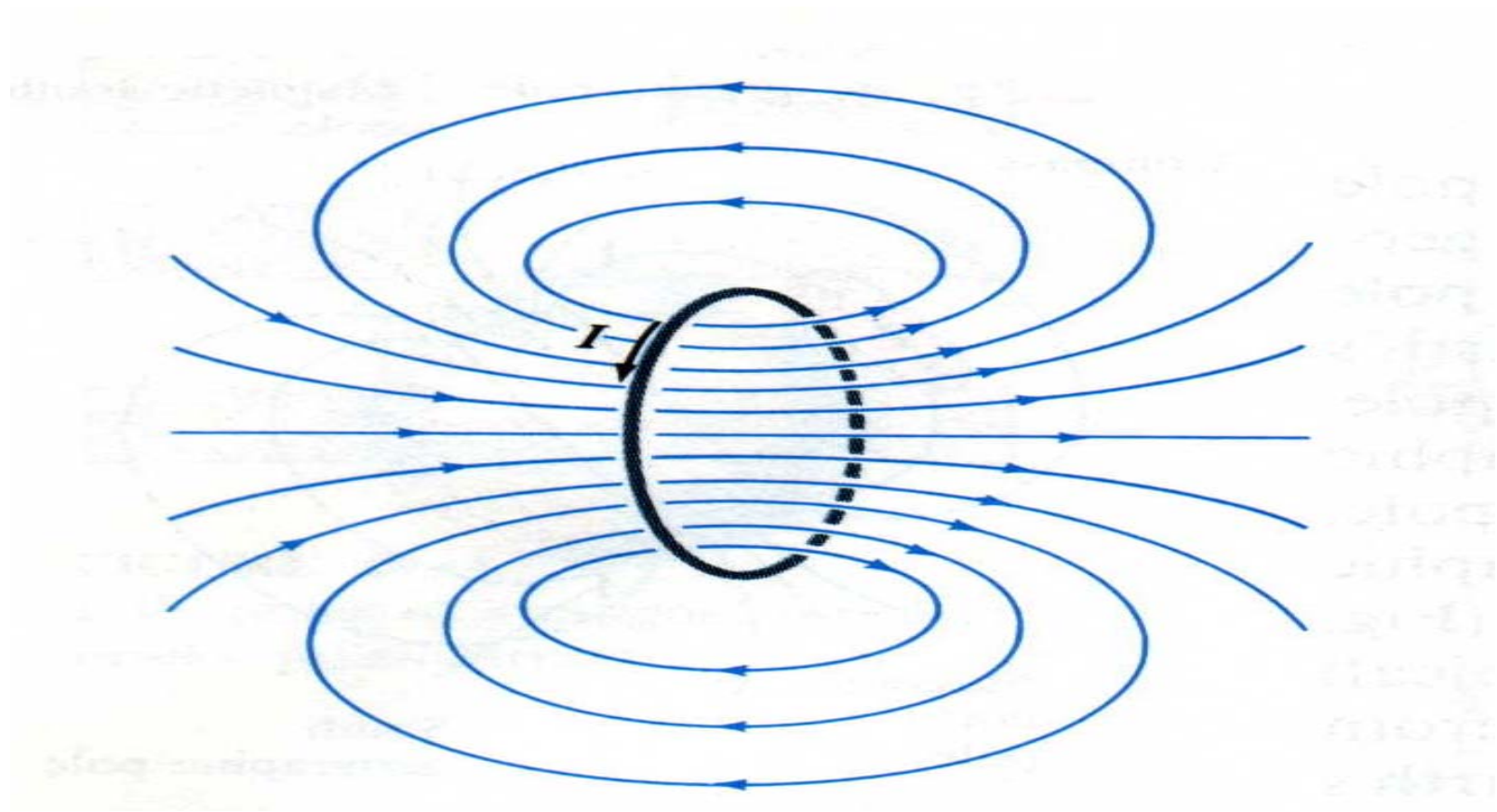
Segulsvið umhverfis sísegul

Stefna sviðsins er frá: norðri \rightarrow suðurs



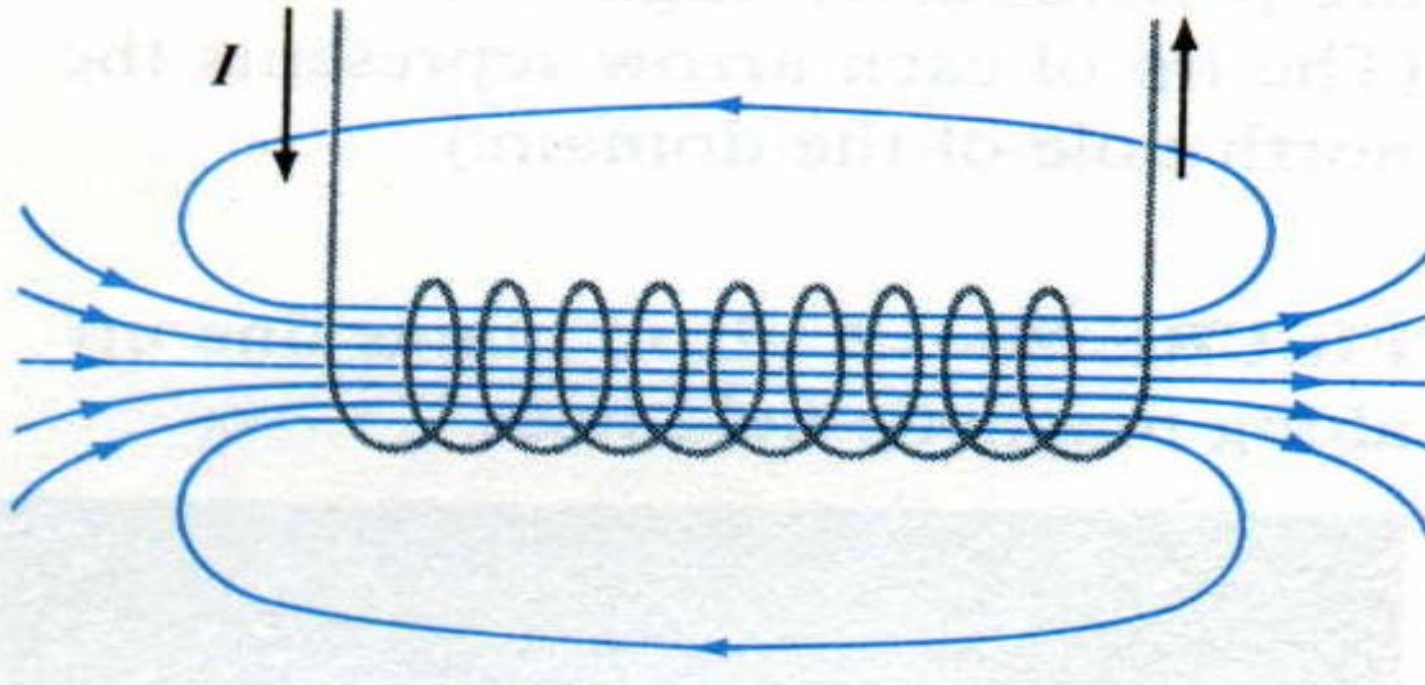


Segulsvið umhverfis einfalda straumslaufu





Segulsvið umhverfis loftspólu



Spurning: Hvar er norðurskautið og hvar er suðurskautið?



Span og orka í einfaldri segulrás

Inductance and energy in a simple
magnetic circuit



UNIVERSITY OF ICELAND

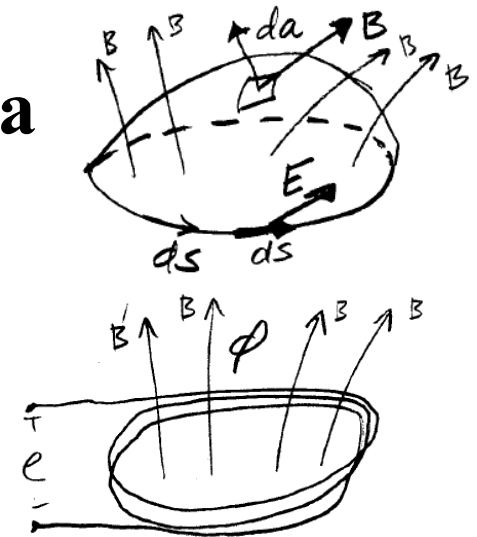
Lögmál Faradays – spansegulviðnám

- **Lögmál Faradays** er hluti af Maxwells jöfnum: $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a}$
- Einfaldað form lögmálsins er: $e = N \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\lambda}{dt}$
- Við skilgreinum **flúx tengingar** (flux-linkage) $\lambda = N\varphi = N \cdot \Phi(t)$
- Notuð er hefðbundin skilgreining **spans**, $L = N\varphi/i$ (sem mælist í Henry)
- Þannig fæst eftirfarandi **samband milli spans og segulviðnáms**, R

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{N\Phi}{i} = \frac{N^2\Phi}{Ni} = \frac{N^2 \cdot \Phi}{F}$$

$$F = R \cdot \Phi$$

$$L = \frac{N^2}{R}$$

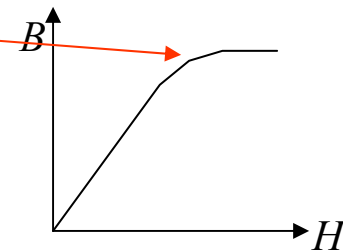
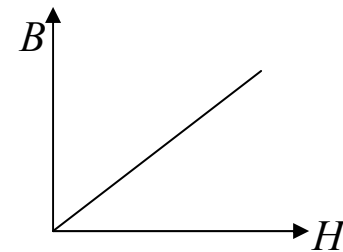
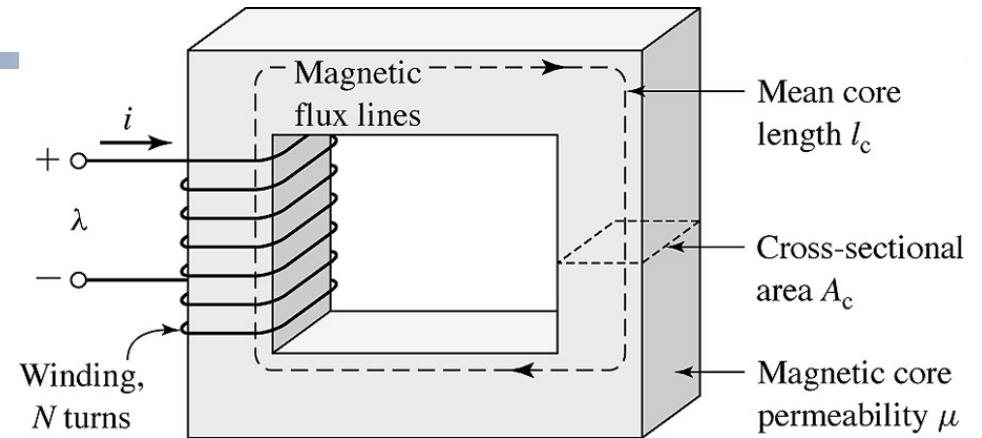




UNIVERSITY OF ICELAND

Orka, afl og hreyfing í segulrás

- Skoðum segulrás samkvæmt mynd með **línulegum** eða **ólínulegum** kjarna eftir atvikum:
- Ef efnið er **línulegt** gildir eftirfarandi jafna: $B = \mu_r \mu_0 H$ þar sem μ_r er fasti. Þá fæst meðfylgjandi línurit um samband B og H , þ.e. sem **bein lína** í slíku línuriti. Dæmi: loftbil.
- Ef kjarninn er **ólínulegur** er samband B og H samkvæmt annarri mynd þ.e. sveigður ferill með tiltekinni **mettun**.
- Við mettun þarf meiri og meiri sviðsstyrk, H eða m.ö.o sífell meiri segulkraft, Ni , til að ná tiltekinni aukningu segulsviðs, B



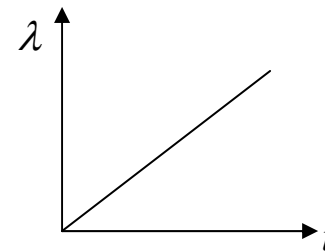
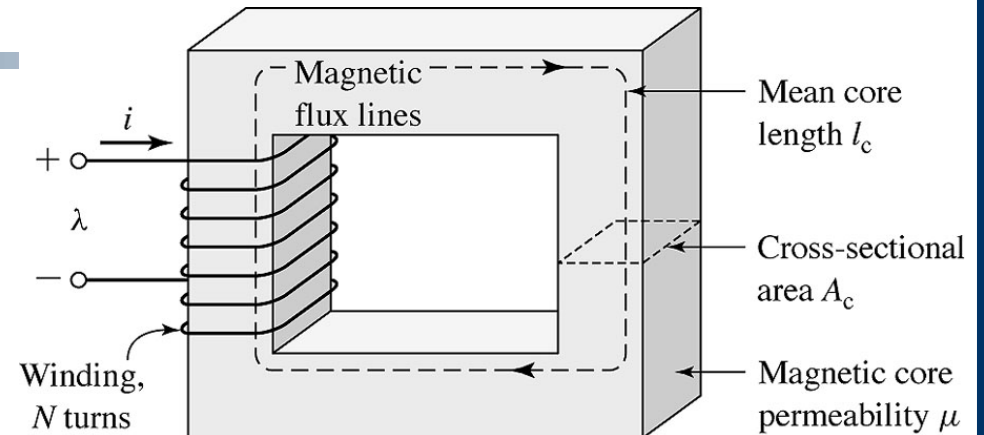
B - H línurit



UNIVERSITY OF ICELAND

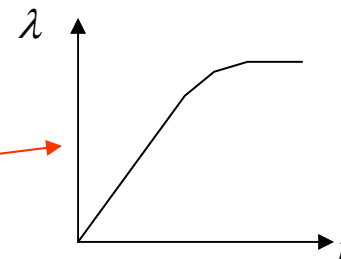
Orka, afl og hreyfing í segulrás (2)

- 1) Við skilgreinum λ , (flux linkage) fyrir rásina :
($\lambda = N\phi = NBA_c$)
- 2) Samband sviðsstyrks og straums er: $Hl = Ni$ en aðeins í **einsleitri** rás þ.e. td. án loftbils
- Því er unnt að umbreyta fyrri línuritum og í stað $B - H$ línurita má teikna samband λ og i
- Munurinn er sá að $\lambda - i$ línurit lýsir **ytri aðstæðum segulrásarinnar** frá rafkerfinu en $B - H$ línurit lýsir **innri aðstæðum**, þ.e. **efniseiginleikum** kjarnans
- Því getur $\lambda - i$ línurit lýst **samanlögðum ytri eiginleikum** flókinnar segulrásar með ólínulegum og línulegum hlutum, loftbilum o.sv.frv.



$$\lambda = N \cdot \Phi = N \cdot B \cdot A$$

λ - i línurit



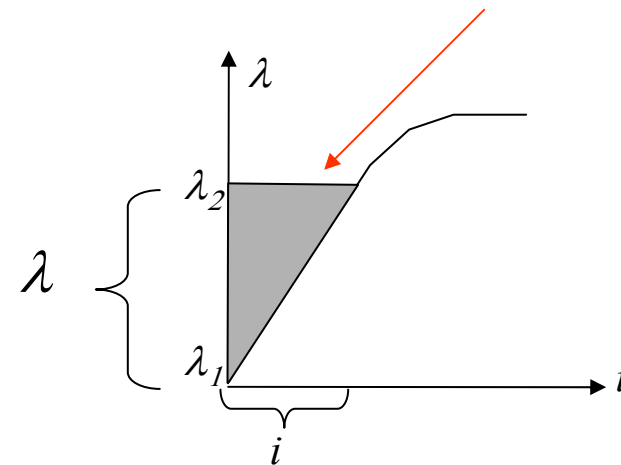
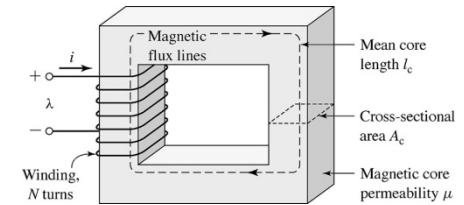
$$i = \frac{Hl}{N}$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Orka, afl og hreyfing í segulrás (3)

- Samkvæmt **lögmáli Faradays** gildir um strauma og spennur við inntak:
$$e = N \frac{d\phi}{dt} = \frac{d\lambda}{dt}$$
- **Aflið** (p) sem fer inn á segulrásina frá rafkerfinu t.v. á myndinni er
$$p = i \cdot e = i \cdot \frac{d\lambda}{dt}$$
- **Orkan** (ΔW) sem fer inn í segulrásina frá rafkerfinu t.v. á myndinni er
$$\Delta W = \int_{t=t_1}^{t=t_2} e \cdot i dt = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i d\lambda$$
- Lítum á strauminn, i sem fall af flúxvafningum, λ . Þá verður orkan skyggða flatarmálið á myndinni.
- Ef segulrásin er *línuleg*, er $\lambda = Li$, þar sem L er span og er halli beinnar línu á myndinni.
- Þá er orkan einnig flatarmál skyggða þríhyrningsins, þ.e.



$$\Delta W = \frac{1}{2} \lambda i \quad \text{Orkan fæst einnig með heild: } \Delta W = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{\lambda}{L} d\lambda = \frac{1}{2L} \lambda^2$$



Orka, afl og hreyfing í segulrás (4)

- Aðrar formúlur fyrir orkuna eru:
- ...þar sem $\lambda = Li$
- Þetta leiðir til eftirfarandi jöfnu um orku í **línulegri** segulrás með spani L og straumi i

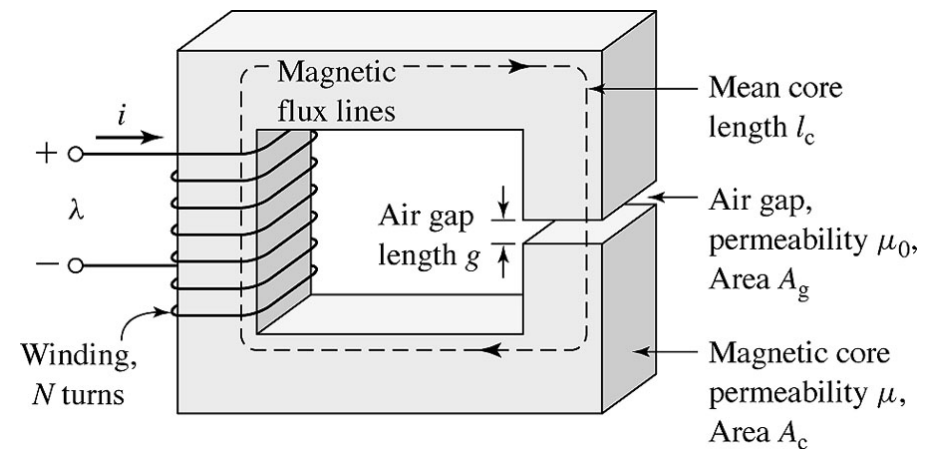
$$W = \frac{1}{2L} \lambda^2 = \frac{1}{2} Li^2$$

$$W = \frac{1}{2} Li^2$$

- Athugum nú tilfelli ef segulrásin hefur **línulegt loftbil** en kjarninn er **ólínulegur**, sbr. meðfylgjandi mynd
- Þá fæst eftirfarandi jafna með Ampereslögmáli

$$Ni = H_c l_c + H_g g$$

$$i = \frac{1}{N} \left(\frac{B_c}{\mu(B_c)} l_c + \frac{B_g}{\mu_0} g \right)$$





Orka, afl og hreyfing í segulrás (5)

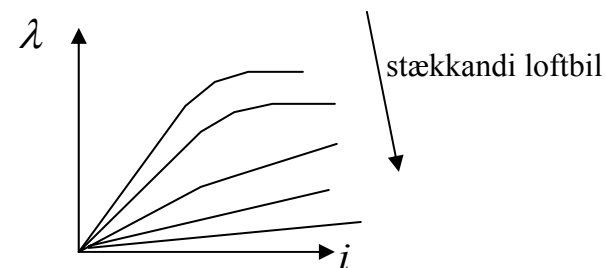
- ...þar sem μ er fall af B_c í ólínulegum kjarna.
- Nú er $\phi = A_g B_g = A_c B_c = AB$ þ.e. sama segulsvið er í loftbili og kjarna. Þannig fæst jafnan
- ...þar sem μ er líka fall af $\phi = B_c A_c$ í ólínulegum kjarna
- Þá fæst að lokum ólínulegt samband milli λ og i þegar kjarni er ólínulegur en loftbilið línulegt (þar sem μ er líka fall af $\lambda = N\phi$)
- Við fáum því λ sem fall af i og öfugt
- Það fer eftir stærð loftbilsins hvort við fáum línulega eða ólínulegan feril sbr. mynd fyrir mismunandi stór loftbil.
- Neðst á myndinni ræður línulegi hlutinn (loftbilið)
- Efst á myndinni ræður ólínulegi hlutinn (kjarninn)

$$i = \frac{1}{N} \left(\frac{B_c}{\mu(B_c)} l_c + \frac{B_g}{\mu_0} g \right)$$

$$i = \frac{\phi}{AN} \left(\frac{1}{\mu(\phi)} l_c + \frac{1}{\mu_0} g \right)$$

$$i = \lambda \left(\frac{1}{\mu(\lambda)} l_c + \frac{1}{\mu_0} g \right) \frac{1}{AN^2}$$

$$i = f(\lambda) \quad \lambda = f^{-1}(i)$$





Orka, afl og hreyfing í segulrás (6)

- Við fáum einnig breytileika ef spanið er breytilegt í tíma, þ. e. ef **segulrásin er hreyfanleg!!**
- Samkvæmt **lögmáli Faradays** gildir ef notuð er skilgreining á hugtakinu **span** fyrir **línulega** segulrás:
- Í breytilegum segulrásum (t.d. rafmagnsvélum) er spanið (L) breytilegt með tíma (t)!!
- Ef það er breytilegt í rúmi þ.e. háð einhverri stöðu, x sem hreyfist og hreyfingin er með hraðanum $v=dx/dt$ fæst:
- \Rightarrow **Við getum myndað spennu, e með því að hreyfa hluta segulrásar \Rightarrow það fæst rafmagnsvél!**

$$e = N \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{d(Li)}{dt}$$

$$\lambda = Li \longrightarrow e = \frac{d(Li)}{dt} = L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{dt}$$

$$e = L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{dx} \frac{dx}{dt}$$

$$e = L \frac{di}{dt} + iv \frac{dL}{dx}$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Gagnkvæmt span í segulrás (1)

- Skoðum að lokum dæmi um segulrás með **2 raforkuinntökum, þ.e. segulkröftum** og loftbili samkvæmt mynd:

- Við getum nú fundið **sjálfspan** og **gagnkvæmt span** milli inntakanna í þessari rás. Heildarsegulkraftur verður:

$$F = N_1 i_1 + N_2 i_2$$

- Ef kjarninn leiðir vel flúx, er unnt að skrifa jöfnu fyrir **flúxinn**:

$$\phi = \frac{F}{R} = (N_1 i_1 + N_2 i_2) \frac{\mu_0 A_c}{g}$$

- Jafna fyrir **flúxvafningana** verður:

$$\lambda_1 = N_1 \phi = N_1^2 \left(\frac{\mu_0 A_c}{g} \right) i_1 + N_1 N_2 \left(\frac{\mu_0 A_c}{g} \right) i_2$$

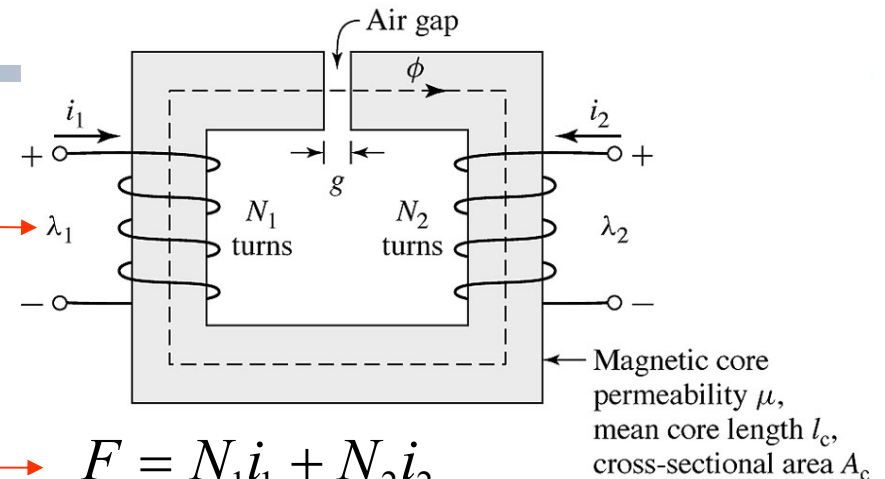
- Skv skilgreiningu má einnig skrifa

$$\lambda_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2$$

- Það leiðir til að eftirfarandi jöfnur gilda um **sjálfspan** og **gagnkvæmt span** í ofangreindri segulrás

$$L_{11} = N_1^2 \left(\frac{\mu_0 A_c}{g} \right)$$

$$L_{12} = N_1 N_2 \left(\frac{\mu_0 A_c}{g} \right)$$





Gagnkvæmt span í segulrás (2)

- Síðustu jöfnur er unnt að umskrifa með tilliti segulviðnáms. Fyrri jafna er þekkt.
- Seinni jafnan tengir saman hugtökin:
- **Gagnkvæmt span** (L_{12}) og
- **Gagnkvæmt segulviðnám** (R_{12})

$$L_{11} = N_1^2 \left(\frac{\mu_0 A_c}{g} \right) \quad L_{12} = N_1 N_2 \left(\frac{\mu_0 A_c}{g} \right)$$

$$L_{11} = \frac{N_1^2}{R_1}$$

$$L_{12} = \frac{N_1 N_2}{R_{12}}$$

$$R_1 = R_{12} = \frac{g}{\mu_0 A_c}$$



Samantekt

UNIVERSITY OF ICELAND

- Höfum skoðað orku og afl í einfaldri kyrrstæðri segulrás (með einu raforkuinntaki)
- Unnt að útvíkka með því að athuga hvað gerist ef hluti rásarinnar er hreyfanlegur
- Unnt að útvíkka ef á rásinni eru mörg inntök fyrir raforku (og e.t.v. líka fleiri en einn hreyfanlegur hluti)
- Skoðum þessi atriði í næsta kafla um kraftverkun í segulrásum



Seguleiginleikar járnsegulmagnaðra efna

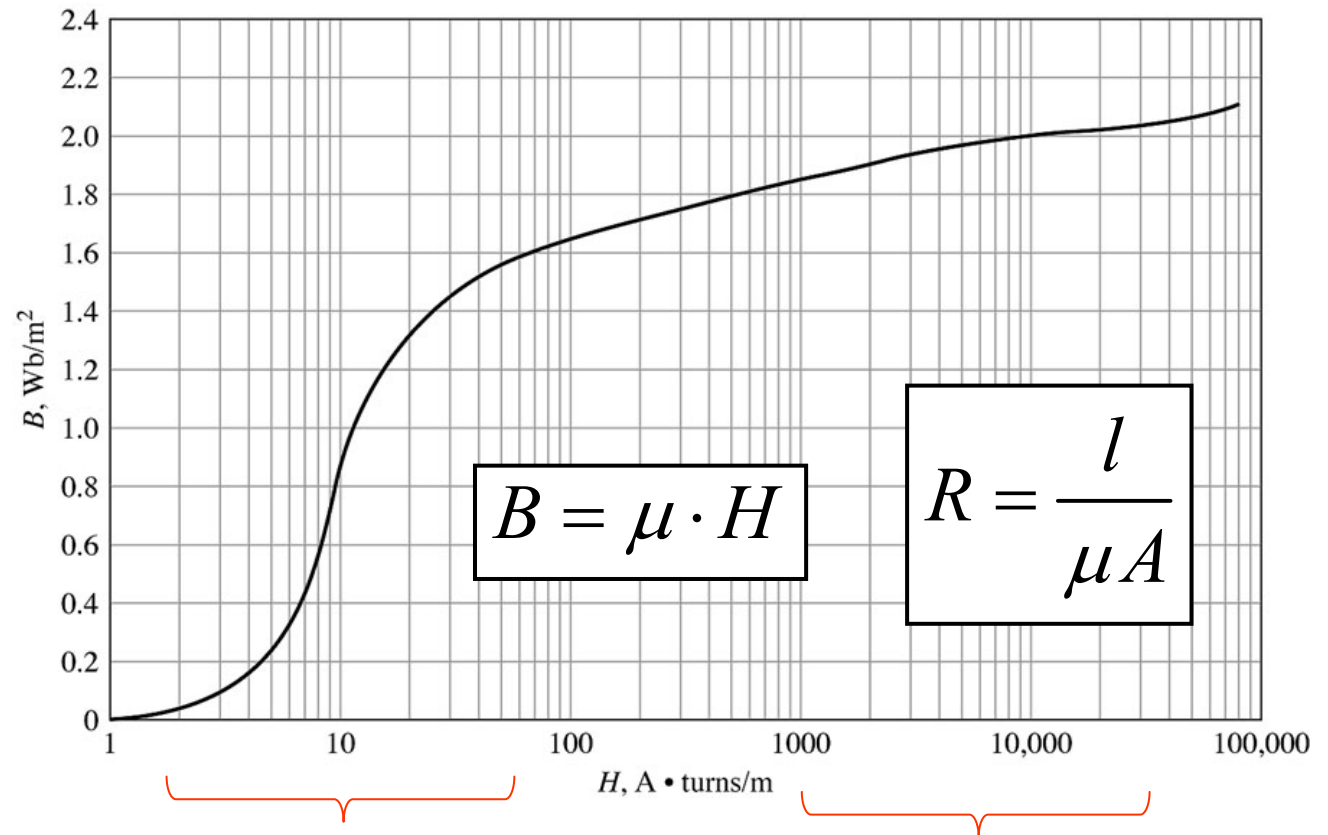
Magnetic properties of ferromagnetic materials.



UNIVERSITY OF ICELAND

Seguleiginleikar járn- segulmagnaðra efna

- Halli B-H ferilsins markast af segulleiðni μ
- Hátt μ þýðir lágt R
- Segulferillinn ($B - H$) skiptist í svæði með lágu og háu segulviðnámi R
- Við hátt R kemur fram mettun efnisins



Hátt μ en lágt R

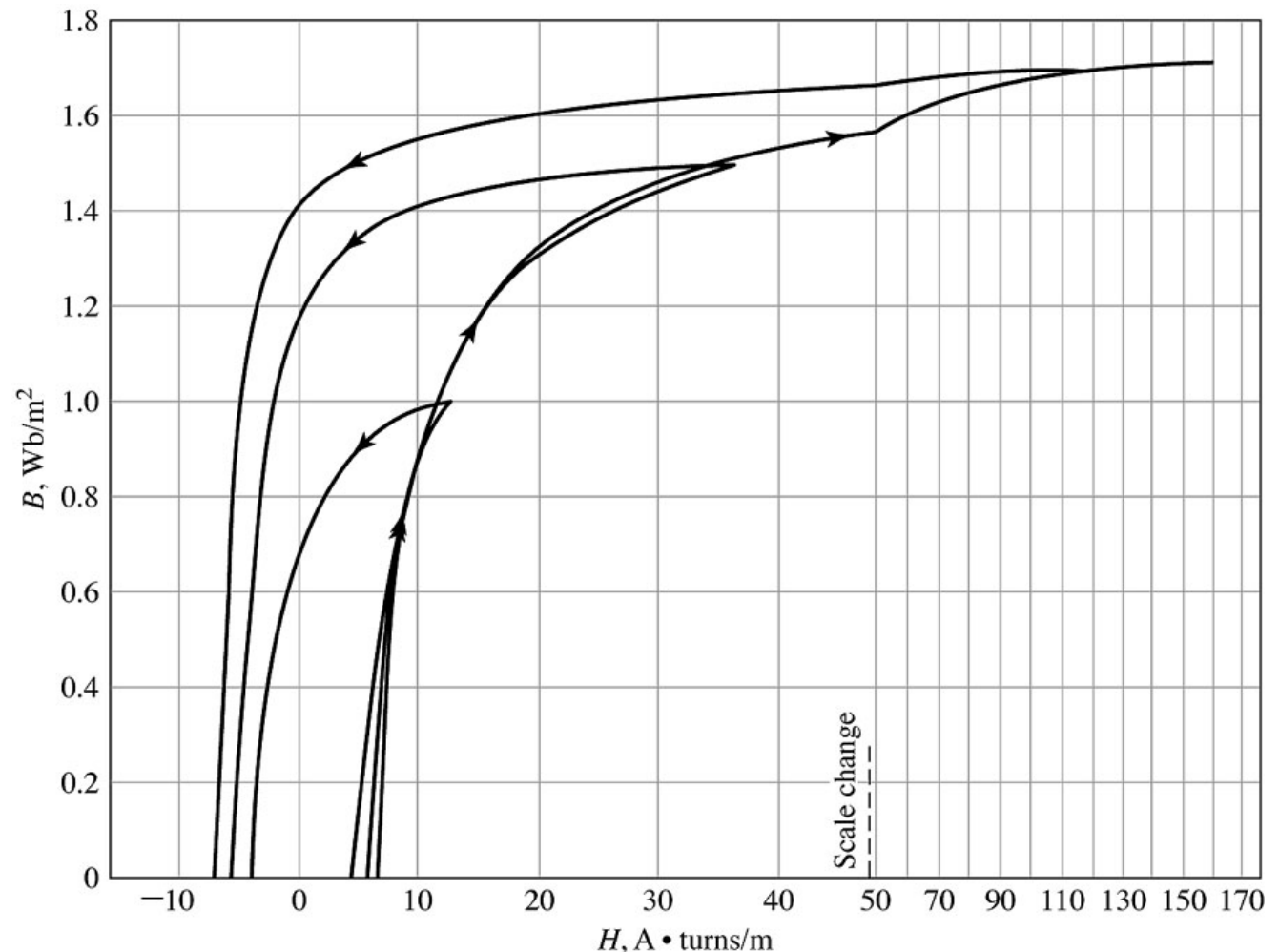
Mettun við lágt μ en hátt R



UNIVERSITY OF ICELAND

Seguleiginleikar járn- segulmagnaðra efna

- Mettunarferillinn er ekki afturvirkur!
- Það myndast tiltekinn munur þar sem minnkandi áreiti (segulkraftur, H) gefur ekki sama segulsvið og vaxandi segulkraftur, H
- Það myndast s.k. **Segulheldniferill** (Hysteresu-ferill) efnisins, sem er hringferill í B-H línuriti
- Myndin sýnir um $\frac{1}{4}$ hluta slíks ferils, 1 fjórðung B-H línurits

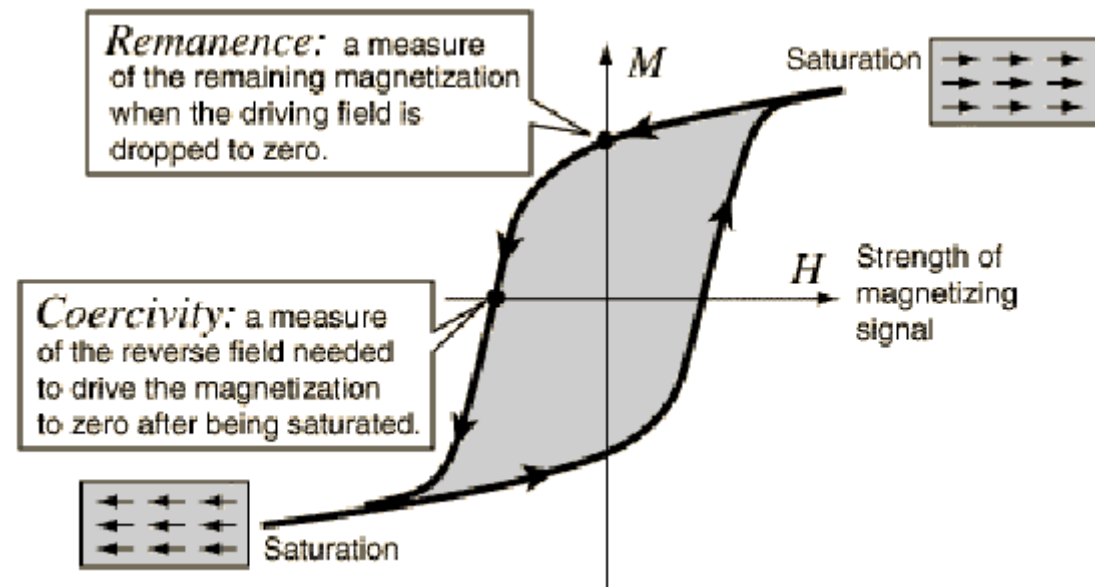




UNIVERSITY OF ICELAND

Segulleifar og afseglunarsvið

- **Segulleifar** (remanence) skilgreinist sem það segulsvið, sem eftir situr þegar segulkraftur hefur verið fjarlægður af segulrásinni
- **Afseglunarsvið** (coercivity) skilgreinist sem sá segulkraftur (í “öfuga” stefnu) sem þarf til að minnka segulsviðið aftur niður í núll

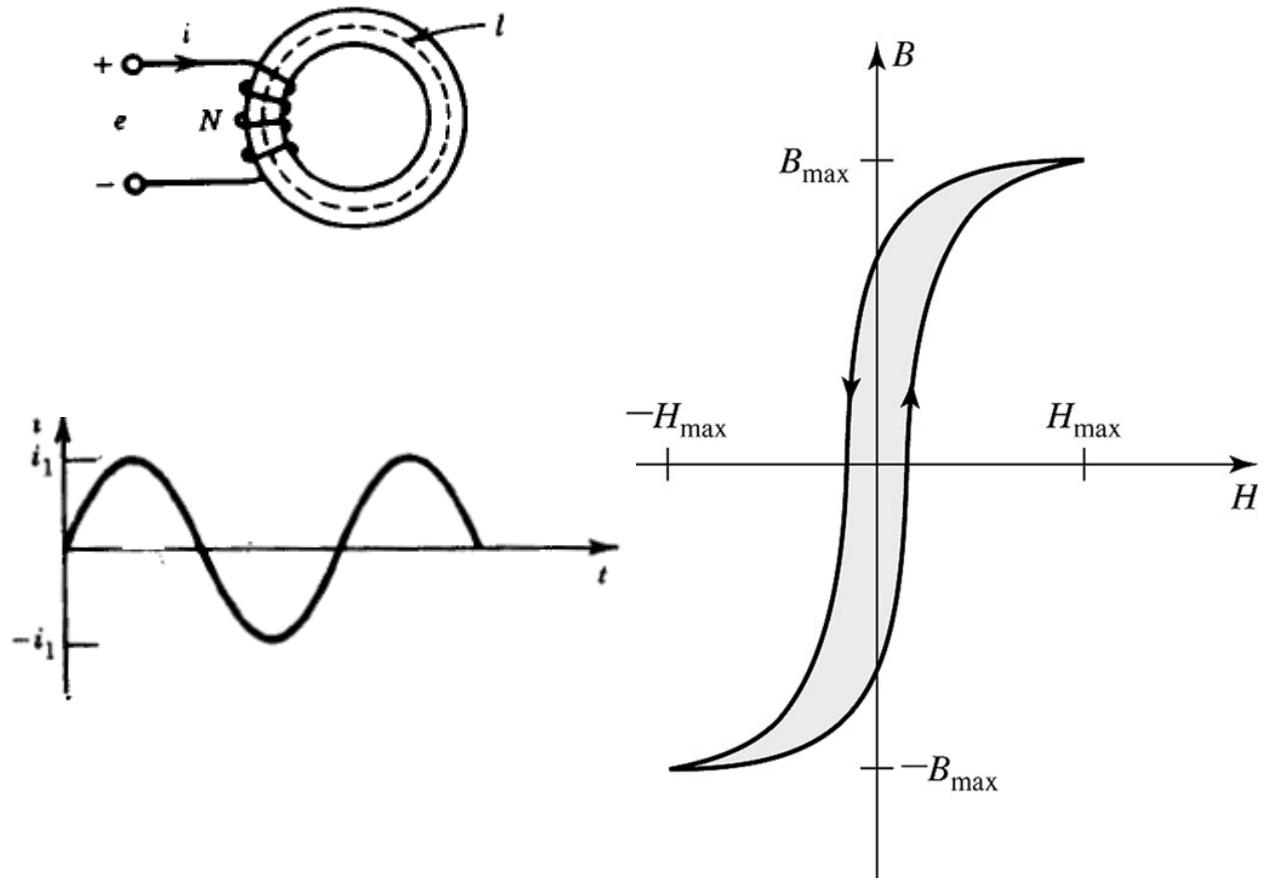




UNIVERSITY OF ICELAND

Segulheldniferill (Hysteresu lykkja)

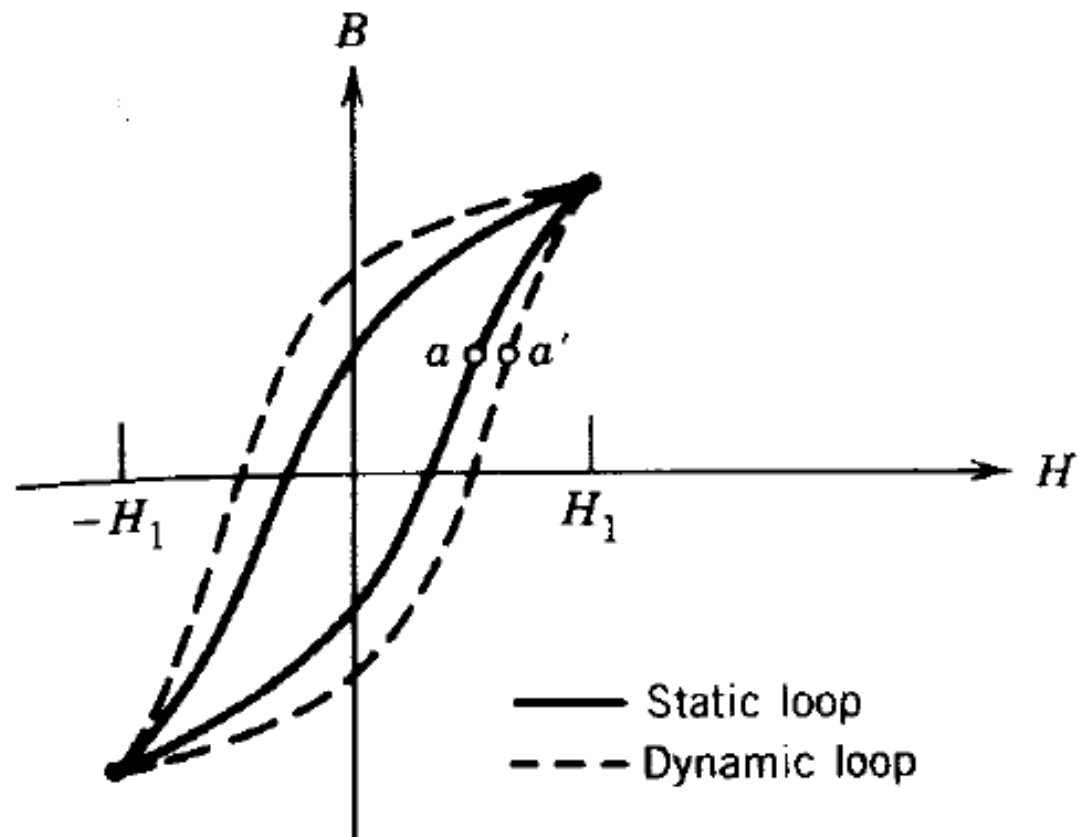
- Myndin t.h. sýnir segulheldni (hysteresu) feril tiltekings efnis við riðstraumsáreiti (t.v.)
- Tiltekin orkutöp verða í hvert skipti sem farið er í gegnum segulheldniferilinn (hysteresu-hringferilinn)
- Þessi orkutöp eru í hlutfalli við flatarmál innan hysteresu-hringferilsins á B-H línuriti, (eins og farið verður yfir á næstu skyggnum)





Segulheldni (Hysteresis)

- Áhrif hvirfilstrauma á segulheldniferil
- Hvirfilstraumarnir myndast við hraðar hreyfingar og valda stækkun segulheldniferilsins (Dynamic loop)
- Hvirfilstraumarnir reyna að vinna á móti flúxinum (skv Lenz lögmáli) sem varð til án þeirra. Þess vegna þarf meiri straum (og H vektor) og punktur a færist í a'

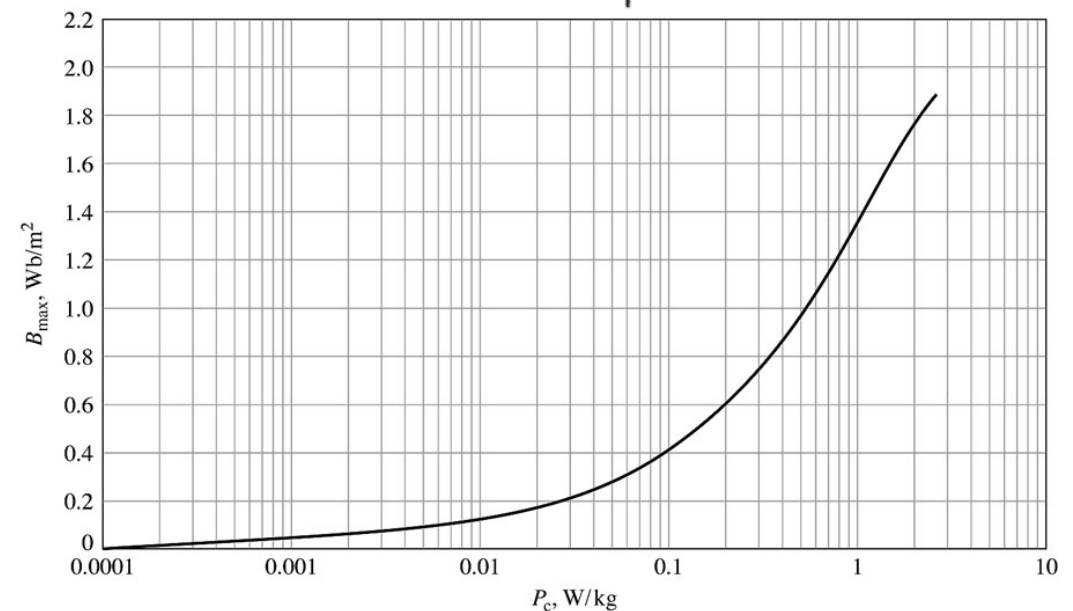
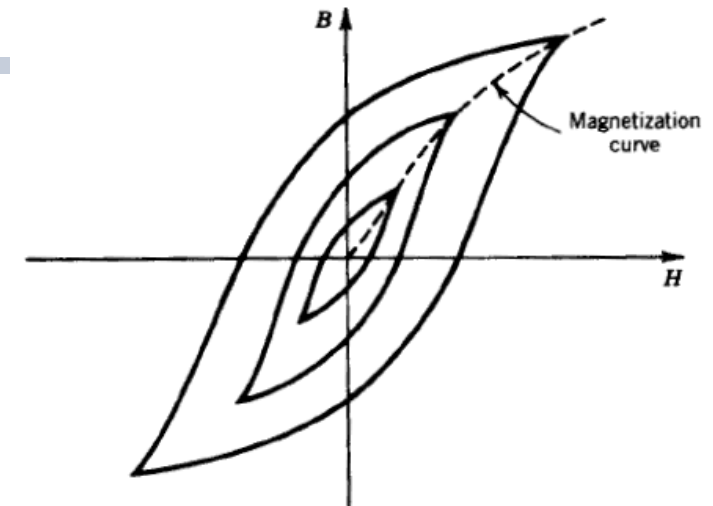




UNIVERSITY OF ICELAND

Orkutöp vegna Hysteresuferla

- Efri myndin sýnir hysteresuferil tiltekens efnis
- Eins og áður segir, verða tiltekin orkutöp í hvert skipti sem farið er í gegnum Hysteresu-hringferilinn
- Þessi orkutöp eru í hlutfalli við flatarmál innan hysteresu-hringferilsins á $B-H$ línuriti.
- Þessi orkutöp eru einnig háð því hvert mesta segulsviðið er sem áreitið (segulkrafturinn) veldur í efninu sbr neðri myndina.

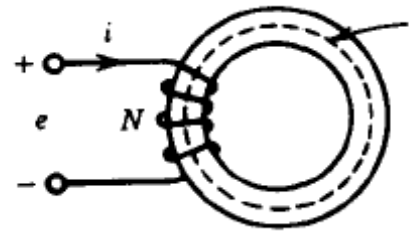
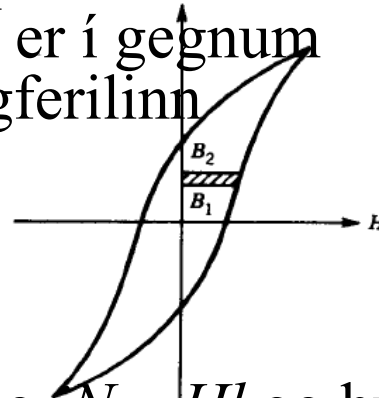




UNIVERSITY OF ICELAND

Orka í Hysteresuferli

- Skoðum einfalda einsleita segulrás á mynd. Tiltekið afl ($e \cdot i$) og orka streymir inn í segulkerfið frá vinstri.
- Tiltekin orkutöp verða í hvert skipti sem farið er í gegnum Hysteresu-hringferilinn



$$p = e(t) \cdot i(t)$$

$$W = \int_{t=t_1}^{t=t_2} e(t) \cdot i(t) dt \quad e = N \frac{d\Phi}{dt}$$

$$W = \int_{t=t_1}^{t=t_2} N \frac{d\Phi}{dt} i dt = \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} N i d\Phi$$

- Nú er $\Phi = BA$ og $iN = Hl$ og því fæst:
- $lA = V_{kjarni}$ er rúmmál kjarnans, $P_h =$ afltöp, W_h er orka í hverri sveiflu

$$W = \int_{B_1}^{B_2} N \frac{Hl}{N} A \cdot dB = lA \int_{B_1}^{B_2} H \cdot dB$$

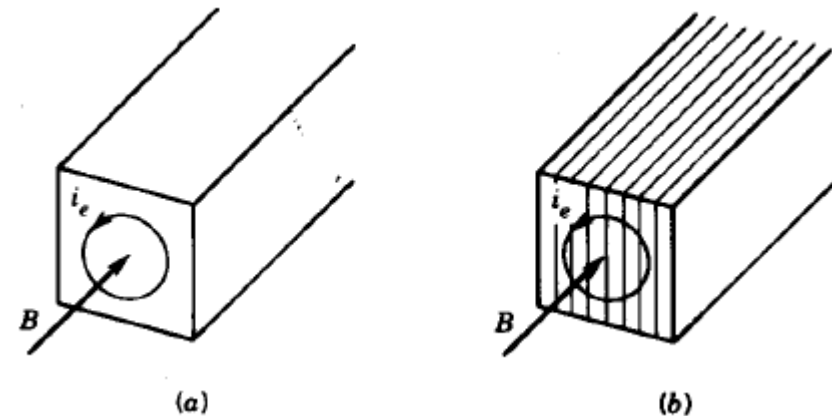
$$P_h = V_{kjarni} \cdot W_h \cdot f$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Orkutöp í segulkjarna

- Segulheldnitöp (hysteresis P_h losses)
- Hvirfilstraumatöp (eddy current losses)
- Minni kjarnatöp með P_e
 - Samsettum kjarna úr plötum (laminations með einangrandi efni á milli platna)
 - Háu viðnámi með viðbættum kísli (Si)



Hvirfilstraumar í (a) heilum kjarna og (b) kjarna með segulplötum (laminations)

$$P_{kjarni} = P_h + P_e$$

$$P_e = K_e B_{\max}^2 \cdot f^2$$

$$P_h = V_{kjarni} \cdot W_h \cdot f$$



Áreiti á segulkerfi með riðstraumi


AC excitation

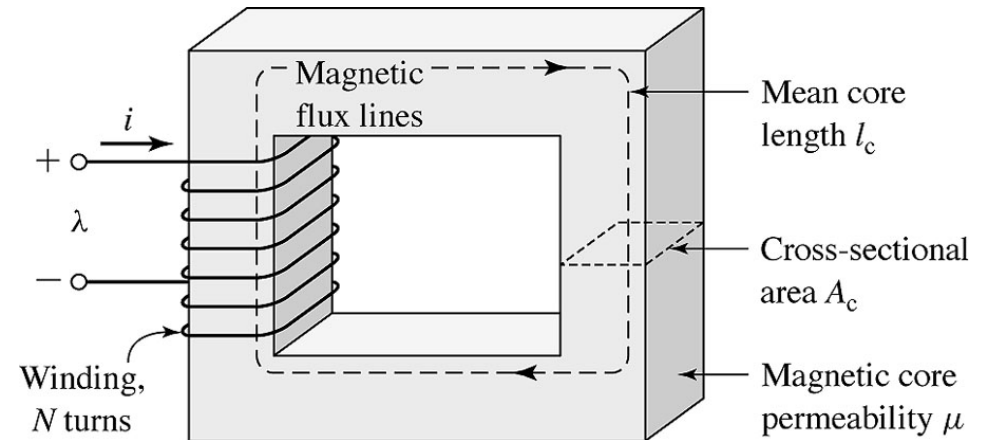
(Byggt á kafla 1.4 í kennslubók)



UNIVERSITY OF ICELAND

Áreiti í formi segulflæðis, straums og spennu

- Við skoðum segulrás með lengd ferils innan kjarna l_c og þverskurðarflatarmáli, A_c samkvæmt mynd:
- Við gerum ráð fyrir að segulflæðið, ϕ , breytist með tíma samkvæmt sínuslöguðu tímafalli
- Úr Faradays-lögmáli fæst síðan næsta jafna:
- Hér fæst eftirfarandi jafna fyrir E_{\max} 



$$\phi(t) = \phi_{\max} \sin \omega t = A_c B_{\max} \sin(2\pi ft)$$

$$e(t) = \omega N \phi_{\max} \cos(\omega t) = E_{\max} \cos(2\pi ft)$$

$$E_{\max} = \omega N \phi_{\max} = 2\pi f N A_c B_{\max}$$



Áreiti í formi segulflæðis, straums og spennu

- Við höfum hins vegar mestan áhuga á RMS gildum af þessum stærðum í stað max eða toppgilda, eins og í jöfnunni til hliðar:

$$E_{\max} = \omega N \phi_{\max} = 2\pi f N A_c B_{\max}$$

- RMS gildi tiltekinnar breytu, F , eins og er alþekkt, er skilgreint á eftirfarandi hátt:

$$F_{RMS} = \sqrt{\left(\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt \right)}$$

- Ef breytan er sínuslöguð sveifla, er unnt að sýna fram á að RMS gildið er jafnt toppgildinu deilt með $\sqrt{2}$. Þá fæst jafnan:

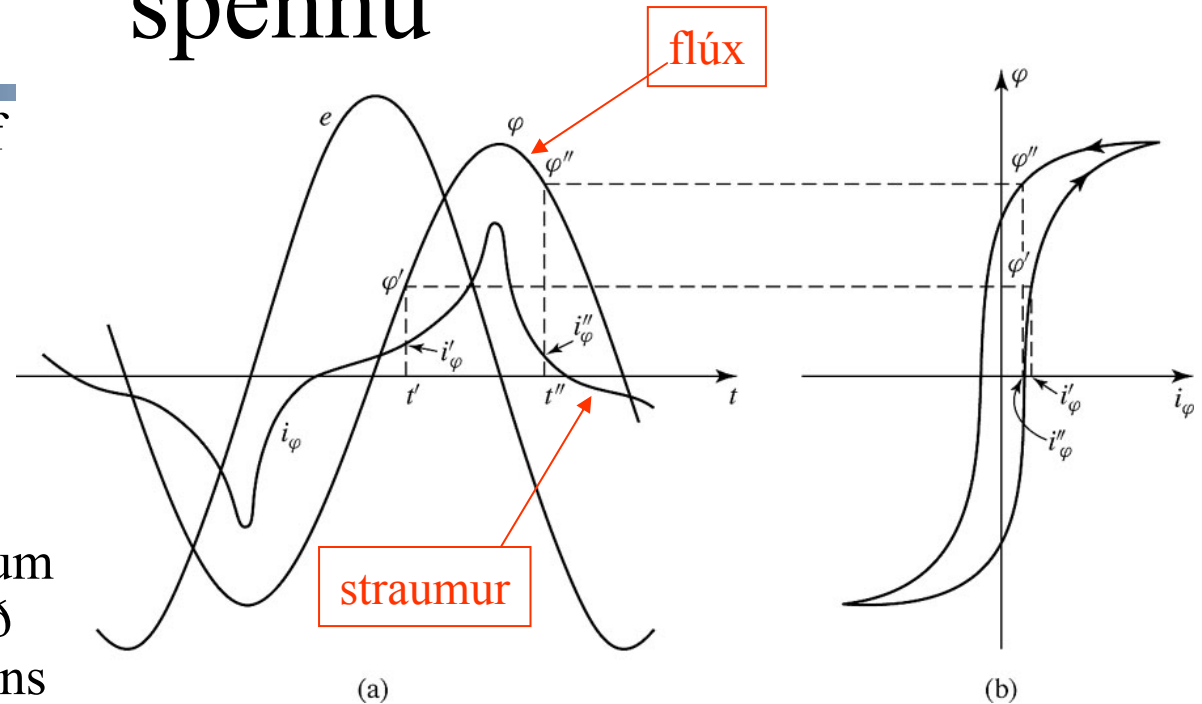
$$E_{RMS} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N A_c B_{\max} = \sqrt{2} \pi f N A_c B_{\max}$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Áreiti í formi segulflæðis, straums og spennu

- Til að búa til segulflæðið (flúx) þarf einhvern *segulmögnunarstraum* í vafningana á myndinni að framan.
- Myndin hér til hliðar sýnir þennan straum og 2 punkta á ferlinum sem myndar strauminn.
- Segulheldniferillinn (hysteresis) til hægri á myndinni gerir það að verkum að straumurinn verður bjagaður með verulegum yfirtönnum og fær topp eins og myndin sýnir.
- Segulheldniferillinn er verulega ólínulegur og er teiknaður hér með stærðunum *flúx* og *straumur* í stað B og H sviðs
- RMS gildi straumsins tengist RMS gildi H með jöfnunni:



$$\longrightarrow I_{\phi, RMS} = \frac{l_c H_{c, RMS}}{N}$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Áreiti í formi segulflæðis, straums og spennu

- Segulmögnun tiltekins járnsegulmagnaðs efnis í kjarna er lýst með RMS gildi á sýndaraflinu (VoltAmper, VA) í stað sviðsins B eða H.
- Úr 2 fyrri jöfnum (sjá efst) fæst eftirfarandi jafna
- Með einföldun fæst...
-þar sem síðasti sviginn tákna rúmmál kjarnans.
- RMS segulmögnunin, P_a , á hverja massaeiningu verður þá:

$$I_{\phi, RMS} = \frac{l_c H_{c, RMS}}{N}$$

$$E_{RMS} = \sqrt{2\pi f N A_c B_{max}}$$

$$I_{\phi, RMS} \cdot E_{RMS} = \frac{l_c H_{c, RMS}}{N} \cdot \sqrt{2\pi f N A_c B_{max}}$$

$$I_{\phi, RMS} \cdot E_{RMS} = \sqrt{2\pi f} \cdot B_{max} H_{c, RMS} (A_c l_c)$$

$$P_a = \frac{I_{\phi, RMS} \cdot E_{RMS}}{\text{massi}} = \frac{\sqrt{2\pi f} \cdot B_{max} H_{c, RMS}}{\rho_c}$$



Áreiti í formi segulflæðis, straums og spennu

- Við sjáum að P_a er einungis háð efnisföstum, þ.e. eðlisþyngdinni og H_{rms} og B_{max} .
- Hluti að sýndaraflinu eyðist sem raunaflstöp í kjarnanum en mestur hlut sveiflast fram og aftur (launafl).
- Töpin eru:
 - Hvirfilstraumatöp
 - Segulheldnitöp
- Myndin á næstu skyggnu sýnir dæmi um segulmögnunarþörf í VA/kg miðað við tiltekið segulsvið, B_{max}

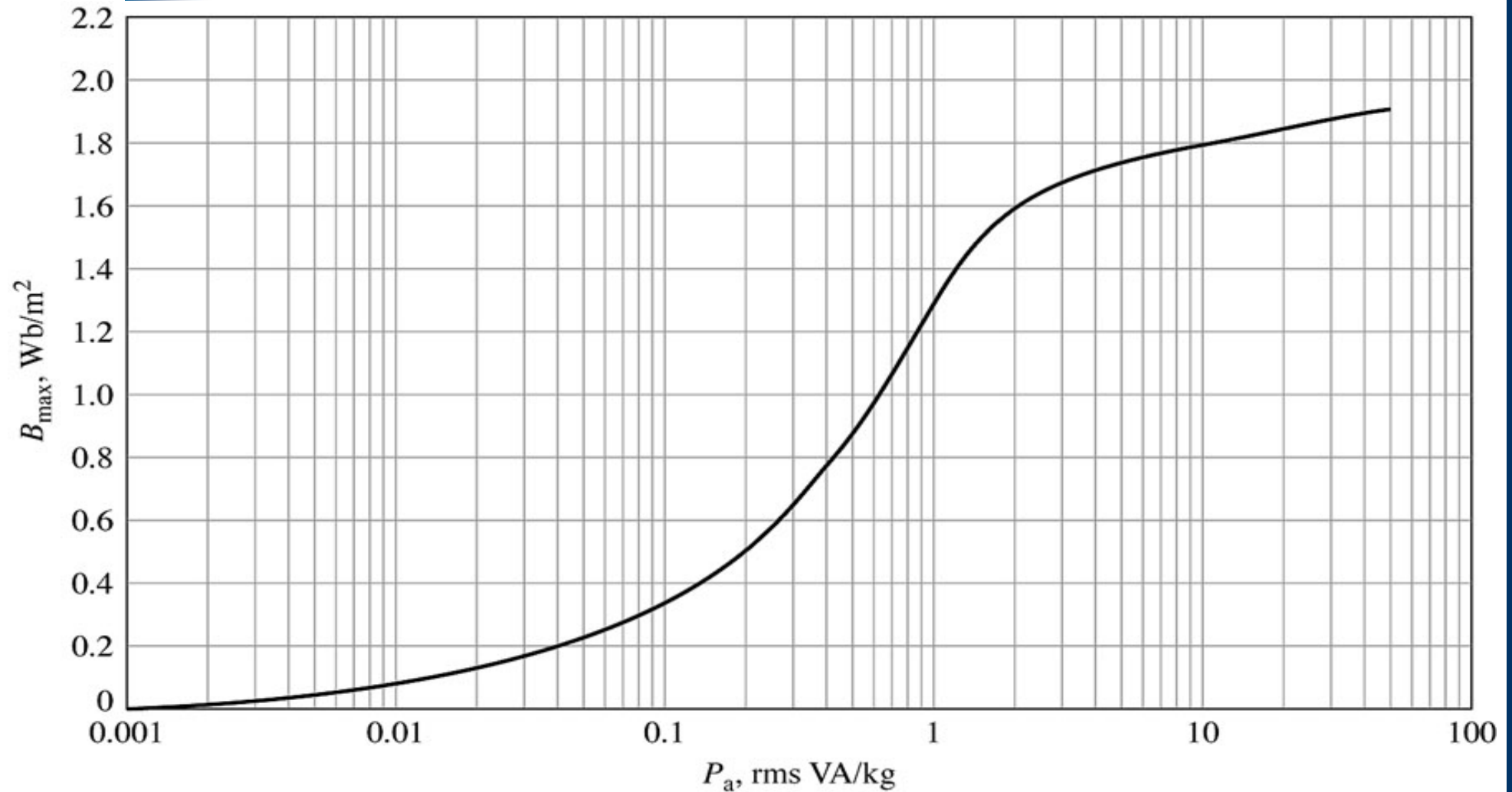
$$P_a = \frac{I_{\phi,RMS} \cdot E_{RMS}}{\text{massi}} = \frac{\sqrt{2}\pi f \cdot B_{max} H_{c,RMS}}{\rho_c}$$



Exciting rms voltamperes per kilogram at 60 Hz for M-5 grain-oriented electrical steel 0.012 in thick. (*Armco Inc.*)

UNIVERSITY OF ICELAND

Figure 1.12

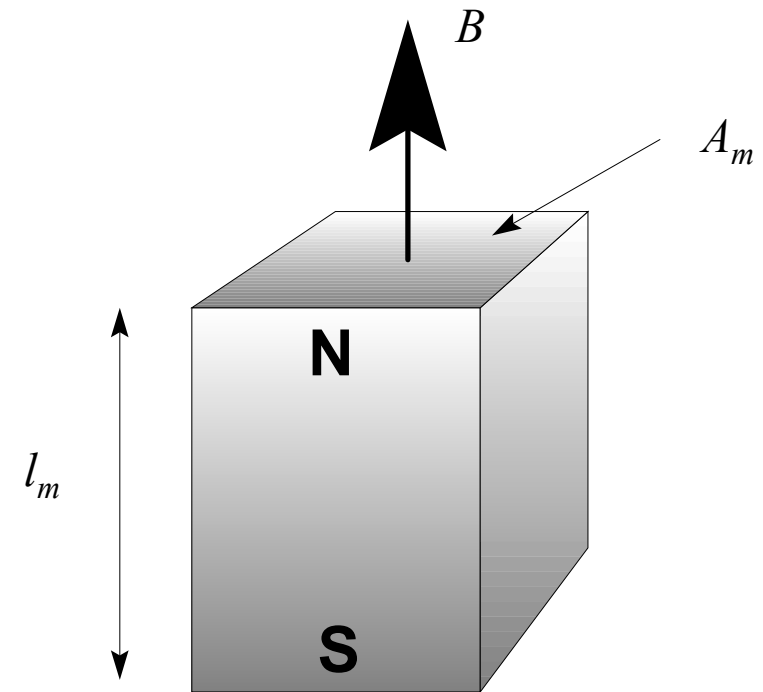




Síseglar

Permanent magnets.

Síseglar er “klumpar” af
járnsegulmögnuðu efni með
segulleifum!

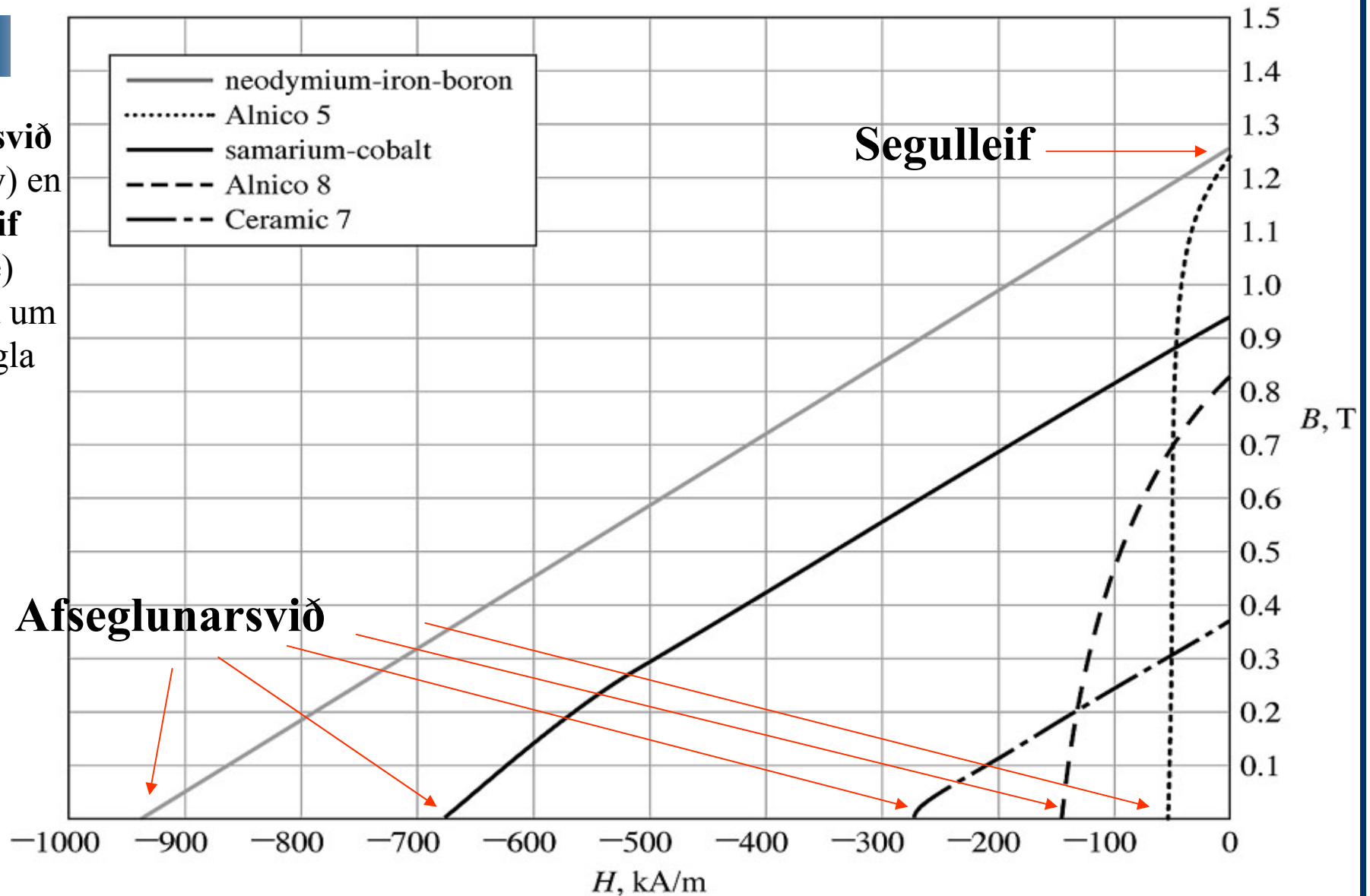




UNIVERSITY OF ICELAND

Magnetization curves for common permanent-magnet materials. Figure 1.19

Afseglunarsvið
(Coercitivity) en
ekki **segulleif**
(Remanence)
ræður mestu um
hegðun sísegla
með loftbili





Magnetization curves for common permanent-magnet materials.

UNIVERSITY OF ICELAND

Figure 1.19

Alnico 5 og 8

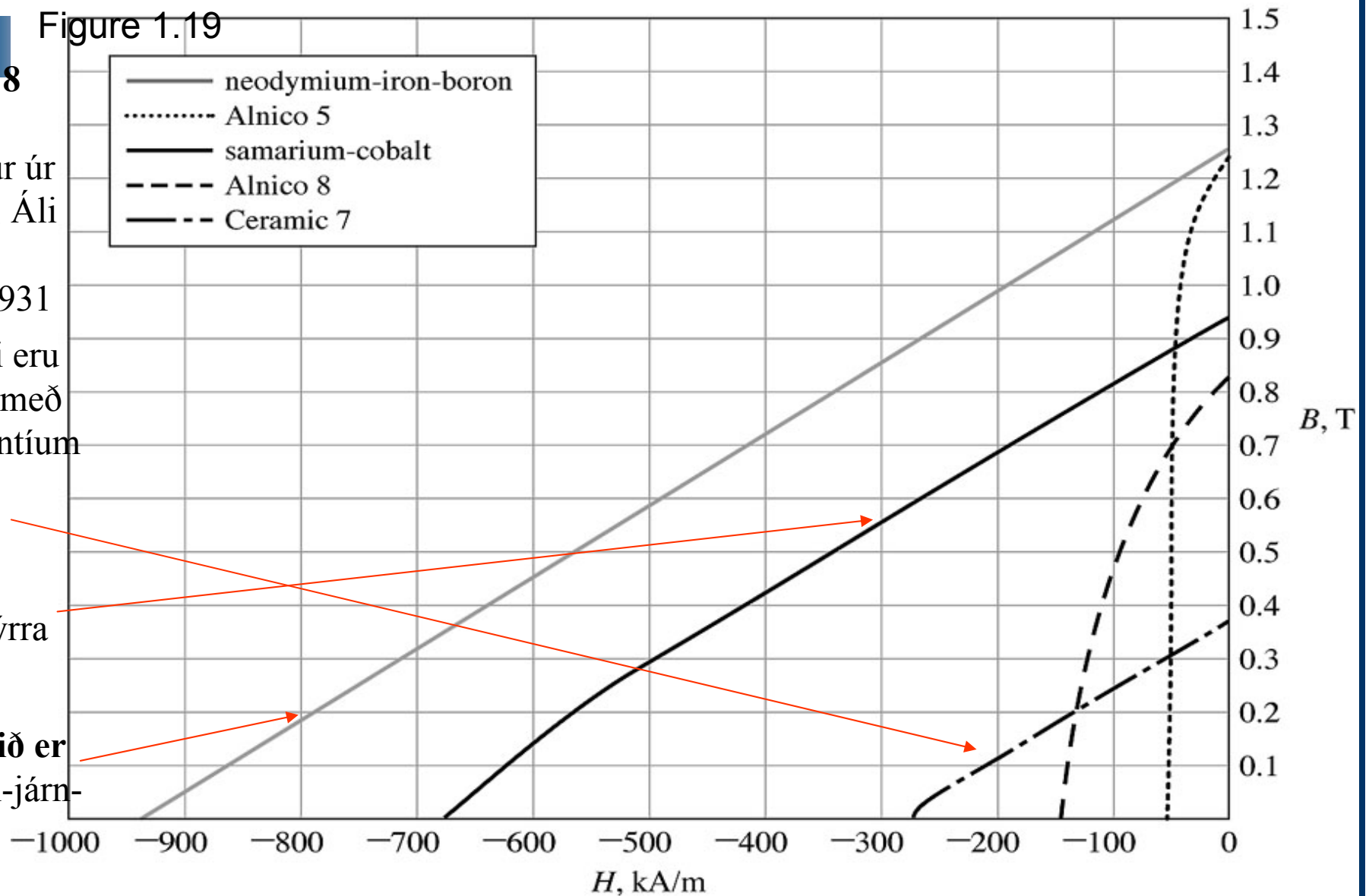
eru málmblöndur úr járni Nickel, Áli og Cobalt, í notkun frá 1931

Ferrite efni eru úr járnnoxíði með baríum, strontíum ofl. Dæmi:

Ceramic 7

Samaríum Cobalt er nýrra frá um 1960

Nýjasta efnið er Neodymium-járnboron

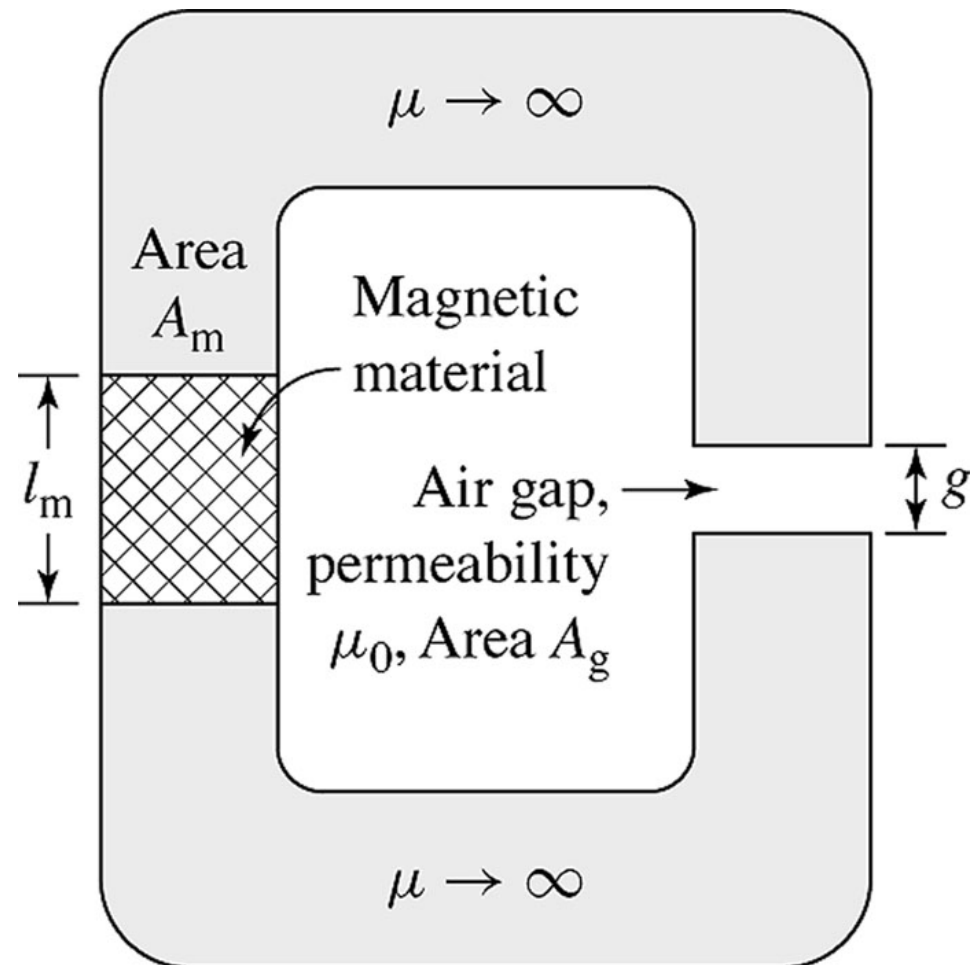
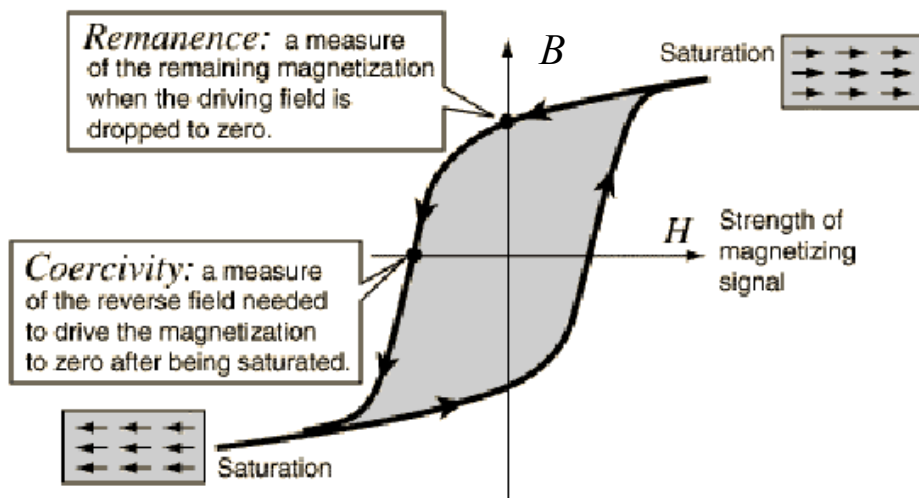




UNIVERSITY OF ICELAND

Hvaða stærðir ráða hegðun síseguls

- E.t.v. er einnig **segulkraftur** eða áreiti frá vafningum/spólu (Ekki sýnt á mynd)
- Bæði **segulleifar** (remanence) og **afseglunarsvið** (coercivity) eru í, **síseglinum** þ.e. efninu á krossstrikaða svæðinu. Hann hefur **segulheldniferil** (hysteresu) eins og sést hér að neðan

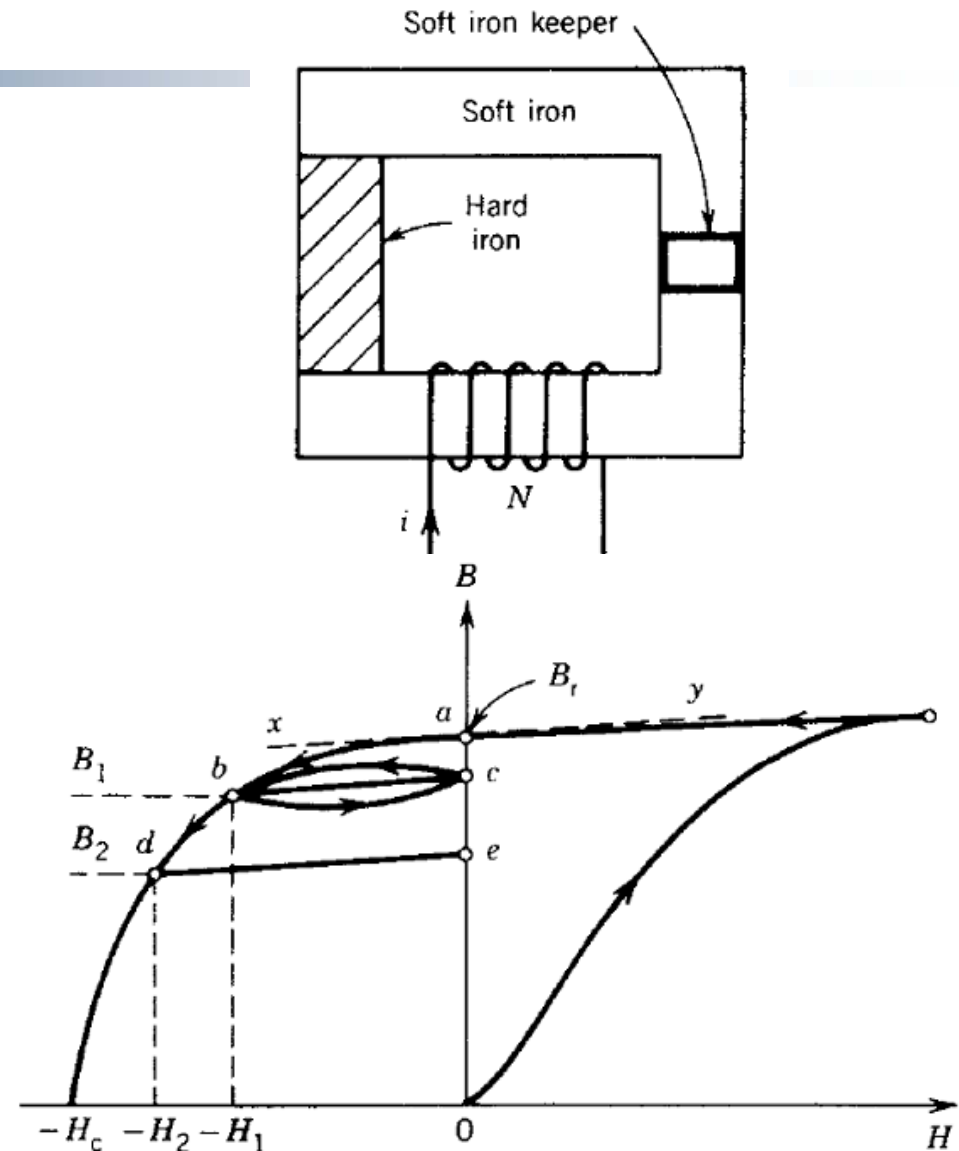




UNIVERSITY OF ICELAND

Sísegull og B-H ferill

- “**Mjúka**” járnsegulmagnaða efni kjarnans afsegulmagnast við hverja sveiflu á straumnum í spólunni, (Ni, H)
- “**Harða**” járníð, þ.e. **sísegullinn** heldur sínum segulleifum, B_r , eftir að áreitið, H , hefur verið fjarlægt. (sbr. neðri mynd)
- Við áreiti í öfuga stefnu, þ.e. $H = -H_1$ er harða efnið í punktinum b á mynd.
- Við getum einnig skoðað í leiðinni hvað gerist við minni segulheldniferla (hringferla) eins og sést á ferli $b-c$ á myndinni. Vinnuferlið við endurtekið áreiti frá núlli til, $-H_1$ verður lokaði ferillinn milli $b-c$ á myndinni

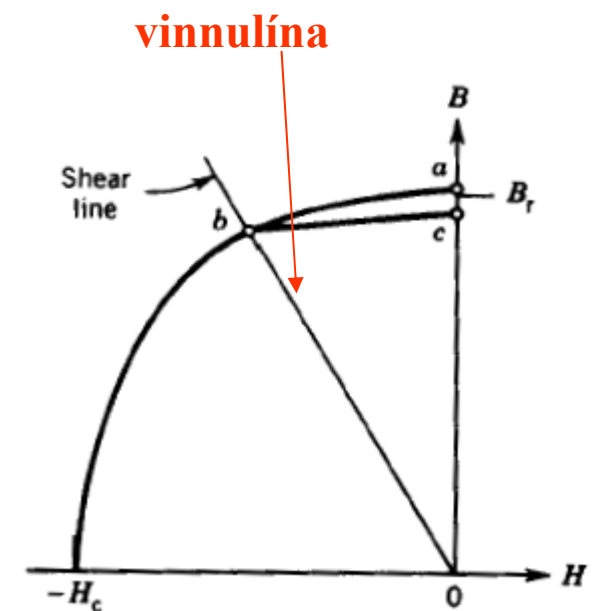
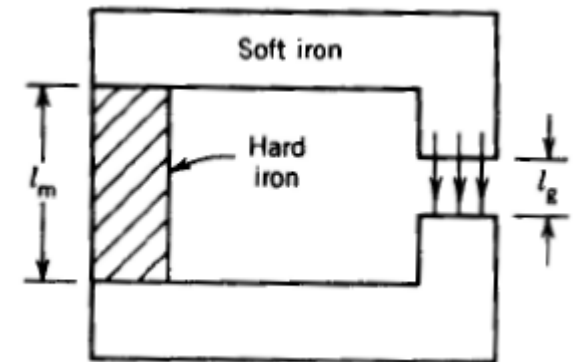




UNIVERSITY OF ICELAND

Sísegull og B-H ferill(2)

- Nú er áreitið H frá spólunni fjarlægt og einnig sett inn í segulrásina **loftbil** með breidd, g
- Þá kemur í ljós að það myndast **skurðlína (vinnulína)** í B-H línuriti (**shear line, load line**) þ.e. lína 0-b á neðri myndinni. (Þetta er sýnt betur á næstu skyggnu) Hún er í 2. fjórðungi B-H línurits eins og sést á myndinni.
- Vinnupunktur sísegulsins með loftbilinu er bundinn við þessa línu og skurðpunktinn við ferilinn
- Við getum nú leitt út jöfnu sem lýsir þessari vinnulínu (Sbr næstu skyggnu)**





UNIVERSITY OF ICELAND

Hvaða stærðir ráða vinnulínu síseguls

- Stillum upp Ampers-lögmáli fyrir hringferil innan kjarnans
- Enginn segulkraftur verkar á segulrásina, þar sem engin spóla með rafstraumi er nú til staðar
- Gerum ráð fyrir að segulleiðnin sé $\mu \rightarrow \infty$ nema í loftbili og járnsegulmagnaða hlutanum (síseglinum)
- Þá fæst:

$$F = 0 = H_g \cdot g + H_m \cdot l_m \quad \Rightarrow \quad H_g = -\frac{l_m}{g} \cdot H_m$$

- Við gerum ráð fyrir að segulflæðið sé alls staðar eins

$$\Phi = A_g B_g = A_m B_m \quad \Rightarrow \quad B_g = \frac{A_m}{A_g} \cdot B_m$$

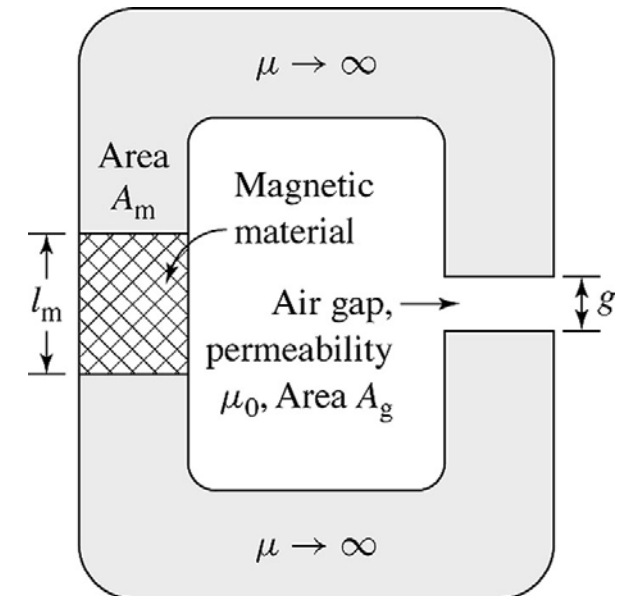
- Hér er stillt upp jöfnunni :

$$B_g = \mu_0 \cdot H_g$$

- ...og sett inn í hana...

$$\frac{A_m}{A_g} \cdot B_m = -\mu_0 \frac{l_m}{g} \cdot H_m \quad \Rightarrow$$

$$B_m = -\mu_0 \frac{l_m}{g} \cdot \frac{A_g}{A_m} \cdot H_m$$



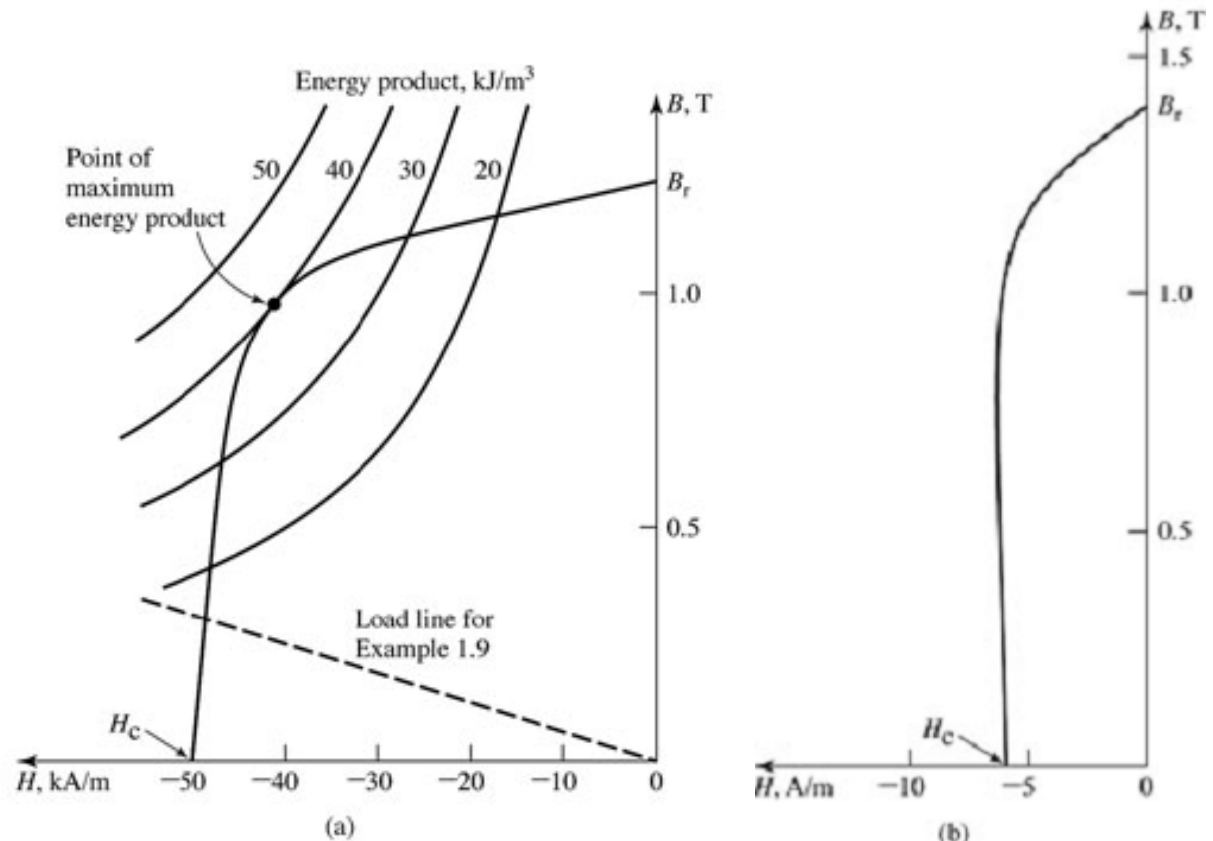


UNIVERSITY OF ICELAND

Dæmi úr FKU: Efnisval járnsegulmagnaðra efna í sísegla

$$B_m = -\mu_0 \frac{l_m}{g} \cdot \frac{A_g}{A_m} \cdot H_m$$

- Ofangreind jafna táknar þessa vinnulínu. Míkus merkið sýnir að hún liggur í 2. (og 4.) fjórðungi B-H línurits. (Brotin lína á mynd)
- Í ljós kemur að **afseglunarsvið** (Coercitivity) en ekki **segulleif** (Remanence) ræður oft mestu um hegðun sísegla með loftbili
- Alnico 5 og M-5 stál (sjá myndir) eru dæmi um efni með sömu **segulleif** (remanence) en mjög mismunandi **afseglunarsvið** (coercitivity) sbr myndir t.h.
- Munurinn á afseglunarsviði er tíuþúsundfalldur á myndum!



Second quadrant of hysteresis loop for Alnico 5

Second quadrant of hysteresis loop for M-5 electrical steel



Hvaða stærðir ráða hegðun síseguls

UNIVERSITY OF ICELAND

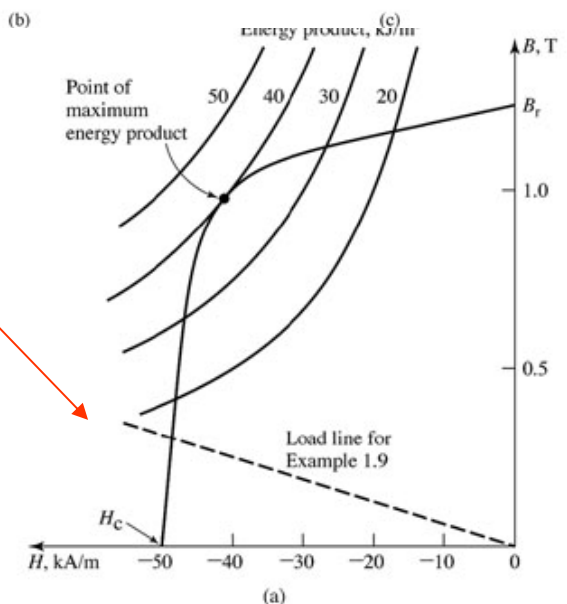
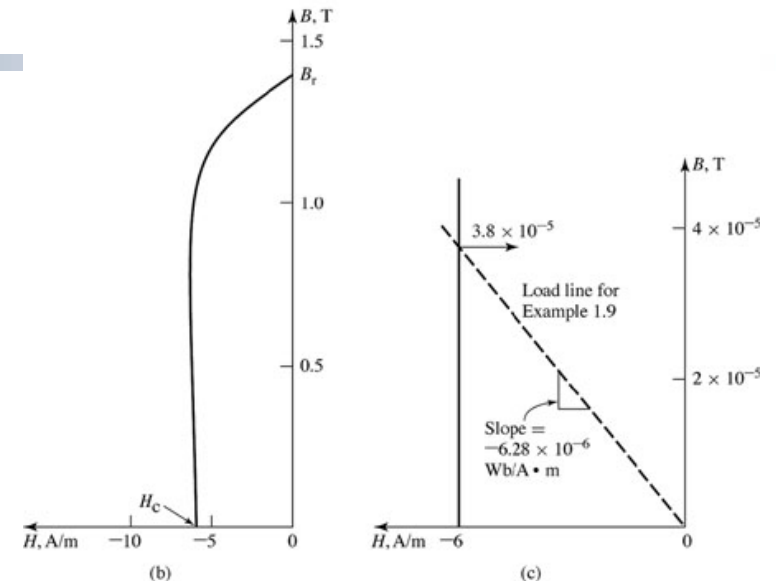
- Athugum dæmi 1.9 bls 32 í FKU
- Gerum ráð fyrir sama flatarmáli, þ.e. $A_m = A_g$
- Gerum t.d. ráð fyrir að sísegullinn sé 5 fallt breiðari en loftbilið, þ.e.

$$\frac{l_m}{g} = 5$$

- Þá fæst:
$$B_m = -\mu_0 \frac{l_m}{g} \cdot \frac{A_g}{A_m} \cdot H_m$$

$$= -4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 H_m = -6.28 \cdot 10^{-6} H_m$$

- Þetta er jafna fyrir brotnu vinnulínuna samkvæmt myndinni hér að neðan.
- Skurðpunkturinn milli hennar og heildregnu línunnar sýnir að segulsviðið í vinnupunkti er u.þ.b. $B_g = B_m = 0,3 \text{ T}$.
- Við getum nú hannað sísegul þannig að hann gefi tiltekið segulsvið í loftbilinu með lágmarks rúmmáli efnis. (sbr. næstu skyggnu)**





Hönnun síseguls

- Við hönnum sísegul með tilteknu segulsviði í loftbilinu, B_g með jöfnu þar sem við þurfum tiltekið rúmmál segulsins, V_m , til að ná tilteknu sviði, B_g . Við byrjum með jöfnuna:

$$B_g = \mu_0 \cdot H_g$$

- Jafnan $H_g = -\frac{l_m}{g} \cdot H_m$ gefur:

$$B_g = -\mu_0 \cdot \frac{l_m}{g} \cdot H_m$$

- Þar sem $B_g = \frac{A_m}{A_g} \cdot B_m$ fæst með því að skrifa B^2

$$B_g^2 = \left(\frac{A_m}{A_g} B_m \right) \cdot \left(-\frac{\mu_0 H_m l_m}{g} \right)$$

- $V_g = g A_g$ er rúmmál loftbilsins
- $V_m = l_m a_m$ er rúmmál sísegulsins.

$$B_g^2 = \mu_0 \cdot \frac{l_m A_m}{g \cdot A_g} \cdot (-H_m B_m)$$

- $H_m B_m$ er kallað **orkumargfeldi sísegulsins** og við fáum að lokum innrömmuðu jöfnuna t.h. Þar kemur orkumargfeldið fyrir í nefnara. Hún sýnir að með gefnu segulsviði í loftbili og föstu rúmmáli þess, V_g fæst lágmarksrúmmál síseguls, V_m , með **hæsta orkumargfeldinu**. Jafngildisferlar orkumargfeldisins eru sýndir á mynd á næstu skyggnu hér á eftir

$$B_g^2 = \mu_0 \frac{V_m}{V_g} \cdot (-H_m B_m)$$

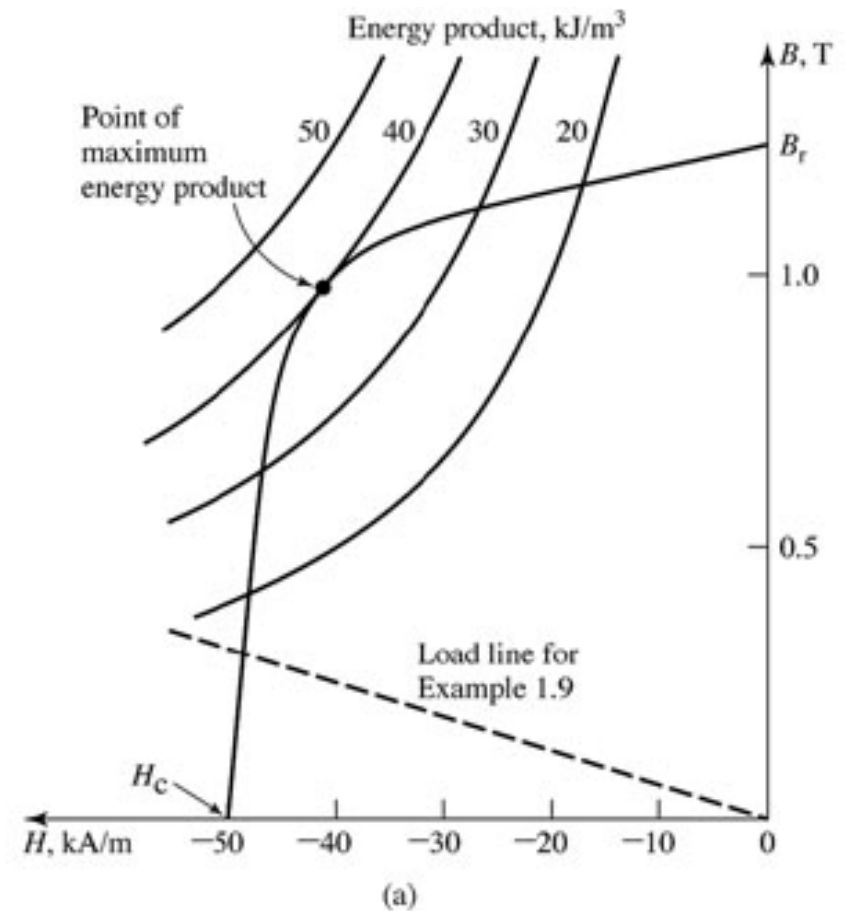
$$V_m = \frac{V_g B_g^2}{\mu_0 (-H_m B_m)}$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Hönnun síseguls (2)

- **Jafngildisferlar** orkumargfeldisins eru sýndir á mynd t.h. Við sjáum að við fáum hæsta orkumargfeldið í punkti sem er snertill milli B-H ferilsins og jafngildisferlanna. (“point of maximum energy product”)
- Að lokum er hér á eftir sýnd skyggna um öra þróun segulefna undanfarna áratugi





Heimildir - tilvísanir

- “Electric Machinery”; eftir Fitzgerald, Kingsley & Umans; 6. útgáfa: McGraw-Hill, 2003.
- “Principles of Electric Machines and Power Electronics”; höf.: P.C. Sen; 2. útgáfa: John Wiley & Sons, 1997.
- “Electric Machines“ 2nd ed, M.S. Sarma, West Publishing Co. 1994



RAF601G - Rafmagnsvélar 1, segulrásir nr. 3

Egill Benedikt Hreinsson
University of Iceland/Háskóli Íslands
Deptm. of Electrical and Computer Engineering
Rafmagns- og tölvuverkfræðideild
Verkfræði- og náttúruvísindasvið

18. janúar 2011

Efnisyfirlit

1	Áreiti í formi segulflæðis, straums og spennu	1
2	Síseglar(Permanent magnets)	7
2.1	Líkan og vinnulína síseguls	10
2.2	Hvaða stærðir ráða hegðun síseguls?	15

Home Page

Title Page

Contents



Page 1 of 29

Go Back

Full Screen

Close

Quit



2.3 Hvaða stærðir ráða hegðun síseguls?	17
2.4 Hönnun síseguls	25

3 Heimildir **29**

1. Áreiti í formi segulflæðis, straums og spennu

Við skoðum segulrás með lengd ferils innan kjarnans l_c og þverskurðarflatarmáli, A_c samkvæmt mynd 1 á skyggnu 2

Við gerum ráð fyrir að segulflæðið, ϕ , breytist með tíma samkvæmt sínuslöguðu tímafalli:

$$\phi(t) = \phi_{\max} \sin \omega t = A_c B_{\max} \sin(2\pi f t)$$

Úr Faradays-lögmáli fæst síðan næsta jafna:

$$e(t) = \omega N \phi_{\max} \cos(\omega t) = E_{\max} \cos(2\pi f t)$$

Hér fæst eftirfarandi jafna fyrir E_{\max}

$$E_{\max} = \omega N \phi_{\max} = 2\pi f N A_c B_{\max}$$

Home Page

Title Page

Contents

◀ ▶

◀ ▶

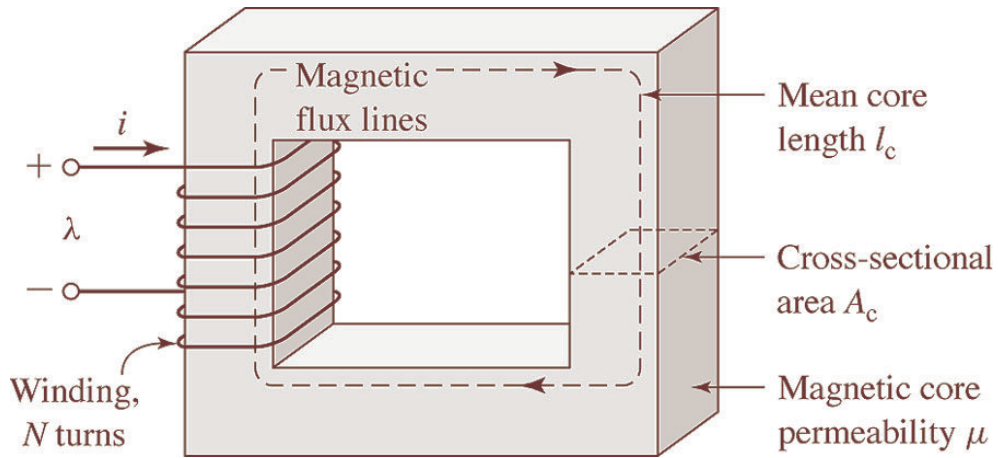
Page 2 of 29

Go Back

Full Screen

Close

Quit



Mynd 1: Segulkjarni



Við höfum hins vegar mestan áhuga á RMS gildum af þessum stærðum í stað „max“ eða toppgilda, eins og í jöfnunni:

$$E_{\max} = \omega N \phi_{\max} = 2\pi f N A_c B_{\max}$$

RMS gildi tiltekinnar breytu, F , sem hefur tímafallið $f(t)$ eins og er alþekkt, er skilgreint á eftirfarandi hátt:

$$F_{RMS} = \sqrt{\left(\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt\right)}$$

Ef breytan er sínuslöguð sveifla, er unnt að sýna fram á að RMS gildið er jafnt toppgildinu deilt með $\sqrt{2}$. Þá fæst eftirfarandi jafna:

$$E_{RMS} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N A_c B_{\max} = \sqrt{2}\pi f N A_c B_{\max}$$

Til að búa til segulflæðið (flúx) þarf einhvern *segulmögnunarstraum* í vafningana á mynd 1.

Mynd 2 á skyggnu 5 sýnir þennan straum og 2 punkta á ferlinum sem myndar strauminn.

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)

◀ ▶

◀ ▶

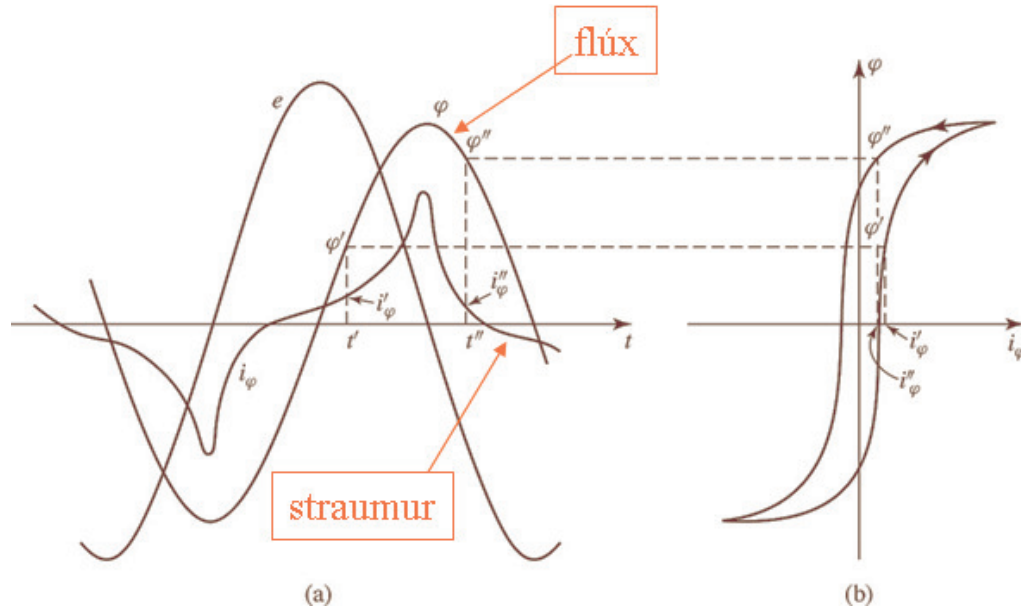
Page 4 of 29

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



Mynd 2: Sveiflur í segulkjarna



Segulheldniferillinn (hysteresis) til hægri á mynd 2 gerir það að verkum að straumurinn verður bjagaður með verulegum yfirtónum og fær topp eins og myndin sýnir.

Segulheldniferillinn er verulega ólínulegur og er teiknaður hér með stærðunum *flúx* og *straumur* í stað *B* og *H* sviðs.

RMS gildi straumsins tengist RMS gildi *H* með jöfnu (1):

$$I_{\phi,RMS} = \frac{l_c H_{c,RMS}}{N} \quad (1)$$

Segulmögnun tiltekins járnsegulmagnaðs efnis í kjarna er lýst með RMS gildi á sýndaraflinu (VoltAmper, VA) í stað sviðsins *B* eða *H*.

$$I_{\phi,RMS} = \frac{l_c H_{c,RMS}}{N}$$

$$E_{RMS} = \sqrt{2\pi f N A_c B_{\max}}$$

Þessar 2 jöfnur gefa:

$$I_{\phi,RMS} \cdot E_{RMS} = \frac{l_c H_{c,RMS}}{N} \cdot \sqrt{2\pi f N A_c B_{\max}}$$

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 6 of 29

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[Page 7 of 29](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

Með einföldun fæst...

$$I_{\phi,RMS} \cdot E_{RMS} = \sqrt{2}\pi f \cdot B_{\max} H_{c,RMS}(A_c l_c)$$

.....þar sem síðasti sviginn táknar rúmmál kjarnans.

RMS segulmögnunin, P_a , á hverja massaeiningu verður þá:

$$P_a = \frac{I_{\phi,RMS} \cdot E_{RMS}}{\text{massi}} = \frac{\sqrt{2}\pi f \cdot B_{\max} H_{c,RMS}}{\rho_c}$$

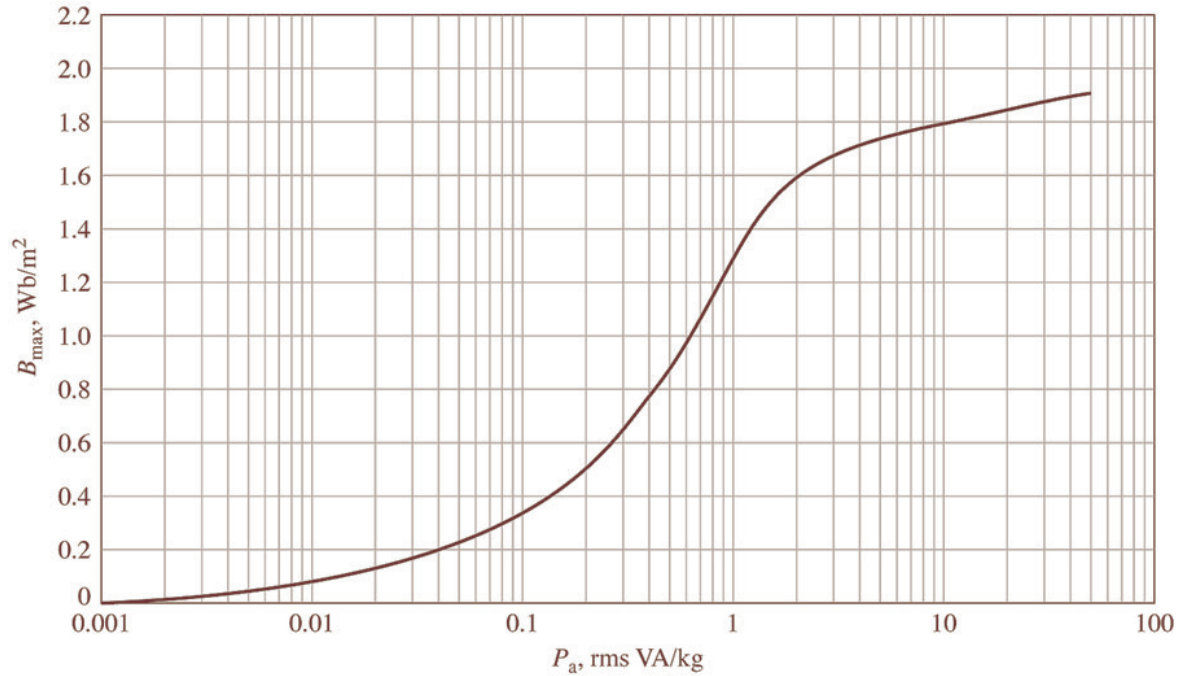
Við sjáum að P_a er einungis háð efnisföstum, þ.e. eðlisþyngdinni og H_{rms} og B_{max} .

Hluti að sýndaraflinu eyðist sem raunafstöp í kjarnanum en mestur hlut sveiflast fram og aftur (launafli).

$$P_a = \frac{I_{\phi,RMS} \cdot E_{RMS}}{\text{massi}} = \frac{\sqrt{2}\pi f \cdot B_{\max} H_{c,RMS}}{\rho_c}$$

Töpin eru: (a) Hvirfilstraumatöp og (b) Segulheldnitöp

Mynd 3 á skyggnu 8 sýnir dæmi um segulmögnunarþörf í VA/kg miðað við tiltekið segulsvið, B_{max}



Mynd 3: Exciting rms voltamperes per kilogram at 60 Hz for M-5 grain-oriented electrical steel 0.012 in thick. (Armco Inc.) **Afseglunarsvið** (Coercitivity) en ekki **segulleif** (Remanence) ræður mestu um hegðun sísegla með loftbili

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 8 of 29

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



2. Síseglar (Permanent magnets)

Síseglar er „klumpar“ af járnsegulmögnum efni með segulleifum! Afseglunarsvið en ekki segulleif (Remanence) ræður mestu um hegðun sísegla með loftbili. Mynd 4 sýnir afseglunarsvið og segulleifar.

- Alnico 5 og 8 eru málmblöndur úr járni Nickel, Áli og Cobalt, í notkun frá 1931. (Mynd 4)
- Ferrite efni eru úr járnoxíði með baríum, strontíum ofl. Dæmi: Ceramic 7. (Mynd 4)
- Samaríum Cobalt er nýrra frá um 1960. (Mynd 4)
- Nýjasta efnið er Neodymium-járn-boron. (Mynd 4)

2.1. Líkan og vinnulína síseguls

- Segulheldniferillinn, með 4 fjórðungum, (hysteresis) er sýndur á mynd 6
- Við getum skrifað vinnulínu sísegulsins með línulegu nálguninni í 2. fjórðungi
- Athugum að H er neikæð stærð í jöfnunni, þar sem vinnusvæðið er í 2. fjórðungi ($B \geq 0$)

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)

◀ ▶

◀ ▶

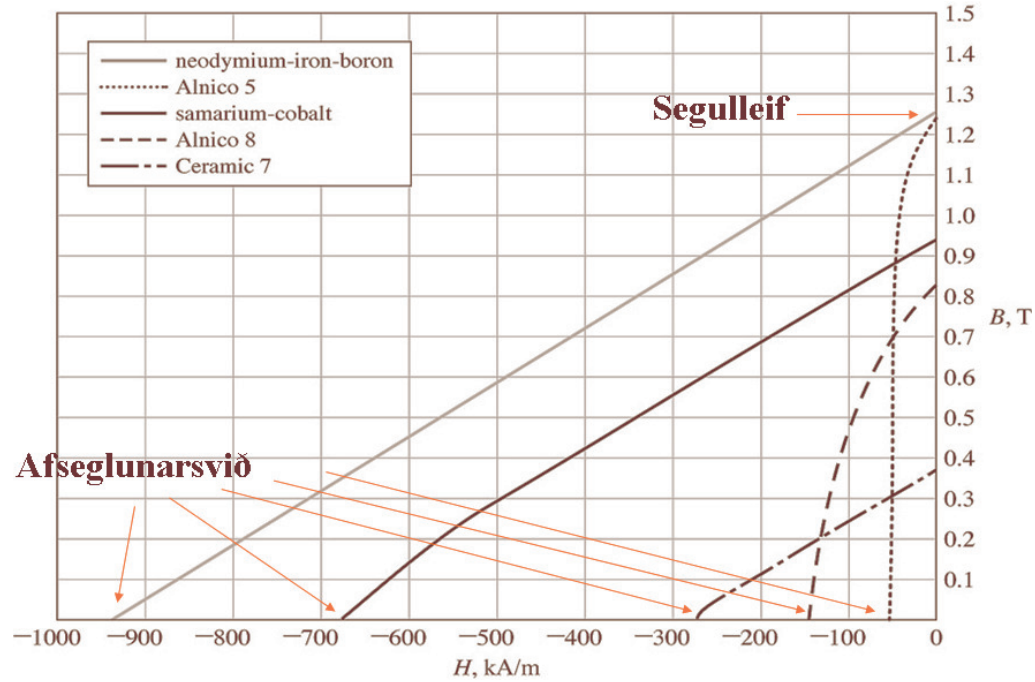
Page 9 of 29

[Go Back](#)

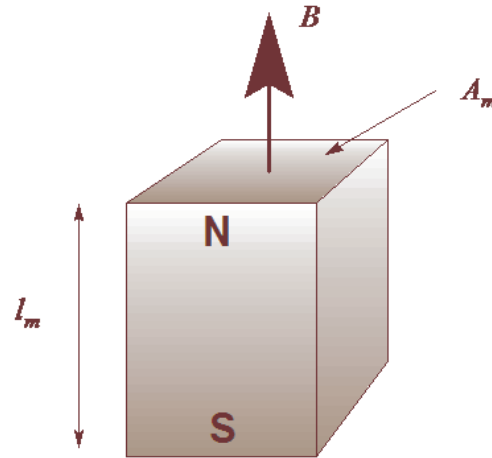
[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



Mynd 4: Magnetization curves for common permanent-magnet materials

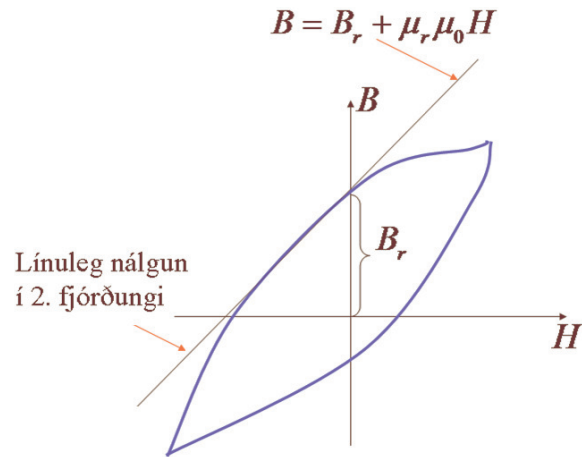


Mynd 5: A symbol for a permanent magnet

- Jafnan er u.þ.b. línuleg í 2. fjórðungi sbr. fyrri skyggjur.
- B_r er nefnd **segulleifar** „remanence”

Við getum skrifað vinnulínu sísegulsins með línulegu nálguninni í 2. fjórðungi með jöfnu (2)

$$B = B_r + \mu_r \mu_0 H \quad (2)$$



Mynd 6: Líkan og vinnulína síseguls

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[Page 13 of 29](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

Við margföldum fyrri jöfnu með flatarmáli sísegulsins, A_m og þá fæst:

$$B = B_r + \mu_r \mu_0 H \quad (3)$$

$$\phi = BA_m = B_r A_m + \mu_r \mu_0 A_m H \quad (4)$$

$$\phi = \phi_r + P_m F_m \quad (5)$$

Hér er P_m segulleiðni (permeance) fyrir sísegulinn ϕ_r er föst flæðislind:

$$\phi_r = B_r A_m \quad (6)$$

$$P_m = \frac{\mu_r \mu_0 A_m}{l_m} \quad (7)$$

Við fáum eftirfarandi segulrásarlíkan fyrir sísegulinn:

$$\phi = \phi_r + P_m F_m \quad (8)$$

Þessi jafna leiðir af sér mynd [7](#)



[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)

[◀](#) [▶](#)

[◀](#) [▶](#)

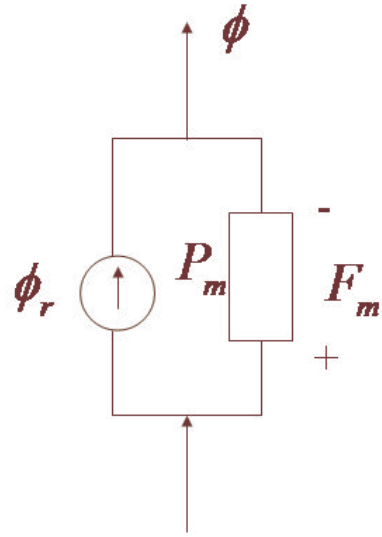
Page 14 of 29

[Go Back](#)

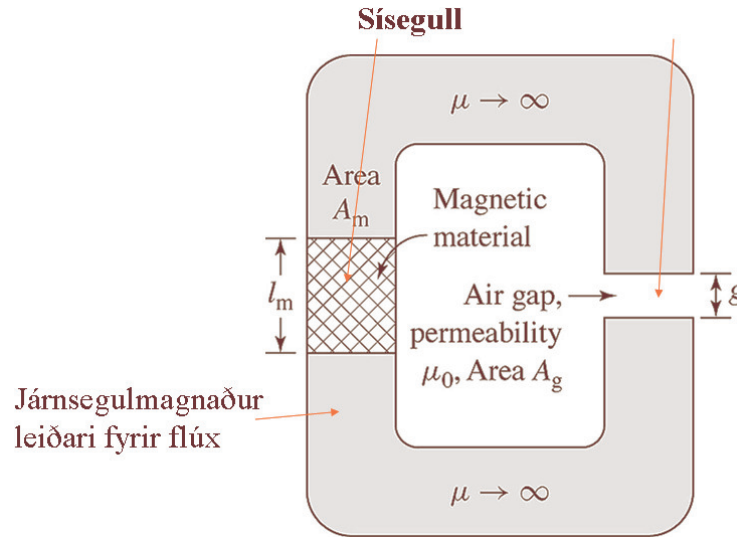
[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



Mynd 7: Segulr sarlikan fyrir sísegul

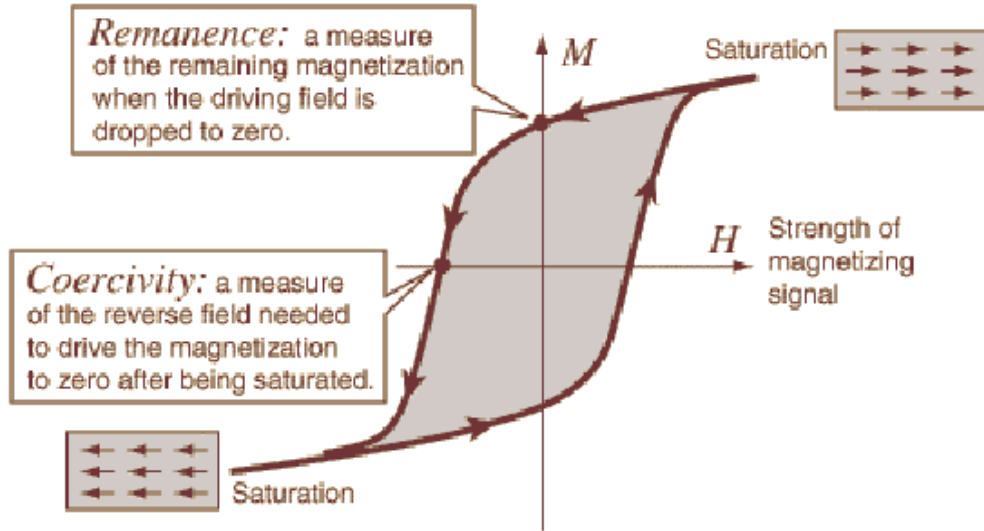


Mynd 8: Segulrásarlíkan fyrir sísegul

2.2. Hvaða stærðir ráða hegðun síseguls?

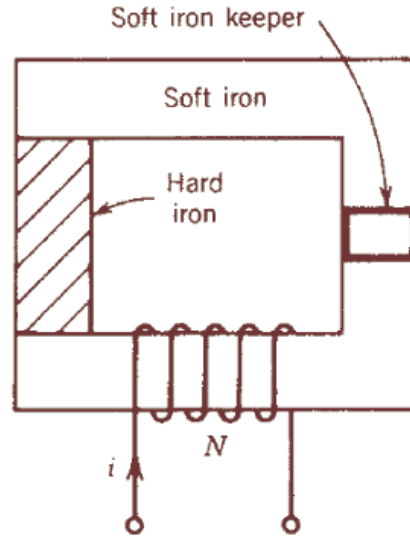
Við setjum nú sísegulinn inn í segulrás með járnsegulmögnum leiðara fyrir flúx og með loftbili, sbr. mynd 8

E.t.v. er einnig **segulkraftur** eða **áreiti** frá vafningum/spólu



Mynd 9: Stærðir fyrir sísegul

Bæði **segulleifar** (remanence) og **afseglunarsvið** (coercivity) eru í, **síseglinum** þ.e. efninu á krossstrikaða sæðinu. Hann hefur **segulheldniferil** (hysteresu) eins og sést á mynd 9:

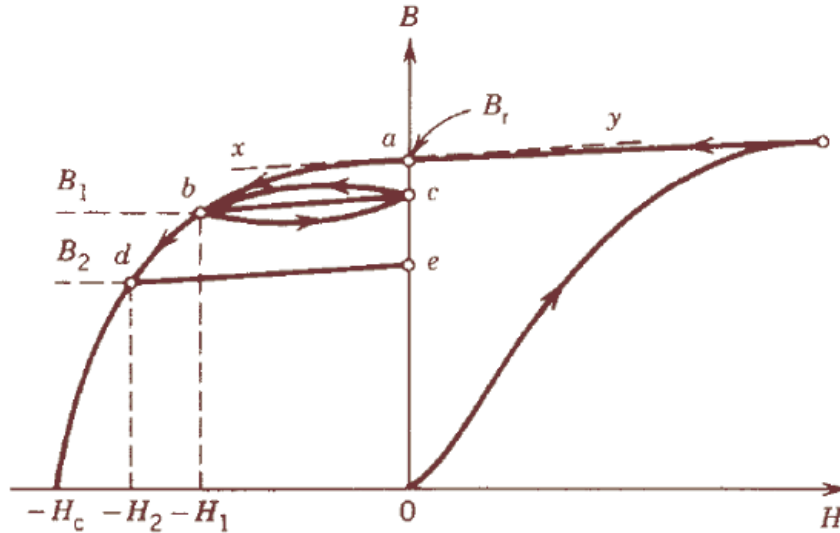


Mynd 10: Mjúkt og hart efni í kjarna

2.3. Hvaða stærðir ráða hegðun síseguls?

„Mjúka” járnsegulmagnaða efni kjarnans á mynd 10 afsegulmagnast við hverja sveiflu á straumnum í spólunni, (Ni , H).

„Harða” járníð, þ.e. sísegullinn heldur sínum segulleifum, B_r , eftir að áreitið, H ,

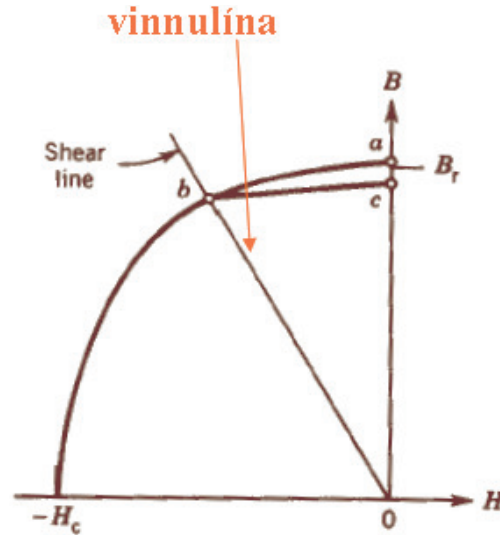


Mynd 11: Segulheldniferill

hefur verið fjarlæggt. Sbr mynd

Við áreiti í öfuga stefnu, þ.e. $H = H_1$ er harða efnið í punktinum b á mynd 11.

Við getum einnig skoðað í leiðinni hvað gerist við minni segulheldniferla (hringferla) eins og sést á ferli b-c á myndinni. Vinnuferlið við endurtekið áreiti frá núlli til H_1 verður lokaði ferillinn milli b-c á myndinni.



Mynd 12: Vinnulína

Nú er áreitið H frá spólunni fjarlæggt og einnig sett inn í segulrásina **loftbil** með breidd, g

Þá kemur í ljós að það myndast skurðlína í B-H línuriti (**shear line, load line**) þ.e. lína 0-b á neðri mynd. (Þetta er sýnt betur á næstu skyggnu) Hún er í 2. fjórðungi B-H línurits eins og sést á myndinni.



Vinnupunktur sísegulsins með loftbilinu er bundinn við þessa línu og skurðpunktinn við ferilinn.

Við getum nú leitt út jöfnu sem lýsir þessari vinnulínu (Sbr næstu skyggnu)

Stillum upp Amperes-lögmáli fyrir hringferil innan kjarnans Enginn segulkraftur verkar á segulrásina, þar sem engin spóla með rafstraumi er til staðar.

Gerum ráð fyrir að segulleiðnin sé $\mu \rightarrow \infty$ nema í loftbili og járnsegulmagnaða hlutanum.

Þá fæst:

$$F = 0 = H_g \cdot g + H_m \cdot l_m \quad (9)$$

sem leiðir til

$$H_g = -\frac{l_m}{g} \cdot H_m \quad (10)$$

Við gerum ráð fyrir að segulflæðið sé alls staðar eins, þ.e.

$$\Phi = A_g B_g = A_m B_m \quad (11)$$

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 20 of 29

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



$$B_g = \frac{A_m}{A_g} \cdot B_m \quad (12)$$

Hér er stillt upp jöfnunni :

$$B_g = \mu_0 \cdot H_g \quad (13)$$

...og sett inn í hana...

$$\frac{A_m}{A_g} \cdot B_m = -\mu_0 \frac{l_m}{g} \cdot H_m \quad (14)$$

$$B_m = -\mu_0 \frac{l_m}{g} \cdot \frac{A_g}{A_m} \cdot H_m \quad (15)$$

Ofangreind jafna táknar þessa vinnulínu. Mínus merkið sýnir að hún liggur í 2. fjórðungi B-H línurits. (Brotin lína á mynd 13)

• ljós kemur að **afseglunarsvið** (Coercitivity) en ekki **segulleif** (Remanence) ræður mestu um hegðun sísegla með loftbili.

Alnico 5 og M-5 stál (sjá myndir 13 og 14) eru dæmi um efni með sömu segulleif (remanence) en mjög mismunandi afseglunarsvið.

Munurinn á afseglunarsviði er þúsundfalldur á myndum!

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



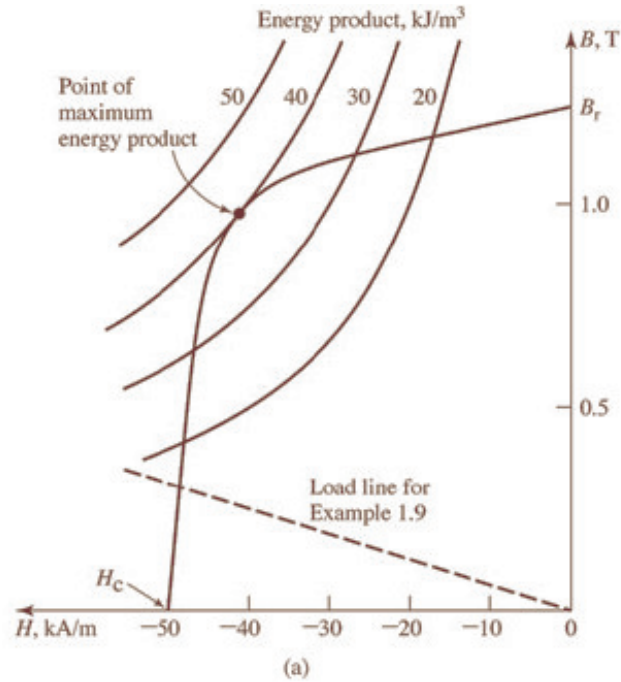
Page 21 of 29

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



Mynd 13: Second quadrant of hysteresis loop for Alnico 5

Home Page

Title Page

Contents



Page 22 of 29

Go Back

Full Screen

Close

Quit



[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)

[◀](#) [▶](#)

[◀](#) [▶](#)

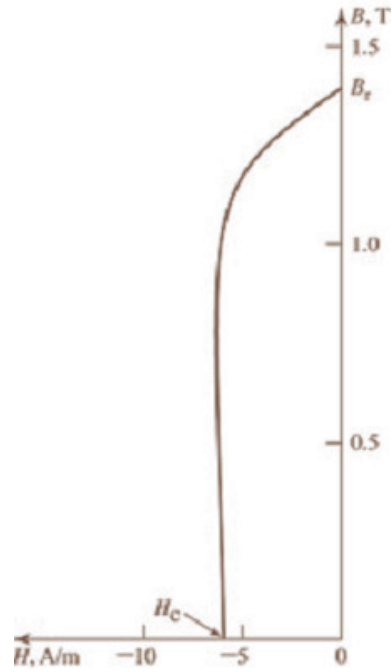
Page 23 of 29

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



Mynd 14: Second quadrant of hysteresis loop for M-5 electrical steel

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[Page 24 of 29](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

Athugum dæmi 1.9 bls 32 í FKU.

Gerum ráð fyrir sama flatarmáli, þ.e. $A_m = A_g$.

Gerum t.d. ráð fyrir að sísegullinn sé 5 fallt breiðari en loftbilið, þ.e.

$$\frac{l_m}{g} = 5$$

Þá fæst:

$$\begin{aligned} B_m &= -\mu_0 \frac{l_m}{g} \cdot \frac{A_g}{A_m} \cdot H_m \\ &= -4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5H_m = -6.28 \cdot 10^{-6} H_m \end{aligned}$$

Þetta er jafna fyrir brotnu vinnulínuna samkæmt mynd [13](#).

Skurðpunkturinn milli hennar og heildregnu línunnar sýnir að segulsviðið í vinnupunkti er u.þ.b. $B_g = B_m = 0.3 \text{ T}$.

Við getum nú hannað sísegul þannig að hann gefi tiltekið segulsvið í loftbilinu með lágmarks rúmmáli efnis. (sbr. næsta kafla)



2.4. Hönnun síseguls

Við hönnum sísegul með tilteknu segulsviði í loftbilinu, B_g með jöfnu þar sem við þurfum tiltekið rúmmál segulsins, V_m , til að ná tilteknu sviði, B_g . Við byrjum með jöfnuna:

$$B_g = \mu_0 \cdot H_g$$

Jafnan $H_g = -\frac{l_m}{g} \cdot H_m$ gefur:

$$B_g = -\mu_0 \cdot \frac{l_m}{g} \cdot H_m$$

Þar sem

$$B_g = \frac{A_m}{A_g} \cdot B_m$$

fæst með því að skrifa B^2

$$B_g^2 = \left(\frac{A_m}{A_g} B_m \right) \cdot \left(-\frac{\mu_0 H_m l_m}{g} \right)$$

$V_g = gA_g$ er rúmmál loftbilsins og $V_m = l_m a_m$ er rúmmál sísegulsins.

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[◀](#) [▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 25 of 29](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)



$$B_g^2 = \mu_0 \cdot \frac{l_m A_m}{g \cdot A_g} \cdot (-H_m B_m)$$

$$B_g^2 = \mu_0 \frac{V_m}{V_g} \cdot (-H_m B_m)$$

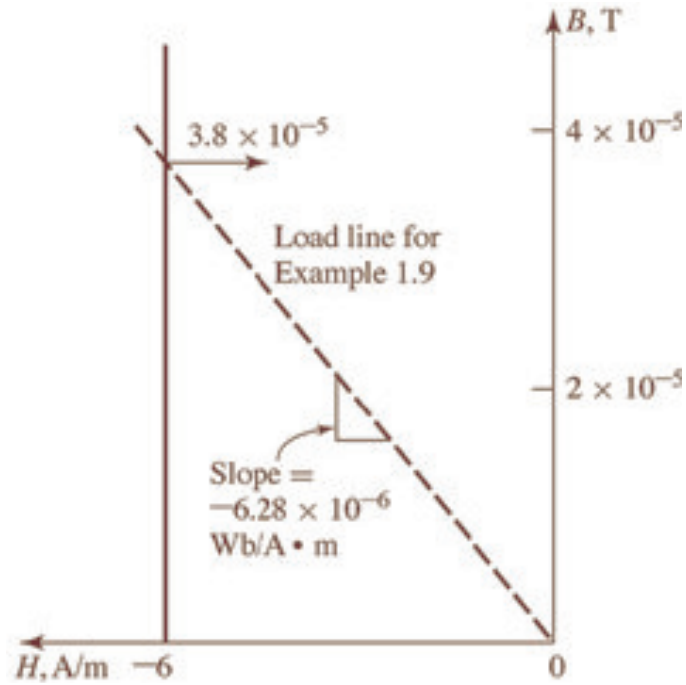
$H_m B_m$ er kallað **orkumargfeldi sísegulsins** og við fáum að lokum innrömmuðu jöfnuna t.h. þar kemur orkumargfeldið fyrir í nefnara. Hún sýnir að með gefnu segulsviði í loftbili og föstu rúmmáli þess, V_g fæst lágmarksrúmmál síseguls, V_m , með **hæsta orkumargfeldinu**. Jafngildisferlar orkumargfeldisins eru sýndir á mynd **13**.

$$V_m = \frac{V_g B_g^2}{\mu_0 (-H_m B_m)}$$

Jafngildisferlar orkumargfeldisins eru sýndir á mynd **13**. Við sjáum að við fáum hæsta orkumargfeldið í punkti sem er snertill milli B-H ferilsins og jafngildisferlanna. („point of maximum energy product”)

Mynd **16** sýnir hvernig efni í sísegla hafa þróast undanfarna áratugi og lýsir hinni hröðu þróun sísegla s.l. 20-30 ár! Orkumargfeldið í kJ/m³ Afseglunarsvið (Coercivity) (kOe=kílóÖrsted)

[Home Page](#)[Title Page](#)[Contents](#)[Page 26 of 29](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)



Mynd 15: Dæmi úr FKU

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



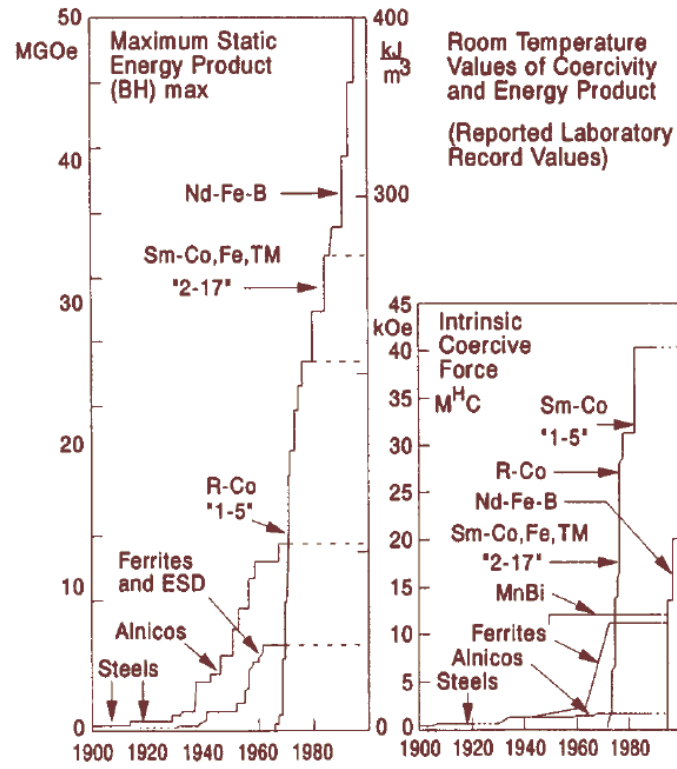
Page 27 of 29

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



Mynd 16: Þróun segulefna

3. Heimildir

- *Electric Machinery*; eftir Fitzgerald, Kingsley and Umans; 6. útgáfa: McGraw-Hill, 2003.
- *Principles of Electric Machines and Power Electronics*; höf.: P.C. Sen; 2. útgáfa: John Wiley and Sons, 1997.
- *Electric Machines* 2nd ed, M.S. Sarma, West Publishing Co. 1994



[Home Page](#)

[Title Page](#)

[Contents](#)



Page 29 of 29

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



Orkuumbreyting milli raforku og hreyfiorku

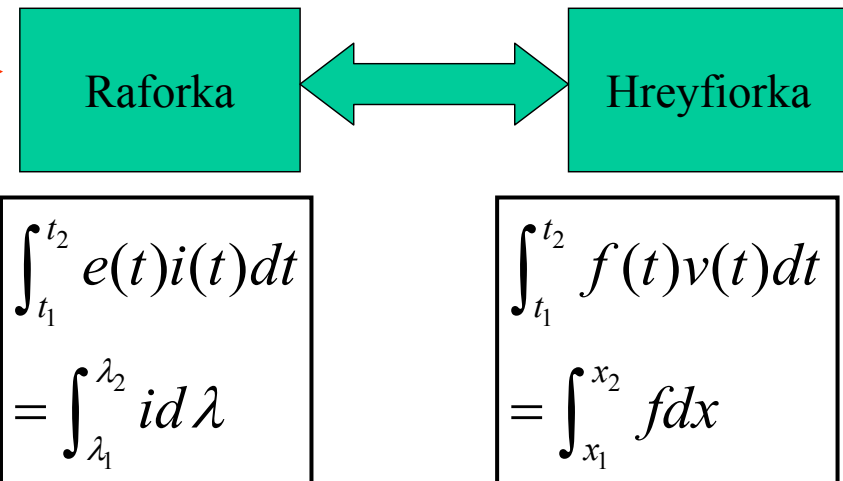
Electromechanical energy conversion principles



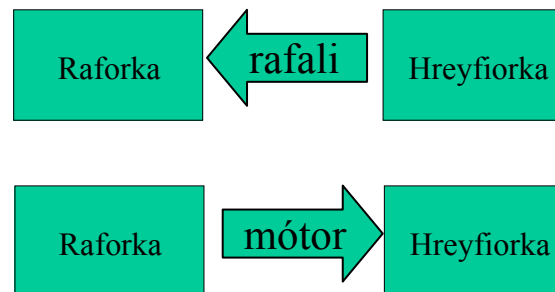
UNIVERSITY OF ICELAND

Umbreyting milli raforku og hreyfiorku

- Umbreytingin getur almennt gengið í hvora áttina sem er:
- Umbreyting úr hreyfimerki með línulegri hreyfingu í rafrænt merki á sér stað t.d. í mælibleytum (transducers).
- Dæmi er hátalarar, míkrofónar, skynjarar
- Línuleg umbreyting úr rafrænu merki í hreyfimerki á sér stað í liðum og rafseglum
- Rafalar og mótórar er dæmi um samfellda umbreytingu oftast með snúningshreyfingu



- Rafalar:
 - Umbreyta hreyfiorku í raforku
- Hreyflar (mótórar):
 - Umbreyta raforku í hreyfiorku





UNIVERSITY OF ICELAND

Orkuumbreyting – kraftur er verkar á hleðslu er hreyfist í segulsviði

Skoðum nú **grundvöll kraftáhrifa:**

- Lorenz kraftur \mathbf{F} á hleðslu hegðar sér samkvæmt jöfnu, þar sem hleðslan q fer með hraða \mathbf{v} í sviði \mathbf{B} og \mathbf{E} .
- \mathbf{F} mælist í Newton, \mathbf{B} í Tesla, q í coulomb og \mathbf{E} í volt/m
- **Höfum mestan áhuga á hreinu segulsviði hér: \mathbf{F} er alltaf hornréttur á planið sem vektorarnir \mathbf{v} og \mathbf{B} mynda.**
- Stærðin á \mathbf{F} ræðst af horninu α á milli \mathbf{v} og \mathbf{B} , þ.e.

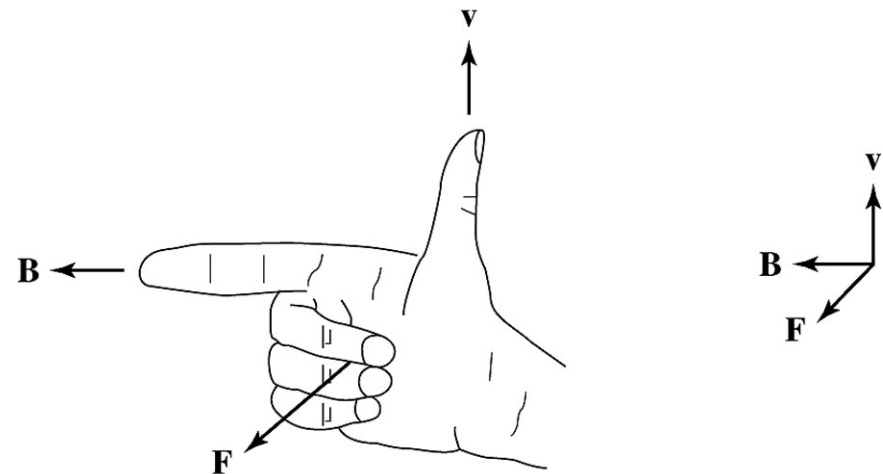
$$|\mathbf{F}| = q|\mathbf{v}||\mathbf{B}|\sin\alpha$$

-í planinu sem vektorarnir \mathbf{v} og \mathbf{B} mynda

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

í hreinu rafsviði: $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$

í hreinu segulsviði: $\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$





UNIVERSITY OF ICELAND

Orkuumbreyting og krafverkun

- Við getum einnig skilgreint **hleðslupéttleika**, ρ , þ.e. hleðslu á rúmmálseiningu (C/m^3) og fæst þá kraftur á rúmmálseiningu \mathbf{F}_v (N/m^3).

$$\mathbf{F}_v = \rho(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

- Unnt er að skilgreina **straumpéttleika** ($C/(s \cdot m^2)$) = A/m^2) á flatarseiningu sem margfeldi hleðslupéttleika (C/m^3) og hraða (m/s) og er krafturinn áfram á rúmmálseiningu, \mathbf{F}_v (N/m^3).

$$\mathbf{J} = \rho \mathbf{v}$$

- Kraftur** á lengdareiningu á leiðara er leiðir rafstraum (\mathbf{F}_l) (N/m) fæst með því að margfalda með þverskurðarflatarmáli leiðarans, A (m^2)

$$\mathbf{F}_v = \mathbf{J} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{F}_l = \mathbf{I} \times \mathbf{B}$$

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{I} = \mathbf{J}A \\ \mathbf{F}_l = \mathbf{F}_v \cdot A \end{array} \right\}$$

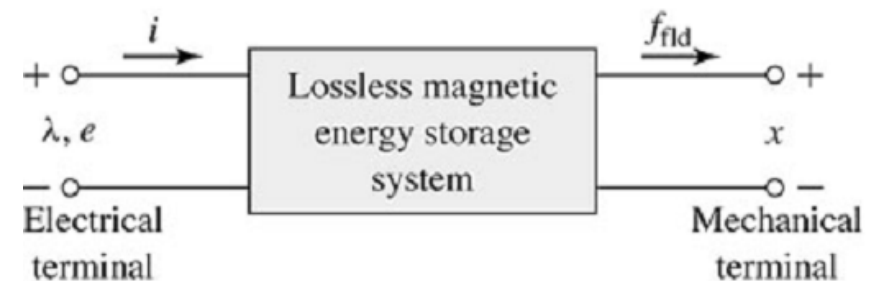
$$\mathbf{F} = l \cdot \mathbf{F}_l = l \cdot \mathbf{I} \times \mathbf{B}$$

$$|\mathbf{F}| = l |\mathbf{I}| |\mathbf{B}| \sin \alpha$$

- Heildarkraftur (N) fæst með því að margfalda með lengd leiðarans, l (m)

- Stærð** kraftsins miðast við hornið, α , á milli vektoranna \mathbf{I} og \mathbf{B}

- Þessar jöfnur má nota í einfaldri rafmagnsvél (mótor) sem einingu þar sem **rafafli** fer inn öðru megin ($e \cdot i$) og **hreyfiafli** kemur út hinum megin ($f_{fld} \cdot x$) sbr næstu mynd





Sýnidæmi 3.1 kennslubók, bls 114

UNIVERSITY OF ICELAND

$$\mathbf{F}_v = \mathbf{J} \times \mathbf{B} \longrightarrow \mathbf{F} = I \mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

- Gefið er B -svið, $B=0,02$ T, $I=10$ A
- Gefið $R=0,05$ m, $l=0,3$ m
- Finnið vægið á “rafmagnsvélina” sem fall af α . Munum að vægi er sama sem “kraftur” sinnum “armur”

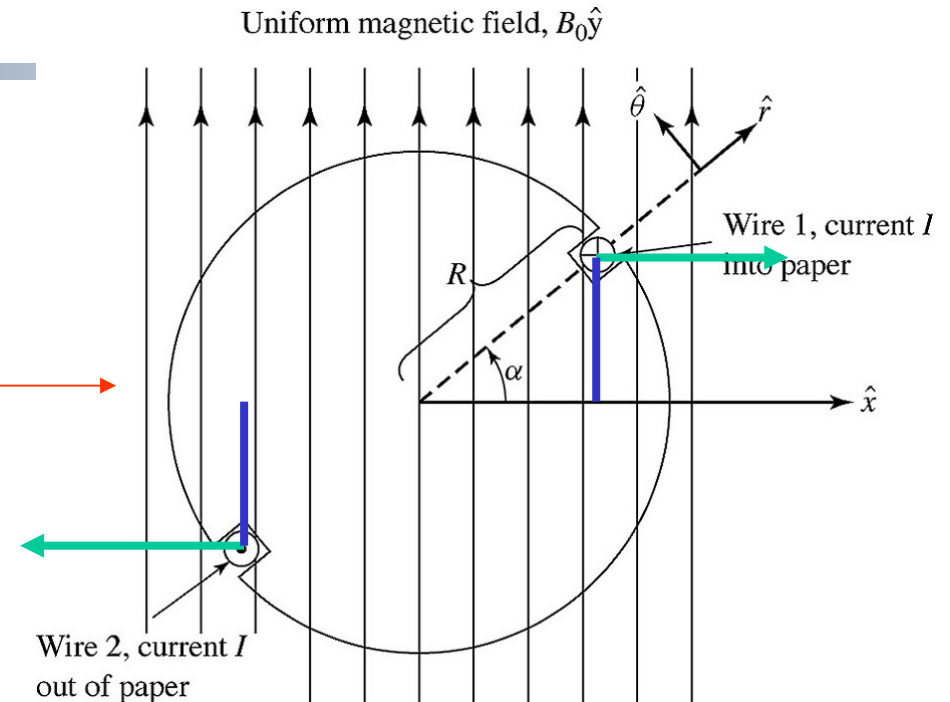
$$\longrightarrow \text{Kraftur} = -IB_0 l \quad \text{Armur} = R \sin \alpha$$

$$\longrightarrow T_1 = -IB_0 l R \sin \alpha \quad T_2 = -IB_0 l R \sin \alpha$$

$$T = \text{heildarvægi} = -2FR \sin \alpha = -2IB_0 R l \sin \alpha$$

$$T = -2IB_0 R l \sin \alpha = -2(10)(0,02)(0,05)(0,3) \sin \alpha$$

$$T = -0,006 \sin \alpha$$



Ath. að hornið milli \mathbf{I} og \mathbf{B} vektoranna er 90 gráður og sínus af því er 1 (ekki sama og $\sin \alpha$ í þessu dæmi)

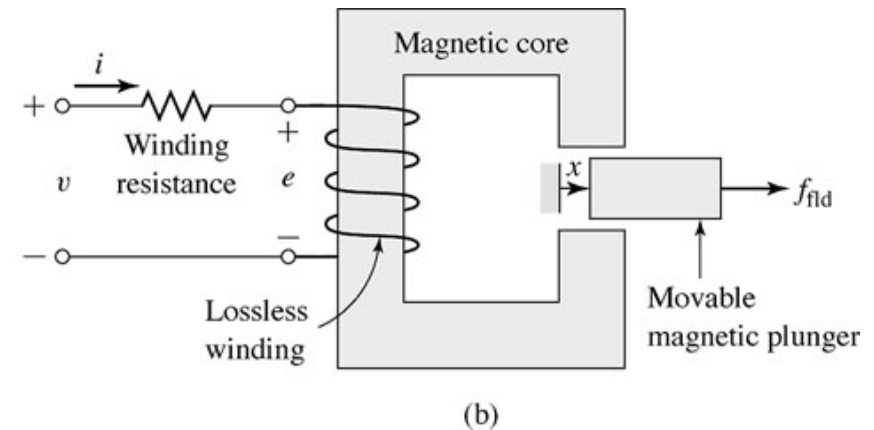


UNIVERSITY OF ICELAND

Rafafl og hreyfiafl í segulrás

- Lögmálið um viðhald orkunnar (aflsins):
- **Orka frá rafkerfi = Aukning í sviðsorku + hreyfiorka út eða**
- **Afl frá rafkerfi = Aukning í sviðsorku á tímaeiningu + hreyfiafl út**

Einfalt rafsegulkerfi með hreyfingu:



Orkujafnvægi fyrir eitthvert rafsegulkerfi sem umbreytir raforku í hreyfiorku er þá þannig:

$$\text{Rafsegulorka inn} = \text{Hreyfiorka út} + \text{Aukin orka í segulsviði} + \text{Orkutöp}$$



Kraftáhrif segulsviðs

Skoðum orkujafnvægi fyrir eitthvert rafsegulkerfi sem umbreytir raforku í hreyfiorku:

$$\begin{array}{ccccccc} \boxed{\begin{array}{c} \text{Rafsegul-} \\ \text{orka} \\ \text{inn} \end{array}} & = & \boxed{\begin{array}{c} \text{Hreyfi-} \\ \text{orka út} \end{array}} & + & \boxed{\begin{array}{c} \text{Aukin} \\ \text{orka} \\ \text{í segul-} \\ \text{sviði} \end{array}} & + & \boxed{\begin{array}{c} \text{Orkutöp} \end{array}} \end{array}$$

$$dW_e = dW_m + dW_f + dW_{töp}$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Tapalaust rafsegulkerfi

Orkujafnvægi fyrir rafsegulkerfi sem umbreytir raforku í hreyfiorku án orkutapa:

Orkuinnihaldið í sviðinu í loftbili milli hins hreyfanlega hluta vélar og fasts hluta er n.k. **orkumiðill** er flytur orku á milli og geymir í skamman tíma..

$$dW_e = dW_m + dW_f$$

Raforka inn í rafsegulkerfið

Aukið orkuinnihald í segulsviði kerfisins

Hreyfiorka út úr kerfinu



UNIVERSITY OF ICELAND

Rafafl og hreyfiafl í segulrás

Ef engin töp eru fæst:

Rafsegul-
orka
inn

=

Hreyfi-
orka út

+

Aukin
orka
í segul-
sviði

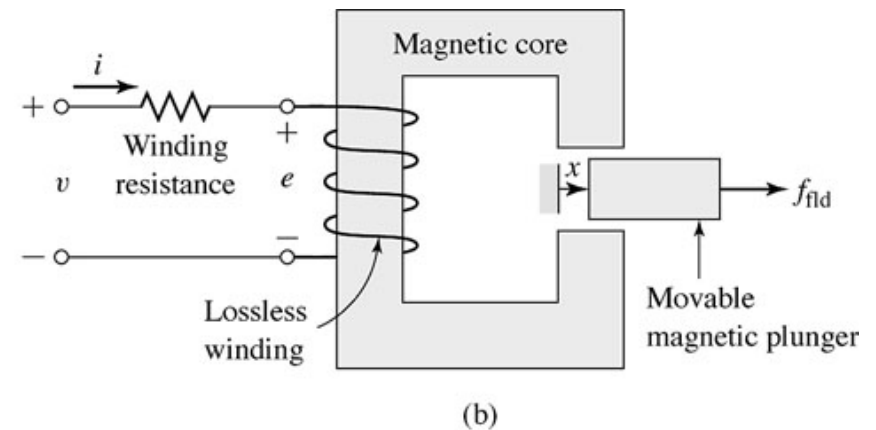
$$dW_e = dW_m + dW_{fld}$$

•Lítum því á segulrás sem getur verið **hreyfanleg**, þ.e. **breytileg í rúmi** samkvæmt mynd og háð t.d. breytunni x

- **Aflið** dW_e/dt sem fer inn í segulrásina frá rafkerfinu t.v. á myndinni er ei
- **Aukning á sviðsorku** á tímaeiningu er dW_{fld}
- **Hreyfiafl út** er $\frac{dW_m}{dt} = f_{fld} \frac{dx}{dt}$
- Ef engin töp eru fæst:

$$dW_e = dW_m + dW_{fld}$$

$$ei = f_{fld} \frac{dx}{dt} + \frac{dW_{fld}}{dt}$$

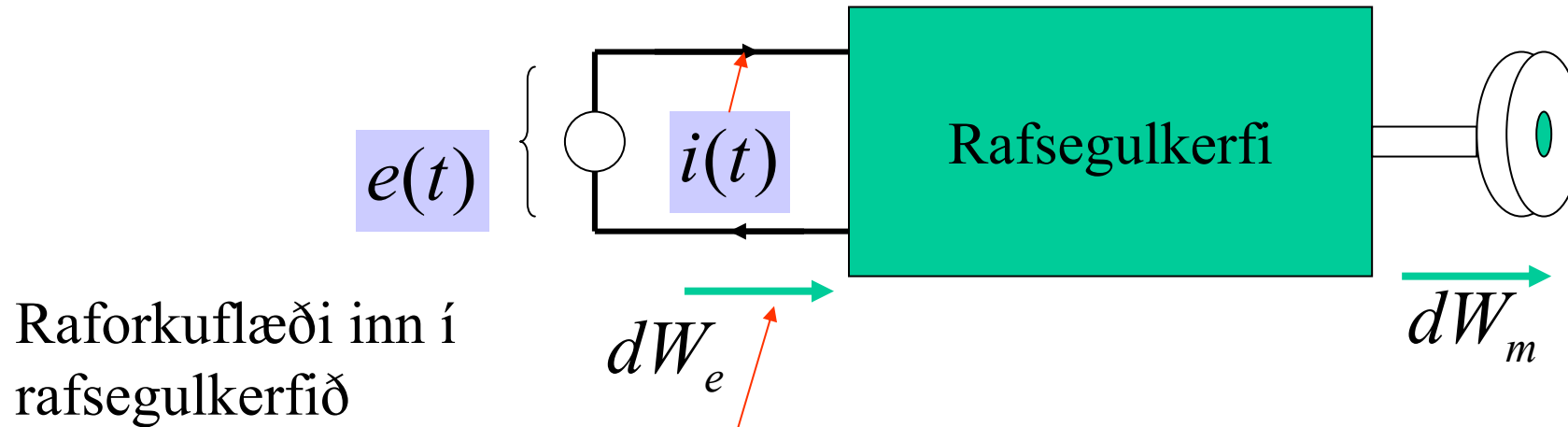


$$\frac{dW_{fld}}{dt} = ei - f_{fld} \frac{dx}{dt}$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Raforkuflæði inn í kerfið



$$dW_e = P_e \cdot dt = i(t) \cdot e(t) dt = i(t) d\lambda$$

$$e = \frac{d\lambda}{dt}$$

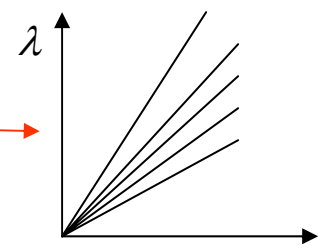
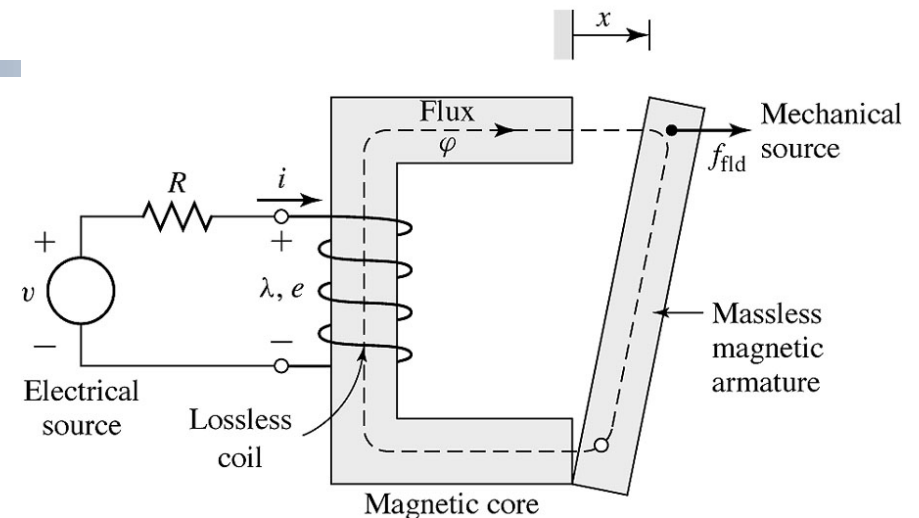
$$dW_{fld} = id\lambda - f_{fld} dx$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Orka í breytilegri línulegri segulrás

- Lítum aftur á segulrás sem getur verið **hreyfanleg**, þ.e. **breytileg í rúmi** samkvæmt mynd og háð t.d. breytunni x
- Almennt er **orka** í segulrás aðallega geymd í **loftbilinu** og að einhverju (litlu) leyti í kjarnanum.
- Orkubéttleiki er **margfaldur í loftbilinu** á við kjarnann, þar sem μ_r er margfalt stærra í kjarna og eftirfarandi jafna gildir $w = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\mu_r \mu_0} B^2$
- Ef rásin er **línuleg** má skrifa flúxvafningana sem fall af x og i , samkvæmt jöfnunni. $\lambda = L(x) \cdot i$
Fallið er línulegt í straumnum, i , og við fáum beinar línur í λ - i línuriti **eina línu fyrir hvert gildi á x**





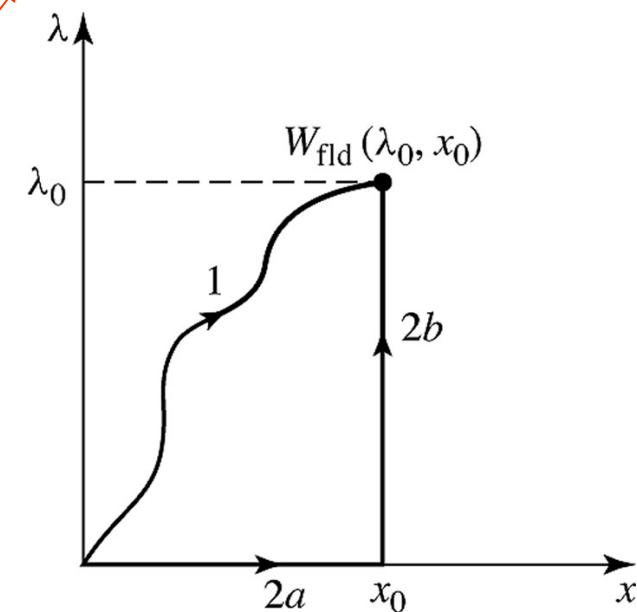
UNIVERSITY OF ICELAND

Orka í breytilegri línulegri segulrás (2)

- Nú má líta á λ og x sem nokkurs konar **ástandsbreitur** sem ákvarða einhliða gildið á orku sem geymd er í segulrásinni, $W_{fld}(\lambda, x)$
- Ekki skiptir máli hvaða leið** er farin í λ, x línuriti (t.d. nr 1 eða 2 á mynd) þar sem niðurstaðan er sú sama, orkan er fall af λ og x
- Á leið 2a á mynd er $\lambda = 0$ og $d\lambda = 0$ og þar með $f_{fld} = 0$ þar sem enginn kraftur er þar sem ekkert segulsvið λ er.
- Þess vegna dugar að heilda jöfnuna efst fyrir leið 2b og fæst þá:

- Fyrir línulegt kerfi þar sem $\lambda = L(x) \cdot i$ fæst:
- Í ólínulegu kerfi verður heildin aðeins annars eðlis og lítið eitt flóknari (sjá síðar)

$$dW_{fld} = i d\lambda - f_{fld} dx$$



$$W_{fld}(\lambda_0, x_0) = \int_0^{\lambda_0} i(\lambda, x_0) d\lambda$$

$$W_{fld}(\lambda, x) = \int_0^{\lambda} \frac{\lambda'}{L(x)} d\lambda' = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{L(x)} = \frac{1}{2} L(x) i^2$$



Orka í breytilegri línulegri segulrás (3)

- Auk jöfnunnar hér til hliðar er vert að hafa til samanburðar aðrar jöfnur sem lýsa orkuinnhaldi tiltekins rúmtaks út frá orkuþéttleika. Þá fæst eftirfarandi jafna úr rafsegulfræði

$$W_{fld}(\lambda_0, x_0) = \int_0^{\lambda_0} i(\lambda, x_0) d\lambda$$

$$W_{fld} = \int_V \left(\int_0^B \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B} \right) dV$$
- Þar sem $\mathbf{B} = \mu \cdot \mathbf{H}$

$$W_{fld} = \int_V \left(\frac{B^2}{2\mu} \right) dV$$

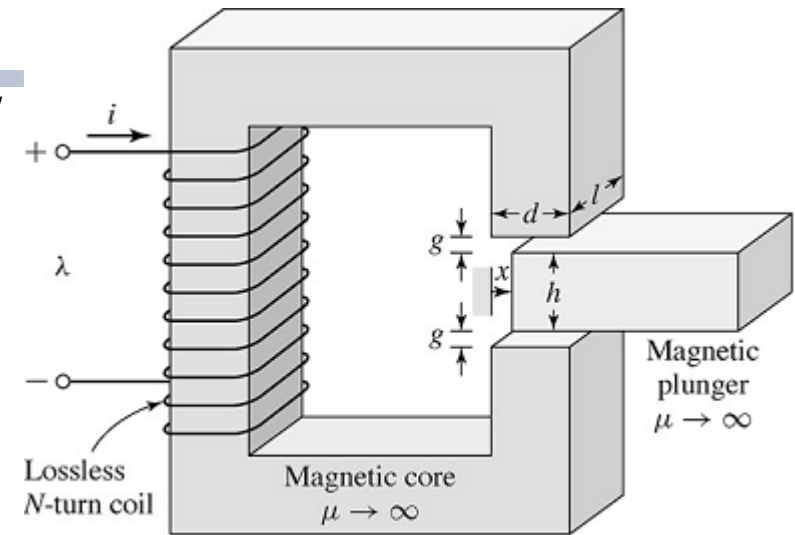
fæst einnig eftirfarandi jafna



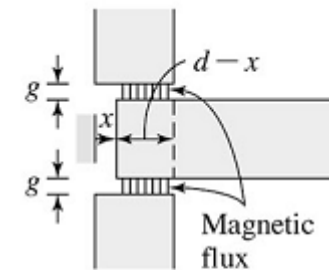
UNIVERSITY OF ICELAND

Sýnidæmi 3.2 bls 121

- Reikna skal orku í þessu kerfi sem fall af x , $0 < x < d$
- $h \gg g$, $N=1000$ snún., $g=2$ mm, $d=0,15$ m, $l=0,1$ m, $i=10$ A



(a)



(b)



UNIVERSITY OF ICELAND

Sýnidæmi 3.2 bls 121 (2)

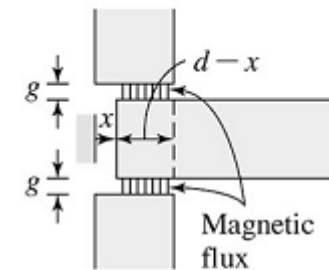
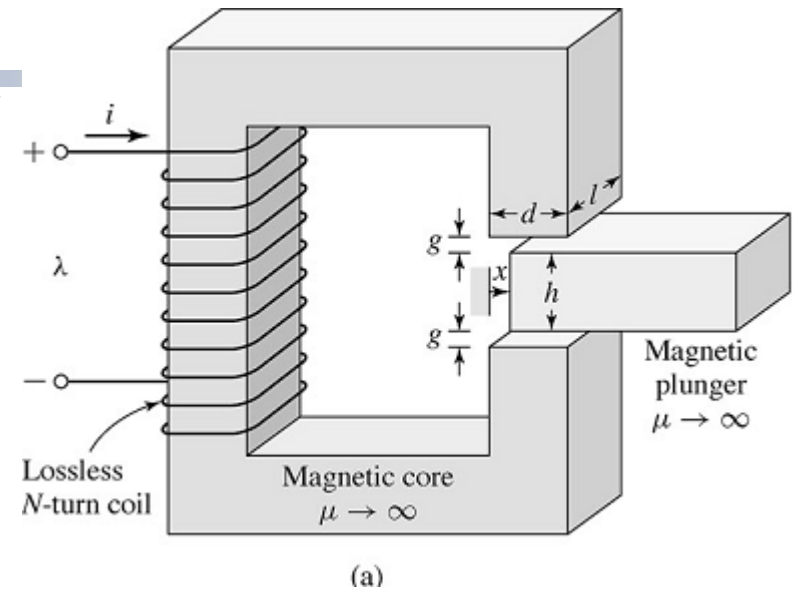
- Reikna skal orku í þessu kerfi sem fall af x , $0 < x < d$
- $h \gg g$, $N=1000$ snún., $g=2$ mm, $d=0,15$ m, $l=0,1$ m, $i=10$ A

$$W_{fld}(\lambda, x) = \frac{1}{2} L(x) i^2 \rightarrow L = N^2 \left(\frac{\mu_0 A_{gap}}{2g} \right)$$

$$A_{gap} = l(d - x) = ld \left(1 - \frac{x}{d} \right)$$

$$L(x) = N^2 \left(\frac{\mu_0 ld \left(1 - \frac{x}{d} \right)}{2g} \right) \rightarrow W_{fld} = \frac{1}{2} N^2 \left(\frac{\mu_0 ld \left(1 - \frac{x}{d} \right)}{2g} \right) i^2$$

$$\rightarrow W_{fld} = \frac{1}{2} 1000^2 \left(\frac{4\pi \cdot 10^{-7} (0,1)(0,15) \left(1 - \frac{x}{d} \right)}{2(0,002)} \right) 10^2 = 236 \left(1 - \frac{x}{d} \right)$$





Orka í breytilegri línulegri segulrás (4)

- Eins og áður er rakið, gildir jafna um **orkujafnvægi** $\rightarrow dW_{fld} = id\lambda - f_{fld} dx$
tapalausrar segulrásar er tengir breytingu á orkuinnhaldi við tilfærslu dx einhvers hluta rásarinnar og breytt segulflæði $d\lambda$

- Þar sem orkan í sviðinu er fall af λ og x , má einnig $\rightarrow dW_{fld} = \frac{\partial W_{fld}}{\partial \lambda} d\lambda + \frac{\partial W_{fld}}{\partial x} dx$
 skrifa hliðstæða almenna jöfnu

- Á samanburði á þessum jöfnum sjást eftirfarandi tengsl:

$$i = \left. \frac{\partial W_{fld}}{\partial \lambda} \right|_x$$

$$f_{fld} = - \left. \frac{\partial W_{fld}}{\partial x} \right|_\lambda$$

- þar sem $W_{fld}(\lambda, x)$
 þ.e. fall af x og λ . Táknin þýða, að við verðum að halda x og λ föstu meðan hlutdiffrunin er tekin
- Unnt er að reikna út krafta í stillanlegri segulrás með notkun á ofangreindum jöfnum**



Orka í breytilegri línulegri segulrás (5)

- Í línulegri segulrás með línulegri hreyfingu, x gildir $\lambda = L(x) \cdot i$ \longrightarrow

$$W_{fld}(\lambda, x) = \int_0^\lambda \frac{\lambda'}{L(x)} d\lambda' = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{L(x)}$$

- Með notkun á fyrri jöfnu, fæst eftirfarandi niðurstaða um segulrás með breytilegu spani \longrightarrow

$$f_{fld} = -\frac{\partial W_{fld}}{\partial x} = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{(L(x))^2} \cdot \frac{dL(x)}{dx}$$

- Einnig er unnt að tákna kraftinn sem fall af spani, L og straumi, i með notkun $\lambda = L(x) \cdot i$ \longrightarrow

$$f_{fld} = \frac{i^2}{2} \cdot \frac{dL(x)}{dx}$$

- Hér að framan var miðað við línulega hreyfingu, x . Unnt er í staðinn að miða við snúningshreyfingu θ . Þá fást niðurstöðurnar á næstu skyggnu



Orka í línulegri segulrás með snúningshreyfingu

- Í línulegri segulrás með **snúningshreyfingu**, θ gildir eftirfarandi samband um litlar breytingar

$$dW_{fld}(\lambda, \theta) = id\lambda - T_{fld}d\theta$$

- Einnig gildir

$$dW_{fld} = \frac{\partial W_{fld}}{\partial \lambda} d\lambda + \frac{\partial W_{fld}}{\partial \theta} d\theta$$

- Því fæst eftirfarandi jafna um **vægi** í rás með snúningshreyfingu

$$T_{fld} = - \left. \frac{\partial W_{fld}(\lambda, \theta)}{\partial \theta} \right|_{\lambda}$$

- Fyrir línuleg kerfi með snúningshreyfingu gildir jafna ef um snúningshreyfinguna gildir sambandið: $\lambda = L(\theta) \cdot i$

$$T_{fld} = - \frac{\partial W_{fld}}{\partial \theta} = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{(L(\theta))^2} \cdot \frac{dL(\theta)}{d\theta}$$

- Einnig er unnt að tákna vægið sem fall af spani, L og straumi, i með notkun $\lambda = L(\theta) \cdot i$

$$T_{fld} = \frac{i^2}{2} \cdot \frac{dL(\theta)}{d\theta}$$



Dæmi 1.5 FKU

UNIVERSITY OF ICELAND

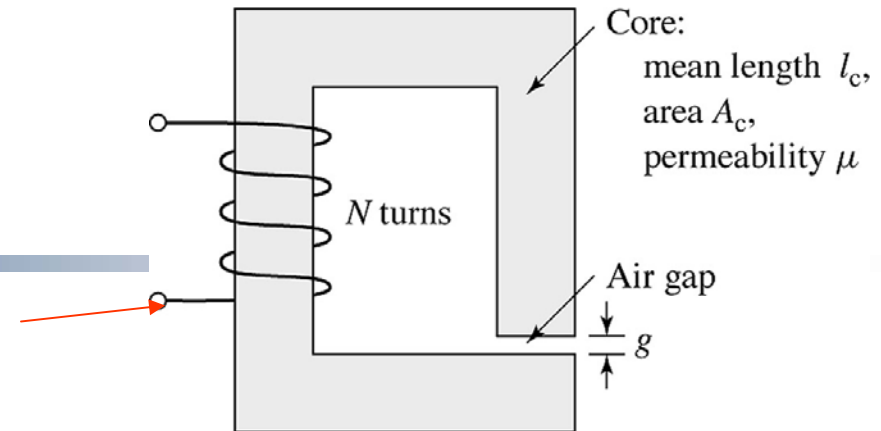
- Gefin er rásin á meðfylgjandi mynd
- Gefin er jafna fyrir segullekt, μ sem fall af B_m .
- Teikna skal með Matlab upp B_m sem fall af H_m á bilinu $0 \leq B_m \leq 2.2$ Tesla
- Þá fæst eftirfarandi Matlab forrit:

$$\mu = \mu_0 \left(1 + \frac{3499}{\sqrt{1 + 0.047 (B_m)^{7.8}}} \right)$$

$$A_c = 1.8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$l_c = 0.6 \text{ m}$$

$$g = 2.3 \times 10^{-3} \text{ m}$$



```

bm=0:0.1:2.2;
mu0=4e-7*pi;
mu=mu0.*(1+3499./sqrt(1+0.047.*bm.^(7.8)));
hm=bm./mu;
plot(hm,bm)
grid on
title(' Dæmi 1.5a FKU ')
xlabel('H_m')
ylabel('B_m')
print -deps daemil_5a.eps

```

```

N=83;
g=2.3e-3;
lc=0.6;
Ac=1.8e-3;
lambda=N*Ac*bm;
i=(lc*bm./(N*mu))+(bm*g/(N*mu0))
plot(i,lambda)
grid on
title(' Dæmi 1.5c FKU ')
xlabel('Current (A)')
ylabel('Flux Linkage, Lambda')
print -deps daemil_5c.eps

```



Dæmi 1.5 FKU (2)

UNIVERSITY OF ICELAND

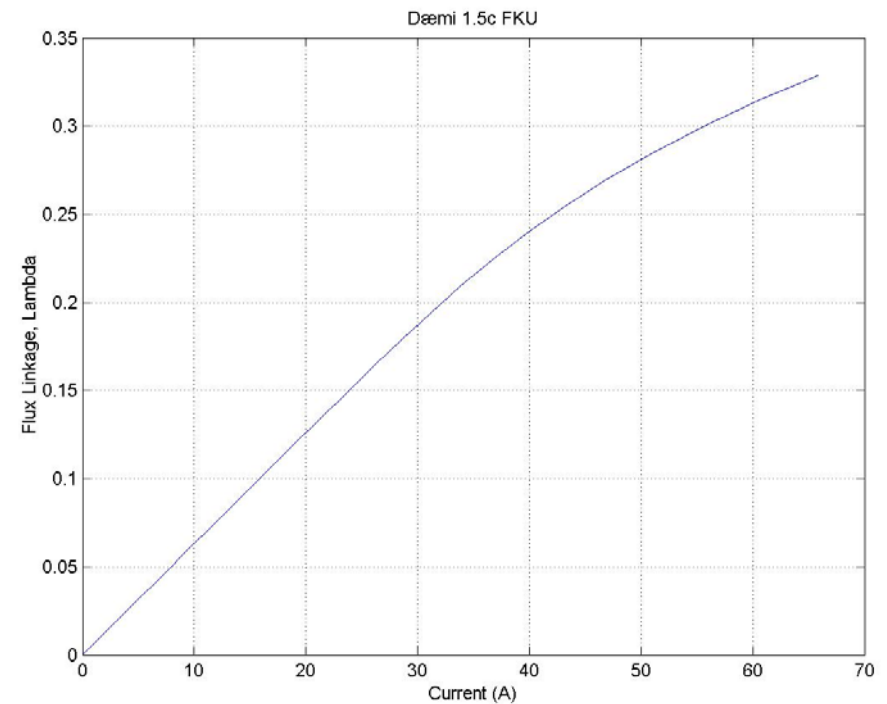
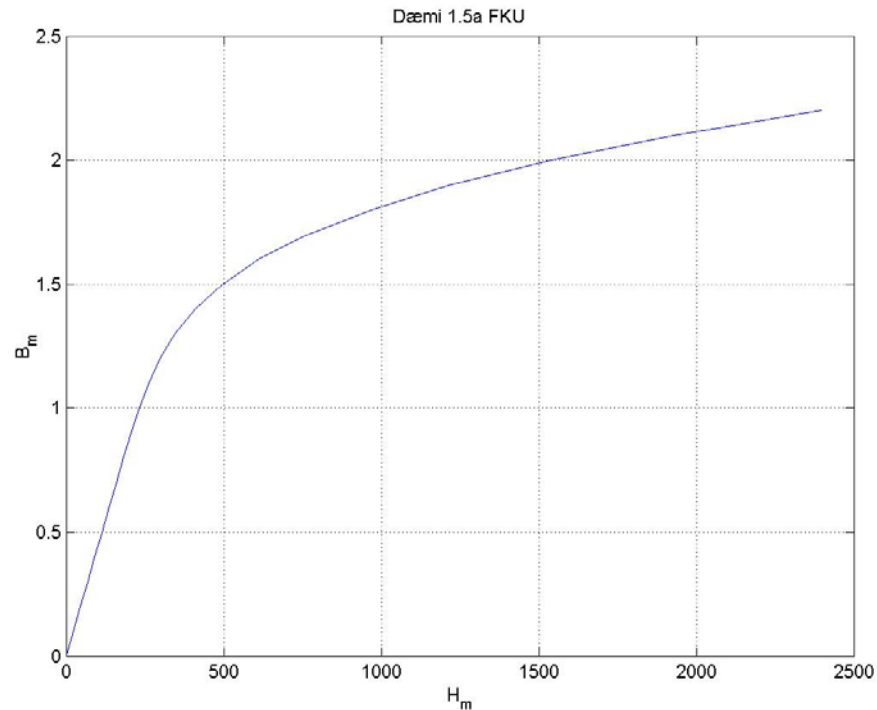
- Einnig skal teikna upp flúxvafninga, λ sem fall af straumi, i fyrir rásina. Við fáum eftirfarandi jöfnur: _____
- Þá fæst seinni hluti Matlab forrits og myndir

$$Ni = H_c l_c + H_g g = \frac{B_m}{\mu(B_m)} l_c + \frac{B_m}{\mu_0} g$$

$$i = \frac{B_m l_c}{N \mu(B_m)} + \frac{B_m}{N \mu_0} g$$

$$\text{Nú er } \phi_m = AB_m \text{ og } \lambda = N\phi_m$$

$$\text{eða } \lambda(B_m) = NAB_m$$





Orkuumbreyting milli raforku og hreyfiorku

2. hluti



UNIVERSITY OF ICELAND

Samorka - skilgreining

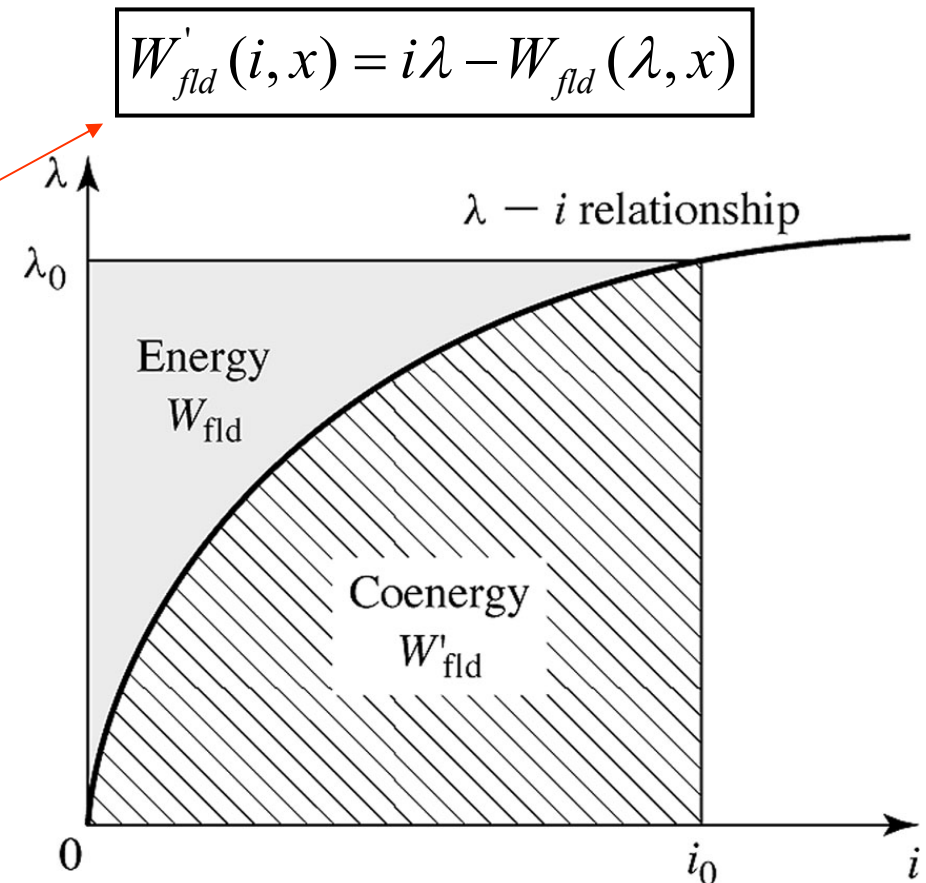
- Skilgreint er nýtt hugtak, **samorka** (coenergy) sem er hentugt til að reikna beint út kraftinn sem fall af straumi
- **Samorkan** er skilgreind samkvæmt jöfnu og línuriti. Við getum nú skoðað hvað gerist ef við diffrum jöfnuna sem skilgreinir samorkuna. Þá fæst:

$$dW'_{fld}(i, x) = d(i\lambda) - dW_{fld}(\lambda, x)$$

- þá fæst: $d(i\lambda) = i d\lambda + \lambda di$
- Við höfum einnig fyrri niðurstöður

$$dW_{fld} = i d\lambda - f_{fld} dx$$

- Að lokum fæst: $dW'_{fld}(i, x) = \lambda di + f_{fld} dx$





UNIVERSITY OF ICELAND

Samorka - skilgreining

- Unnt er eins og áður að bera saman 2 jöfnur

$$dW'_{fld}(i, x) = \lambda di + f_{fld} dx$$

$$dW'_{fld}(i, x) = \left. \frac{\partial W'_{fld}}{\partial i} \right|_x di + \left. \frac{\partial W'_{fld}}{\partial x} \right|_i dx$$

- Samanburður gefur eftirfarandi jöfnur fyrir **samorku** og **orku**:
- Berum saman við fyrri jöfnur út frá orku
- **Báðar innrömmuðu jöfnurnar í rauðu** gefa sömu niðurstöðu, en önnur er tekin með því að halda stærðinni i fastri en hin með því að halda stærðinni λ fastri.

Sam-
orka

$$\lambda = \left. \frac{\partial W'_{fld}}{\partial i} \right|_x$$

$$f_{fld} = \left. \frac{\partial W'_{fld}(i, x)}{\partial x} \right|_i$$

Orka

$$i = \left. \frac{\partial W_{fld}}{\partial \lambda} \right|_x$$

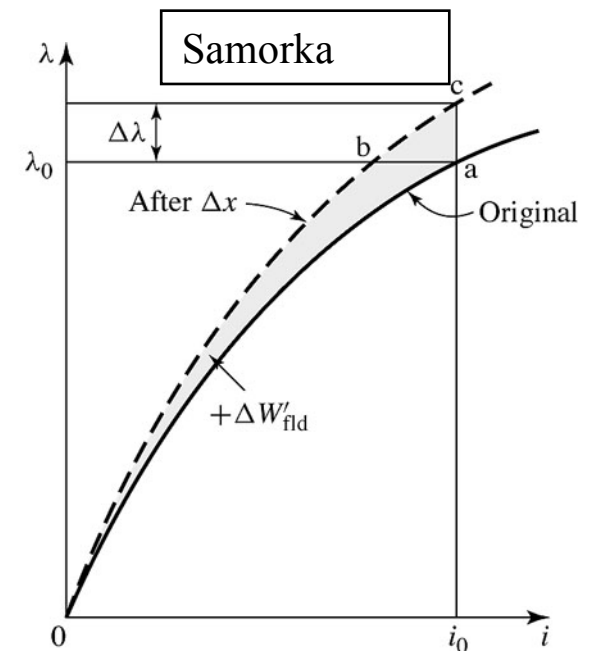
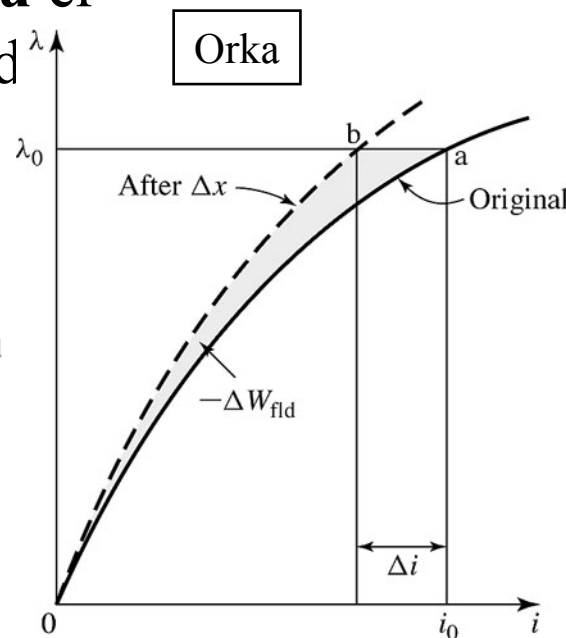
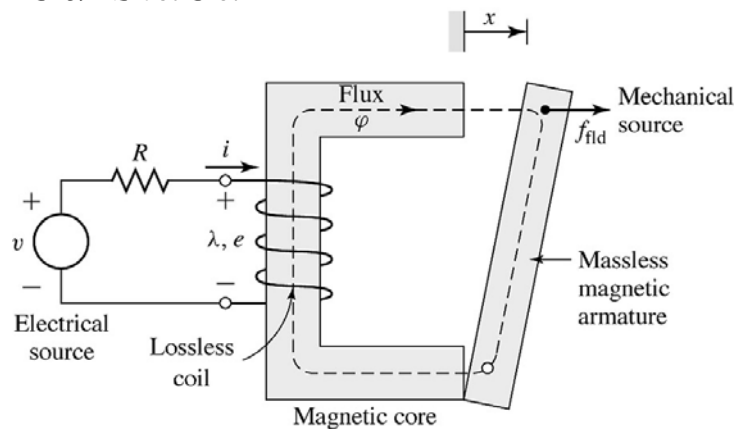
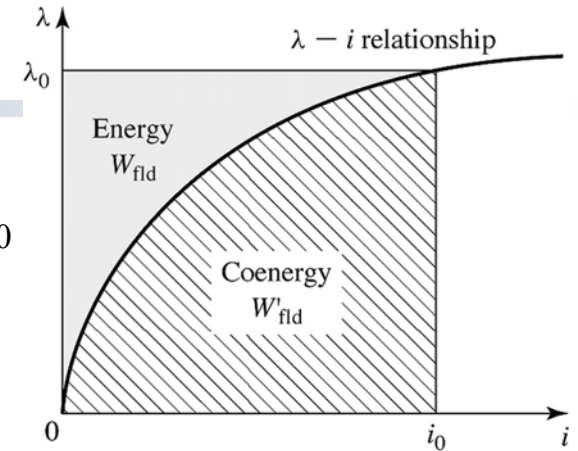
$$f_{fld} = - \left. \frac{\partial W_{fld}}{\partial x} \right|_\lambda$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Samanburður: samorka - orka

- Summa af samorku og orku er ferhyrningslaga svæðið á myndinni $W'_{fld} + W_{fld} = \lambda_0 i_0$
- Kraftur fundinn með **orku** er skyggða svæðið á vinstri mynd (a)
- Kraftur fundinn með **samorku** er skyggða svæðið á hægri mynd
- Þegar $\Delta x \rightarrow 0$ verður sama niðurstaða



(a)

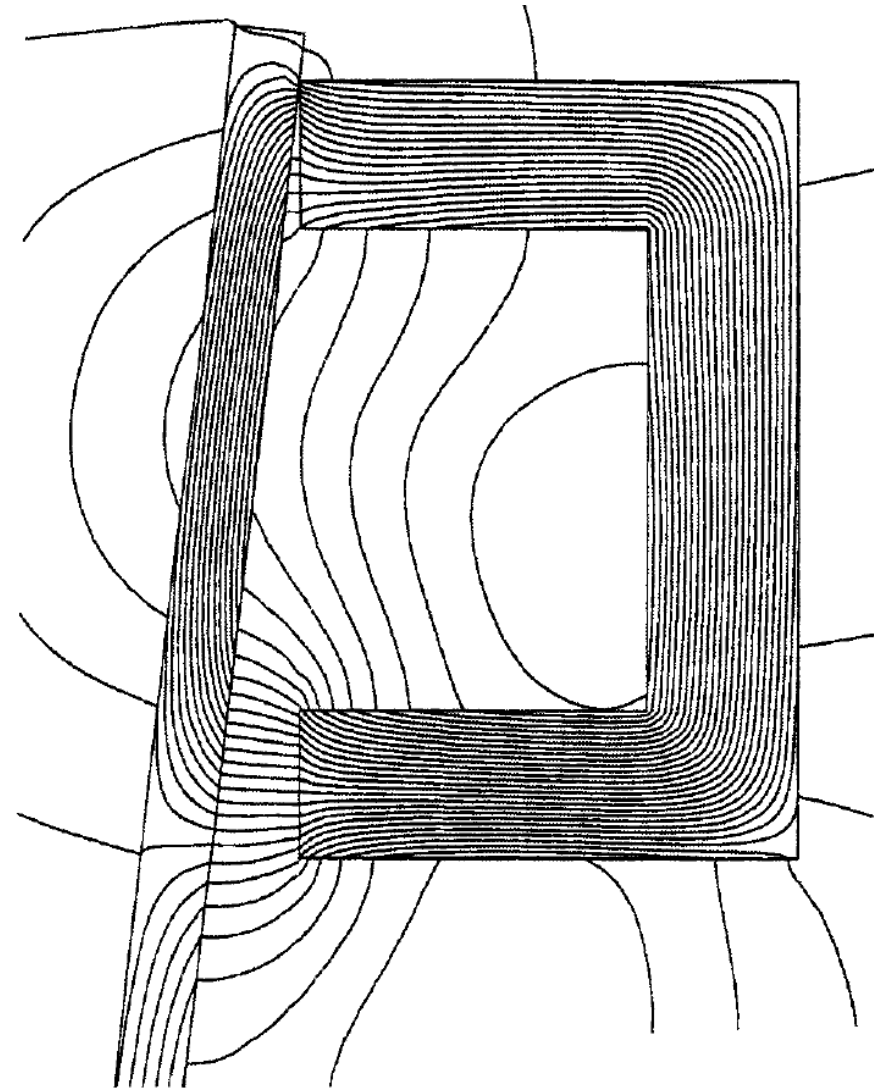
(b)



UNIVERSITY OF ICELAND

Segulsvið umhverfis rás með loftbili

- Segulsvið umhverfis rásina á fyrri skyggnu er sýnt til hliðar
- Það er reiknað með “finite element” aðferðum og Maxwells jöfnum
- Flestra segullínur eru í kjarnanum en sumar leka út fyrir kjarnann
- Segullínurnar bólgna í loftbilinu (flux fringing)





Samorka – skilgreining (2)

- Út frá eftirfarandi jöfnu ef x er fasti (rásin kyrrstæð) þá fæst $dW'_{fld}(i, x) = \lambda di + f_{fld} dx$
- Í línulegri segulrás $\lambda = L(x)i$, fæst fyrir samorkuna hið sama og fyrir orkuna: $W'_{fld}(i, x) = \int_0^i \lambda(i', x) di'$
- ...og krafturinn sem verkar á slíka rás er: $W'_{fld}(\lambda, x) = \frac{1}{2} L(x) i^2$
- ÞETTA ER EINS OG FYRRI NIÐURST. $f_{fld} = \frac{i^2}{2} \cdot \frac{dL(x)}{dx}$
- Á svipaðan hátt fyrir hringhreyfingu með mælikvarða, θ fæst: $W'_{fld}(i, \theta) = \int_0^i \lambda(i', \theta) di'$
- Ef rásin er línuleg fæst $W'_{fld}(\lambda, \theta) = \frac{1}{2} L(\theta) i^2$
- ...og vægið sem verkar á rásina er $T_{fld} = \frac{i^2}{2} \cdot \frac{dL(\theta)}{d\theta}$
- ÞETTA ER EINS OG FYRRI NIÐURSTÖÐUR



Orka í breytilegri línulegri segulrás (3)

- Vert er að skoða samanburð á jöfnum fyrir **orku** og **samorku** sem lýsa orkuinnihaldi tiltekins rúmtaks út frá sviði og orkupéttleika. Þá fæst:

Ef $\mathbf{B} = 0$ þegar $\mathbf{H} = 0$ fæst:

Orka

$$W_{fld} = \int_V \left(\int_0^B \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B} \right) dV$$

Samorka

$$W'_{fld} = \int_V \left(\int_0^H \mathbf{B} \cdot d\mathbf{H} \right) dV$$

Ef $\mathbf{B} = \mu \cdot \mathbf{H}$

$$W_{fld} = \int_V \left(\frac{B^2}{2\mu} \right) dV$$

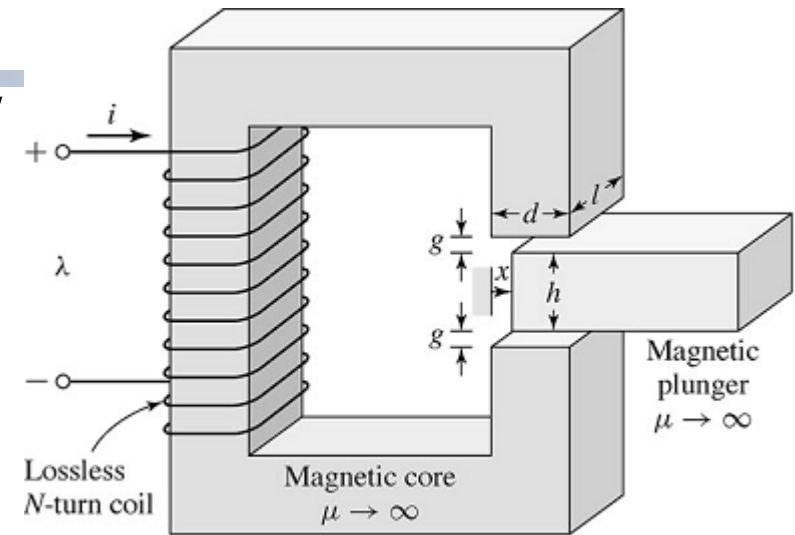
$$W'_{fld} = \int_V \left(\frac{\mu H^2}{2} \right) dV$$



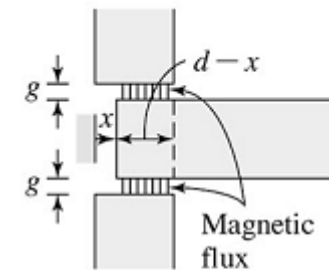
UNIVERSITY OF ICELAND

Sýnidæmi 3.2 bls 121

- Reikna skal orku í þessu kerfi sem fall af x , $0 < x < d$
- $h \gg g$, $N=1000$ snún., $g=2$ mm, $d=0,15$ m, $l=0,1$ m, $i=10$ A



(a)



(b)



UNIVERSITY OF ICELAND

Sýnidæmi 3.2 bls 121 (2)

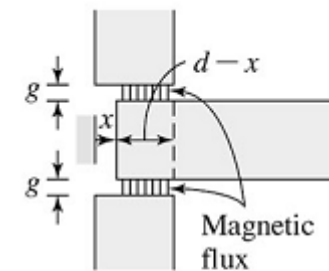
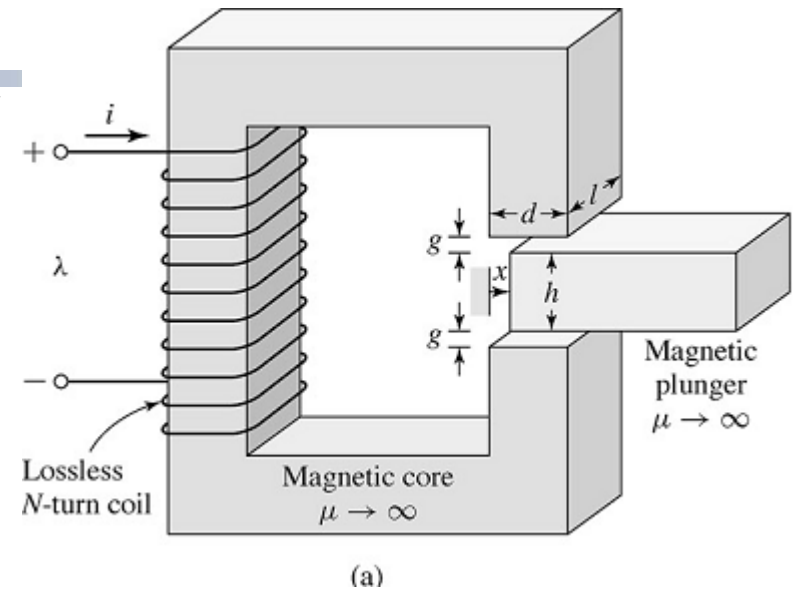
- Reikna skal orku í þessu kerfi sem fall af x , $0 < x < d$
- $h \gg g$, $N=1000$ snún., $g=2$ mm, $d=0,15$ m, $l=0,1$ m, $i=10$ A

$$W_{fld}(\lambda, x) = \frac{1}{2} L(x) i^2 \rightarrow L = N^2 \left(\frac{\mu_0 A_{gap}}{2g} \right)$$

$$A_{gap} = l(d - x) = ld \left(1 - \frac{x}{d} \right)$$

$$L(x) = N^2 \left(\frac{\mu_0 ld \left(1 - \frac{x}{d} \right)}{2g} \right) \rightarrow W_{fld} = \frac{1}{2} N^2 \left(\frac{\mu_0 ld \left(1 - \frac{x}{d} \right)}{2g} \right) i^2$$

$$\rightarrow W_{fld} = \frac{1}{2} 1000^2 \left(\frac{4\pi \cdot 10^{-7} (0,1)(0,15) \left(1 - \frac{x}{d} \right)}{2(0,002)} \right) 10^2 = 236 \left(1 - \frac{x}{d} \right)$$





UNIVERSITY OF ICELAND

Sýnidæmi 3.5 bls 132 (3)

- Finna skal kraft sem verkar á bulluna sem fall af x , $0 < x < d$, ef straumlindinni er stýrt:

$$i(x) = I_0 \left(\frac{x}{d} \right)$$

- $h \gg g$, $N=1000$ snún., $g=2$ mm, $d=0,15$ m, $l=0,1$ m, $I_0=10$ A

- Við fáum fyrri niðurstöðu

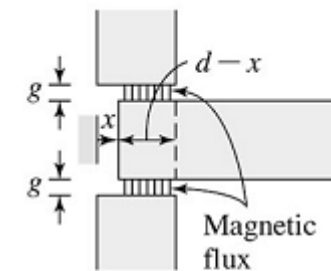
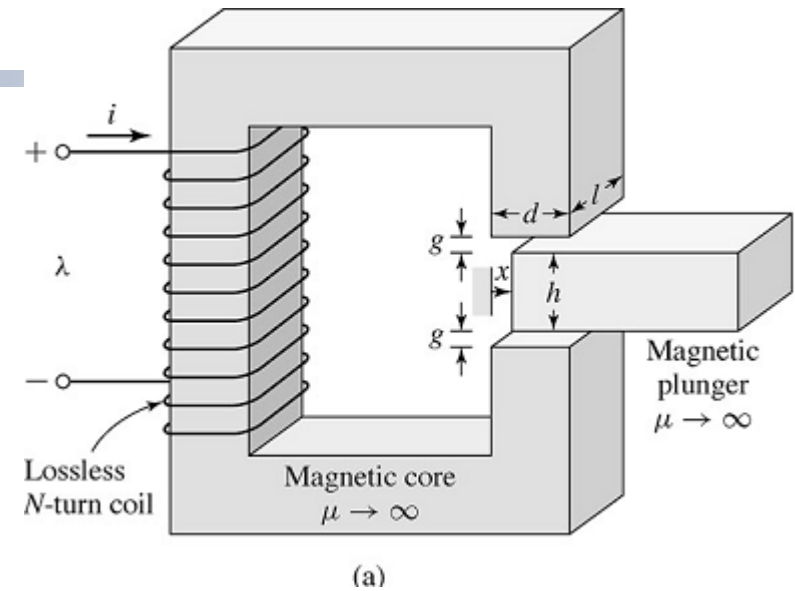
$$L(x) = N^2 \left(\frac{\mu_0 l d (1 - \frac{x}{d})}{2g} \right)$$

- ...og notum jöfnu:

$$f_{fld} = \frac{i^2}{2} \cdot \frac{dL(x)}{dx} = -\frac{i^2}{2} \left(\frac{\mu_0 N^2 l}{2g} \right)$$

- Setjum $i(x)$ inn í

$$f_{fld} = -\left(\frac{I_0^2 \mu_0 N^2 l}{4g} \right) \left(\frac{x}{d} \right)^2$$



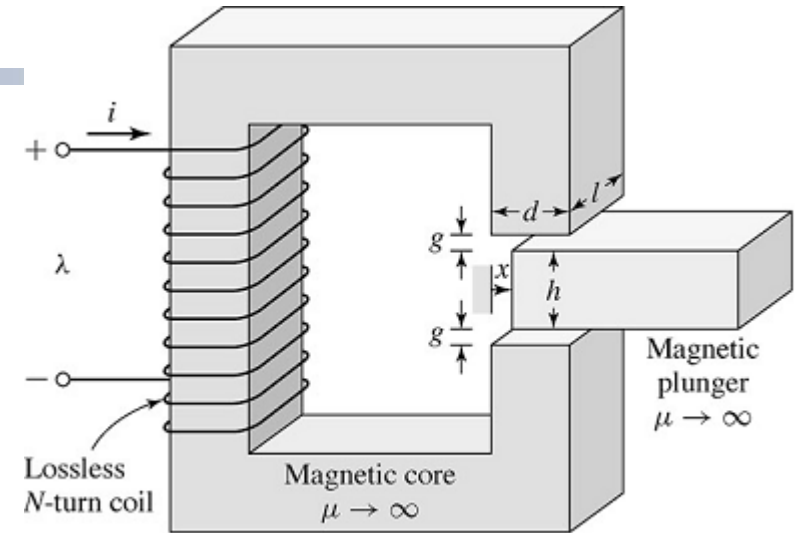


UNIVERSITY OF ICELAND

Sýnidæmi 3.5 bls 132 (4)

- Við getum reiknað út samorkuna

$$W'_{fld} = \frac{i^2}{2} L(x) = \frac{i^2}{2} \left(\frac{\mu_0 N^2 l d \left(1 - \frac{x}{d} \right)}{2g} \right)$$



(a)

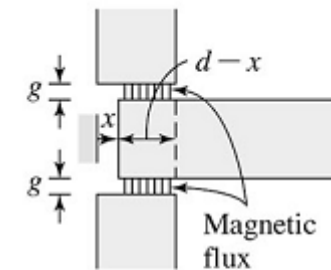
- Við getum reiknað út kraftinn með

$$f_{fld} = \left. \frac{\partial W'_{fld}(i, x)}{\partial x} \right|_i$$

- þá fæst

$$f_{fld} = -\frac{i^2}{2} \left(\frac{\mu_0 N^2 l}{2g} \right)$$

- ...sem er sama niðurstaða og áður



(b)



UNIVERSITY OF ICELAND

Sýnidæmi 3.5 bls 132 (5)

- Samorkan er eins og áður segir

$$W'_{fld} = \frac{i^2}{2} L(x) = \frac{i^2}{2} \left(\frac{\mu_0 N^2 l d \left(1 - \frac{x}{d}\right)}{2g} \right)$$

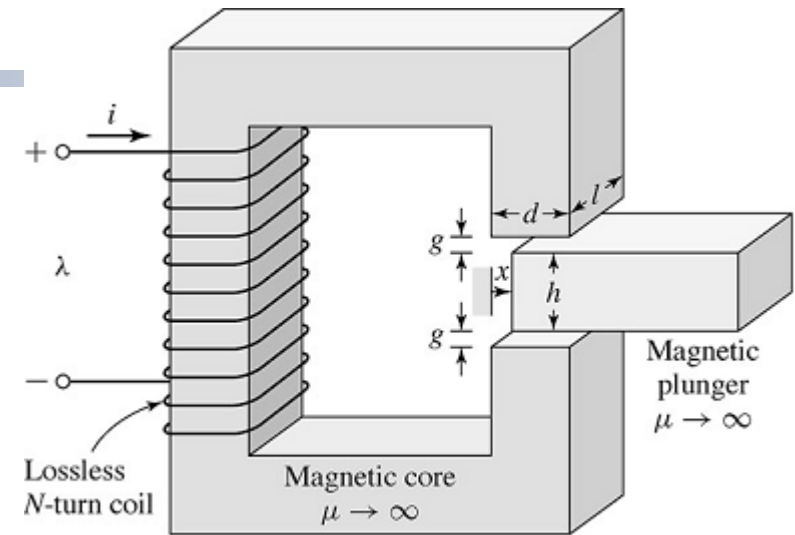
- Með því að stinga inn jöfnunni fyrir strauminn

$$i(x) = I_0 \left(\frac{x}{d} \right)$$

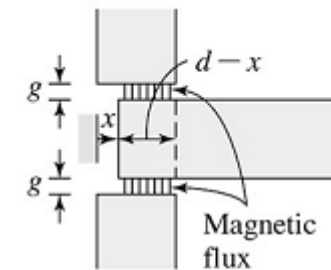
fæst

$$W'_{fld} = \left(\frac{I_0^2 \mu_0 N^2 l d \left(1 - \frac{x}{d}\right)}{4g} \right) \left(\frac{x}{d} \right)^2$$

- Ath að ekki er unnt að reikna kraftinn með því að diffra síðustu jöfnuna



(a)



(b)



Tilvísanir/heimildir

- HANDBOOK OF SMALL ELECTRIC MOTORS William H. Yeadon, Alan W. Yeadon, P.E. (ed), McGraw-Hill, 2001



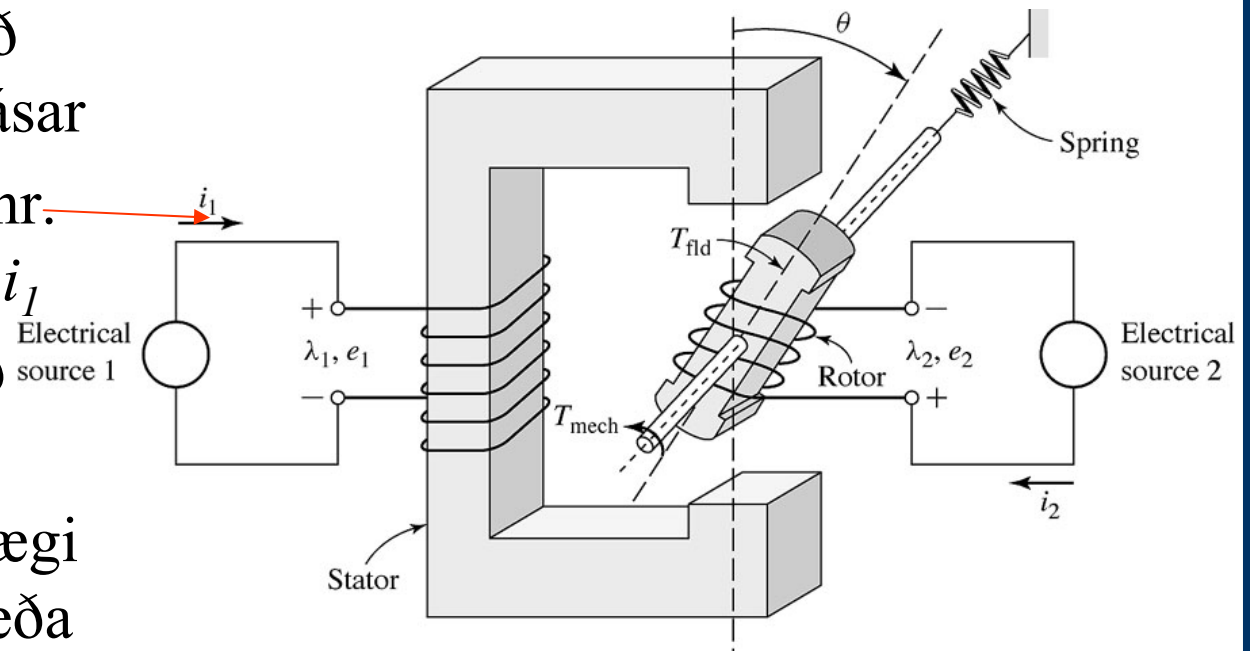
Segulrás með snúningi og 2 rafinntökum sem um fer almennur riðstraumur



UNIVERSITY OF ICELAND

Skoðum segulrás með snúningi og 2 inntökum

- Nálgumst rafmagnsvélar með greiningu eftirfarandi segulrásar
- Rásin hefur rafmagnsinntak nr. 1, með spennu e_1 og straumi i_1
- Rafmagnsinntak nr. 2 er með spennu e_2 og straumi i_2
- Athugum hvaða kraftar og vægi verka ef kerfið er kyrrstætt (eða snýst með jöfnum hraða) og hornið θ lýsir stöðunni á rótor
- Kerfið hefur breytilegt segulviðnám og span sem háð er horninu θ



- Því er $L_{11}(\theta)$ og $R(\theta)$ háð hornstöðunni, θ almennt nema kjarninn í loftbilinu (rótor) sé sívalur



Skoðum segulrás með snúningi og 2 inntökum (2)

- Athugum kyrrstætt kerfi, eða þar sem kerfið hvorki herðir né hægir á sér (Hröðun=0). Þá er breyting í orkuinnihaldi sviðsins eingöngu vegna aðstreymis raforku inn á báða innganga. (Engin hreyfiorka)
- Við gerum ráð fyrir línulegu segulkerfi og þar með gildir fyrir sjálfspan og gagnkvæmt span
- Gagnkvæmt span er alltaf hið sama í báðar áttir

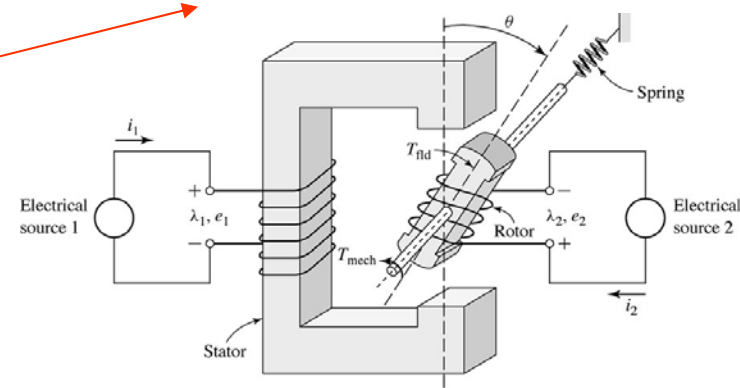
$$dW_{fld} = e_1 i_1 dt + e_2 i_2 dt = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2$$

þar sem $e_1 = \frac{d\lambda_1}{dt}$ og $e_2 = \frac{d\lambda_2}{dt}$

$$\lambda_1 = L_{11}i_1 + L_{12}i_2$$

$$\lambda_2 = L_{21}i_1 + L_{22}i_2$$

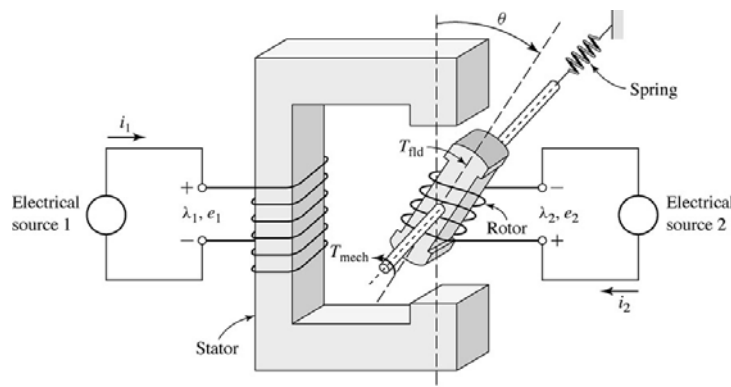
$$L_{12} = L_{21}$$





Skoðum segulrás með snúningi og 2 inntökum (3)

- Við sameinum ofangreindar jöfnur..... $\longrightarrow dW_{fld} = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2$
-og þá fæst: $dW_{fld} = i_1 d(L_{11}i_1 + L_{12}i_2) + i_2 d(L_{21}i_1 + L_{22}i_2)$
- Unnt er nú að endurraða liðum...: $\longrightarrow dW_{fld} = L_{11}i_1 di_1 + L_{22}i_2 di_2 + L_{12}i_1 di_2 + L_{21}i_2 di_1$
- Nú er $\longrightarrow d(xy) = xdy + ydx$
- ...þannig að $\longrightarrow dW_{fld} = L_{11}i_1 di_1 + L_{22}i_2 di_2 + L_{12}d(i_1 i_2)$



- Með heildun fæst því.....

$$W_{fld} = \frac{1}{2} L_{11} i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22} i_2^2 + L_{12} i_1 i_2$$



Skoðum segulrás með snúningi og 2 inntökum (4)

- Við höfum því fengið eftirfarandi jöfnu $W_{fld}(\theta) = \frac{1}{2}L_{11}(\theta)i_1^2 + \frac{1}{2}L_{22}(\theta)i_2^2 + L_{12}(\theta)i_1i_2$ fyrir segulorku kerfisins sem fall af hornstöðu kjarnans í loftbilinu, θ
- Unnt er að finna vægið sem verkar á **snúð** (“rótor”) með diffrun:

$$T_{fld} = \frac{dW_{fld}}{d\theta} = \frac{1}{2} \frac{dL_{11}}{d\theta} i_1^2 + \frac{1}{2} \frac{dL_{22}}{d\theta} i_2^2 + \frac{dL_{12}}{d\theta} i_1 i_2$$

$\underbrace{\hspace{15em}}_{\text{segulviðnámsvægi } T_{fld(\text{reluctance})}}$
- Vægi verður fall af stöðuhorni snúðsins í loftbilinu!!
- Fyrstu 2 liðirnir í væginu sem verkar á snúðinn heita **segulviðnámsvægi** (“reluctance torque”). Þeir eru aðeins háðir sjálfspani hvorrar rásarinnar fyrir sig en ekki gagnkvæmu spani milli vafninga. Fyrir sívalan snúð er sjálfspanið fasti þ.e. óháð horninu og...

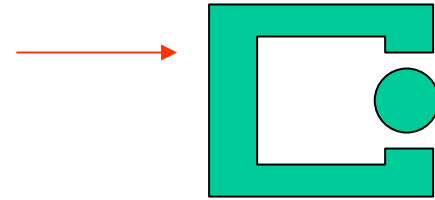
$$T_{fld(\text{reluctance})} = \frac{1}{2} \frac{dL_{11}}{d\theta} i_1^2 + \frac{1}{2} \frac{dL_{22}}{d\theta} i_2^2$$

$T_{fld(\text{reluctance, sívalur snúður})} \square 0$



Skoðum segulrás með snúningi og 2 inntökum (5)

- Við skoðum nú “vél” sem hefur **sívalan snúð**
- Þá er sjálfspanið L_{11} og L_{22} óháð θ og segulviðnámsvægið verður $= 0$
- Vægi verður aðeins fall af báðum straumum og gagnkvæmu spani
- Nú er gert ráð fyrir að **almennur riðstraumur** fari inn á bæði inntök og gagnkvæma spanið sé háð hvernig spóla á snúðnum snýst
- Tiltækin fasahorn, α og δ , eru milli þessara 3 óháðu snúningshreyfinga:
 - Rafinntak 1
 - Rafinntak 2
 - Staða snúðs



$$T = \frac{dW_{fld}}{d\theta} = \underbrace{\frac{1}{2} \frac{dL_{11}}{d\theta} i_1^2 + \frac{1}{2} \frac{dL_{22}}{d\theta} i_2^2}_{\text{segulviðnámsvægi}} + \frac{dL_{12}}{d\theta} i_1 i_2$$

$$T = \frac{dL_{12}}{d\theta} i_1 i_2$$

$$i_1(t) = I_1 \cos \omega_1 t$$

$$i_2(t) = I_2 \cos(\omega_2 t + \alpha)$$

$$L_{12}(t) = M \cos \theta$$

$$\theta = \omega_m t + \delta$$



Skoðum segulrás með snúningi og 2 inntökum (6)

$$L_{12}(t) = M \cos(\omega_m t + \delta)$$



- Við stingum nú þessum jöfnum um riðstraumana og hreyfinguna inn í jöfnu fyrir vægið og þá fæst

$$T(t) = \frac{dL_{12}}{d\theta} i_1 i_2 = -I_1 I_2 \cos \omega_1 t \cos(\omega_2 t + \alpha) M \sin(\omega_m t + \delta)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} (\cos(x+y) + \cos(x-y)) \\ \sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2} (\sin(x+y) + \sin(x-y)) \end{array} \right.$$

- Nú er unnt að nota hornafræðijöfnurnar

- Þá fæst eftirfarandi jafna fyrir vægið:

$$\begin{aligned} T(t) = & -\frac{MI_1 I_2}{4} \left\{ \sin([\omega_m + (\omega_1 + \omega_2)]t + \alpha + \delta) \right. \\ & + \sin([\omega_m - (\omega_1 + \omega_2)]t - \alpha + \delta) \\ & + \sin([\omega_m + (\omega_1 - \omega_2)]t - \alpha + \delta) \\ & \left. + \sin([\omega_m - (\omega_1 - \omega_2)]t + \alpha + \delta) \right\} \end{aligned}$$



Skoðum segulrás með snúningi og 2 inntökum (7)

- Skoðað er **meðalvægið** sem t.d. segir hvort “vélin” fer að snúast úr kyrrstöðu.
- Ef stuðullinn við t er $= 0$ er meðalvægið ekki $= 0$. Þetta gildir þegar
- Því er eðlilegt að athuga a.m.k 2 tilfelli:

$$T(t) = -\frac{MI_1I_2}{4} \left\{ \begin{aligned} &\sin([\omega_m + (\omega_1 + \omega_2)]t + \alpha + \delta) \\ &+ \sin([\omega_m - (\omega_1 + \omega_2)]t - \alpha + \delta) \\ &+ \sin([\omega_m + (\omega_1 - \omega_2)]t - \alpha + \delta) \\ &+ \sin([\omega_m - (\omega_1 - \omega_2)]t + \alpha + \delta) \end{aligned} \right\}$$

$$\omega_m = \pm(\omega_1 \pm \omega_2)$$

- Straumur á snúð er jafnstraumur og vélin snýst samfasa við statorstraum, þ.e.

$$\omega_2 = 0 \quad \omega_1 = \omega_m \quad \alpha = 0$$

- Þá fást 2 liðir (úr 4 liðum):

$$T = -\frac{MI_1I_2}{2} [\sin(2\omega_1 t + \delta) + \sin \delta]$$

$$T_{medal} = -\frac{MI_1I_2}{2} \sin \delta$$

- Meðalvægið er ekki $= 0$ og vélin fer að snúast. Þetta er s.k. **samfasavél!**



Skoðum segulrás með snúningi og 2 inntökum (8)

$$T(t) = -\frac{MI_1I_2}{4} \left\{ \begin{aligned} &\sin([\omega_m + (\omega_1 + \omega_2)]t + \alpha + \delta) \\ &+ \sin([\omega_m - (\omega_1 + \omega_2)]t - \alpha + \delta) \\ &+ \sin([\omega_m + (\omega_1 - \omega_2)]t - \alpha + \delta) \\ &+ \sin([\omega_m - (\omega_1 - \omega_2)]t + \alpha + \delta) \end{aligned} \right\}$$

- Athuga næst tilfellið sem felst í að snúningshraði snúðs er mismunur hornhraða straums á stator og snúð, þ.e:

$$\omega_m = \omega_1 - \omega_2$$

- Við þessar aðstæður myndast einnig vægi sem herðir eða hægir á vélinni eftir aðstæðum, sem nánar verða athugaðar síðar.

- Þetta er s.k. spanvél sem gefur meðalvægið

$$T(t) = -\frac{MI_1I_2}{4} \left\{ \begin{aligned} &\sin(2\omega_1 t + \alpha + \delta) \\ &+ \sin(-2\omega_2 t - \alpha + \delta) \\ &+ \sin(2\omega_1 t - 2\omega_2 t - \alpha + \delta) \\ &+ \sin(\alpha + \delta) \end{aligned} \right\}$$

$$T_{medal} = -\frac{MI_1I_2}{4} \sin(\alpha + \delta)$$



Samantekt

UNIVERSITY OF ICELAND

- Höfum greint einfalda segulrás eða “rafmagnsvél” með 2 rafinntökum, þ.e. 1 á **stator** og 1 á **rótor**
- Höfum skoðað **sívalan rótor** þar sem sjálfspanið beggja rafinntaka er fasti
 - **1 fasa spanvél (induction machine)**
 - **1 fasa samfasavél (synchronous machine)**
- Sjáum að vægið á **einfasa rótor er alltaf skrykkjótt, þ.e sveiflast með tíðni riðstraumsins og veldur titringi!!**
- Skoðum næst rásir með mörgum rafinntökum
- Skoðum næst vélar með **útstandandi póla** (salient poles)
 - Með útstandandi pólum er átt við það þegar snúningur rötors hefur áhrif á sjálfspan rásarinnar



Fræðileg sýn á almennt segulkerfi með mörgum segulmögnunarrásum

4. hluti

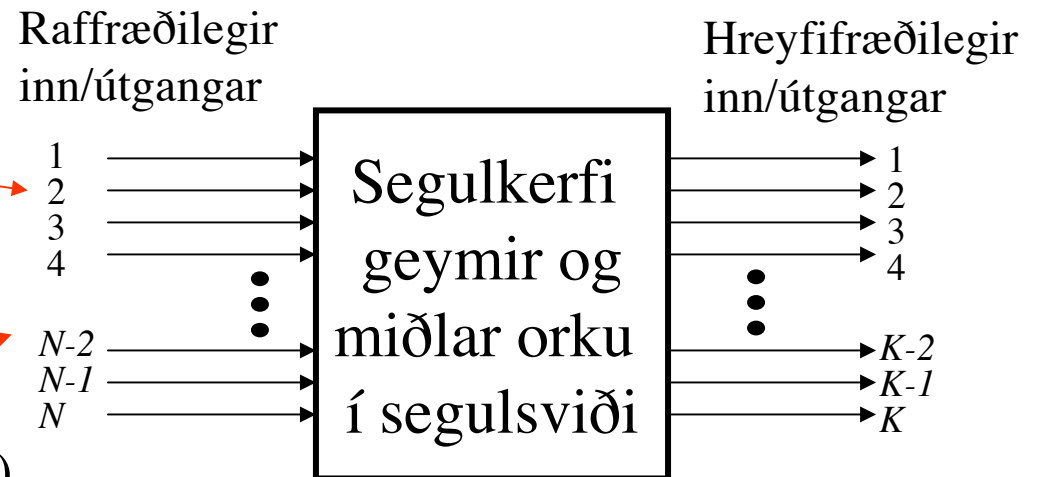
(Multiply Exited Magnetic Field
Systems - Theoretical Aspects)



UNIVERSITY OF ICELAND

Segulrás með mörgum inn- og úttökum

- Segulkerfi hefur orku fóligna í segulsviði sínu. Það fær hana frá rafkerfinu í formi straums er veldur segulflæði. Það gefur jafnframt frá sér hreyfifræðilega orku í formi krafts (eða vægis) og tilfærslu (eða snúnings)



- **Almennt segulkerfi** getur haft marga (N) inn/útganga frá rafkerfinu og marga (K) hreyfifræðilega inn/útganga. (“inn/út” víxlar hlutverki ef mótör verður rafali)

- Hreyfifræðilegu útgangarnir geta verið **línulegar hreyfingar** (dx) eða **snúningshreyfingar** ($d\theta$)

$$dW_{fld} = \sum_{j=1}^N i_j d\lambda_j - \sum_{m=1}^K k_{(m)} dx_m$$

$$dW_{fld} = \sum_{i=1}^N i_j d\lambda_j - \sum_{m=1}^K T_{fld(m)} d\theta_m$$

- Í **litlu kerfi** með tveim raf-inngöngum ($N = 2$) og einum hreyfi-útgangi ($K=1$) með snúningi lítur jafnan þannig út:

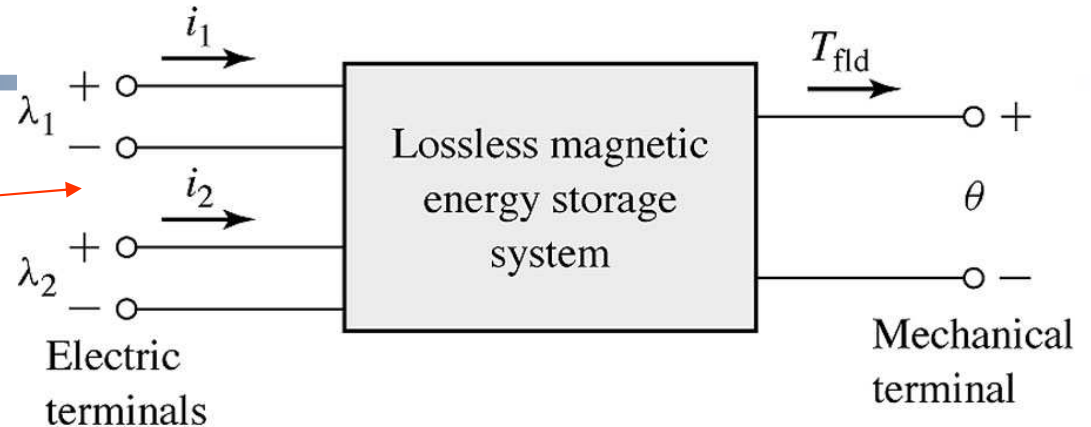
$$dW_{fld} = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 - T_{fld} d\theta$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Segulrás með mörgum inn/úttökum (2)

- Skoðum nánar hið **litla kerfi** ef 2 **inngangar** eru frá rafkerfi og 1 **útgangur** t.d. með snúningshreyfingu
- Skoðum orkujafnvægi með litla breytingu (dW_{fld}) á (1) innri orku sem er mismunur (2) orku á inngöngum og (3) orku á útgangi.
- Með hliðsjón af báðum jöfnunum til hægri er unnt að skilgreina tiltekna stærðir sem hlutafleiður.
- Neðri jafnan er almenn jafna úr diffurfræðum



$$dW_{fld}(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 - T_{fld} d\theta$$

$$\lambda_1 = L_{11}i_1 + L_{12}i_2$$

$$\lambda_2 = L_{21}i_1 + L_{22}i_2$$

$$dW_{fld}(\lambda_1, \lambda_2, \theta) = d\lambda_1 \left. \frac{\partial W_{fld}(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_1} \right|_{\lambda_2, \theta} + d\lambda_2 \left. \frac{\partial W_{fld}(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_2} \right|_{\lambda_1, \theta} + d\theta \left. \frac{\partial W_{fld}(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \theta} \right|_{\lambda_1, \lambda_2}$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Segulrás með mörgum inn/úttökum (3)

- Af þessu leiðir að tiltekna stærðir eru skilgreindar sem hlutafleiður, eins og sýnt er til hliðar:
- Auðvitað þarf í hverju tilfalli að líta á vissar stærðir sem fasta þegar hlutafleiður eru teknar

$$i_1 = \left. \frac{\partial W_{fld}(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_1} \right|_{\lambda_2, \theta}$$

$$i_2 = \left. \frac{\partial W_{fld}(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \lambda_2} \right|_{\lambda_1, \theta}$$

$$T_{fld} = - \left. \frac{\partial W_{fld}(\lambda_1, \lambda_2, \theta)}{\partial \theta} \right|_{\lambda_1, \lambda_2}$$

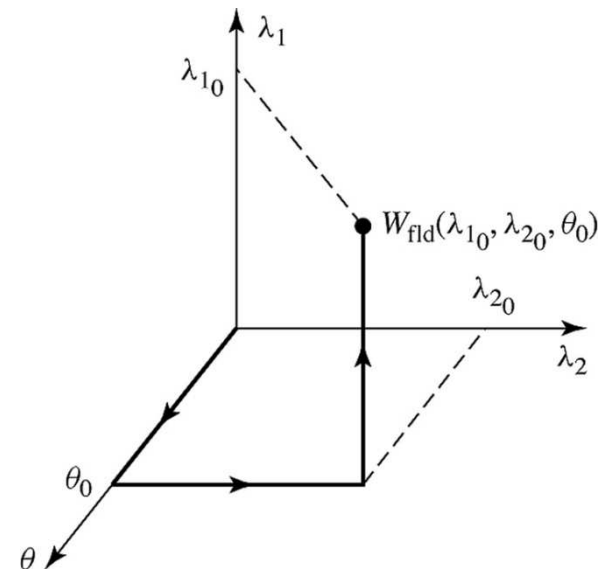


Segulrás með mörgum inn/úttökum (4)

- Endurtökum fyrri jöfnu hér til hliðar. Orkan er fall af ástandsbreytum kerfisins og hægt að finna hana með heild eftir hvaða ferli sem er
- Ef $T_{fld} = 0$ eða $d\theta = 0$ þ.e. engin orka flæðir um hreyfifræðilega kerfið fæst segulorka kerfisins sem fall af segulmögnuninni með heildun
- Orkuna er sem sagt unnt að finna með því að heilda ofangreinda jöfnu yfir feril þar sem heildað er yfir eina breytu í einu. Unnt er að heilda fyrir hvaða feril sem er fyrir fall af mörgum breytum

$$dW_{fld} = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 - T_{fld} d\theta$$

$$W_{fld}(\lambda_1, \lambda_2, \theta_0) = \int_0^{\lambda_{1(0)}} i_1 d\lambda_1 + \int_0^{\lambda_{2(0)}} i_2 d\lambda_2$$





Segulrás með mörgum inn/úttökum (5)

UNIVERSITY OF ICELAND

- Við gerum nú ráð fyrir *línulegri* segulrás þ.e. línulegu jöfnuhneppi fyrir **flæðistengingar** (flux linkage), λ_k sem fall af **straumi** (i_k) í gegnum stærðirnar **span** (L_{kk}) og **gagnkvæmt span** (L_{kj}):

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= L_{11}i_1 + L_{12}i_2 \\ \lambda_2 &= L_{21}i_1 + L_{22}i_2\end{aligned}$$

- Þessar 2 jöfnur með 2 óþekktum er unnt að leysa auðveldlega og þá fæst:

$$i_1 = \frac{L_{22}\lambda_1 - L_{12}\lambda_2}{D}$$

- Þessum jöfnum verður stungið inn í heildina hér að ofan

$$i_2 = \frac{-L_{21}\lambda_1 + L_{11}\lambda_2}{D}$$

- Gagnkvæmt span er alltaf eins í báðar áttir

$$L_{21} = L_{12}$$

- Við sjáum að D er *ákveða* (determinant) 2x2 línulegs jöfnuhneppis

$$D = L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21}$$



Segulrás frh

UNIVERSITY OF ICELAND

- Við stingum nú straumum sem falli af λ inn í heildina
- Þá fæst eftirfarandi jafna. Hún er útreikningur á **orku** kerfis með 2 raf-inn/útgöngum:

$$i_1 = \frac{L_{22}\lambda_1 - L_{12}\lambda_2}{D}$$

$$i_2 = \frac{-L_{21}\lambda_1 + L_{11}\lambda_2}{D}$$

$$W_{fld}(\lambda_1, \lambda_2, \theta_0) = \int_0^{\lambda_{1(0)}} i_1 d\lambda_1 + \int_0^{\lambda_{2(0)}} i_2 d\lambda_2$$

$$W_{fld}(\lambda_{1(0)}, \lambda_{2(0)}, \theta_0) = \int_0^{\lambda_{1(0)}} \frac{L_{22}(\theta_0)\lambda_1 - L_{12}(\theta_0)\lambda_{2(0)}}{D(\theta_0)} d\lambda_1 + \int_0^{\lambda_{2(0)}} \frac{L_{11}(\theta_0)\lambda_2 - L_{21}(\theta_0)\lambda_1}{D(\theta_0)} d\lambda_2$$

$$W_{fld}(\lambda_{1(0)}, \lambda_{2(0)}, \theta_0) = \frac{L_{22}(\theta_0)}{2D(\theta_0)} (\lambda_{1(0)})^2 + \frac{L_{11}(\theta_0)}{2D(\theta_0)} (\lambda_{2(0)})^2 - \frac{L_{12}(\theta_0)}{D(\theta_0)} \lambda_{1(0)} \lambda_{2(0)}$$

Hér hefur orkan verið táknuð sem 2. gráðu fall af flæðisvafningum, λ með stuðlum sem eru fall af **spanfylkinu og andhverfu þess**. En **hvernig fall er þetta í almennu tilfalli með marga innganga?**



Segulrás frh

UNIVERSITY OF ICELAND

- Farið er nú aftur í **almennt** segulkerfi með mörgum (N) inngöngum og 1 hreyfifræðilegum útgangi þá fæst ef vægið er núll:
- Við fáum einnig eftirfarandi **jöfnuhneppi** um samband flæðisvafninga og straums fyrir almennt kerfi með mörgum inngöngum
- Þetta er samsvarandi meðfylgjandi **fylkjajöfnum** sem almennt er unnt að finna andhverfu á

$$dW_{fld} = \sum_{i=1}^N i_i d\lambda_i - T_{fld} d\theta$$

$$W_{fld}(\lambda_{1(0)}, \lambda_{2(0)}, \dots, \lambda_{N(0)}, \theta_0) = \sum_{j=1}^N \int_0^{\lambda_{j(0)}} i_j d\lambda_j$$

$$\lambda_1 = L_{11}i_1 + L_{12}i_2 + \dots + L_{1N}i_N$$

$$\lambda_2 = L_{21}i_1 + L_{22}i_2 + \dots + L_{2N}i_N$$

$$\vdots$$

$$\lambda_N = L_{N1}i_1 + L_{N2}i_2 + \dots + L_{NN}i_N$$

$$\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{L}\mathbf{i}$$

$$\mathbf{i} = \mathbf{M}\boldsymbol{\lambda}$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{L}^{-1}$$



Segulrás frh

UNIVERSITY OF ICELAND

$$\mathbf{i} = \mathbf{M}\boldsymbol{\lambda}$$

- Við getum nú skrifað eftirfarandi fylkjajöfnu og notað stökin M_{ij} í andhverfu spanfylkisins, \mathbf{L}
- Þá fæst ef við heildum eftirfarandi jöfnu og vægið er núll:
- Þessa jöfnu má skrifa út
- Síðan má stinga inn í hana jöfnuhneppinu,

$$i_1 = M_{11}\lambda_1 + M_{12}\lambda_2 + \dots + M_{1N}\lambda_N$$

$$i_2 = M_{21}\lambda_1 + M_{22}\lambda_2 + \dots + M_{2N}\lambda_N$$

$$\vdots$$

$$i_N = M_{N1}\lambda_1 + M_{N2}\lambda_2 + \dots + M_{NN}\lambda_N$$

$$W_{fld} = \sum_{j=1}^N \int_0^{\lambda_{j(0)}} i_j d\lambda_j$$

$$W_{fld} = \sum_{j=1}^N \int_0^{\lambda_{j(0)}} i_j d\lambda_j = \int_0^{\lambda_{1(0)}} i_1 d\lambda_1 + \int_0^{\lambda_{2(0)}} i_2 d\lambda_2 + \dots + \int_0^{\lambda_{N(0)}} i_N d\lambda_N$$



Segulrás með mörgum inn/úttökum (7)

UNIVERSITY OF ICELAND

- Eftir að stungið hefur verið inn jöfnuhneppinu fæst
- Ef við heildum jöfnuna fæst þegar heildaður er liður með “sömu af λ -breytu” :

$$\int_0^{\lambda_k} M_{kk} \lambda'_k d\lambda'_k = \frac{1}{2} M_{kk} \lambda_k^2$$

- Þegar heildaður er liður með “mismunandi λ -breytum” þá eru neðangreindar 2 heildir jafngildar:

$$\int_0^{\lambda_k} M_{jk} \lambda'_j d\lambda'_k + \int_0^{\lambda_j} M_{kj} \lambda'_k d\lambda'_j \quad \text{og}$$

$$\int_0^{\lambda_j \lambda_k} M_{kj} d(\lambda'_j \lambda'_k) \quad \text{sem gefur} \quad M_{kj} \lambda_k \lambda_j$$

...þar sem $d(xy) = xdy + ydx$

$$\begin{aligned} W_{fld} &= \int_0^{\lambda_{1(0)}} (M_{11}\lambda_1 + M_{12}\lambda_2 + \dots + M_{1N}\lambda_N) d\lambda_1 \\ &+ \int_0^{\lambda_{2(0)}} (M_{21}\lambda_1 + M_{22}\lambda_2 + \dots + M_{2N}\lambda_N) d\lambda_2 \\ &+ \dots + \int_0^{\lambda_{N(0)}} (M_{N1}\lambda_1 + M_{N2}\lambda_2 + \dots + M_{NN}\lambda_N) d\lambda_N \end{aligned}$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Segulrás með mörgum inn/úttökum (8)

- Sameinaðir hafa verið hér að framan 2 liðir í einn af taginu...
- ..með aðgerðinni.....
- Við kljúfum þá upp aftur og myndum summu þar sem breytur k og j hlaupa yfir öll gildi. Stuðullinn $\frac{1}{2}$ kemur því inn í:
- Jafnan er “kvaðratískt form” yfir breytur, λ með stuðlum úr fylkinu \mathbf{M}
- **Unnt er nú að skrifa almenna jöfnu fyrir vægið eða kraftinn:**
- Í samantekt: \mathbf{M} er andhverfa spanfylkisins \mathbf{L} og orkan er táknuð sem 2. gráðu fall af flæðistengingum, λ með stuðlum úr $\mathbf{M}=\mathbf{L}^{-1}$

$$M_{kj} \lambda_k \lambda_j$$

$$d(xy) = xdy + ydx$$

$$W_{fld} = \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} \lambda_k M_{kj} \lambda_j$$

$$T_{fld} = -\frac{\partial W_{fld}}{\partial \theta} = -\sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} \lambda_k \frac{\partial M_{kj}}{\partial \theta} \lambda_j$$

$$k_{fld} = -\frac{\partial W_{fld}}{\partial x} = -\sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} \lambda_k \frac{\partial M_{kj}}{\partial x} \lambda_j$$



Segulrás með mörgum inn/úttökum (9)

- Skoðað er aftur lítið kerfi með 2 raf-inntökum

$$W'_{fld}(i_1, i_2, \theta_0) = \lambda_1 i_1 + \lambda_2 i_2 - W_{fld}(\lambda_1, \lambda_2, \theta_0)$$

- Unnt er að leiða út hliðstæðar jöfnur með notkun á hugtakinu **samorka**.

$$dW'_{fld}(i_1, i_2, \theta_0) = d(\lambda_1 i_1 + \lambda_2 i_2) - dW_{fld}(\lambda_1, \lambda_2, \theta_0)$$

$$dW'_{fld}(i_1, i_2, \theta_0) = (i_1 d\lambda_1 + \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + i_2 d\lambda_2) - dW_{fld}(\lambda_1, \lambda_2, \theta_0)$$

- Með diffrun á þessari jöfnu fæst

$$dW_{fld} = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 - T_{fld} d\theta$$

- Unnt er nú að nota fyrri jöfnu um útreikningi á **orkujafnvægi** kerfisins

$$dW'_{fld}(i_1, i_2, \theta_0) = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + T_{fld} d\theta$$

- Þessi jafna gefur eftirfarandi jöfnu



Segulrás með mörgum inn/úttökum (10)

- Unnt er nú að skilgreina hlutafleiður út frá hugtakinu **samorka**:
- Auðvitað þarf einnig hér í hverju tilfalli að líta á vissar stærðir sem fasta þegar tekinn er hlutdiffurkvótinn

$$dW'_{fld}(\lambda_1, \lambda_2, \theta_0) = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + T_{fld} d\theta$$

$$\lambda_1 = \left. \frac{\partial W'_{fld}(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_1} \right|_{i_2, \theta}$$

$$\lambda_2 = \left. \frac{\partial W'_{fld}(i_1, i_2, \theta)}{\partial i_2} \right|_{i_1, \theta}$$

$$T_{fld} = \left. \frac{\partial W'_{fld}(i_1, i_2, \theta)}{\partial \theta} \right|_{i_1, i_2}$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Segulrás með 2 inntökum

- Með föstu afli t.d. $d\theta = 0$ er nú unnt að heilda og finna stærðina **samorka**:

$$W'_{fld}(i_{1(0)}, i_{2(0)}, \theta_0) = \int_0^{i_{1(0)}} \lambda_1 di_1 + \int_0^{i_{2(0)}} \lambda_2 di_2$$

- Stungið er inn fyrrgreindu 2x2 jöfnuhneppi

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= L_{11}i_1 + L_{12}i_2 \\ \lambda_2 &= L_{21}i_1 + L_{22}i_2 \end{aligned} \quad L_{12} = L_{21}$$

- Þá fæst eftirfarandi heild og auðvelt er að reikna út **heildarsamorkuna** í kerfinu

$$W'_{fld} = \int_0^{i_{1(0)}} (L_{11}i_1 + L_{12}i_2) di_1 + \int_0^{i_{2(0)}} (L_{21}i_1 + L_{22}i_2) di_2$$

- Í framhaldi er unnt að finna vægið sem verkar á segulkerfið og sama nðurstaða fæst og áður

$$W'_{fld}(\lambda_{1(0)}, \lambda_{2(0)}, \theta_0) = \frac{1}{2} L_{11}(\theta) i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22}(\theta) i_2^2 + L_{12}(\theta) i_1 i_2$$

$$T_{fld} = \frac{\partial W'_{fld}(\lambda_{1(0)}, \lambda_{2(0)}, \theta_0)}{\partial \theta} = \frac{i_1^2}{2} \frac{dL_{11}(\theta)}{d\theta} + \frac{i_2^2}{2} \frac{dL_{22}(\theta)}{d\theta} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}(\theta)}{d\theta}$$



Segulrás frh

UNIVERSITY OF ICELAND

- Skoðað er aftur almennt kerfi með N raf-inntökum
- Almenna jafnan verður um **samorku**:
- Með vægi(afli)=0
- Stungið er inn fyrrgreindu $N \times N$ jöfnuhneppi
- Þá fæst með hliðstæðum hætti svipuð jafna og í tilfellinu orka

$$dW'_{fld}(\lambda_1, \lambda_2, \theta_0) = \sum_{j=1}^N \lambda_j di_j + T_{fld} d\theta$$

$$dW'_{fld} = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + \dots + \lambda_N di_N$$

$$\lambda_1 = L_{11}i_1 + L_{12}i_2 + \dots + L_{1N}i_N$$

$$\lambda_2 = L_{21}i_1 + L_{22}i_2 + \dots + L_{2N}i_N$$

$$\vdots$$

$$\lambda_N = L_{N1}i_1 + L_{N2}i_2 + \dots + L_{NN}i_N$$

$$W'_{fld} = \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} i_k L_{kj} i_j$$



Segulrás frh

UNIVERSITY OF ICELAND

- Þessa jöfnu er unnt að diffra til að finna vægið (kraftinn sem verkar á segulkerfið:

$$W'_{fld} = \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} i_k L_{kj} i_j$$

vægi



$$T_{fld} = \frac{\partial W'_{fld}}{\partial \theta} = \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} i_k \frac{\partial L_{kj}}{\partial \theta} i_j$$

eða

kraftur



$$k_{fld} = \frac{\partial W'_{fld}}{\partial x} = \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} i_k \frac{\partial L_{kj}}{\partial x} i_j$$



Einföld einfasa rafmagnsvél

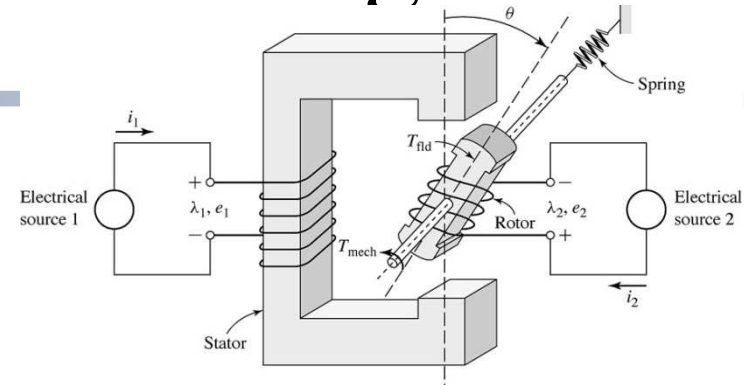
1. Einfasa rafmagnsvél með rótor með útstandandi póla og breytilegt sjálfspan bæði á stator og rótor.
2. Einfasa rafmagnsvél með rótor með útstandandi póla og breytilegt sjálfspan á stator en fast sjálfspan á rótor.
3. Einfasa rafmagnsvél með sívalan rótor og fast sjálfspan bæði á rótor og stator



UNIVERSITY OF ICELAND

Einföld einfasa “rafmagnsvél”

- Förum nú til baka í einföldu **einfasa** “rafmagnsvélina” úr fyrirlestri nr 7 (sjá mynd hér til hliðar)
- Áður út leidd jafna fyrir vægi sem verkar á snúð er endurtekin hér til hliðar:
- Getum einnig litið á vél með sívalan snúð þ.e. L_{11} =fasti og L_{22} =fasti. Þá fékkst jafnan fyrir vægið
- Við getum tvítekið síðasta liðinn
- Jöfnurnar hér til hliðar eru í raun sértilfelli á fyrri jöfnu (Innrömmuð jafna), þar sem endurtaka má síðasta liðinn
- Hér er því $N=2$ og eins höfum við í huga að þegar L_{11} og L_{22} eru fastar verður vægið:



$$T = \frac{dW_{fld}}{d\theta} = \frac{1}{2} \frac{dL_{11}}{d\theta} i_1^2 + \frac{1}{2} \frac{dL_{22}}{d\theta} i_2^2 + \frac{dL_{12}}{d\theta} i_1 i_2$$

$$T = \frac{dW_{fld}}{d\theta} = \frac{1}{2} \frac{dL_{11}}{d\theta} i_1^2 + \frac{1}{2} \frac{dL_{22}}{d\theta} i_2^2 + \frac{1}{2} \frac{dL_{12}}{d\theta} i_1 i_2 + \frac{1}{2} \frac{dL_{21}}{d\theta} i_2 i_1$$

$$T = T_{fld} = \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} i_k \frac{\partial L_{kj}}{\partial \theta} i_j$$

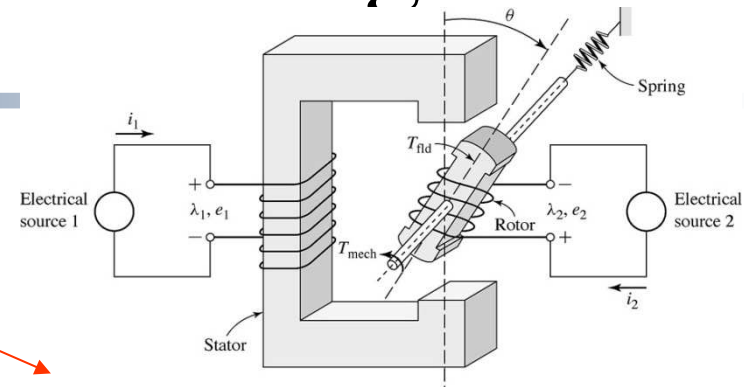
$$T = \frac{dL_{12}}{d\theta} i_1 i_2$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Einföld einfasa “rafmagnsvél”

- Hins vegar verður nú skoðuð vél þegar sjálfspanið, L_{11} og L_{22} er ekki fasti heldur breytist með snúningi rótors, þ.e. Það er fall af θ , eins og meðfylgjandi jöfnur sýna
- Lítum því á vél með rótor með **útstandandi pólum**. Hér er sjálfspanið **fyrir báða hluta vélarinnar** háð hornstöðu rötors með “mjúkri sínussveiflu”, þar sem sjálfspanið sveiflast milli lægsta og hæsta gildis eftir stöðu rötors og gangkvæma spanið skiptir um formerki eins og áður er vikið að.
- Með því að stinga innrömmuðu jöfnunum inn í efstu jöfnuna fást niðurstöður á næstu skyggnu....



$$L_{11}(\theta) = L_1 + \Delta L_1 \cos 2\theta$$

$$L_1 = \frac{1}{2}(L_{1,\max} + L_{1,\min})$$

$$\Delta L_1 = \frac{1}{2}(L_{1,\max} - L_{1,\min})$$

$$L_{22}(\theta) = L_2 + \Delta L_2 \cos 2\theta$$

$$L_2 = \frac{1}{2}(L_{2,\max} + L_{2,\min})$$

$$\Delta L_2 = \frac{1}{2}(L_{2,\max} - L_{2,\min})$$

$$L_{12} = M \cos \theta$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Einföld einfasa “rafmagnsvél”(2)

- Jafnan hér til hliðar gildir fyrir vægið og við stingum inn í hana breytilega spaninu, og þá fæst....

$$T = \frac{dW_{fld}}{d\theta} = \frac{1}{2} \frac{dL_{11}}{d\theta} i_1^2 + \frac{1}{2} \frac{dL_{22}}{d\theta} i_2^2 + \frac{dL_{12}}{d\theta} i_1 i_2$$



$$T = -\Delta L_1 \cdot \sin 2\theta \cdot i_1^2 - \Delta L_2 \cdot \sin 2\theta \cdot i_2^2 + M \sin \theta \cdot i_1 i_2$$

- Við getum nú skilgreint eftirfarandi vægisstuðla ...

$$T_R = i_1^2 \Delta L_1 + i_2^2 \Delta L_2$$

$$T_M = M i_1 i_2$$

- ...og þá fást eftirfarandi einfaldar jöfnur fyrir vél með rótor er hefur **útstandandi póla**.

$$T = -(T_M \sin \theta + T_R \sin 2\theta)$$

- Til samanburðar sést að fyrri vél með rótor sem hefur **sívalan snúð** fær tilsvareandi einfalda jöfnu

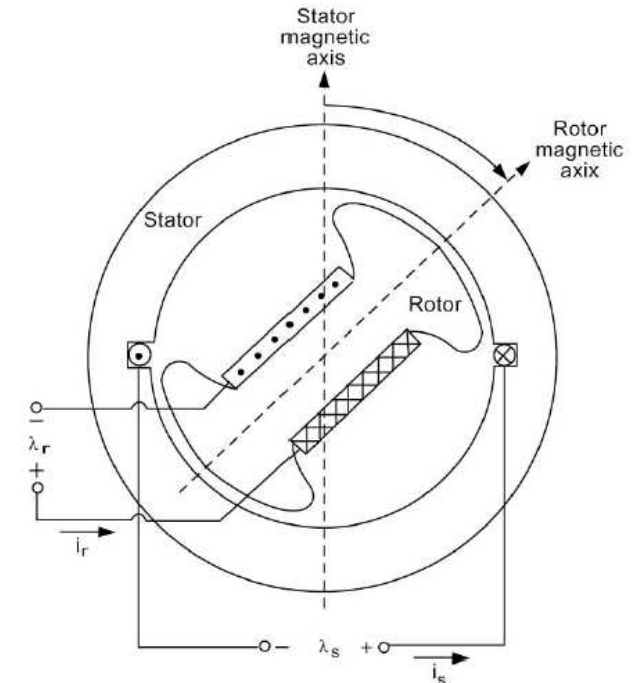
$$T = -T_M \sin \theta$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Einföld einfasa “rafmagnsvél”(3)

- Fyrri vél var ekki “sívöl vél”, þ.e. sjálfspan rótors var háð hornstöðunni
- Skoðum nú einfalda **sívala** 1-fasa rafmagnsvél með rótor er hefur útstandandi póla og hefur þverskurð eins og sýndur er á mynd til hliðar. Hún hefur enn, eins og áður 2 rafmagnsinntök nú einkennd með “s” (stator) og “r” (rótor)
- Við gerum ráð fyrir (eins og áður) að segulviðnám og sjálfspan rásar “s” (stator) sé háð hornstöðunni θ . **Þetta gildir hins vegar ekki lengur ekki fyrir rótor (“r”), þ.e. sjálfspanið L_r sé fasti. Þetta sést glögg á myndinni.** Þá fást eftirfarandi jöfnur:
- Að lokum fæst jafna fyrir vægið:



$$\lambda_s = L_{ss} i_s + L_{sr} i_r$$

$$\lambda_r = L_{rs} i_s + L_{rr} i_r$$

$$\lambda_s = (L_s + \Delta L_s \cos 2\theta) i_s + (M_0 \cos \theta) i_r$$

$$\lambda_r = (M_0 \cos \theta) i_s + L_r i_r$$

$$T = \frac{1}{2} \frac{dL_{ss}}{d\theta} i_s^2 + \frac{1}{2} \frac{dL_{rr}}{d\theta} i_r^2 + \frac{dL_{sr}}{d\theta} i_s i_r$$

$$T = -i_s i_r M_0 \sin \theta - i_s^2 \Delta L_s \sin 2\theta$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Einföld einfasa “rafmagnsvél”(4)

- Við skilgreinum nú eftirfarandi þætti
 - Aðalvægi (primary torque), T_1 (sama og áður)
 - Segulviðnámsvægið (reluctance torque), T_2

$$T_1 = -i_s(t)i_r(t)M_0 \sin \theta$$

$$T_2 = -i_s^2(t)\Delta L_s \sin 2\theta$$

$$T = T_1 + T_2$$

$$i_s(t) = I_s \sin \omega_s t$$

$$i_r(t) = I_r \sin \omega_r t$$

$$\theta(t) = \omega_m t + \theta_0$$

- Heildarvægi er summa beggja þátta:

- Setjum nú enn og aftur inn riðstrauma á inngangana....

$$T_1 = -(I_s \sin \omega_s t)(I_r \sin \omega_r t)(M_0 \sin(\omega_m t + \theta_0))$$

- ...og gerum ráð fyrir að rótor snúist....

$$T_1 = -\frac{I_s I_r M_0}{4} ((\sin(\omega_m + \omega_s - \omega_r)t + \theta_0) + (\sin(\omega_m - \omega_s + \omega_r)t + \theta_0))$$

- Og þá fæst fyrir vægið

$$-(\sin(\omega_m + \omega_s + \omega_r)t + \theta_0) - (\sin(\omega_m - \omega_s - \omega_r)t + \theta_0))$$



Trigonometric formulas

Síðasta jafnan fæst með því að margfalda saman 3 sínusa.
Þá fást 4 liðir með öllum mögulegum formerkjum á x og y ef z er ávallt jákvæð stærð. (ath að $\sin(u)=-\sin(-u)$)

$$\sin x \sin y = \frac{1}{2}(\cos(x - y) - \cos(x + y))$$

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\sin(x + y) + \sin(x - y))$$

$$\sin x \sin y \sin z = \frac{1}{2}(\sin z \cos(x - y) - \sin z \cos(x + y))$$

$$\sin x \sin y \sin z = \frac{1}{4}(\sin(z + x - y) - \sin(z - x + y) + \sin(z + x + y) - \sin(z - x - y))$$



Einföld einfasa “rafmagnsvél”(5)

- Meðalvægið verður frábrugðið 0 ef...

$$\omega_m = \pm\omega_s \pm \omega_r$$

- Dæmi: gerum ráð fyrir...

$$\omega_m = -\omega_s + \omega_r$$

- Þá fæst meðalvægið

$$T_{1(\text{average})} = -\frac{I_s I_r M_0}{4} \sin \theta_0$$

- ...ef

$$\omega_m = \omega_s + \omega_s$$

- ...fæst einnig...

$$T_{1(\text{average})} = -\frac{I_s I_r M_0}{4} \sin \theta_0$$

- Segulviðnámsvægið verður:

$$T_2 = -\frac{I_s^2 \Delta L_s}{4} (2 \sin(2\omega_m t + 2\theta_0) - \sin(2(\omega_m + \omega_s)t + 2\theta_0) - \sin(2(\omega_m - \omega_s)t + 2\theta_0))$$



Einföld einfasa “rafmagnsvél”(6)

- Ef eftirfarandi skilyrði gildir um hornhraðana:
- ... fæst þessi jafna fyrir meðalvægið (en augnabliksvægið er enn mjög skrykkjótt og vélin titrar...)

$$\omega_m = \pm \omega_s$$

$$T_{2(\text{average})} = -\frac{I_s^2 \Delta L_r}{4} \sin 2\theta_0$$



Samantekt

- Við höfum verið að skoða 1 fasa vélar og almenn segulkerfi. **Vélarnar hafa skrykkjótt vægi og titra sem er verulegur ókostur.**
- Skoðum þessu næst og útvíkkum í **2 fasa vél** þ.e. vél með 2 rafinngögnum á stator og 2 á rótor, þ.e. samtals **4 inngangar** fyrir raforku.
- Þetta er áfangi í átt til 3 fasa véla....



Einföld 2-fasa rafmagnsvél

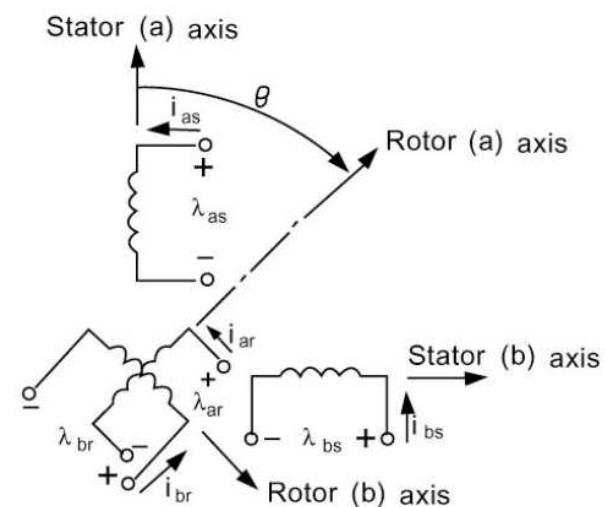
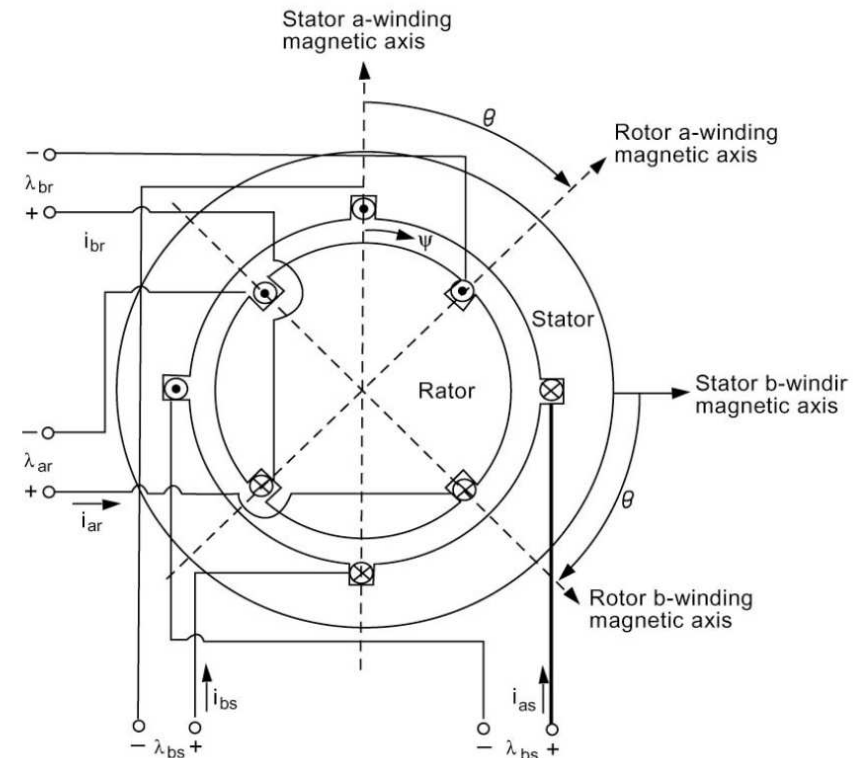
1. 2 vafningar á hvorum hluta vélarinnar.
2. Samtals 4 vafningar (Segulkerfi með 4 “rafmagnsinntökum”)
3. Vafningar eru “hornréttir” hvor á annan á rótor og stator. Þetta gildir bæði í tíma og rúmi..!!
Gagnkvæma spanið á milli þeirra er því núll



UNIVERSITY OF ICELAND

Einföld 2 fasa “rafmagnsvél”(1)

- Skoðum nú **2-fasa rafmagnsvél** með 2 inntökum á stator og 2 inntökum á rótor. Hún hefur þverskurð eins og sýndur er á mynd til hliðar. Rafmagnsinntök einkennd með “s” (stator) og “r” (rótor) og síðan á a-ás og b-ás.
- Við höfum því bætt við aukavafningum mektum “b” á báðum hlutum vélarinnar miðað við einfasa vélinu
- Á neðri myndinni er afstaða þessara ása sýnd svipað og afstaða spennuvísa yfir viðkomandi vafninga. Þannig er a-ás **hornréttur í rúmi** á b-ás.
- Við setjum inn strauma sem eru “hornréttir í tíma” (cos, sin)
- Við gerum ráð fyrir að loftbilið sé jafnt og óháð stöðuhorninu θ , þ.e. **rótorinn** sé **sívalur**.





UNIVERSITY OF ICELAND

Einföld 2 fasa “rafmagnsvél”(2)

- Við setjum upp fylkjajöfnu til að tákna spantengsl vélarinnar.
- Gert ráð fyrir að eftirfarandi “hornréttir” straumar fari inn á vafninga vélarinnar. Með því er átt við að **90 gráður sé milli straumanna í tíma...!!**
- Einnig gildir að snúningur rótors er:

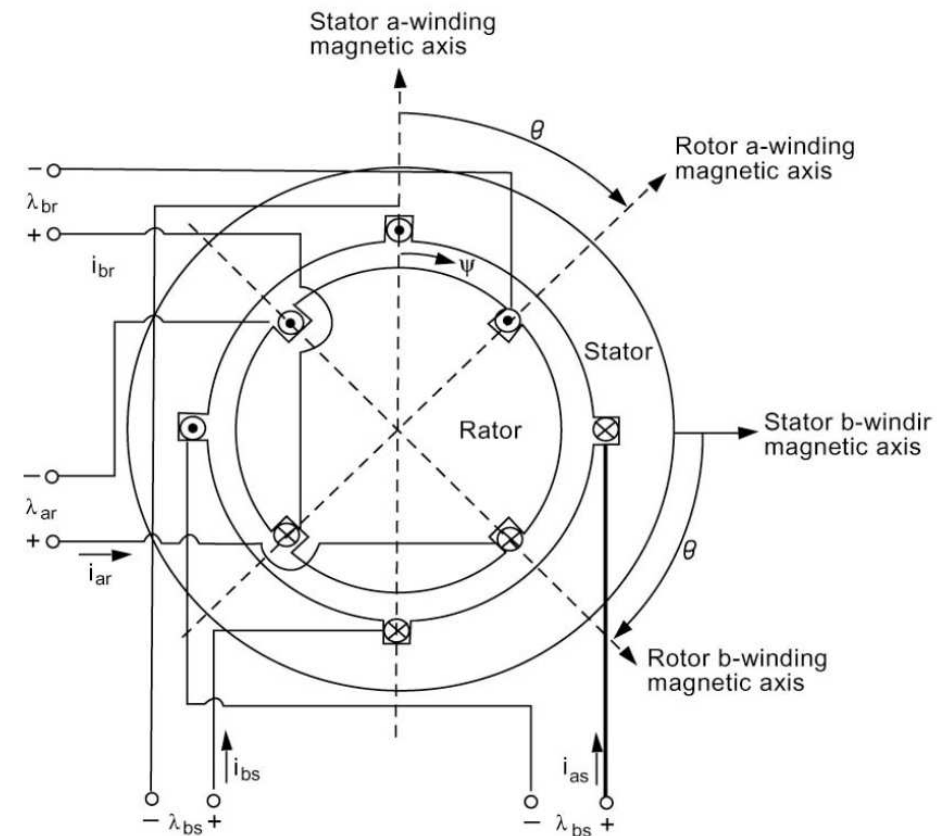
$$i_{as}(t) = I_s \cos \omega_s t$$

$$i_{bs}(t) = I_s \sin \omega_s t$$

$$i_{ar}(t) = I_r \cos \omega_r t$$

$$i_{br}(t) = I_r \sin \omega_r t$$

$$\theta(t) = \omega_m t + \theta_0$$



$$\begin{bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{ar} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{br} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & M_0 \cos \theta & 0 & M_0 \cos \theta \\ M_0 \cos \theta & L_r & -M_0 \cos \theta & 0 \\ 0 & M_0 \cos \theta & L_s & M_0 \cos \theta \\ -M_0 \cos \theta & 0 & M_0 \cos \theta & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{ar} \\ i_{bs} \\ i_{br} \end{bmatrix}$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Einföld 2 fasa “rafmagnsvél”(3)

- Við fáum eftirfarandi jöfnur fyrir augnabliksvægi, T_{fld} á rótor.

$$T(t) = M_0((i_{ar}i_{bs} - i_{br}i_{as}) \cos \theta - (i_{ar}i_{as} - i_{br}i_{bs}) \sin \theta)$$

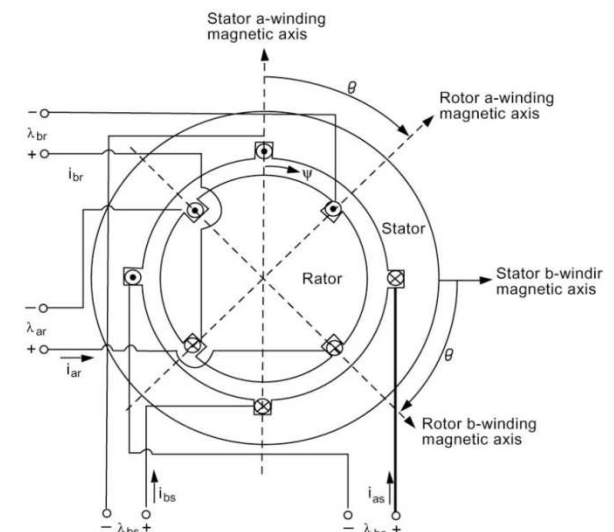
$$T(t) = M_0 I_s I_r \sin((\omega_m - \omega_s - \omega_r)t + \theta_0)$$

- Skilyrði fyrir því að augnabliksvægið sé **fasti** er

$$\omega_m = \omega_s - \omega_r$$

- Þetta gerir vélinna að 2 fasa SPANVÉL og er augnabliksvægið **fasti** þótt segulmögnunarstraumar séu sínuslagaðir!!!

$$T_{average} = M_0 I_s I_r \sin \theta_0$$





Samantekt

UNIVERSITY OF ICELAND

- 1-fasa vélar gefa **augnabliksvægi** sem sveiflast verulegar með tíðni riðstraumsins sem er settur inn á stator og rótor vélanna. Þær fara því að titra vegna hreyfifræðilegrar áraunar á öxla o.sv frv.
- 2-fasa vélar með “hornréttum” riðstraumum gefa **fast augnabliksvægi** og aflflutningur þeirra verður því mun jafnari og þægilegri (án titrings)
- 3-fasa vélar. Hvað með þær?



Heimildir/tilvísanir

- *Electric Machinery*; Höf.: Fitzgerald, Kingsley & Umans; 6. útgáfa: McGraw-Hill, 2003
- *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*, 2nd Edition Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff, 2002
Wiley/IEEE Press.
- *Electrical Energy Systems*; Höf: M. E. El-Hawary, CRC Press, 2000



Inngangur og yfirlit yfir rafmagnsvélar

Introduction to rotating machines

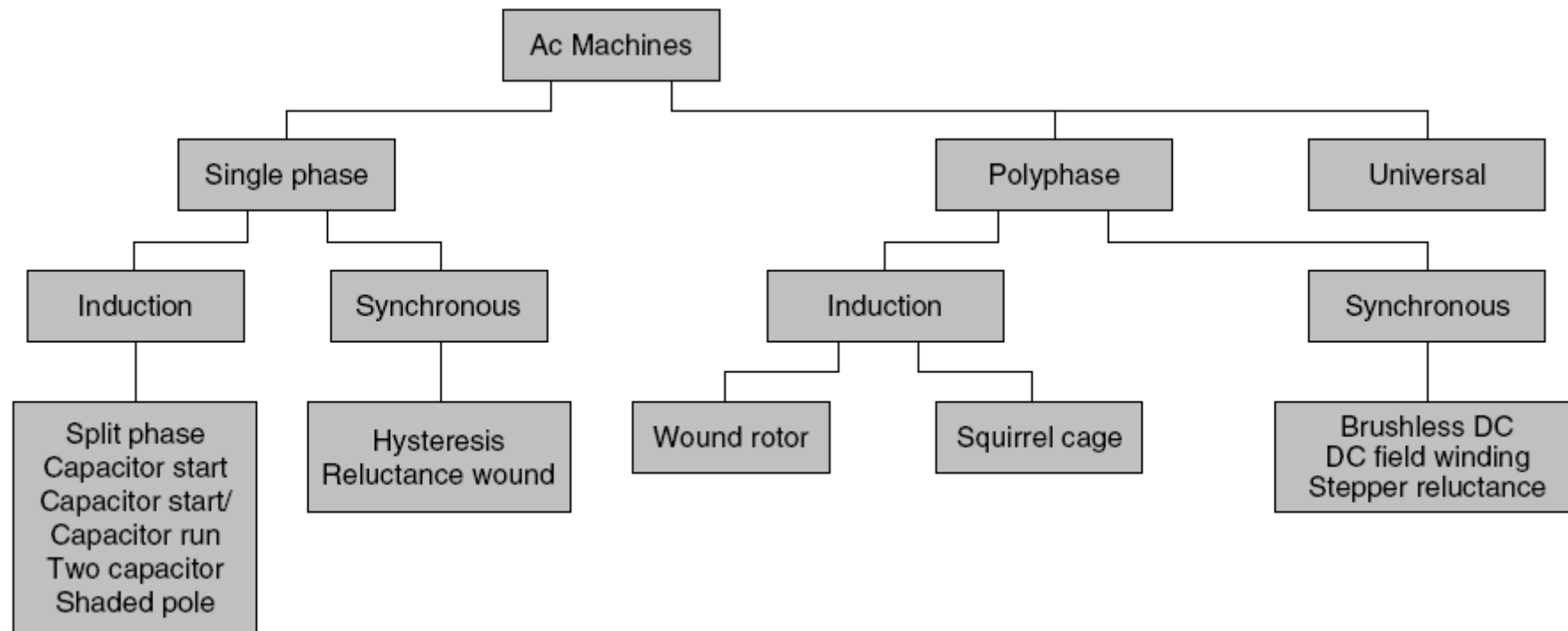


Grunnhugtök og meginþættir

- Klassískar gerðir véla
 - Riðstraumsvélar
 - Samfasavél (synchronous machine)
 - Spanvél (induction machine)
 - Jafnstramsvél (DC-machine)
- Stator – rotor – loftbil
- Rafali – mótor
- Sívalur snúður – snúður með útstandandi póla
- Sviðsvafningar – akkerisvafningar
- Fjöldi póla

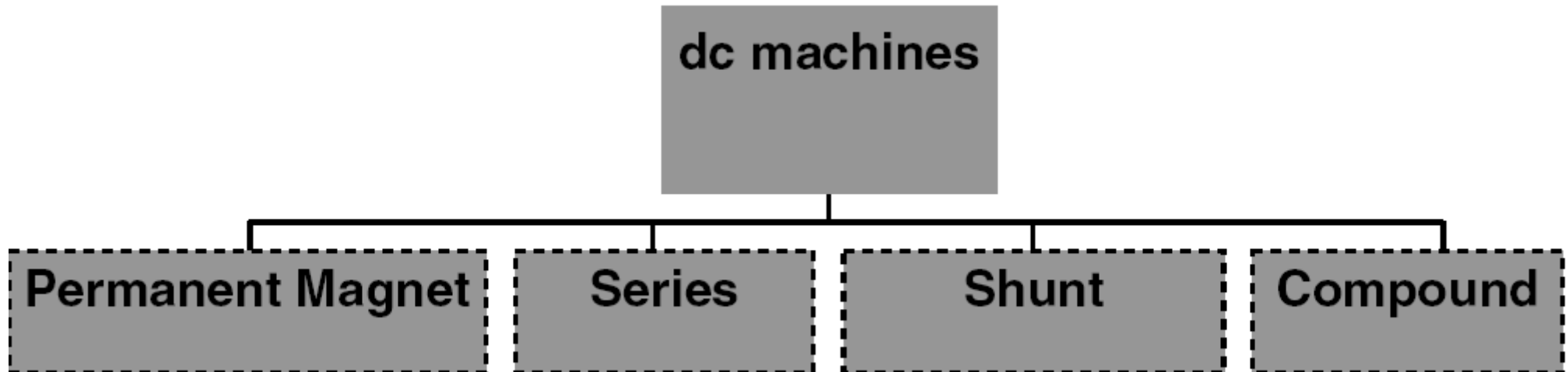


Flokkun riðstraumsvéla





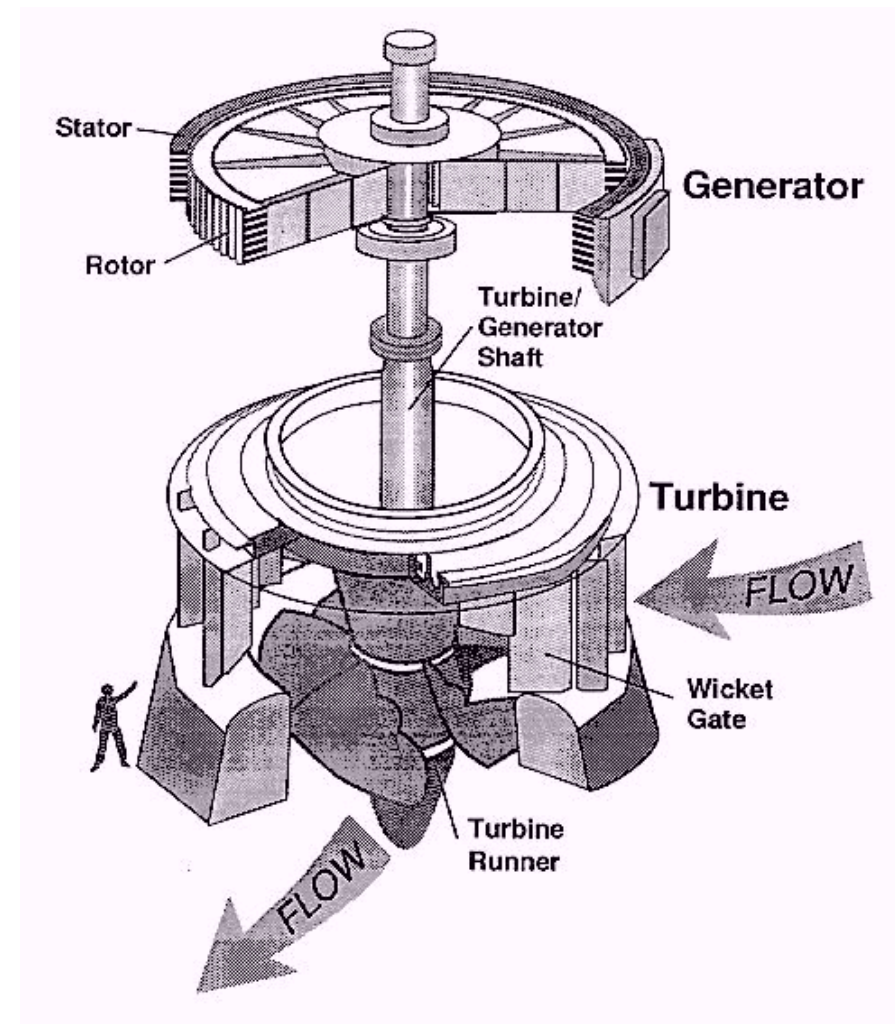
Flokkun jafnstraumsvéla





Sátur (stator) – snúður (rotor)

- Höfum áður skilgreint þessa meginhluta rafmagnsvélar:
 - Sátur (Stator), þ.e. fastur hluti vélarinnar oft tengdur beint við raforkukerfið (3 fasar)
 - Snúður (Rotor), er hreyfanlegur hluti vélarinnar og tengdur með öxli við túrbínu.



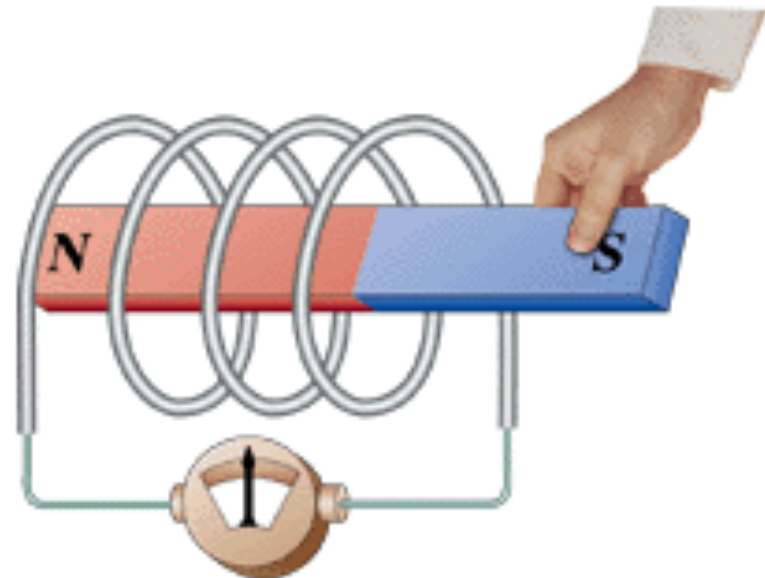


UNIVERSITY OF ICELAND

Rafali (Generator) – Hreyfill (Mótor)

- **RAFALI:** Breytingar í flæðistengingum í gegnum spólu miðað við tíma valda því að spenna spanast upp í spólunni. Þetta er lögmál Faradays!!
- **MÓTOR:** Kraftur sem verkar á leiðara í segulsviði er flytur straum veldur hreyfingu leiðarans

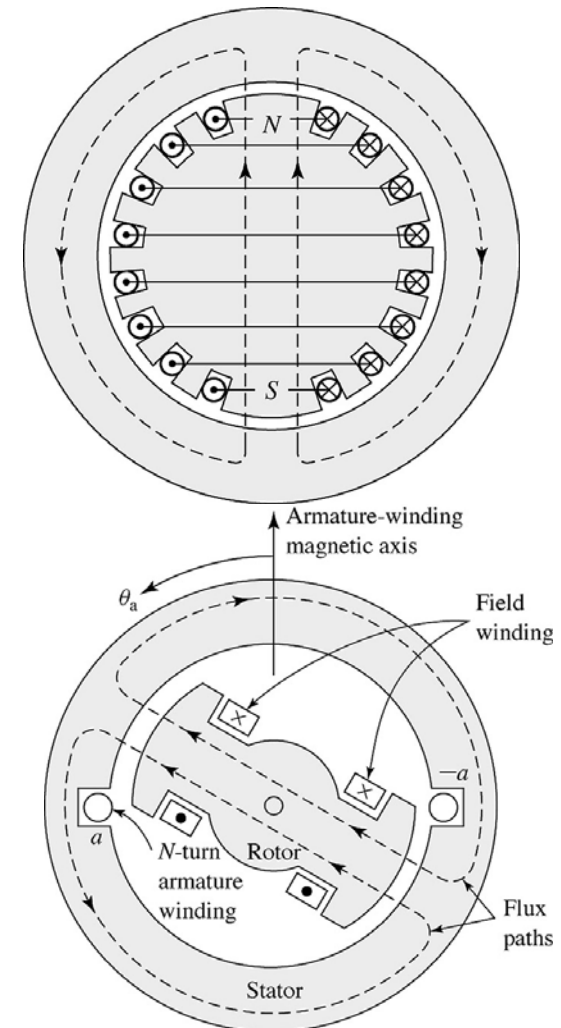
$$e = \frac{d\lambda}{dt}$$





Mismunandi snúðar

- Sívalur snúður (round rotor):
1800-3600 rpm (2-4 pólur)
 - Gastúrbínur
 - Gufutúrbínur
- Snúður með útstandandi póla
(salient pole rotor): 100-300 rpm
 - Vatnsaflsrafalar





Samfasavélar (synchronous machines)

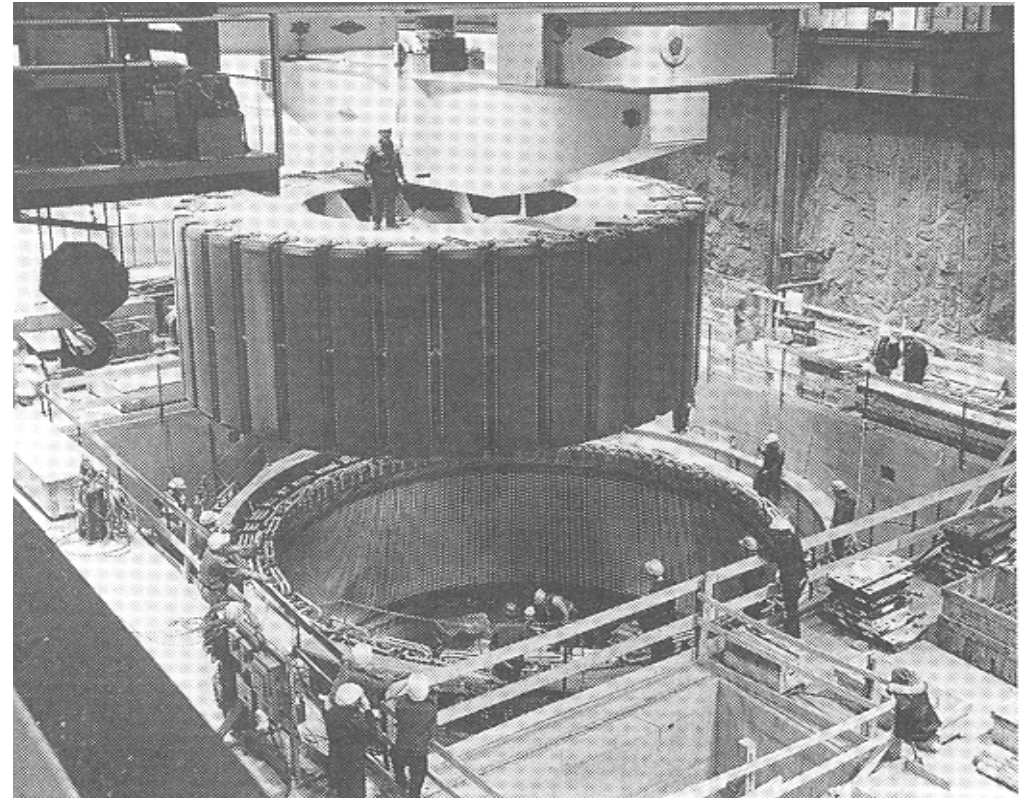
- Samfasavél dregur nafn sitt af því að hún gengur í takt við tíðni raforkukerfisins
- Stator samfasavélar er samsettur úr járnsegulmögnum plötum (laminated iron-core) með raufum (slots) þar sem 3 fasa vafningum er komið fyrir.
- Snúður hefur annað hvort útstandandi póla eða er sívalur
 - Snúðurinn er segulmagnaður með jafnstraumi. (DC current excitation)
 - Jafnstraumurinn kemur frá ytri spennugjafa í gegnum sleytuhringi (slip-rings) og burstu.



Samfasavélar Snúður með útstandandi póla

Construction

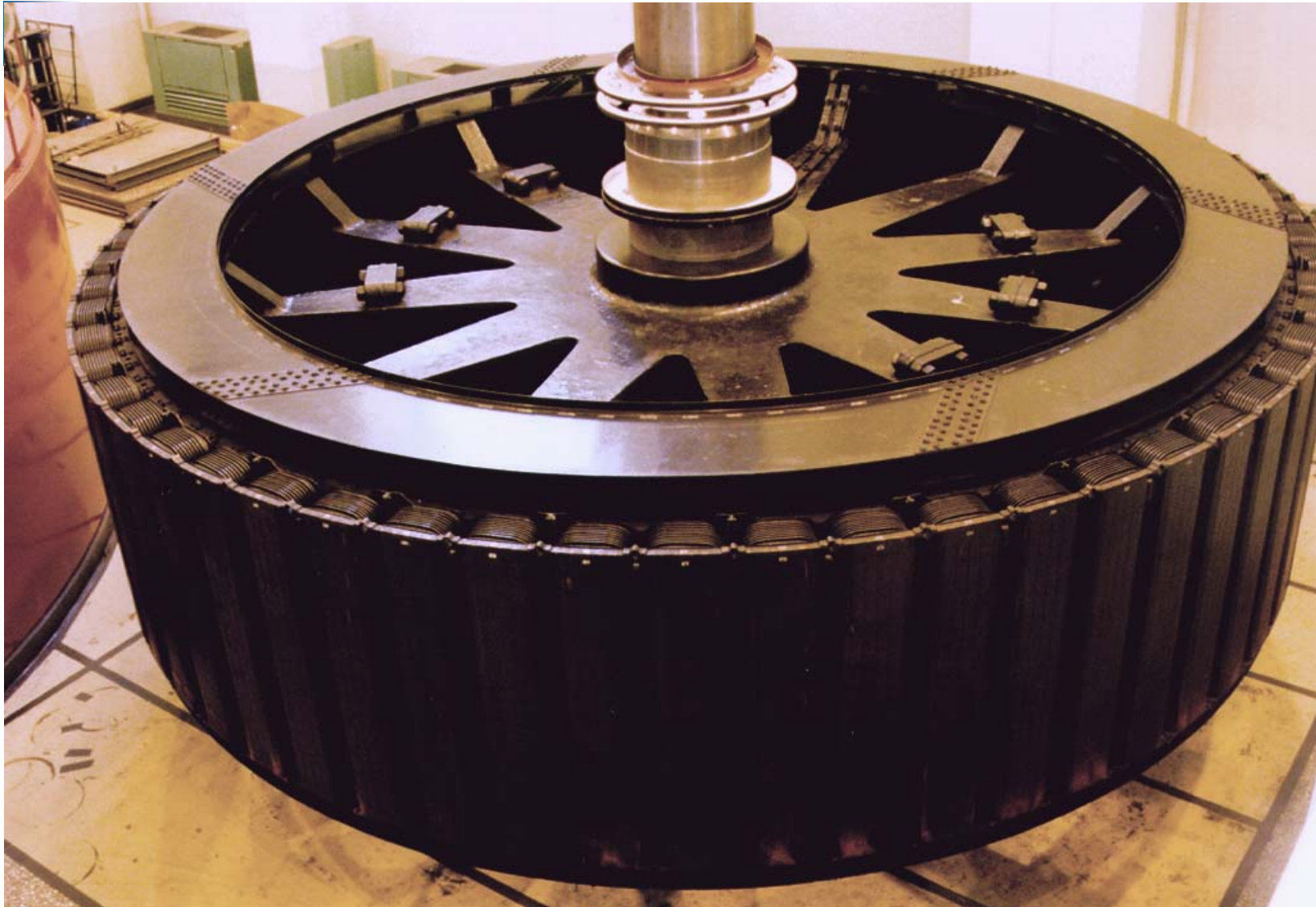
- Low speed, large hydro-generators may have more than one hundred poles.
- These generators are frequently mounted vertically.
- The picture shows a large, horizontally arranged machine.





UNIVERSITY OF ICELAND

Vatnsaflsvirkjun-rotor





UNIVERSITY OF ICELAND

Rótor í Laxárvirkjun

Salient pole rotor construction

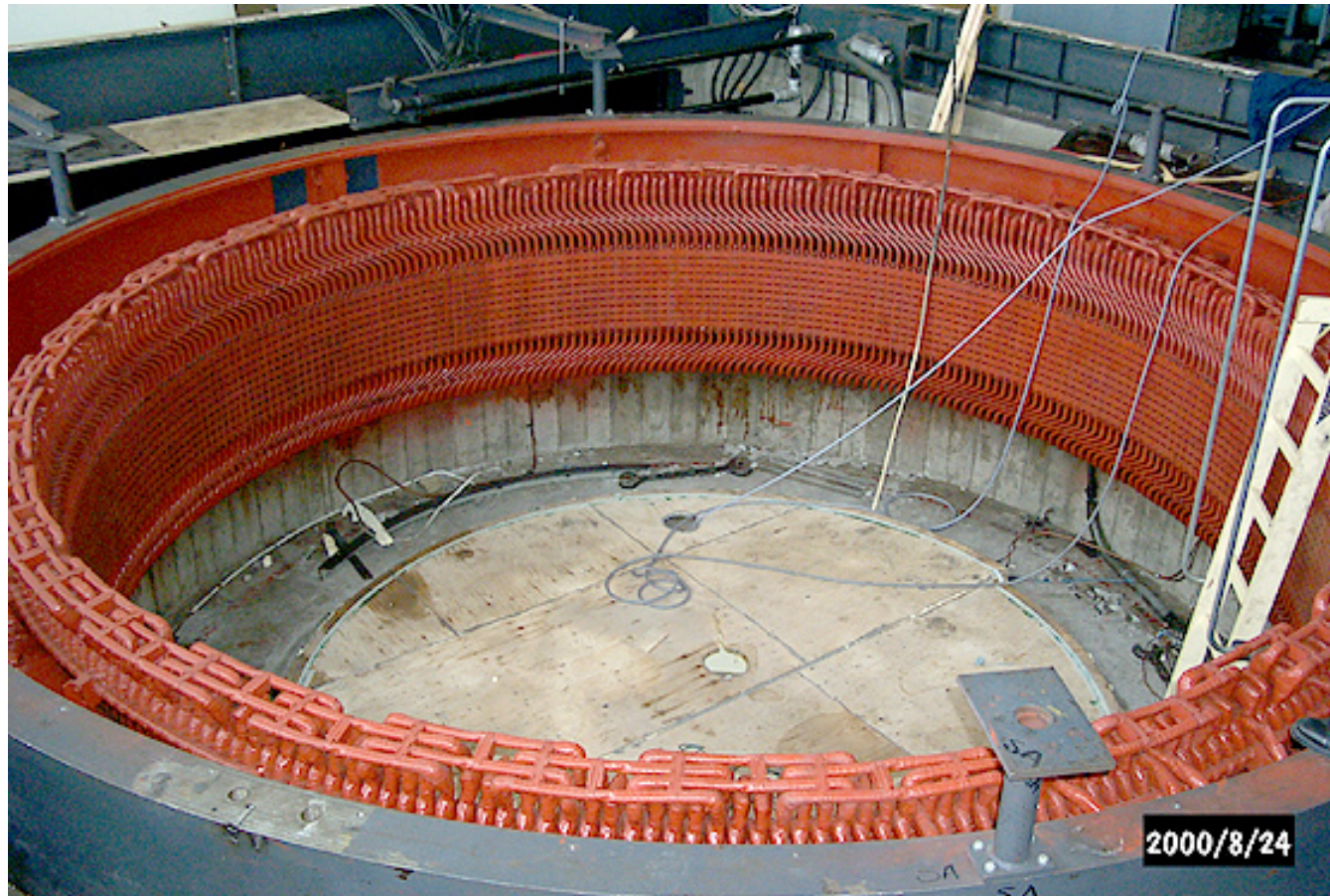
The poles are bolted to the shaft. Each pole has a DC winding. The DC winding is connected to the slip-rings (not shown). A DC source supplies the winding with DC through brushes pressed into the slip ring. A fan is installed on the shaft to assure air circulation and effective cooling.





UNIVERSITY OF ICELAND

Stator í Láxárvirkjun





UNIVERSITY OF ICELAND

Stator á samfasavél

Stator á 3 fasa
500 MVA
rafala, 200 r/mín
með 9.25 m
þvermáli

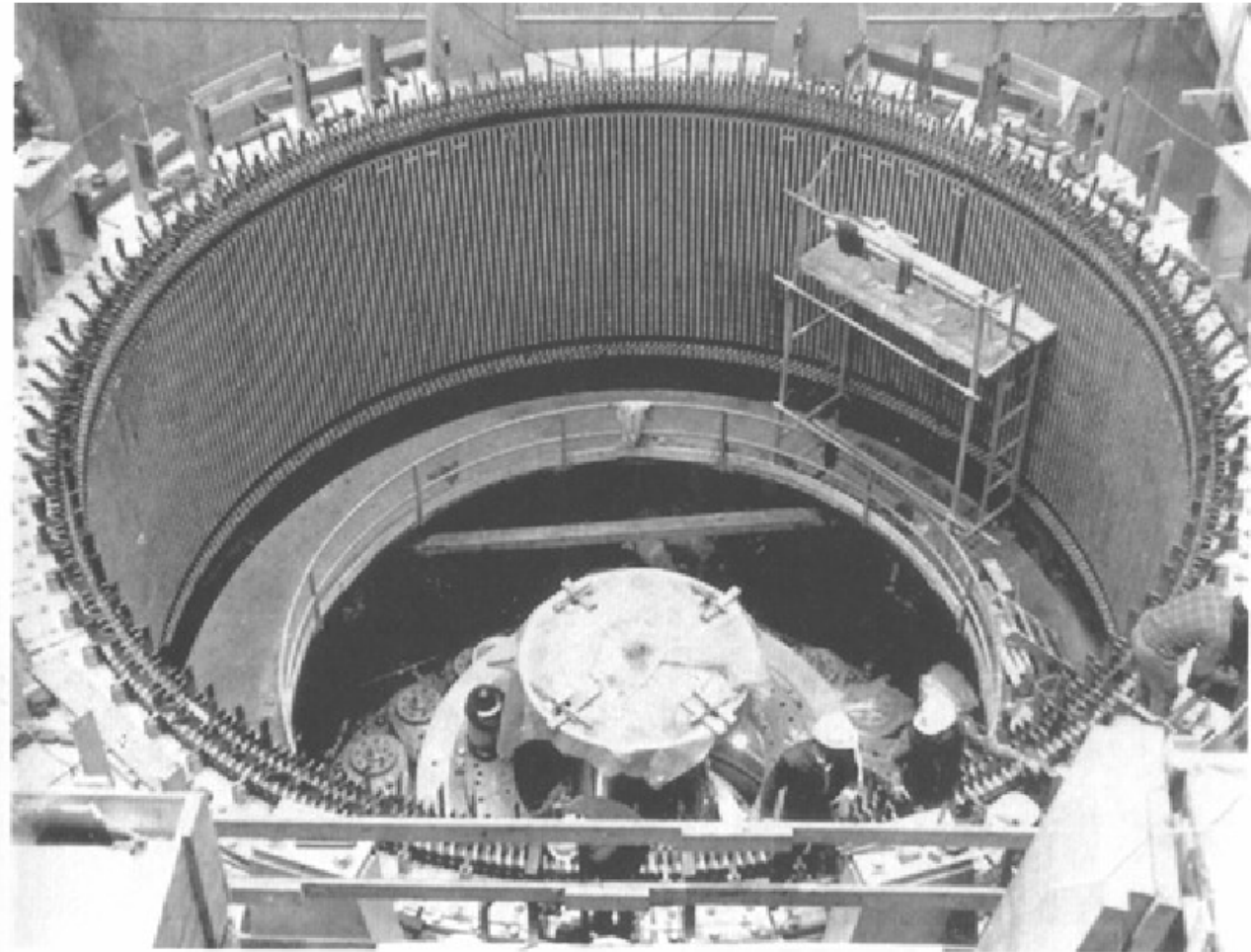


Figure 16.2a

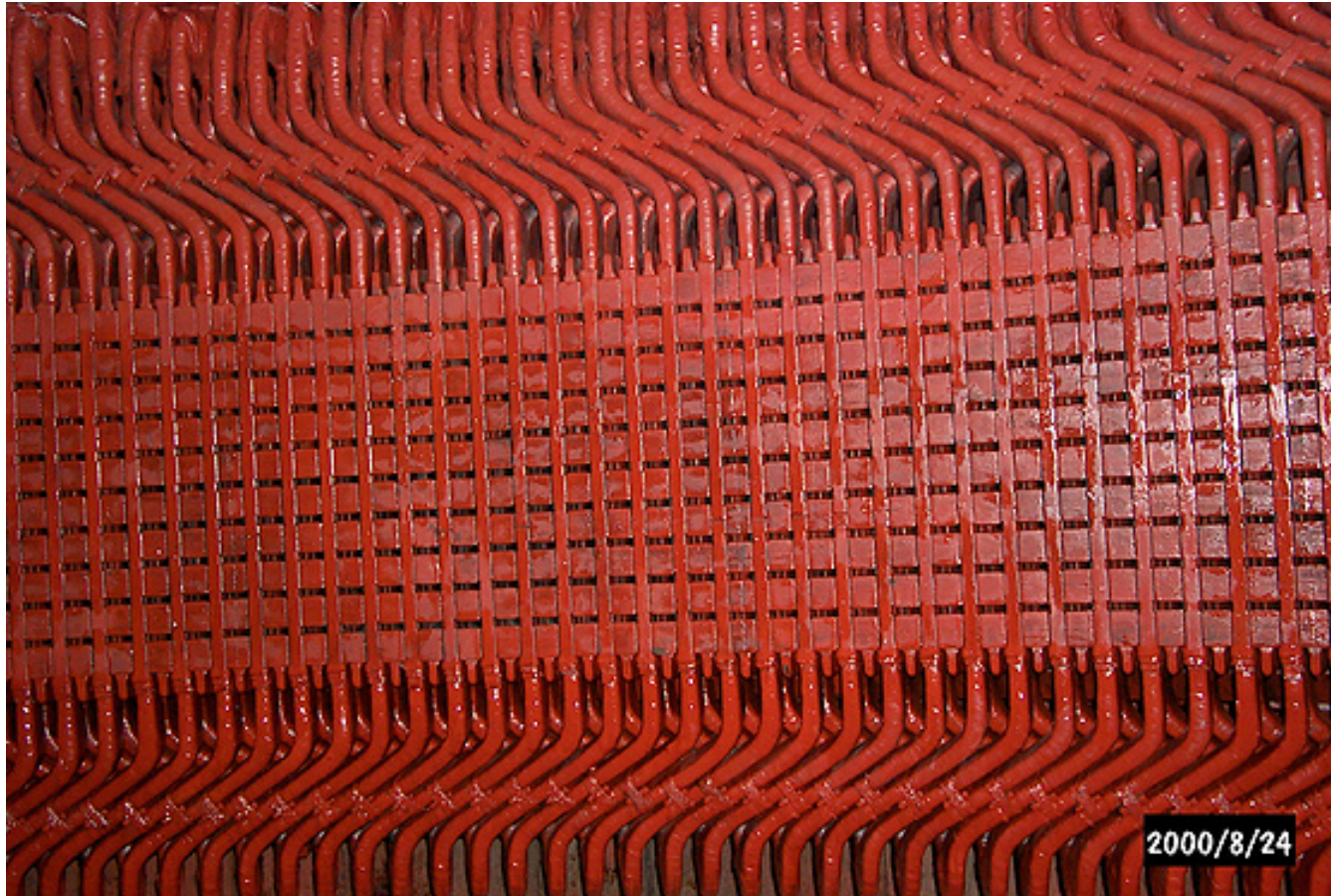
Stator of a 3-phase, 500 MVA, 0.95 power factor, 15 kV, 60 Hz, 200 r/min generator. Internal diameter: 9250 mm; effective axial length of iron stacking: 2350 mm; 378 slots.

(Courtesy of Marine Industrie)



UNIVERSITY OF ICELAND

Statorvafningar í Láxárvirkjun





UNIVERSITY OF ICELAND

Vatnsaflsvirkjun-stator

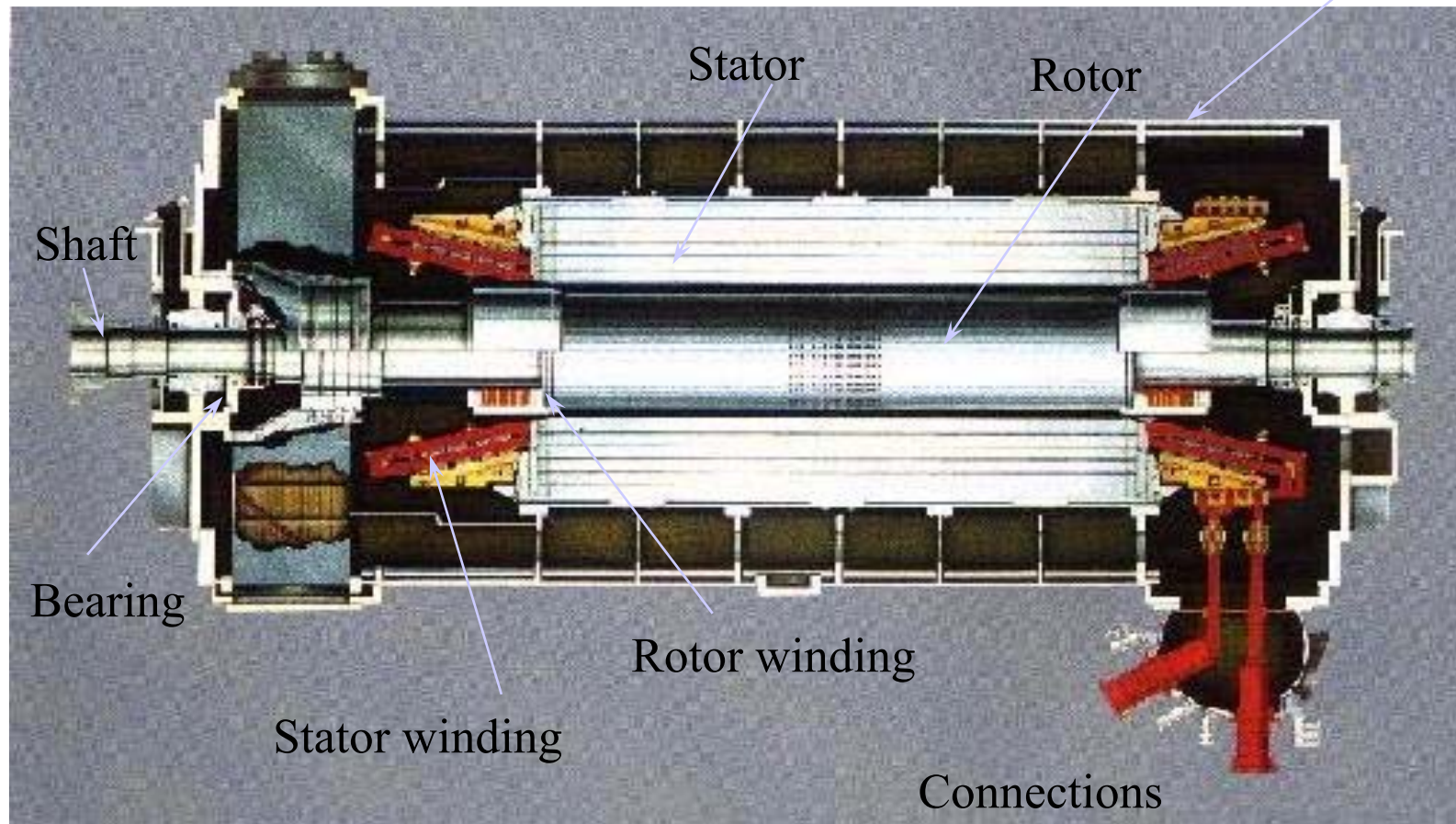




UNIVERSITY OF ICELAND

Samfasavélar

Housing ,cooling ducts



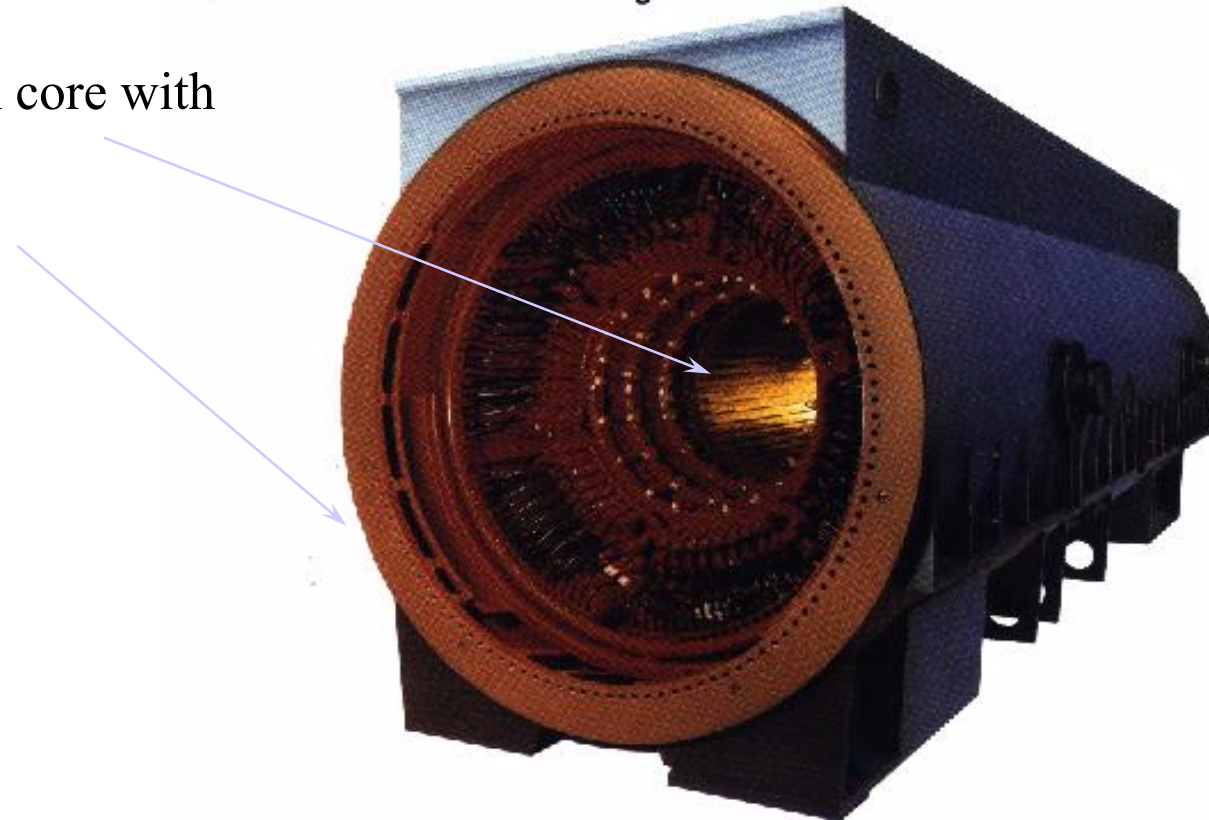


Samfasavélar

Stator

- Laminated iron core with slots
- Steel Housing

The RIGI-FLEX On-site Stator Rewind Program

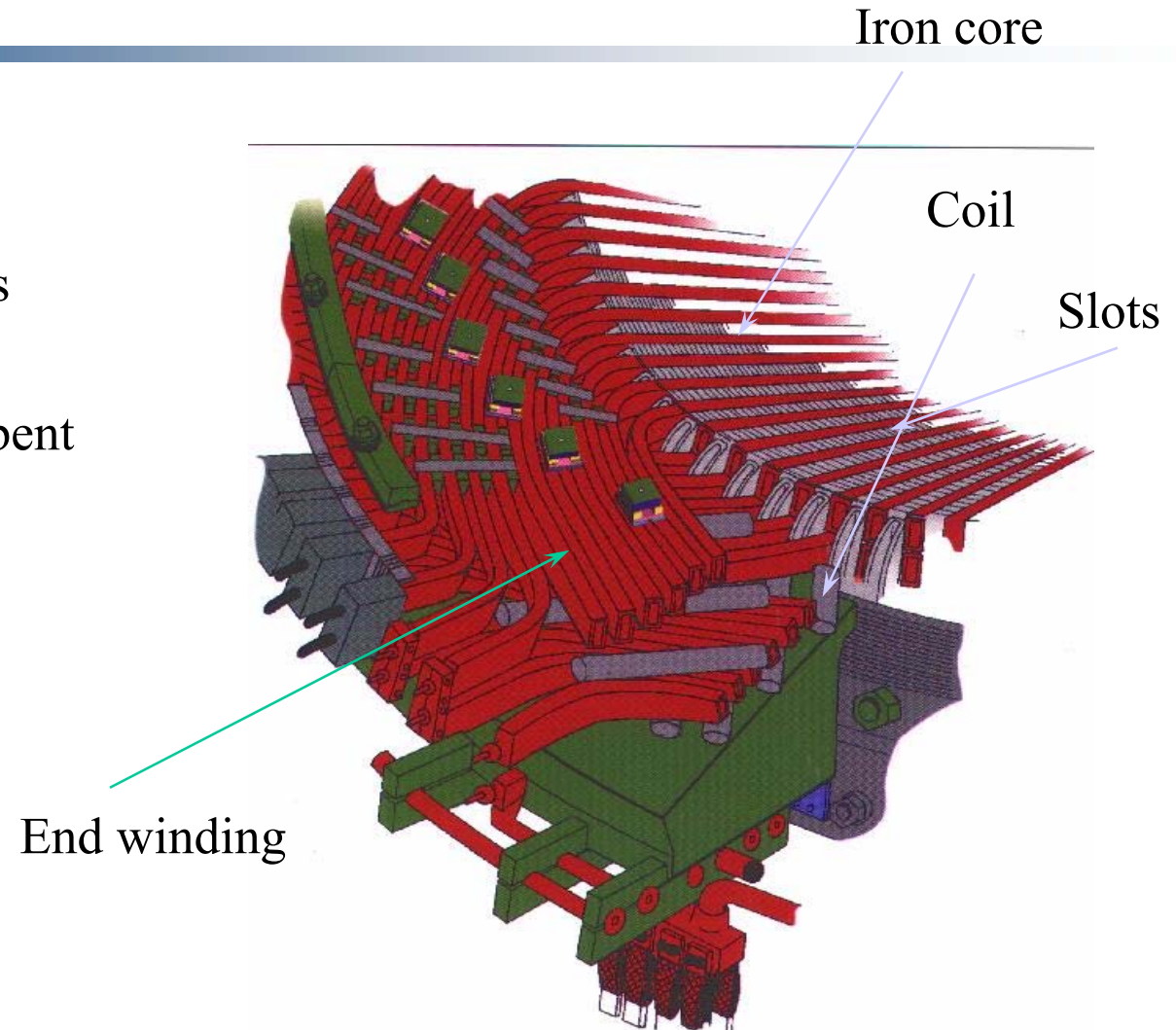




Samfasavélar

Stator details

- Coils are placed in slots
- Coil end windings are bent to form the armature winding.

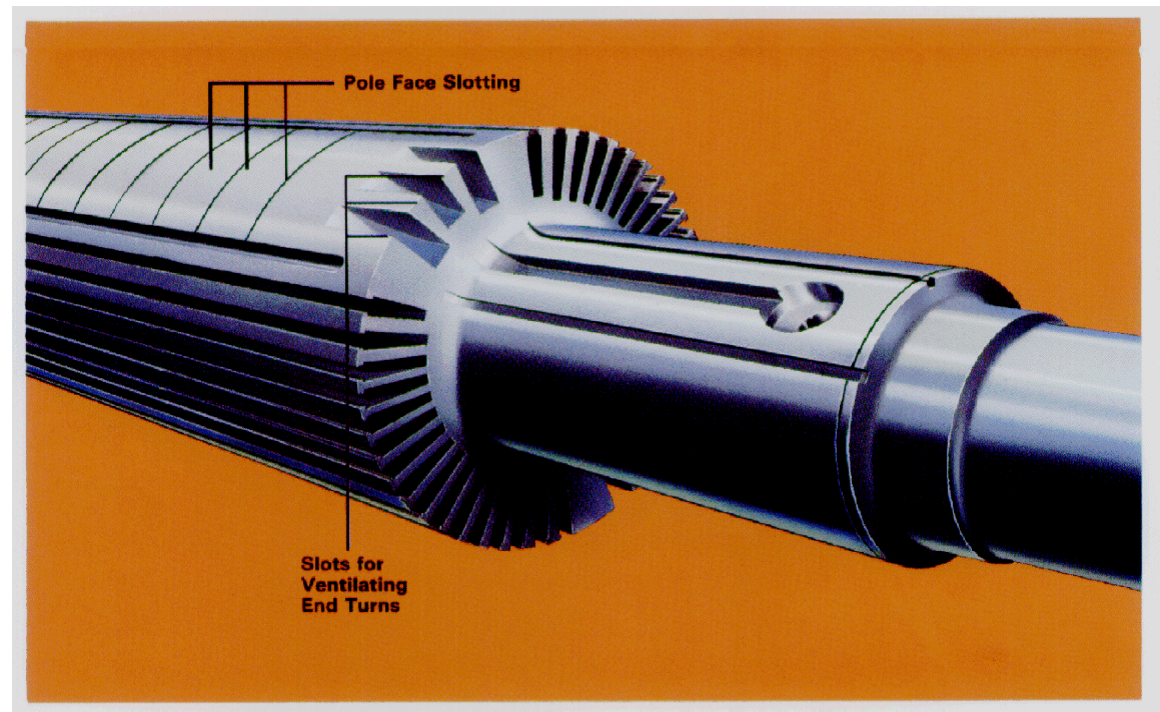




Samfasavélar

- **Round rotor**
- The round rotor is used for large high speed (3600rpm) machines.
- A forged iron core (not laminated,DC) is installed on the shaft.
- Slots are milled in the iron and insulated copper bars are placed in the slots.
- The slots are closed by wedges and re-enforced with steel rings.

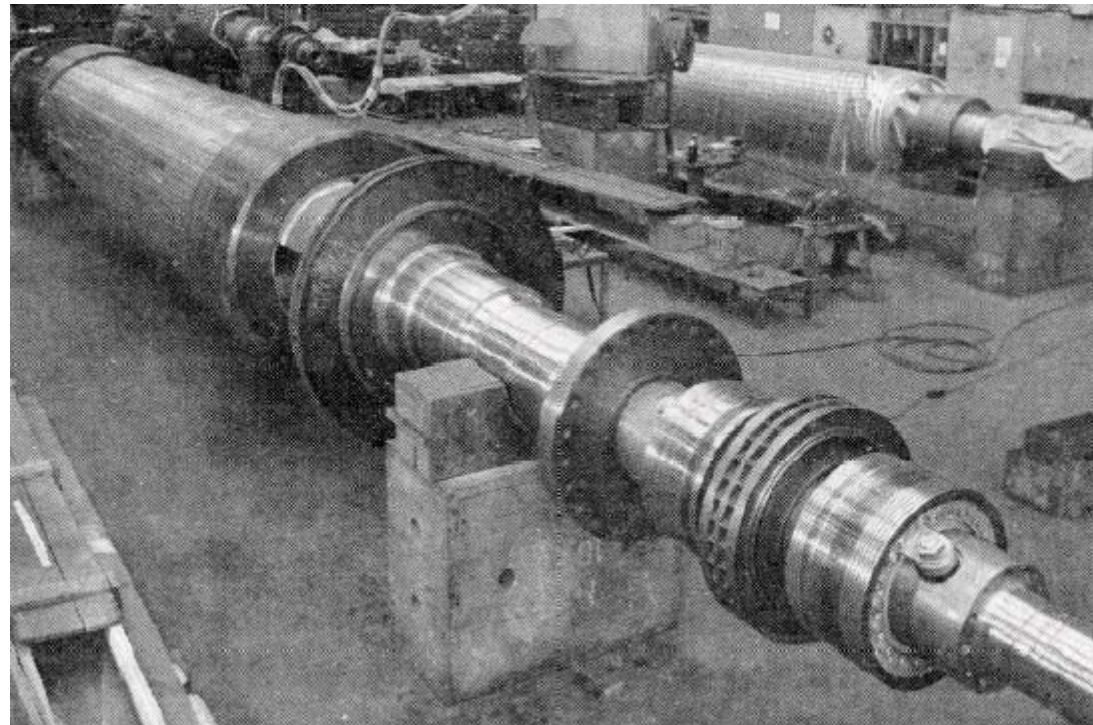
Round rotor





Samfasavélar með einsleitu loftbili (sívölum snúð)

- **Round rotor**

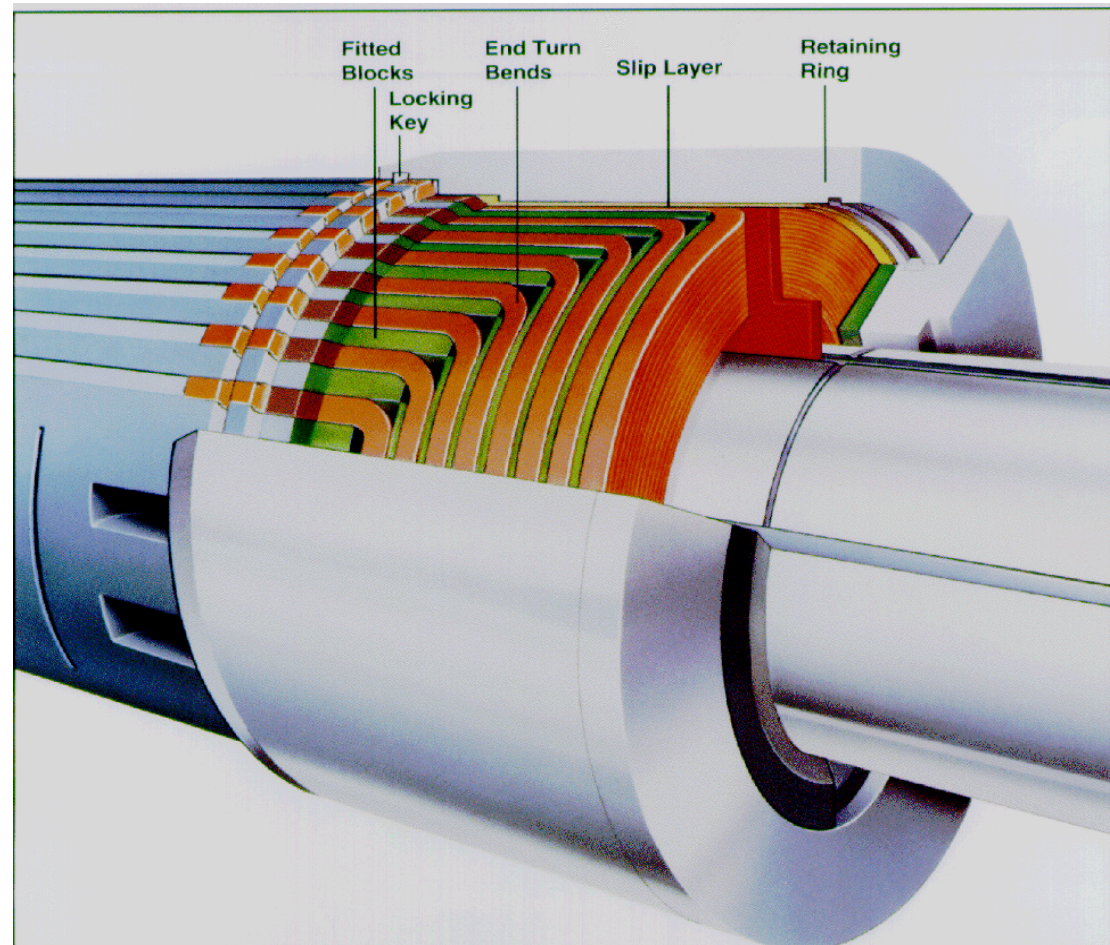




UNIVERSITY OF ICELAND

Samfasavélar

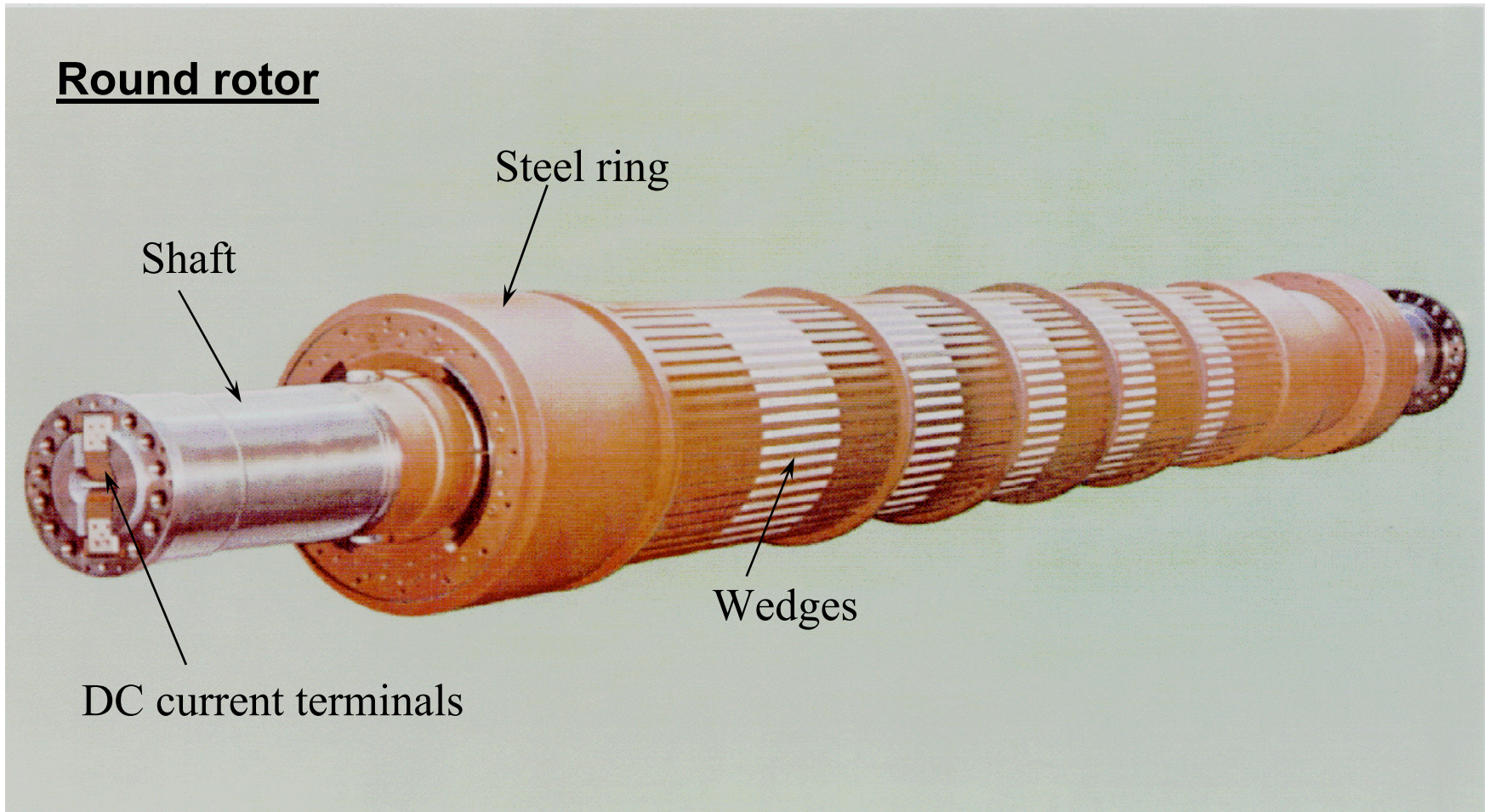
Rotor Details





Samfasavélar

Round rotor

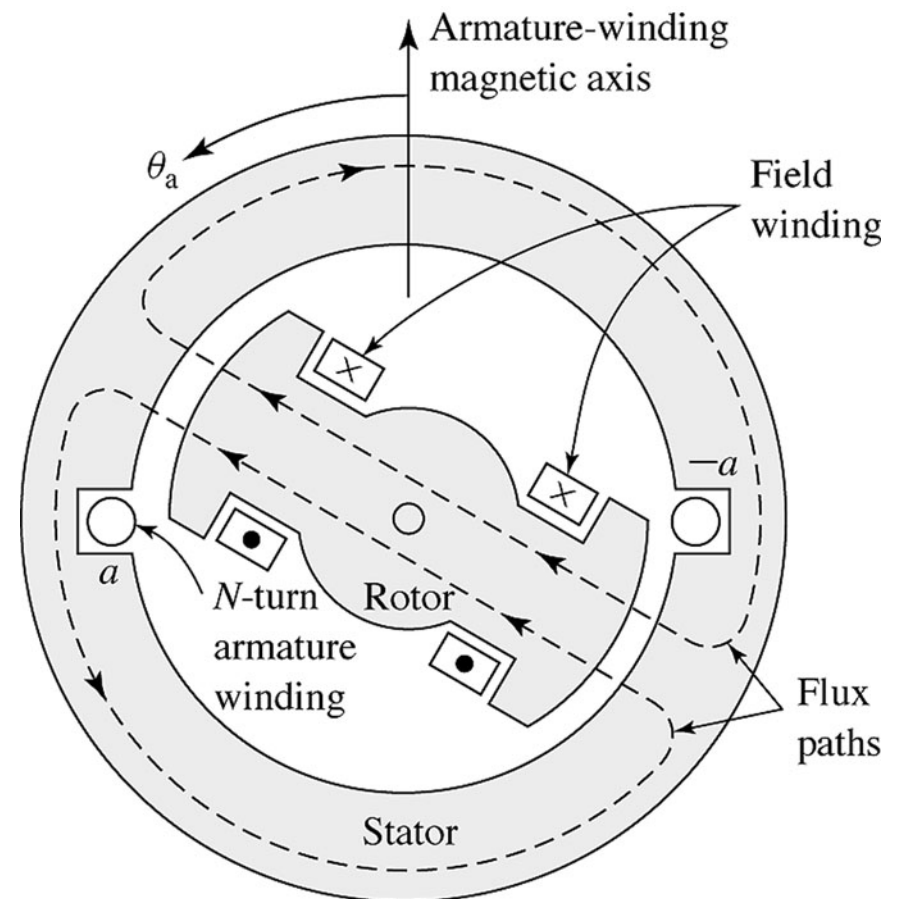




UNIVERSITY OF ICELAND

Sviðsvafningar - akkerisvafningar

- **Sviðsvafningar** (field windings) búa til segulsvið og segulflæði í vélinni
- Myndin sýnir einfasa samfasavél.
- **Á samfasavélum eins og vélinni á myndinni eru sviðsvafningarnir á rótor**

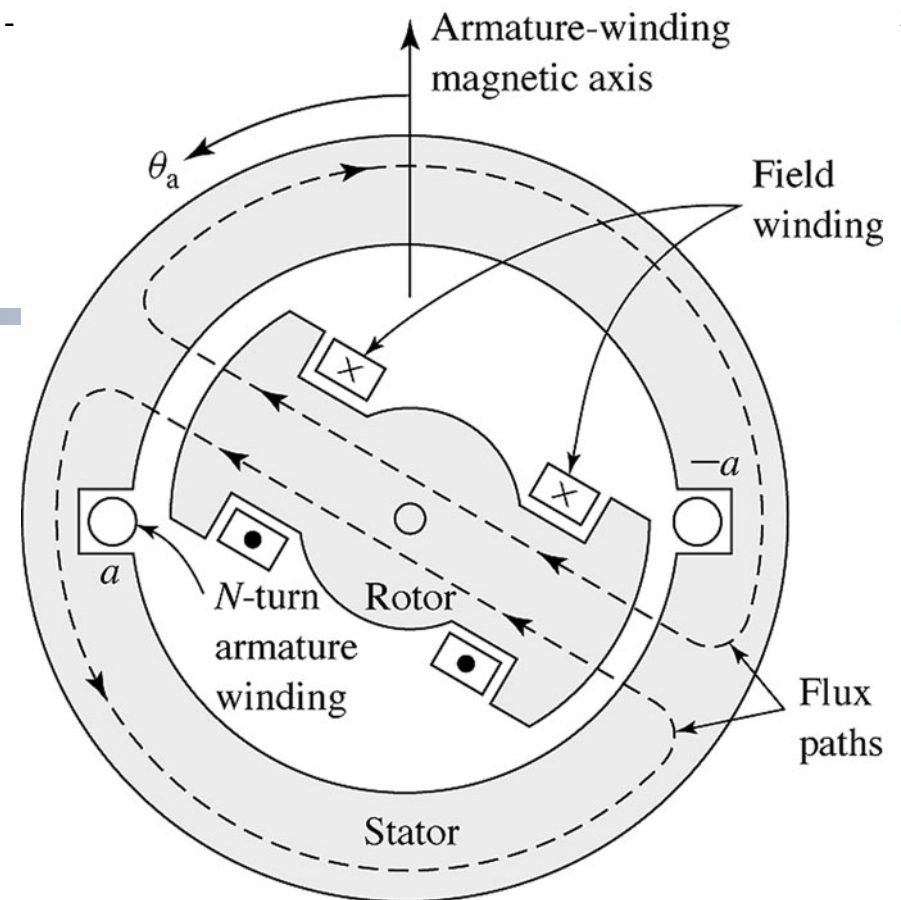




Akkerisvafningar

UNIVERSITY OF ICELAND

- **Akkerisvafningar** (armature windings) eru þeir vafningar þar sem spanast upp spennu og straumur vegna hreyfingar vafninganna í sviði
- **Á samfasavélinni á myndinni eru akkerisvafningarnir á stator**



Í "WEBSTER'S THIRD NEW INTERNATIONAL DICTIONARY" er armature skilgreint þannig:

"The part of a dynamoelectric machine carrying the conductors whose relative movement through the magnetic field between the pole pieces causes an electric current to be induced in the conductors (as in dynamo) or which by having a current passed through them are caused by electromagnetic induction to move through this field (as in the motor)."

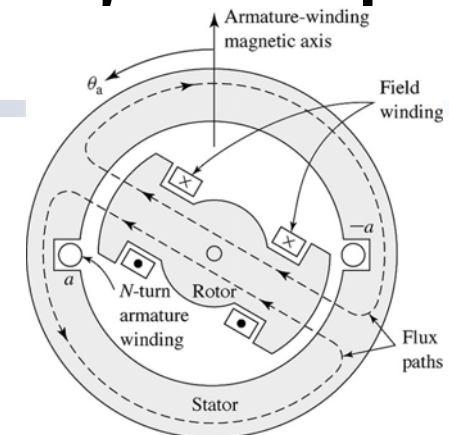


UNIVERSITY OF ICELAND

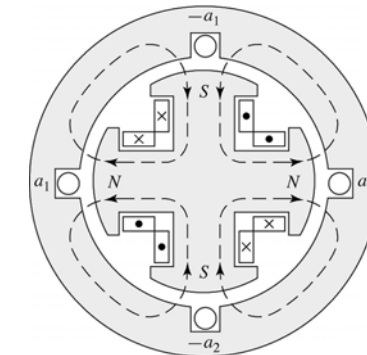
Vélar með mismunandi fjölda póla

- Lágmarksfjöldi póla er 2. Vélar hafa heilt margfeldi af 2 sem fjölda póla
- Fyrir samfasavélar og miðað við t.d. 50 Hz fasta tíðni lækkar snúningshraðinn í réttu hlutfalli við fjölda póla
- Við getum haft, 2,4,6.... sem fjölda póla
- Við gerum greinarmun á “rafmagnsgráðum” og “hreyfigráðum”

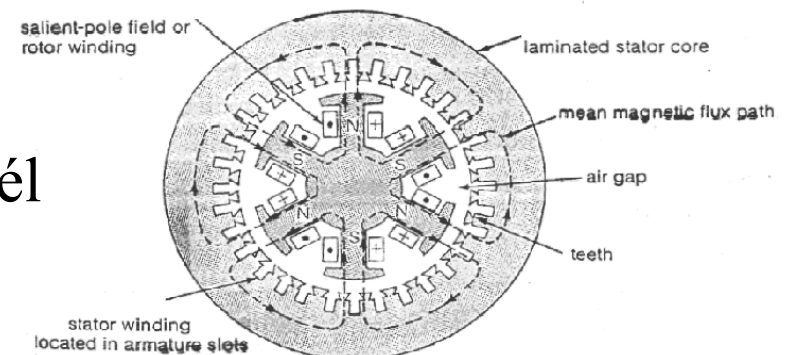
2 póla vél



4 póla vél



6 póla vél

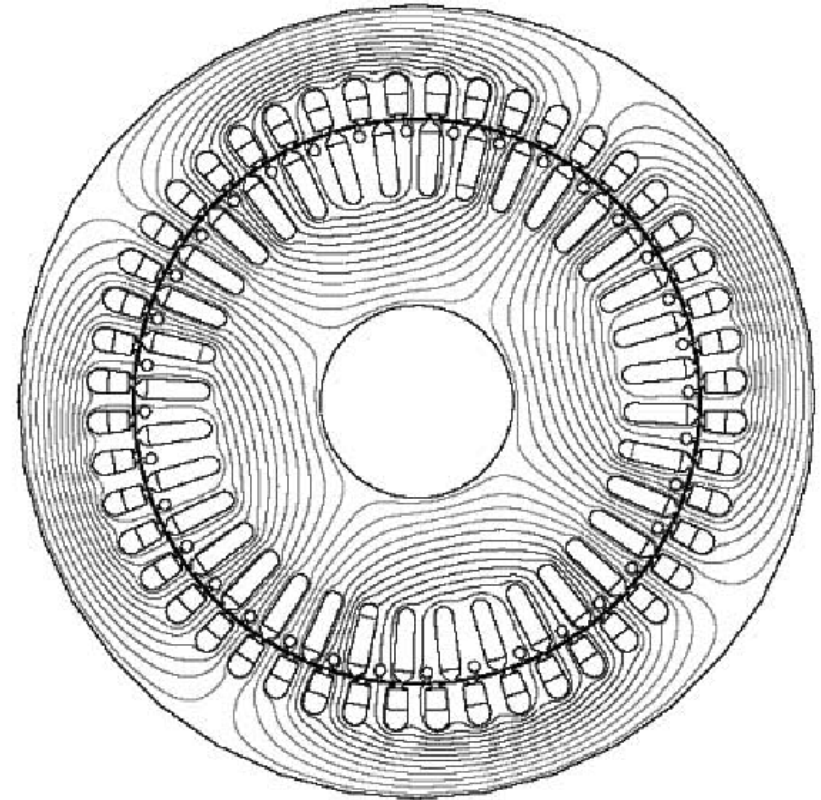




UNIVERSITY OF ICELAND

Segulflæði

- Segulflæði í samfasavél með 4 pólum og sívöllum rótor





Klassískar gerðir véla fyrir mismunandi fjölda fasa

- Riðstraumsvélar
 - Samfasavélar (Synchronous machines)
 - 1 fasa
 - 3 fasa
 - Spanvélar (induction Machines)
 - 1 fasa
 - 3 fasa
- Jafnstraumsvélar (Direct Current Machines)



UNIVERSITY OF ICELAND

Snúningshraði og fjöldi póla

$$f_e = \frac{p}{2} \cdot f_m = \frac{p}{2} \cdot \frac{n}{60} = \frac{p \cdot n}{120}$$

$$\longleftrightarrow f_e = 50 \text{ Hz}$$

$$6000 = p \cdot n \rightarrow n = \frac{6000}{p}$$

$$\longleftrightarrow f_e = 60 \text{ Hz}$$

$$7800 = p \cdot n \rightarrow n = \frac{7800}{p}$$

Tákn:

ω_e = “rafmagns- radíanar”

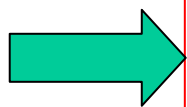
ω_m = “mekanískir radíanar”

f_e = tíðni riðspennu frá samfasavél (50 eða 60 Hz)

f_m = snúningshraði rotors á sek

p = fjöldi póla (2,4,6...)

n = snúningshraði á mínútu (rpm)



$$\omega_m = \frac{2}{p} \omega_e$$

Dæmi um fjölda póla:

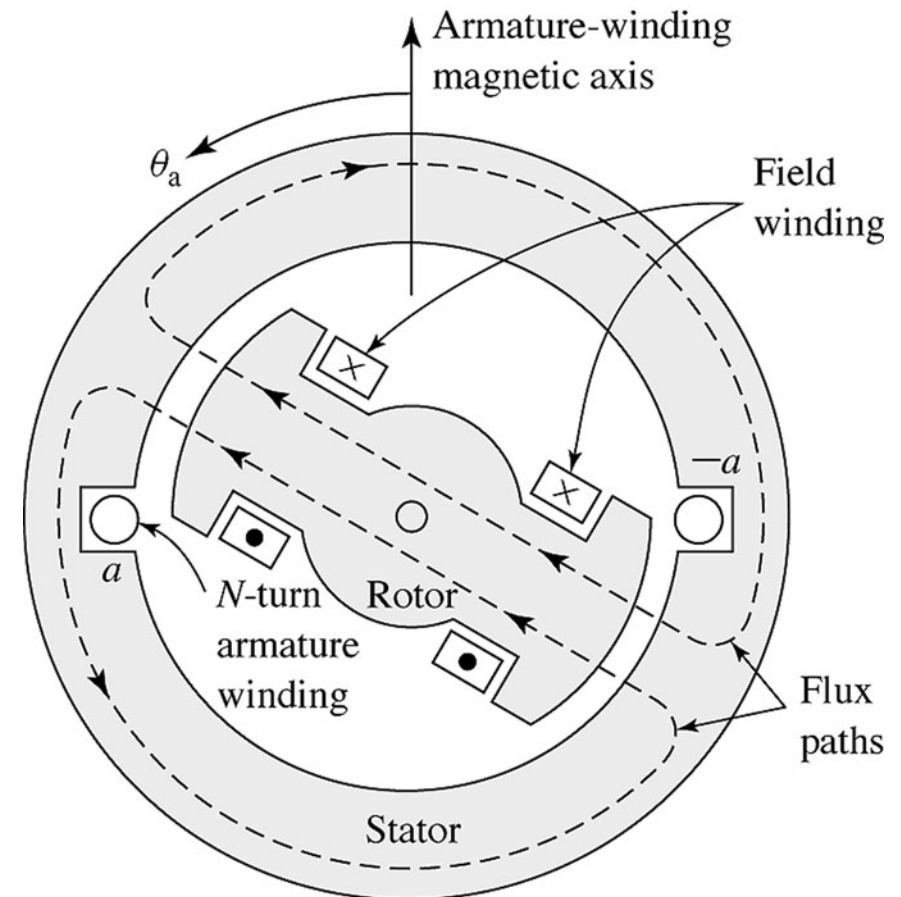
p	n ($f = 50 \text{ Hz}$)
2	3000
4	1500
10	600
20	300
26	230.8



UNIVERSITY OF ICELAND

Nokkur hugtök – Samantekt- Almennar rafmagnsvélar

- Vélar hafa **sátor** (stator) og **snúð** (rotor). (áður skilgreint)
- Vélar hafa **sviðsvafninga** (field windings) og **akkerisvafninga** (armature windings)
- Vélar hafa 2 póla eða 4 póla eða 8..., þ.e. **heild margfeldi af 2 sem fjölda póla**
- Vélar hafa **sívalan snúð** (round rotor) eða **útstandandi póla á snúð** (salient pole rotor)
- Vélar byggja á **jafnstraumi** eða **riðstraumi** (spanvélar, samfasavélar)

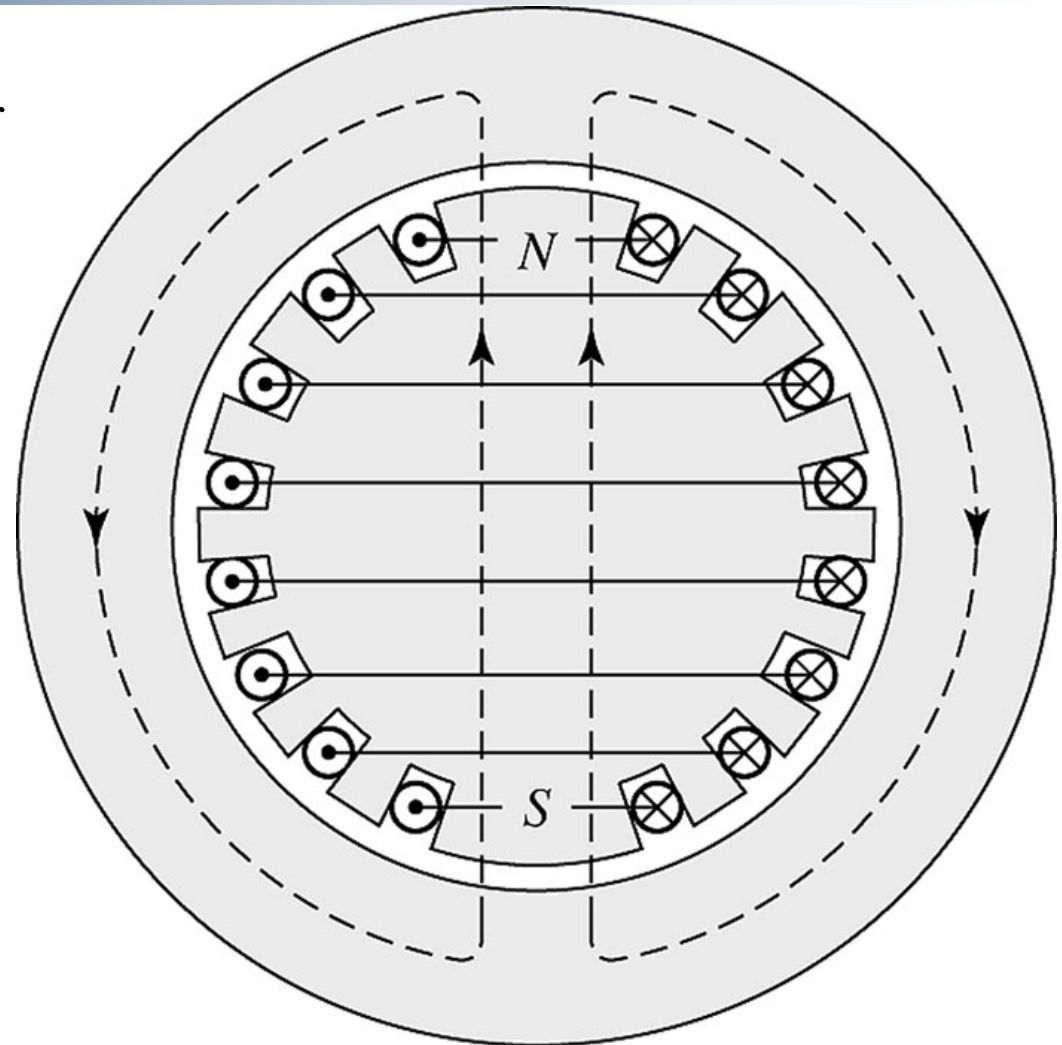




UNIVERSITY OF ICELAND

Rafmagnsvél með sívölum snúð

- Í rafmagnsvél með sívölum snúð er loftbilið jafnt óháð snúningi vélarinnar
- Segulviðnámið í rásinni breytist lítið eða ekki við snúning rótorsins
- Þessar vélar eru algengar ef **snúningshraði er mikill og fjöldi póla lítill**
- Rótorvafningunum er komið fyrir í raufum á á ytra borði snúðsins.
- Statorvafningunum er einnig komið fyrir í raufum á innra borði statorsins (ekki sýnt á myndinni)
- Stator og rótor eru gerðir úr járnkjarna sem er venjulega settur saman úr plötum (laminations)

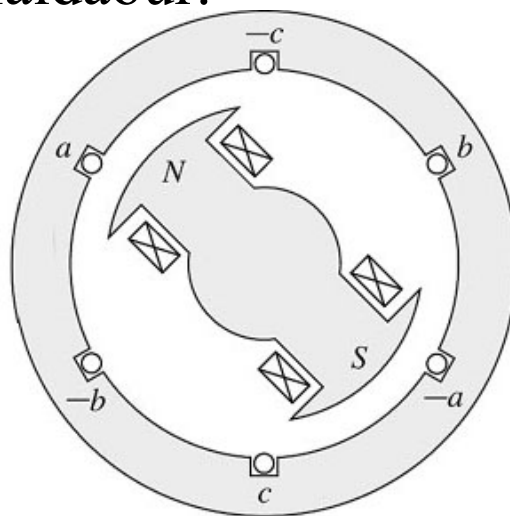




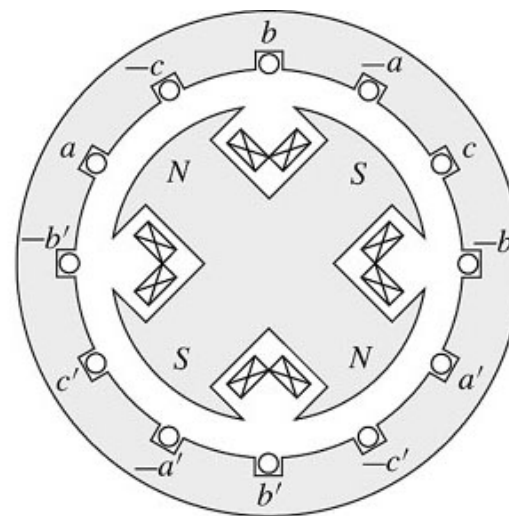
UNIVERSITY OF ICELAND

3 fasa rafmagnsvélar

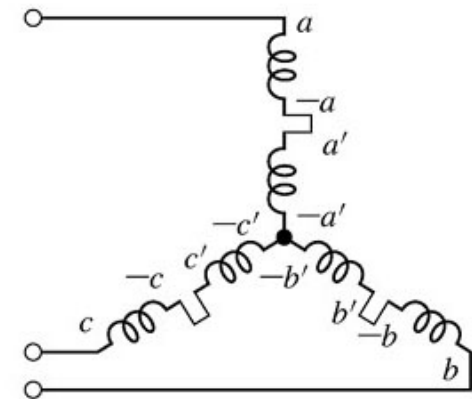
- Þegar rafmagnsvél er 3 fasa þarf að dreifa vafningum allra fasanna á hringferilinn bæði á rótor og stator
- Skipta þarf hringferlinum upp í svæði þar sem slaufur í hverjum fasa taka við hver af annarri í tiltekinni fasaröð, þ.e. abcabcabc.....
- Þegar pólum er fjölgað t.d. úr 2 í 4 í 3 fasa rafmagnsvélum er fjöldi svæða tvöfaldaður.



(a)



(b)



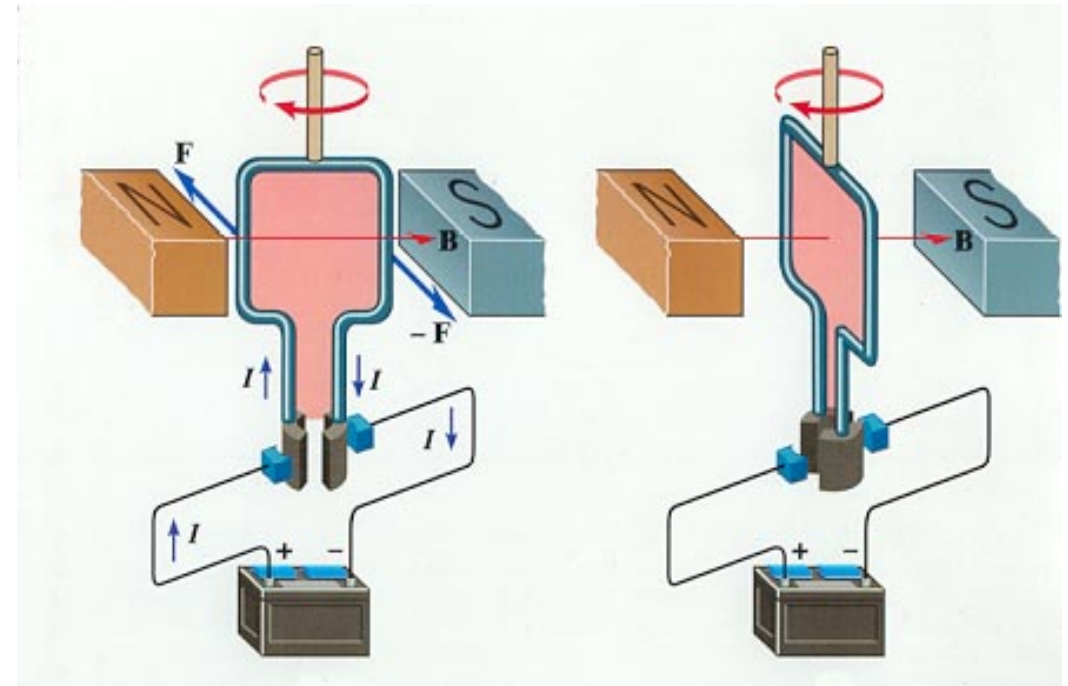
(c)



UNIVERSITY OF ICELAND

Jafnstraumsvélar

- Notum hægrihandarreglu til að sjá kraftáhrifinn, F á leiðara með straumi, I í segulsviði B
- **Straumskiptir** sér um að straumstefna verður alltaf sú sama á þeim leiðara sem er við sama segulpólinn, jafnvel þótt spólan snúist





Samantekt -- yfirlit

- Rafmagnsvélar eru flókin fyrirbrigði og það þarf ítarleg stærðfræðileg líkön til að lýsa þeim með nákvæmni.
- Þó má segja að þær séu einfaldar ef aðeins eru skoðuð meginatriði í hegðun og virkni þeirra.



Samfasavélar - yfirlit

(Synchronous machines)



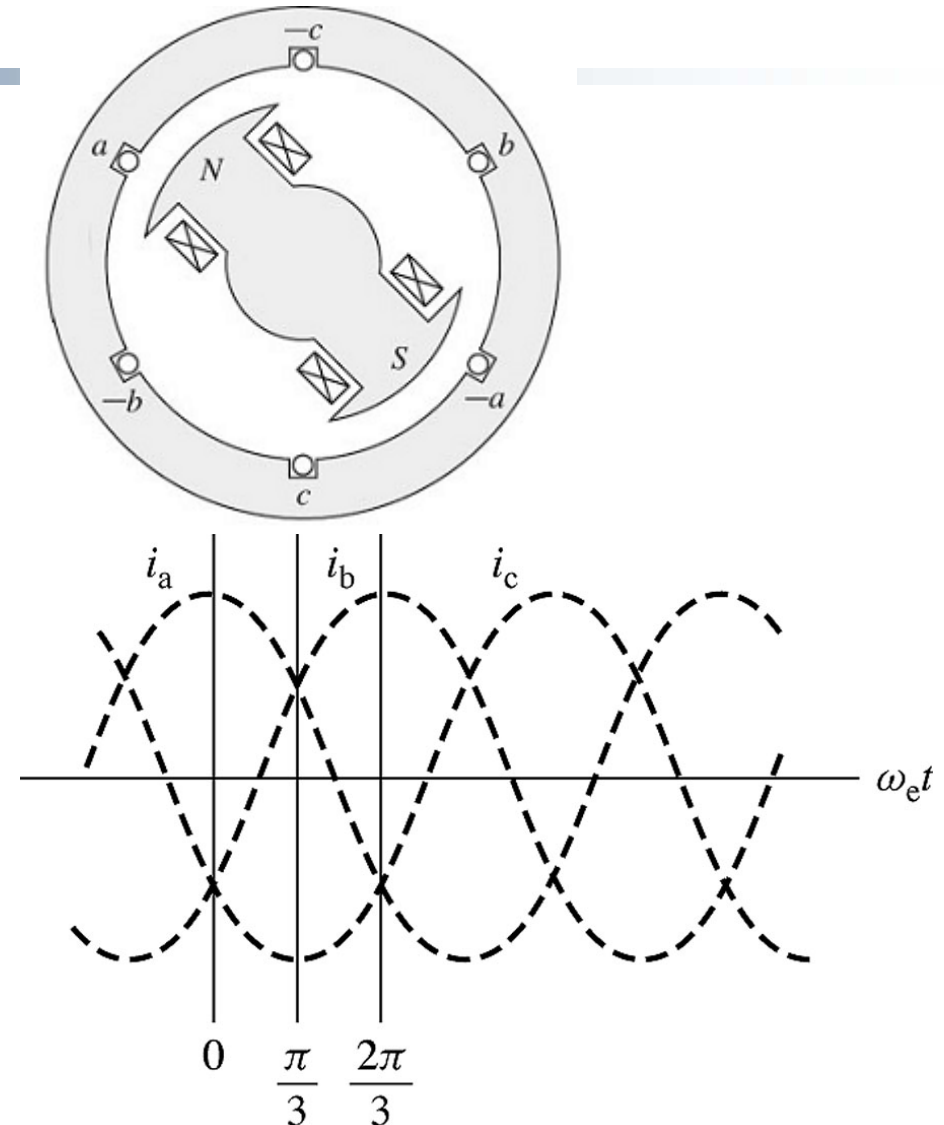
Samfasavélar - nokkur einkenni

- Sviðsvafningar á snúð, akkerisvafningar á sátur
- Tvöföld segulmögnun (sátur og snúður)
- Segulmögnun á snúð með jafnstraumi
- Fastur snúningshraði
 - Segulsvið í loftbili snýst á sama hraða og snúður
- Eyðir eða framleiðir launafl í raforkukerfi
- Notkunarvið:
 - Í raforkukerfi sem rafali
 - Í iðnaði þar sem þarf fastan snúningshraða



3 fasa samfasavélar

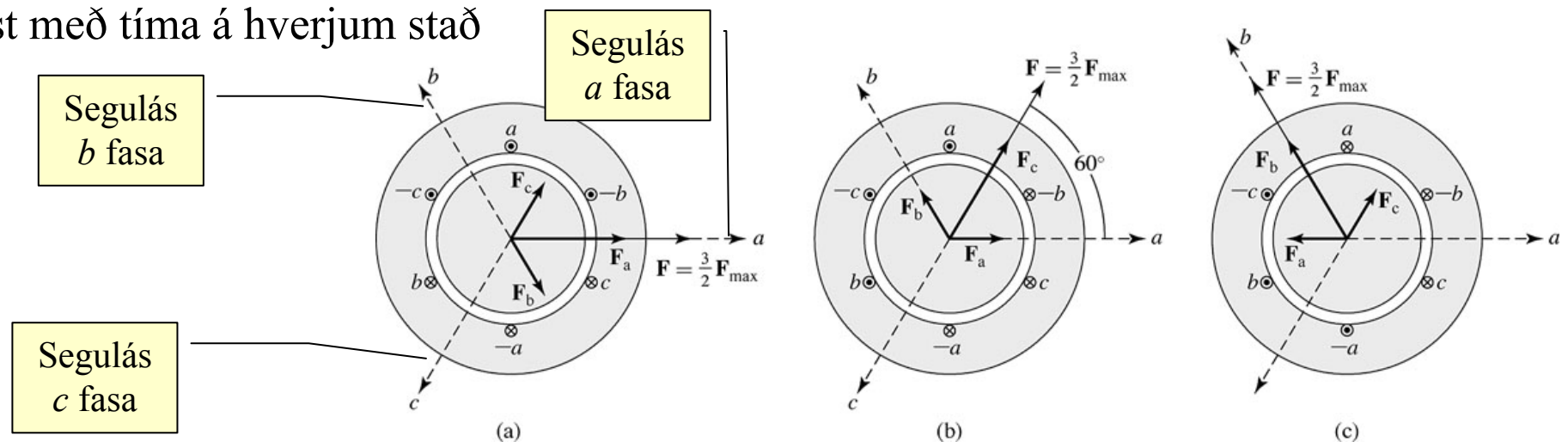
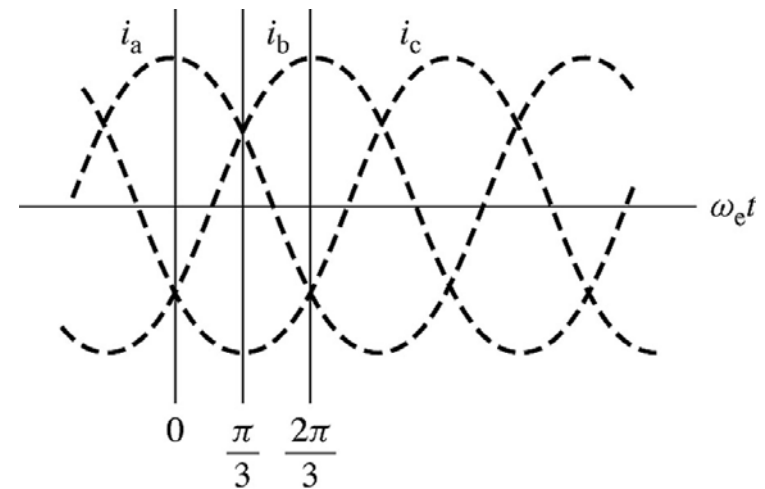
- Skoðum 3 fasa samfasavél eins og sýnd er á mynd
- Gerum ráð fyrir að straumar á stator séu samhverfir 3 fasa sínus-lagaðar straumsveiflur með sömu sveifluhæð og 120 gráðu fasamun
- Við sjáum tímamynd af þessum straumum. Þeir mynda jafnt snúningssvið sem snýst í loftbilinu í takt við tíðni þessara strauma
- Rótorinn er eins og segulnál í þessu sviði





Snúningssvið

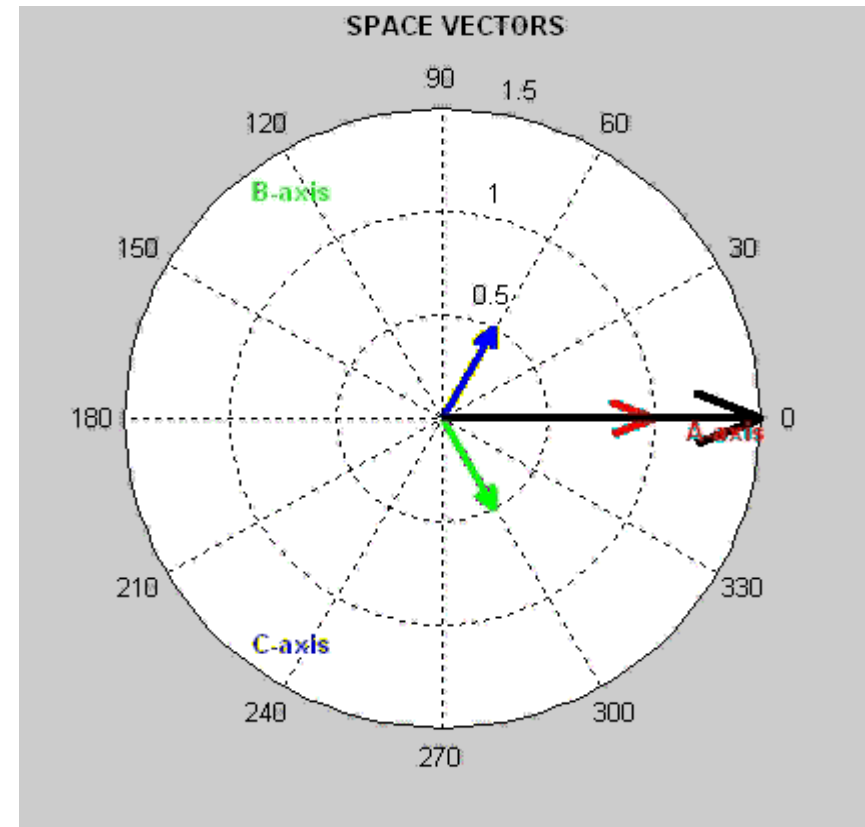
- Myndin sýnir stefnu sviðsins á 3 mismunandi augnablikum á 50 hz sveiflunni.
- Við sjáum að áhrif fasanna 3 leggjast saman og mynda jafnan snúning sviðsins eins og vektorar á neðri myndinni sýna
- Kosturinn við 3 fasa vél er að styrkur sviðsins er jafn í loftbilinu miðað við viðmiðun sem snýst með jöfnum 50 Hz “hraða”, þótt hann sveiflist með tíma á hverjum stað





Snúningsvektorar

- Myndin sýnir vektorsamlagningu 3 vektora.
 - **1. vektorinn (rauð ör)** er segulkraftur eftir segulás a fasa og er örin hornrétt á línu í gegnum miðju vafninga a -fasans.
 - **2. vektorinn (græn ör)** er segulkraftur eftir segulás b fasa og er örin hornrétt á línu í gegnum miðju vafninga b -fasans.
 - **3. vektorinn er (blá ör)** segulkraftur eftir segulás c fasa og er örin hornrétt á línu í gegnum miðju vafninga c -fasans.
- Vektorsamlagningin sýnir segulkraft (svört ör) sem lýsir snúningssegulsviði sem snýst með stöðugum hraða og styrk

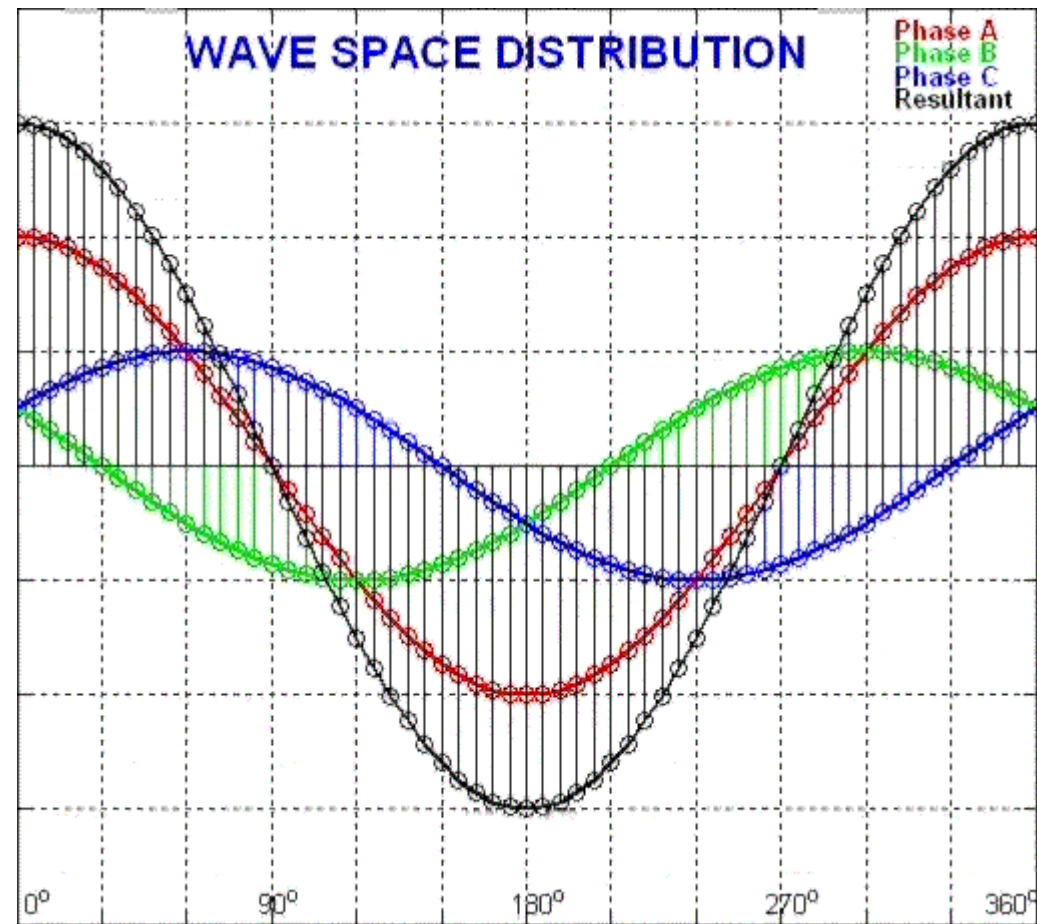




UNIVERSITY OF ICELAND

Dreifing segulkraftsins eftir hringferli í loftbili vélarinnar

- Myndin sýnir dreifingu segulkrafts í loftbili vélarinnar.
- Í hverjum fasa er segulkrafturinn kyrrstæður en sveiflast í tíma með mismunandi styrk efri því hvar á hringferli loftbilisins er. Þetta sést á lituðu sveiflunum (**rauður**, **blár** **grænn**)
- Niðurstaðan af samlagningu á **3 sveiflum** (1 sveifla í hverjum fasa) verður segulbylgja sem breiðir sig út með föstum hraða og föstum styrk og sveifluhæð (í tíma). Þetta sést á svörtu bylgjunni.



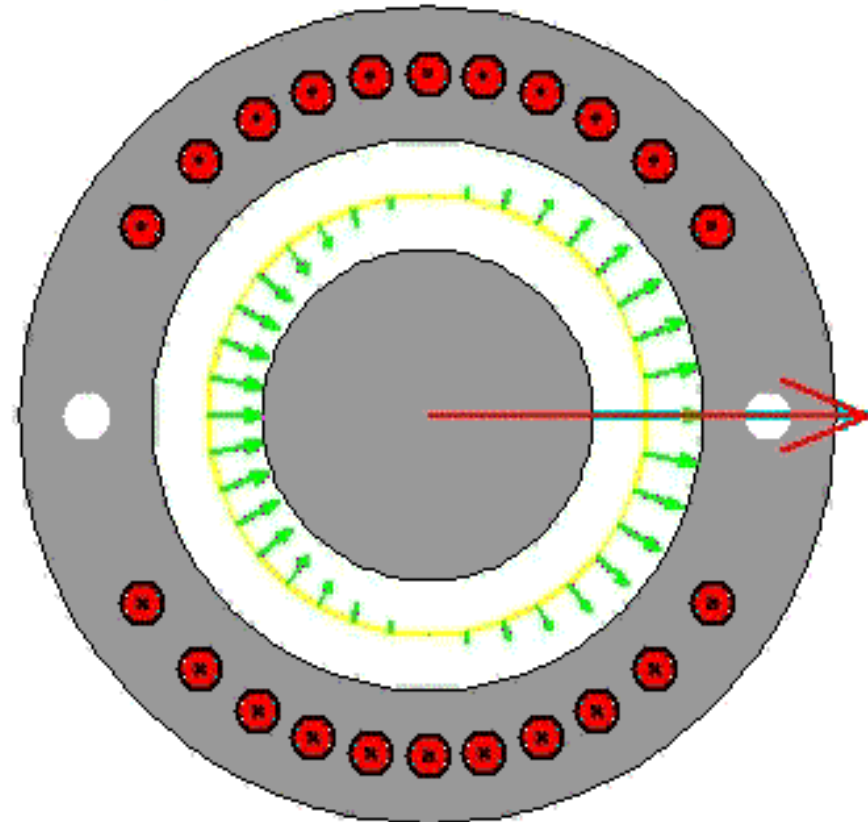


UNIVERSITY OF ICELAND

Dreifing segulkraftsins þegar vafningar eru dreifðir nálægt loftbili vélarinnar

- Um vafninga sem eru sínusdreifðir eftir hringferlinum nálægt loftbili vélarinnar fer sínuslagaður straumur. Afleiðingin er svið sem sveiflast í tíma og sést línurit um það nálægt hringferlinum í loftbilinu. Loftbilið er sýnt stækkað til að draga það fram. Rúmvektorinn (space vector) er sýndur sem ör er vísar í þá stefnu þar sem sviðið nær hámarki í þósitíva stefnu og lengd örvarinnar er í hlutfalli við hámarksstyrk sviðsins.

SINUSOIDALLY DISTRIBUTED WINDING



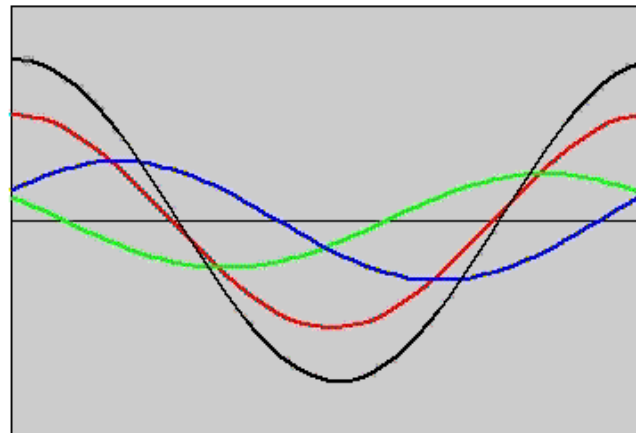
MAGNETIC FIELD DISTRIBUTIONS



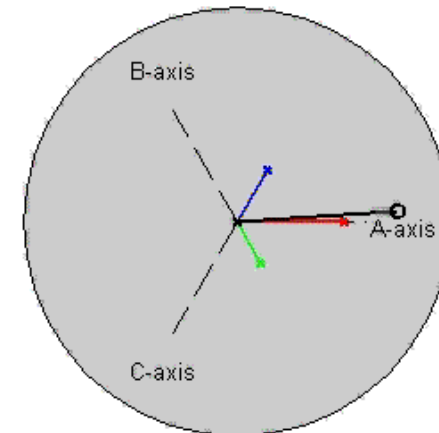
MMF DISTRIBUTIONS

The sinusoidal space distributions of mmf created by balanced 3-phase sinusoidal currents are shown on the left for the three phases and for their algebraic sum. On the right, the corresponding space vector representations of the effects of each phase are shown together with their vector addition producing the resulting rotating space vector.

WAVE SPACE DISTRIBUTION



SPACE VECTORS

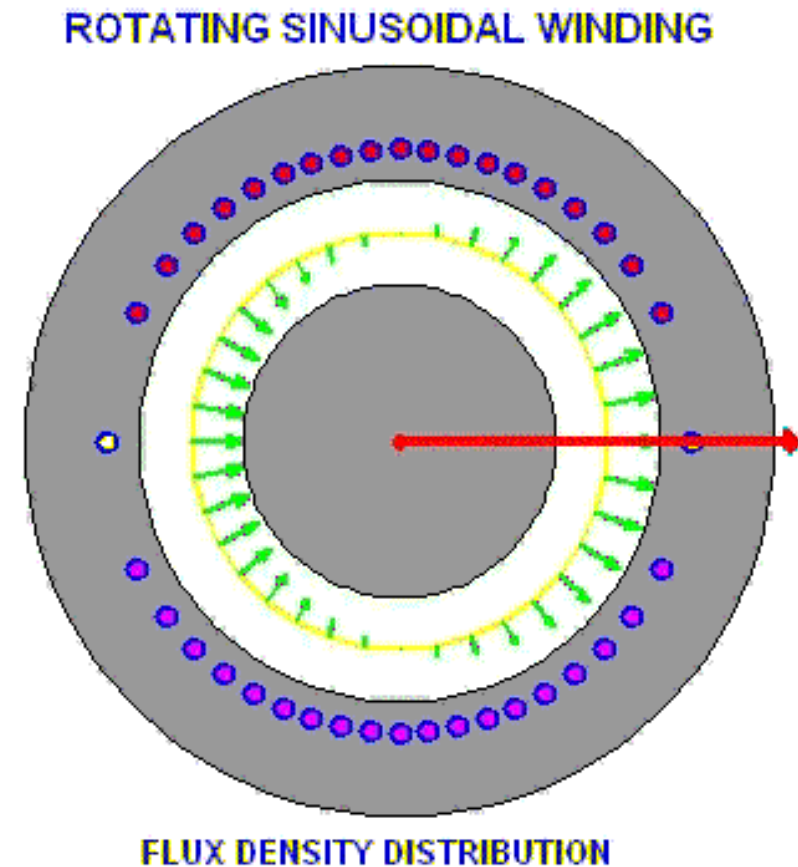


Phase A
Phase B
Phase C
Resultant



3 fasa segulmögnun

- **A rotating sinusoidally distributed winding is excited with a constant current. The resulting rotating flux density field distribution is shown plotted along a circular path in the middle of the air gap (which is greatly enlarged for visual purposes). The axis of this sinusoidal field is also rotating as indicated**





Samfasavélar - lögun snúðs

- Sívalur snúður
 - Jafnt loftbil - dreifðir vafningar
 - Segulviðnám í sáurrás óháð stöðu snúðs
 - Mikill snúningshraði
 - Notkun sem rafali tengdur gas- eða gufutúrbínu
- Snúður með útstandandi pólum
 - Ójafnt loftbil - samþjappaðir vafningar á pól
 - Segulviðnám í sáurrás háð stöðu snúðs
 - Lítil snúningshraði
 - Notkun sem rafali tengdur vatnsaflstúrbínu



UNIVERSITY OF ICELAND

Snúningshraði og fjöldi póla

$$f_e = \frac{p}{2} \cdot f_m = \frac{p}{2} \cdot \frac{n}{60} = \frac{p \cdot n}{120}$$

$$f_e = 50 \text{ Hz}$$

$$6000 = p \cdot n \rightarrow n = \frac{6000}{p}$$

$$f_e = 60 \text{ Hz}$$

$$7800 = p \cdot n \rightarrow n = \frac{7800}{p}$$

Tákn:

ω_e = “rafmagns- radíanar”

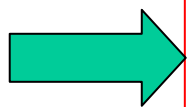
ω_m = “mekanískir radíanar”

f_e = tíðni riðspennu frá samfasavél (50 eða 60 Hz)

f_m = snúningshraði rotors á sek

p = fjöldi póla (2,4,6...)

n = snúningshraði á mínútu (rpm)



$$\omega_m = \frac{2}{p} \omega_e$$

Dæmi um fjölda póla:

p	n ($f = 50 \text{ Hz}$)
2	3000
4	1500
10	600
20	300
26	230.8



Jafngildisrásamynd rafala

Tiltekinn flúx frá
jafnstraumsrás
rótorvafninga umlykur
hvern fasa statorvafninga

$$\Phi_{fa} = N\phi_{\max} \cos \omega t$$

Hreyfum nú rótor með
hornhraða ω . Gerum ráð
fyrir að flúxinn sé
sínuslagaður. Þá fæst með
notkun lögmáls Faradays:

$$V = E = -\frac{d\Phi_{res}}{dt} = \omega N\phi_{\max} \sin \omega t$$

$$E = E_{\max} \sin \omega t$$

$$E_{\max} = 2\pi fN\phi_{\max}$$



Jafngildisrásamynd rafala (2)

Með skilgreiningu
vafningastuðuls, K_w
verður virkt gildi
spennunnar á klemmum
statorvafninga: →

$$E_{\max} = 2\pi fN\phi_{\max}$$

$$E_{rms} = \frac{2\pi fN\phi_{\max}}{\sqrt{2}} = 4.44 fN\phi_{\max}$$

$$E_{rms} = 4.44 K_w fN\phi_{\max}$$

RMS gildi spennunnar er í beinu hlutfalli við hraða rótors!



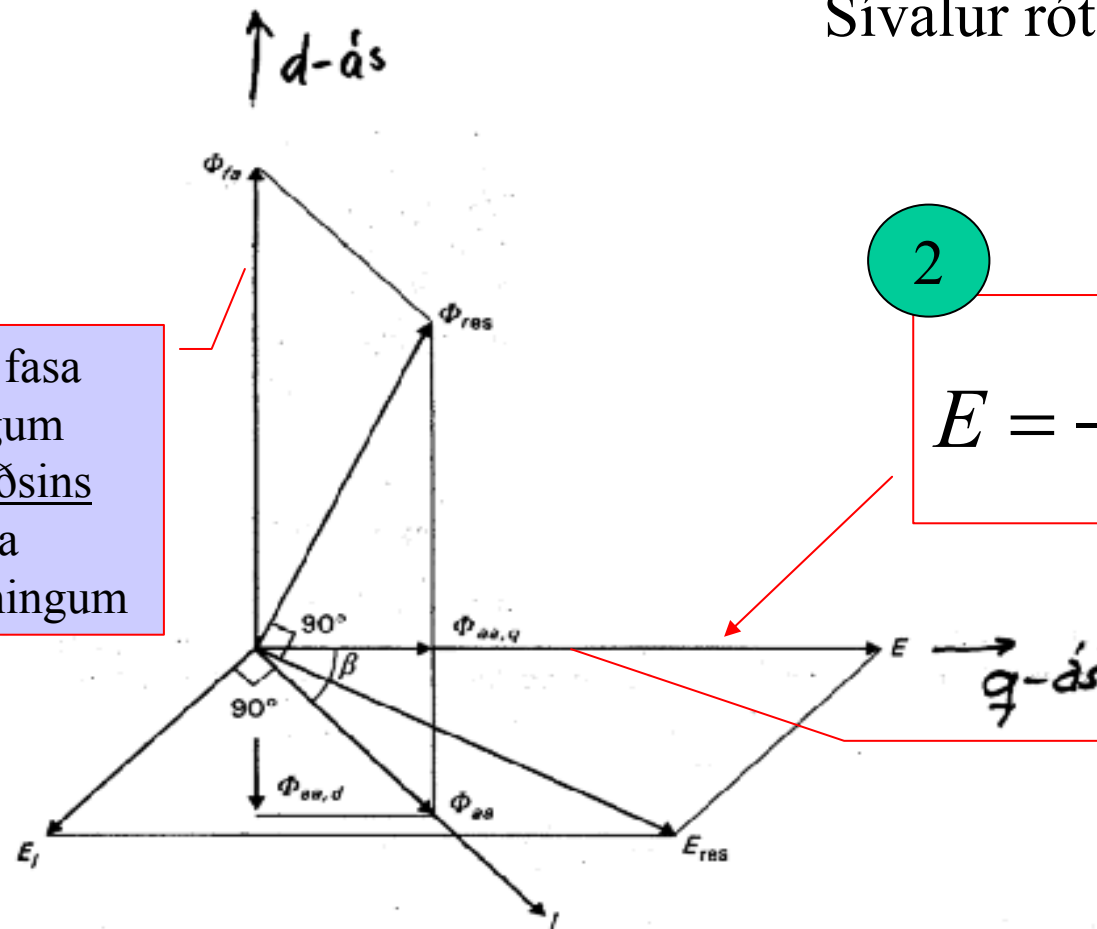
UNIVERSITY OF ICELAND

Vísamynd fyrir tómgangsspennu á statorvafningum samfasavélar

Sívalur rótor

1

Flúx sem umvefur fasa "a" á statorvafningum vegna snúningssviðsins sem myndast vegna straums í rótorvafningum



2

$$E = -\frac{d\Phi_{fa}}{dt}$$

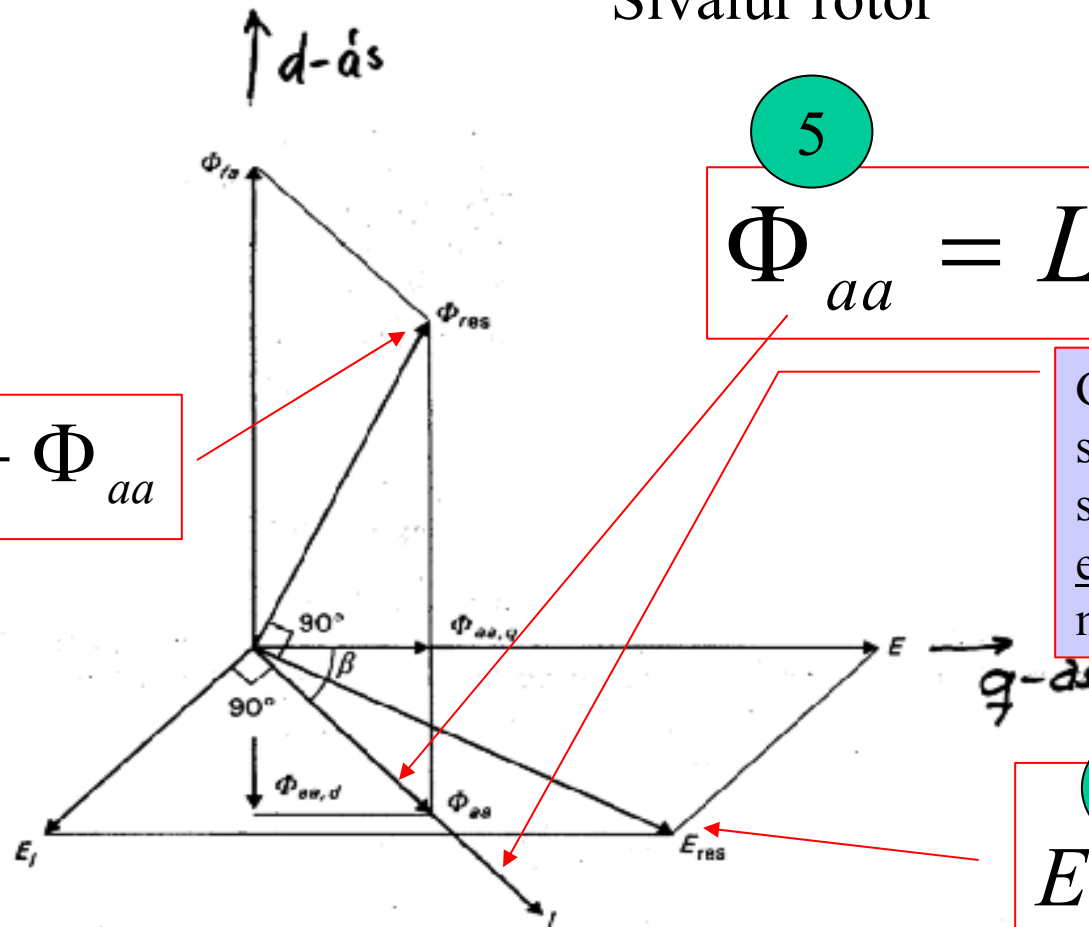
3

Spenna sem spanast upp í statorvafningum fasa "a" og er 90 gráðum á eftir flúxinum



Vísamynd fyrir tómgangsspennu á statorvafningum samfasavélar

Sívalur rótor



6

$$\Phi_{res} = \Phi_{fa} + \Phi_{aa}$$

5

$$\Phi_{aa} = L_{aa} I_a$$

4

Gerum ráð fyrir straumi á statorvafningi með einhverju fasahorni β miðað við spennuna

7

$$E_{res} = -\frac{d\Phi_{res}}{dt}$$

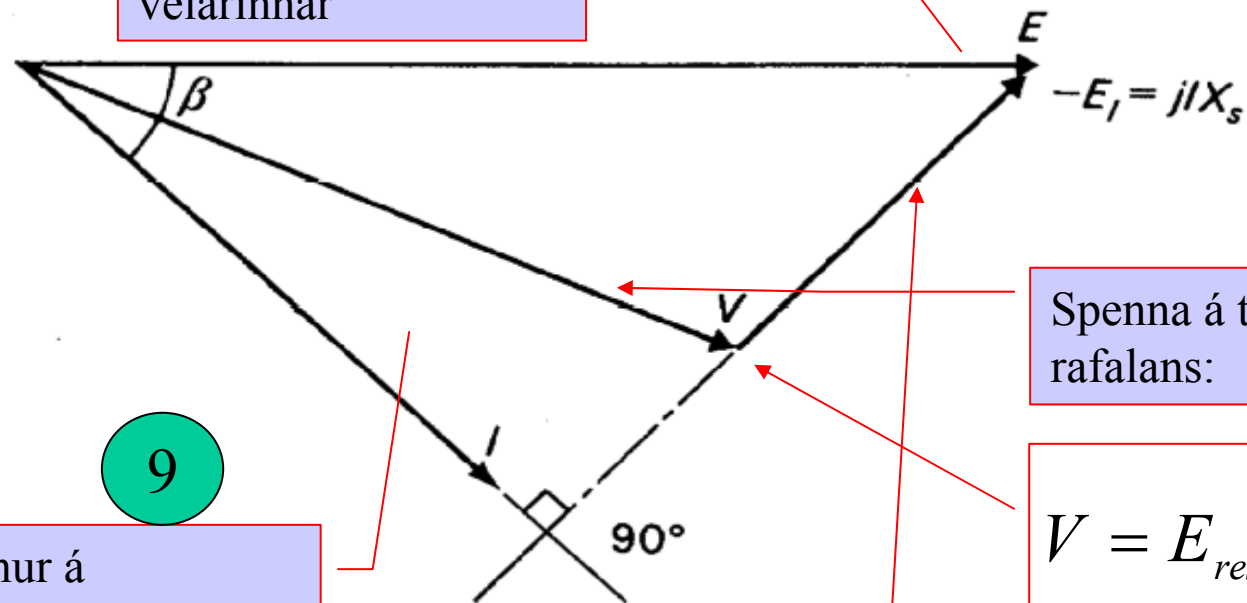


Vísamynd samfasavélar með sívalan snúð

8

Spenna sem spanast upp í statorvafningum og er innri spennulind vélarinnar

Sívalur rótor



10

Spenna á tengiklemmum rafalans:

$$V = E_{res} = -\frac{d\Phi_{res}}{dt}$$

9

Straumur á statorvafningi með einhverju fasahorni β miðað við spennuna

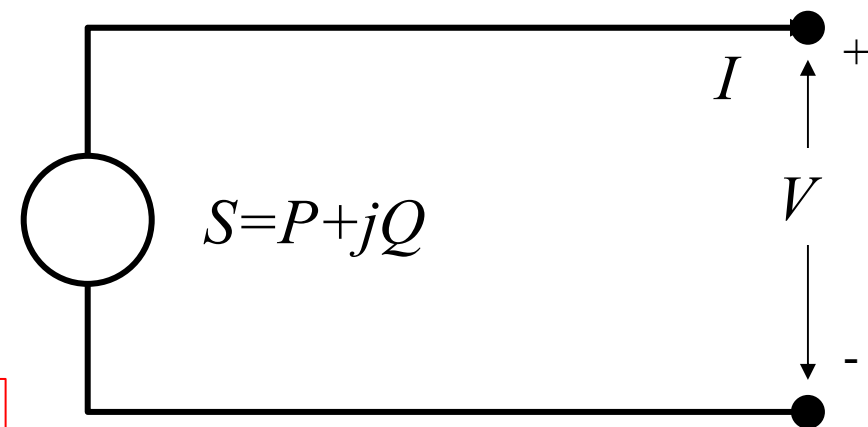
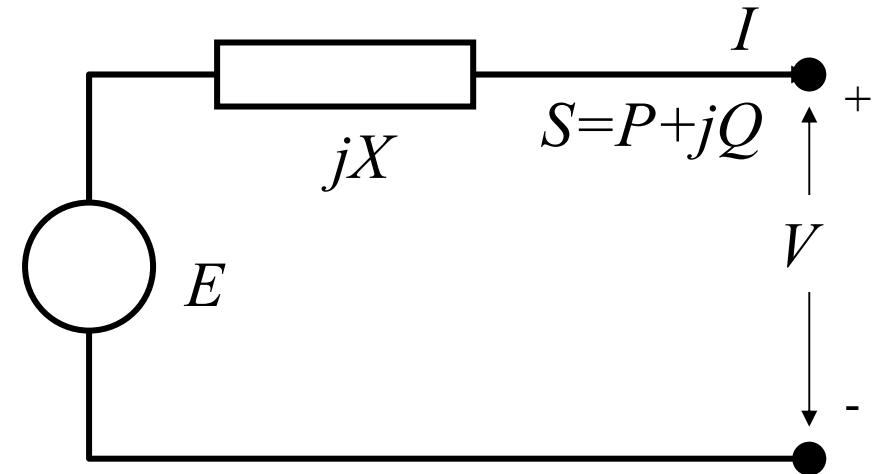
Innra spennufall



UNIVERSITY OF ICELAND

Jafngildislíkön rafala

- Rafalinn sem spennulind bak við spanviðnám
- Rafalinn sem aflind.



$$E = V + jIX$$




Aflframleiðsla samfasavélar

- Líkan um aflflutning yfir spankennt samviðnám gildir um einfalt líkan samfasavéla

$$P(\delta) = \frac{|E| \cdot |V| \sin \delta}{X}$$

- Hámarksafll ("pull-out") fæst þegar fasahorn milli rótors og kerfis er 90°


$$P_{\max} = \frac{|E| \cdot |V|}{X}$$



Introduction to rotating machines

a. Induction Machines

b. DC Machines





UNIVERSITY OF ICELAND



The Induction Machine - Fundamentals

The Asynchronous Machine





One phase induction motor

- The single-phase induction machine is the most frequently used motor for refrigerators, washing machines, clocks, drills, compressors, pumps, and so forth.
- The single-phase motor stator has a laminated iron core with two windings arranged perpendicularly
 - One is the main and the other is the auxiliary winding or starting winding
 - This “single-phase” motors are truly two-phase machines.
 - The motor uses a squirrel cage rotor, which has a laminated iron core with slots.
 - Aluminum bars are molded on the slots and short-circuited at both ends with a ring.



The Induction Machine – key characteristics

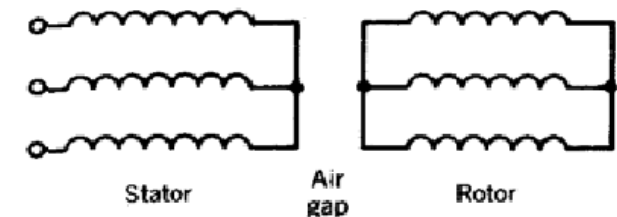
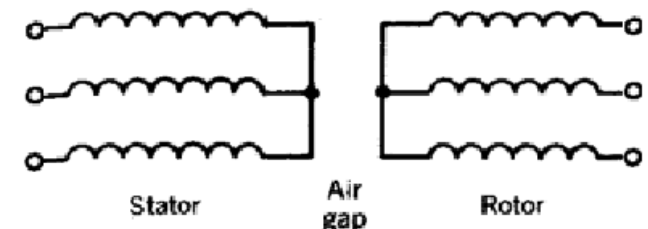
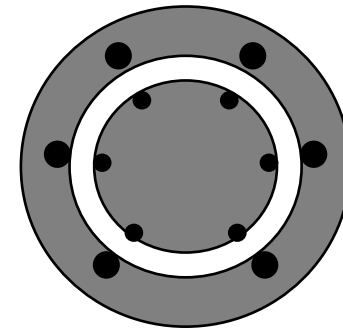
- Snúningur rótors er ekki í takt við sveiflu statorstrauma.
- Riðstraumur fer bæði um statorvafninga og rótorvafninga
- Rótorvafningar eru oft ekki tengdir ytri spennugjafa heldur **spanast** upp spenna í þeim vegna breytilegs segulflæðis í loftbilinu
- Vélin hegðar sér því ekki ósvipað og spennir. Statorvafningarnir samsvara forvafi, en bakvafið er hliðstætt rótorvafningum. Munurinn er sá að “bakvafið” eru á hreyfingu
- Spanmótorinn er algengasta tegund mótorá
- Snúningssvið fer um loftbilið í takt við sveiflu straums á bæði rótor- og statorvafningum.
- Rótorinn snýst með öðrum hraða (hugtakið “slip”) en sem svarar tíðni statorstrauma og samspil milli sviðs rótors og stators ræður kraftverkun og vægi.



UNIVERSITY OF ICELAND

The Induction Machine - key characteristics

- 3 fasa spanvélin hefur 3 fasa vafninga bæði á stator og rótor. Statorvafningarnir eru oft tengdir ytra raforkukerfi með samhverfum straumum og spennum og eru í raufum strax utan loftbilsins
- Statorvafningar með samhverfum straumum mynda snúningssvið í loftbilinu sem snýst með samfasahraða en hreyfifræðilegur hornhraði sviðsins ræðst af fjölda póla.
- Svipaðir 3 fasa vafningar eru einnig á rótor vélarinnar. Þeir eru innan loftbilsins. Þeir eru ekki tengdir spennugjafa og eru annað hvort tengdir ytri rás með viðnámum eða skammhleyptir.

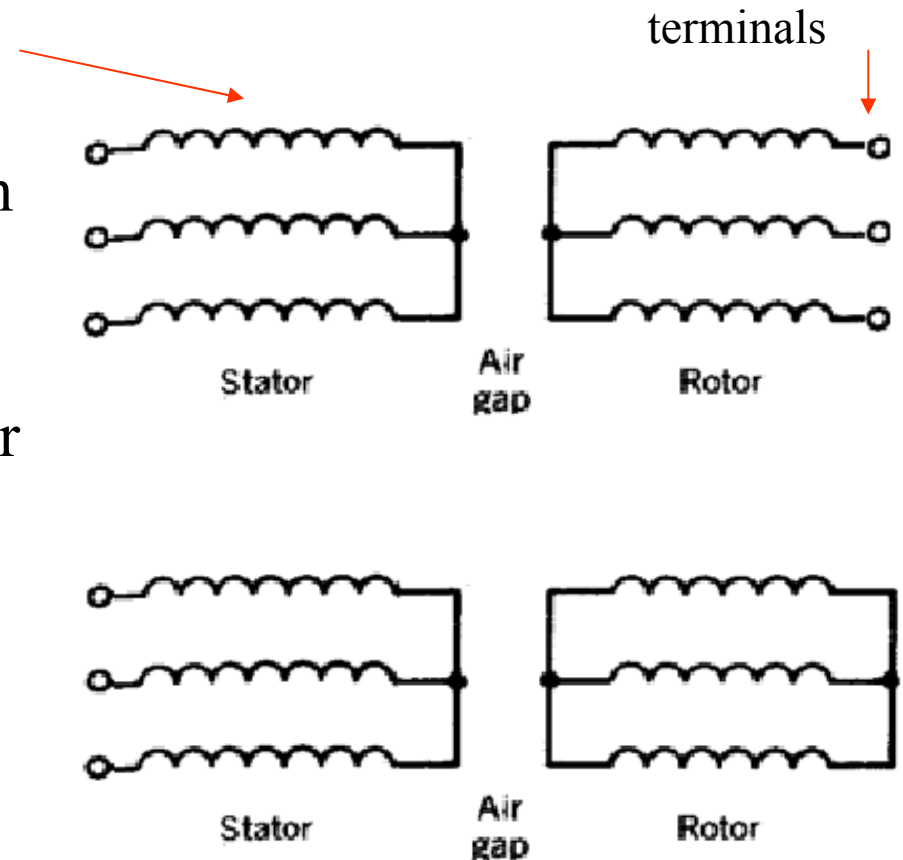




UNIVERSITY OF ICELAND

The 3 phase Induction Machine Circuit Diagram

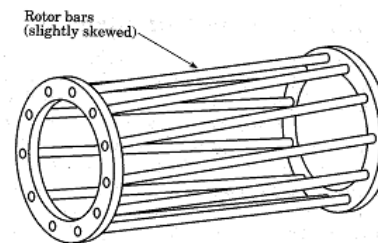
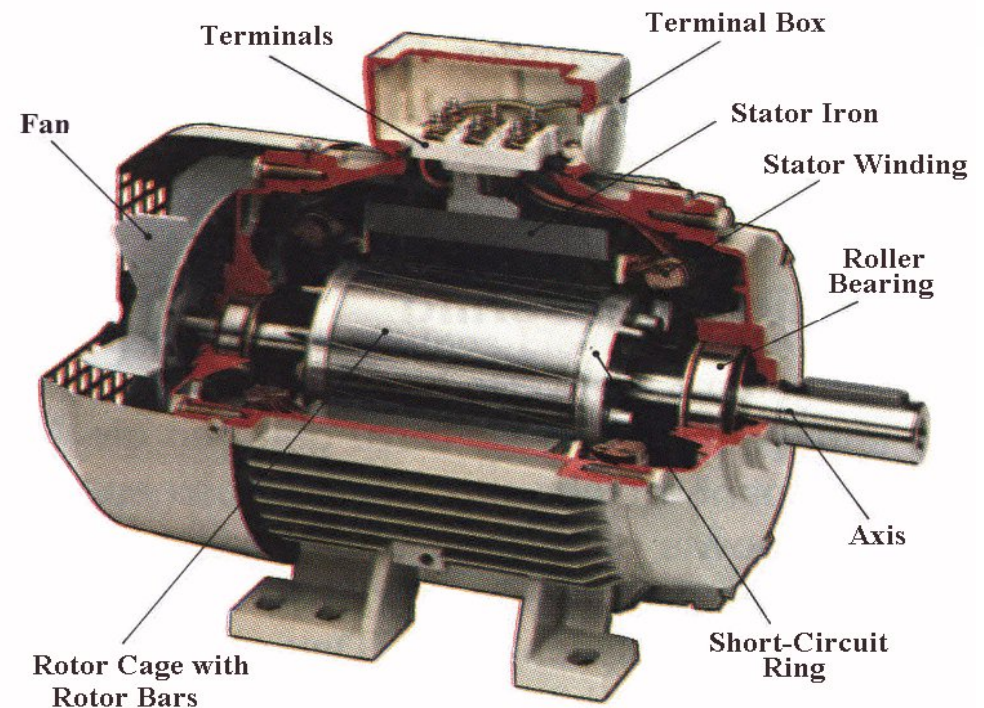
- Almenn rásamynd og afstaða vafninga spanvélar lítur út eins og myndin sýnir
- Statorinn hefur oftast 3 fasa sem jafnan eru stjörnutengdir
- Rótorvafningar eru einnig 3 fasa með stjörnutengingu og eru stundum tengdir við ytri **tengiklemmur** er geta haft viðnám í rásinni
- Einnig er möguleiki að skammhleypa rótorvafningana á sjálfum rótorum eins og sýnt er á neðri myndinni





The Induction Machine

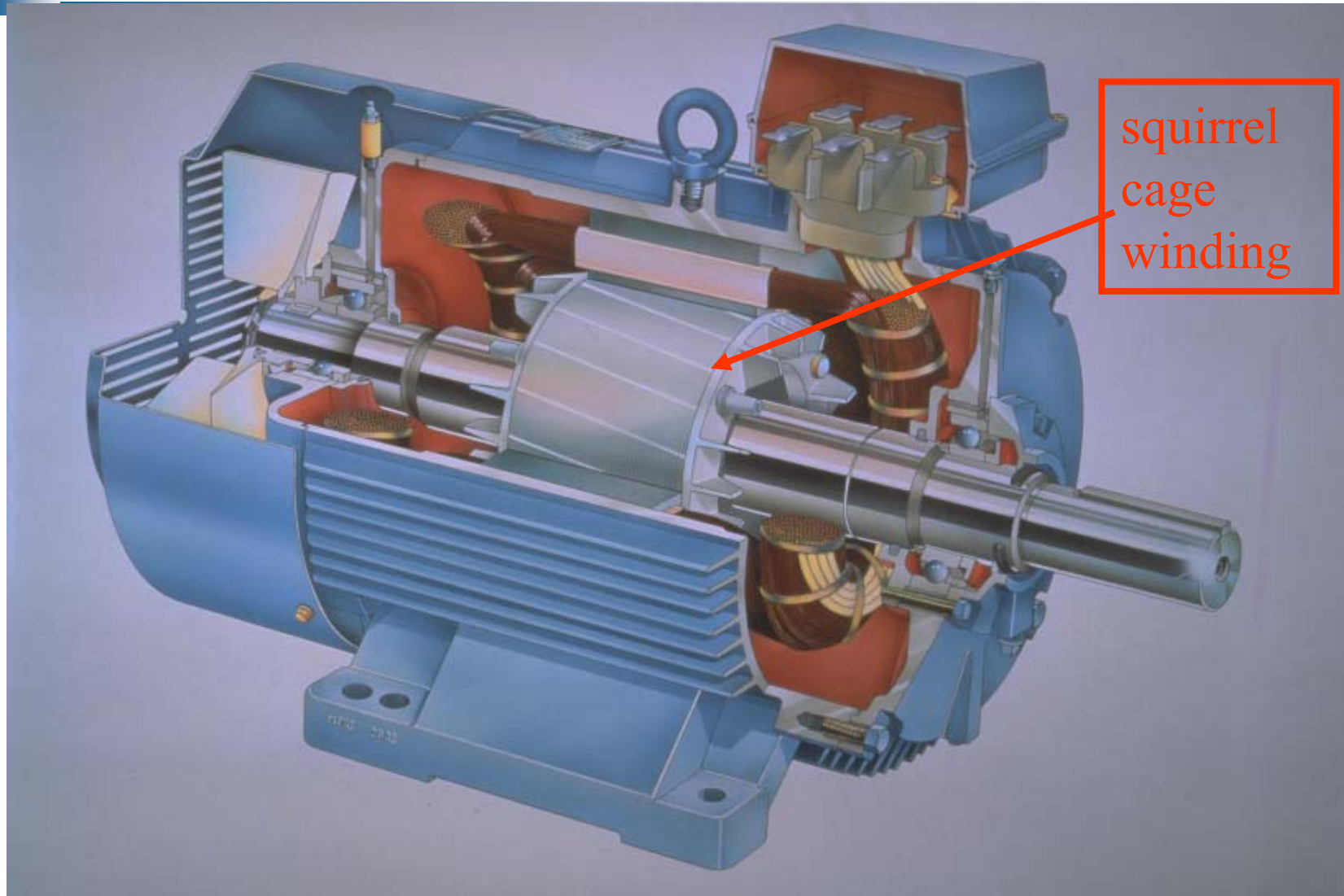
- Fjöldi fasa. Spanvélar eru:
 - 3-fasa. Algengari og þýðingarmeiri gerð
 - 1-fasa. Minni spanvélar.
- Rótor getur verið:
 - Vafinn rótor (Wound rotor). Vafningar á hefðbundinn hátt á rótor.
 - Íkorna-búrs rótor eða rótor með **búrvafi**. (Squirrel-cage). Koparstengur felldar inn eftir endilöngum rótor.





UNIVERSITY OF ICELAND

10 horsepower, 3-phase 230 V Induction Machine with squirrel cage rotor

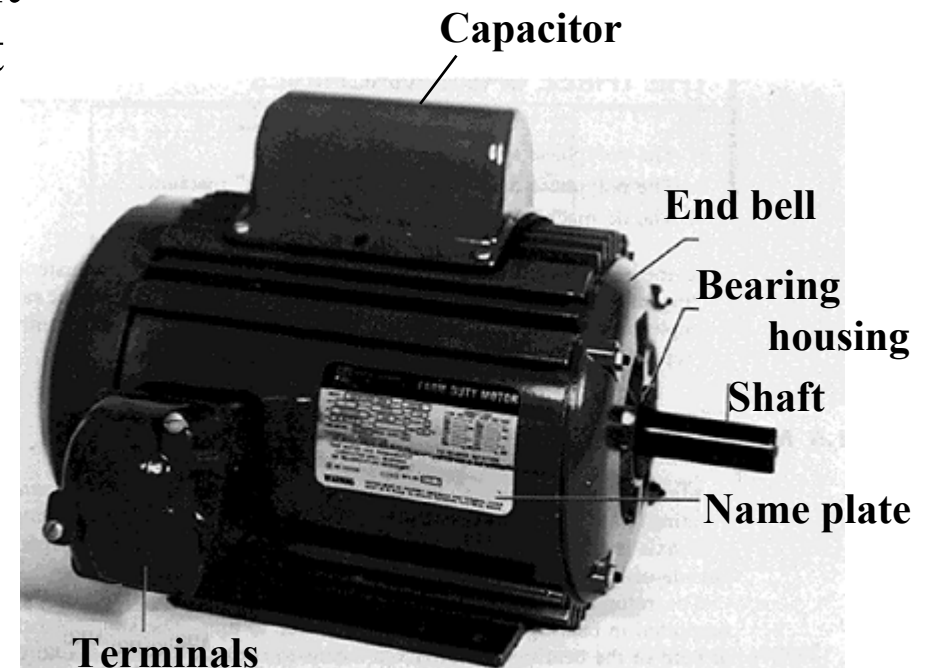




Induction Motors

- The induction machine is used as a motor and as a generator. However, it is most frequently used as a motor. It is the workhorse of industry.
- Majority of the motors used by industry are squirrel cage induction motors.
- Both three-phase and single-phase motors are widely used.
- The induction generators are seldom used. Their typical application is the wind power plant.

One phase induction motor





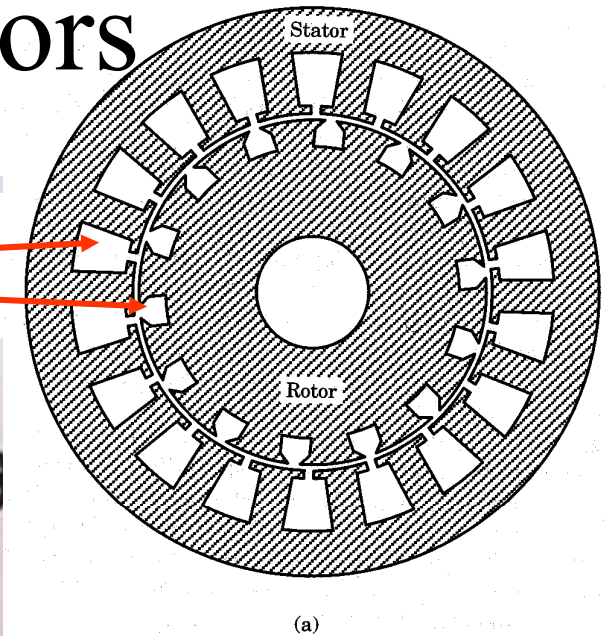
UNIVERSITY OF ICELAND

Induction Motors

- Stator construction
 - Laminated iron core with slots
 - Coils are placed in the slots to form a three or single phase winding
- Squirrel-cage rotor construction
 - Laminated Iron core with slots
 - Metal bars are molded in the slots
 - Two rings short circuits the bars
 - The bars are slanted to reduce noise

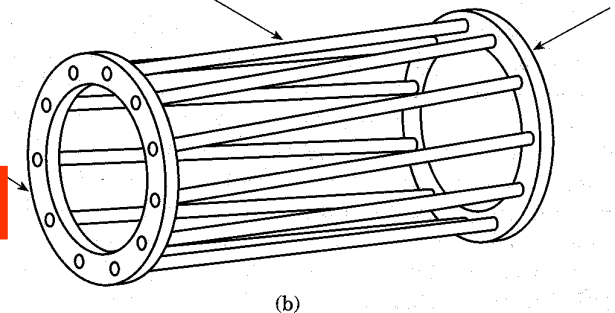


slots



Rotor bars
(slightly skewed)

Two rings short circuits the bars

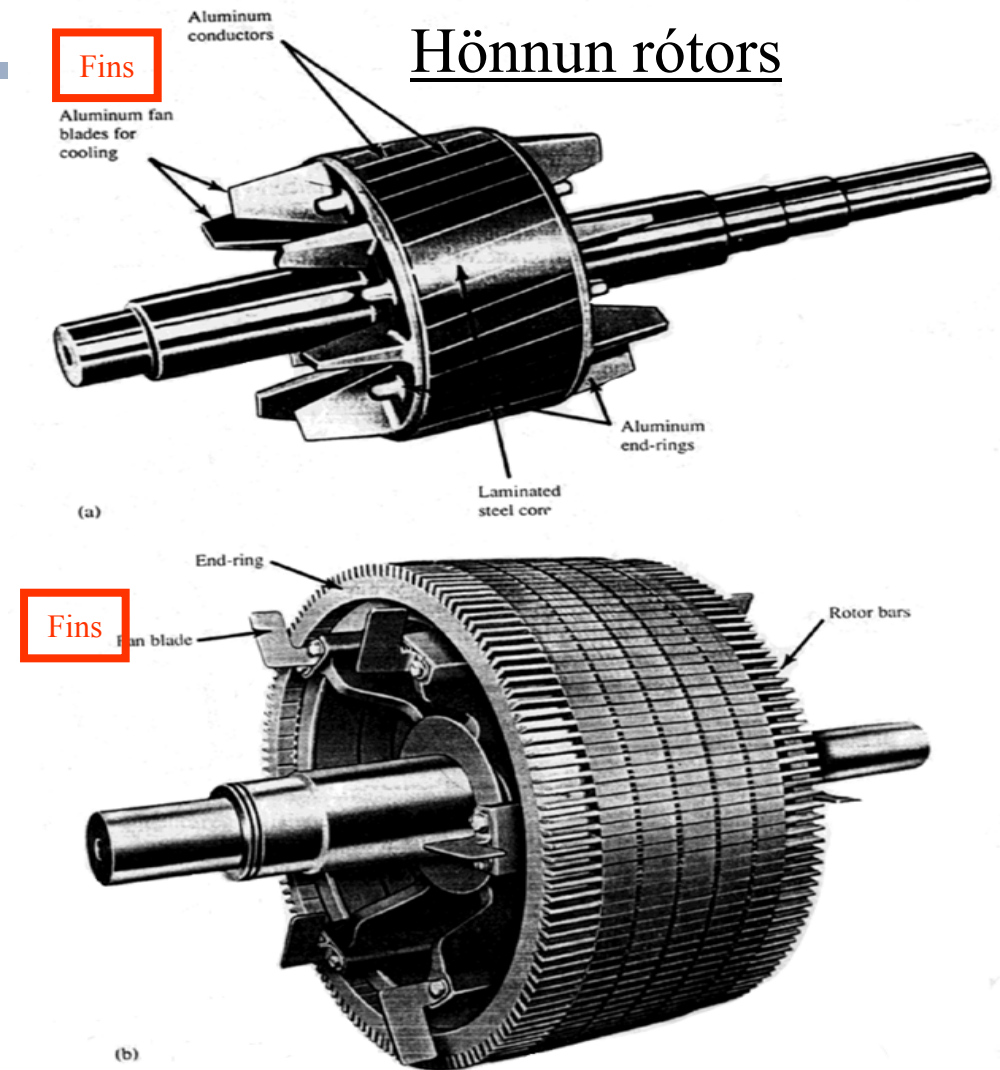




UNIVERSITY OF ICELAND

Rótor á spanvélum

- Squirrel-cage rotor
 - The picture shows the rotor of a small and a large motor.
 - Both rotors have laminated cores with slots, mounted on a shaft.
 - The aluminum bars are slanted on the small rotor. This reduces the noise and improves performance.
 - **Fins** are placed on the ring that shorts the bars. The fins work as a fan and improves cooling.
 - The large rotor also has fins and bars. But the bars are not slanted.



Squirrel-cage rotor: (a) cast-aluminum conductors; (b) brazed conductors and end-rings.
(Courtesy Siemens Energy and Automation)

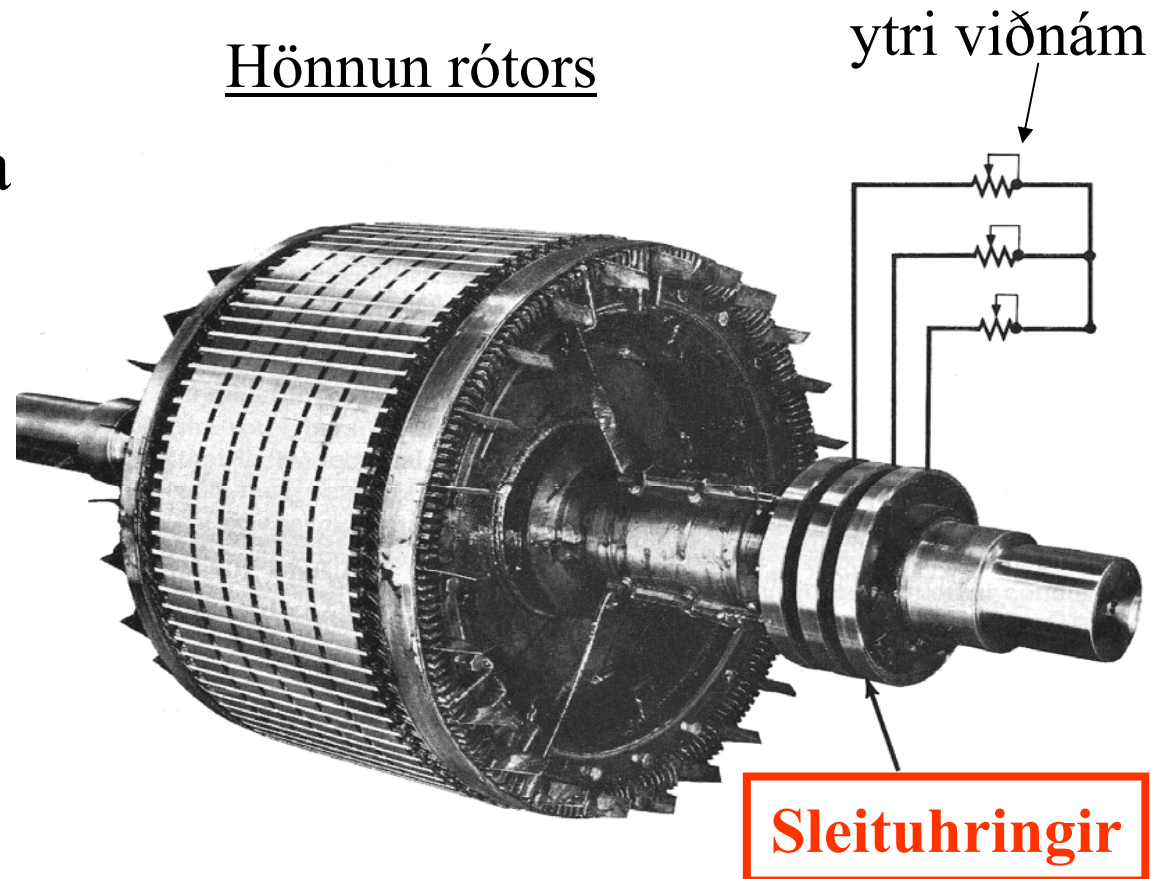


UNIVERSITY OF ICELAND

Induction Motors

- Vafinn rótor
- Vafningar og tengiklemmur hvers fasa eru tengdar sleituhringjum og bursta-snertum (slip ring, brush contacts)
- 3 Burstasnertur tengja rótorvafningana við ytri viðnám sem eru tengd í Y eða stjörnutengingu

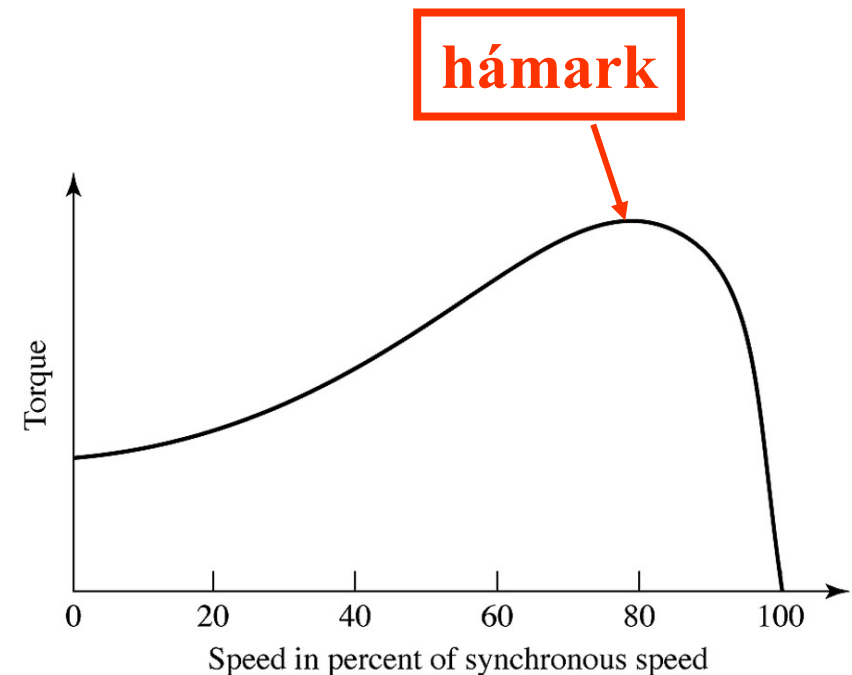
Hönnun rótors





Spanvélar - nokkur einkenni

- Spanvélin myndar vægi eins og myndin sýnir þar sem vægið er sýnt sem fall af rótorhraðanum, t.d. ef stator er tengdur við 50 Hz kerfi.
- Vægið nær **hámarki** sínu þegar hraði rótors er um 80-90% af samfasa hraða sveiflunnar á stator vélarinnar, þ.e. sleita (slip) er lítil. Sleita er mælikvarða á frávik í hraða rótors frá samfasahraða kerfis
- Þegar vélin sveiflast nákvæmlega í takt við kerfið sem tengt er stator, er vægið og aflflutningur vélarinnar enginn. Þ.e. hún snýst með í “tómgangi”.





The Slip

- The difference between the speed of the rotating stator field and the rotor speed is called **slip**. The smaller the slip, the closer the rotor speed approaches the stator field speed.
- The term **slip** quantifies the slower speed of the rotor in comparison with the rotating speed of the stator magnetic field and is expressed mathematically as:

$$S = (N_s - N_r) / N_s$$

- The rotor is not locked into any position and therefore will continue to slip throughout the motion.
- The speed of the rotor depends upon the **torque requirements** of the load. The bigger the load, the **stronger** the turning **force needed** to rotate the rotor.



The Slip (ctd.)

- The turning force can increase only if the rotor-induced e.m.f. increases
- This e.m.f. can increase only if the magnetic field cuts through the rotor at a faster rate.
- To increase the relative speed between the field and the rotor, the rotor must slow down.
- Therefore, for heavier loads the induction motor turns slower than for lighter loads. The amount of slip increases proportionally with increase in load
- Actually only a slight change in speed is necessary to produce the current changes required to accommodate the changes in load. This is because the rotor windings have a low resistance.
- A typical $T-\omega$ characteristic for the cage-type induction motor is shown on the following slide:

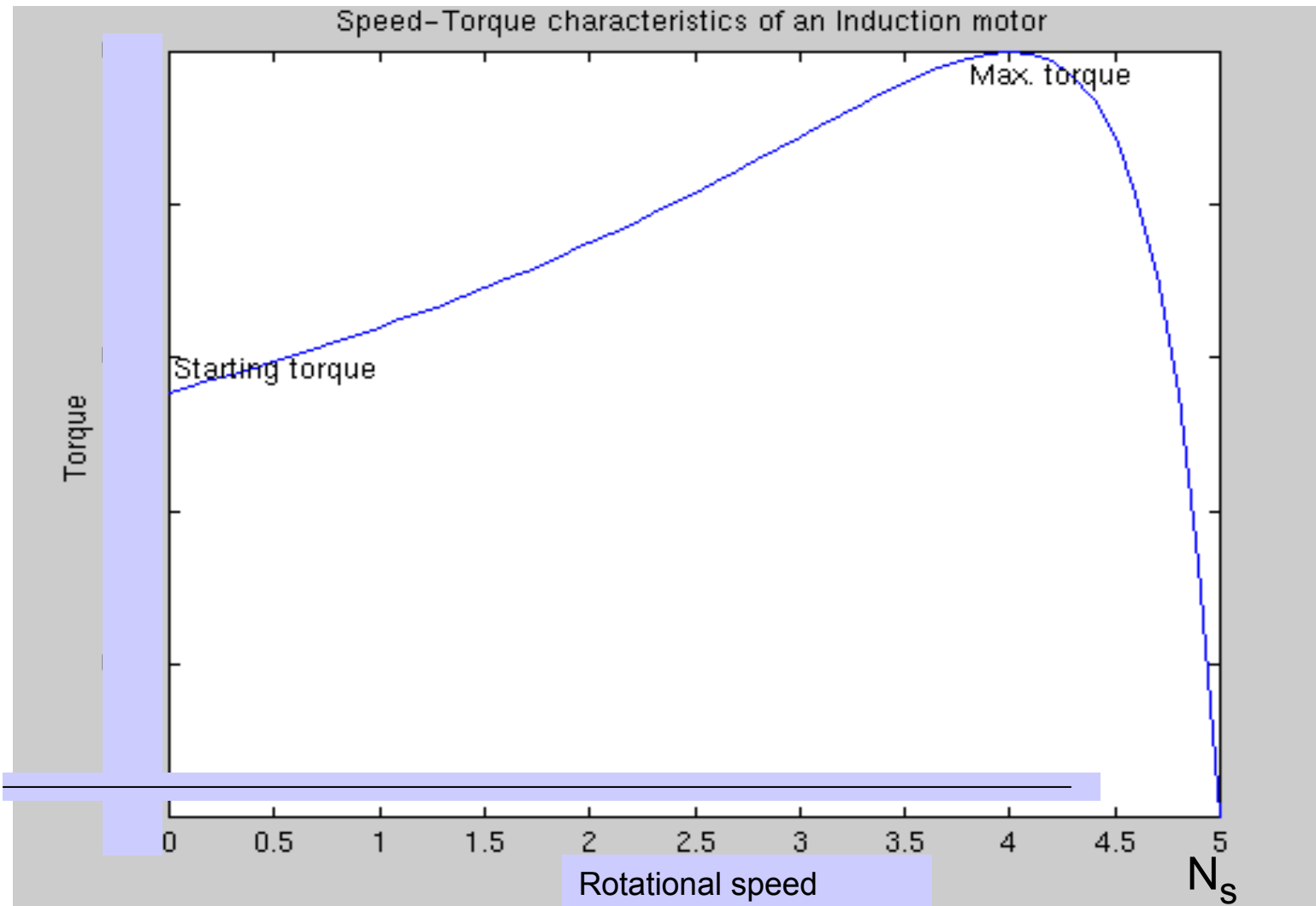


UNIVERSITY OF ICELAND

Speed-Torque Characteristics

Samband
vægis og
hraða fyrir
spanvélinna

torque





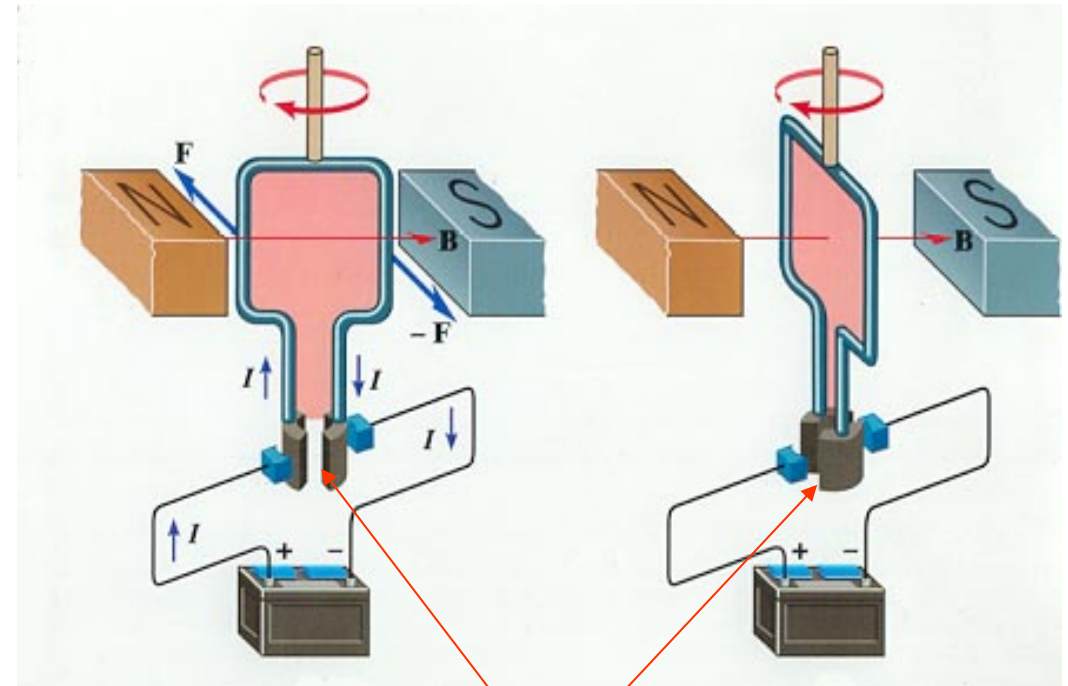
The DC machine fundamentals



UNIVERSITY OF ICELAND

The elementary DC machine

- Myndin sýnir einföldustu mögulegu jafnstraumsvél með 2 föstum segulskautum sem t.d. eru mynduð með sísegli
- Segulsvið gengur frá vinstri til hægri á myndinni
- Notum hægri-handarreglu til að sjá kraftáhrifin, F , á leiðara með straumi, I í segulsviði B
- **Straumskiptir** sér um að straumstefna verður alltaf sú sama á þeim leiðara sem er við sama segulpólinn, jafnvel þótt spólan snúist



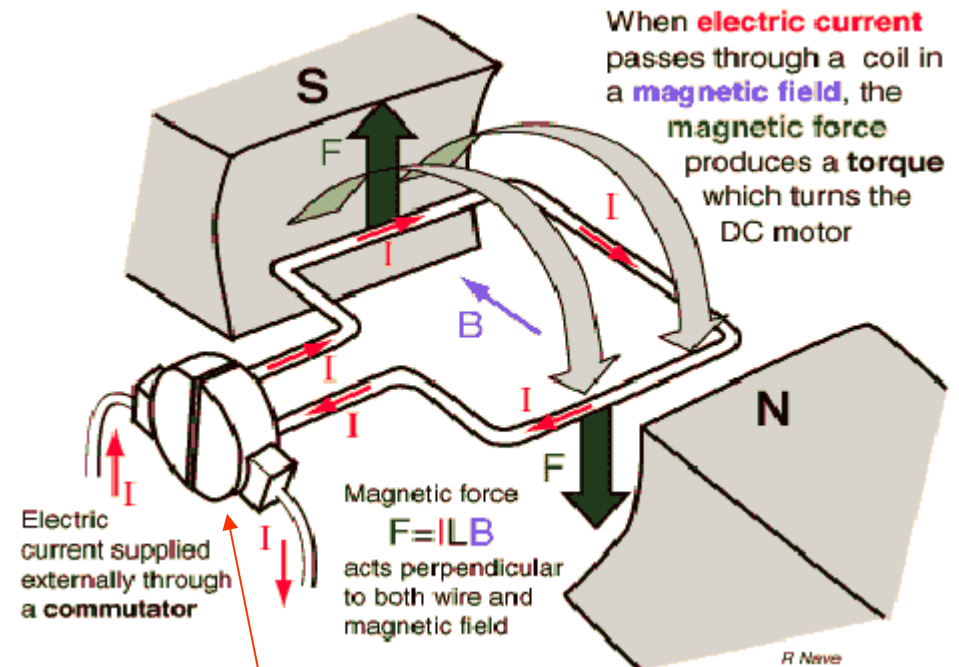
The commutator



UNIVERSITY OF ICELAND

The DC machine

- Þessi mynd sýnir aðeins nánari útfærslu á **jafnstraumsvél!**
- Sísegull - eða rafsegull með vafningum, sem ekki eru sýndir á myndinni - mynda sviðið á stator og segullínur ganga frá norðurstauti til suðurstkauts (Blá ör)
- Straumur fer staumslaufuna í loftbilinu (rauðar örvar) og kraftur verkar á slaufuna (grænar örvar).
- Akkerisvafningar eru því á rótor og sviðsvafningar á stator. Akkerisvafningarnir eru gjarnan dreifðir á allan hringferil rótorsins.



Straumskiptir (commutator)



A Two Pole DC Motor

- Jafnstraumsvélin getur haft 2 eða fleiri póla. Vafningarnir á statornum mynda sviðið. Myndin sýnir 2 póla vél

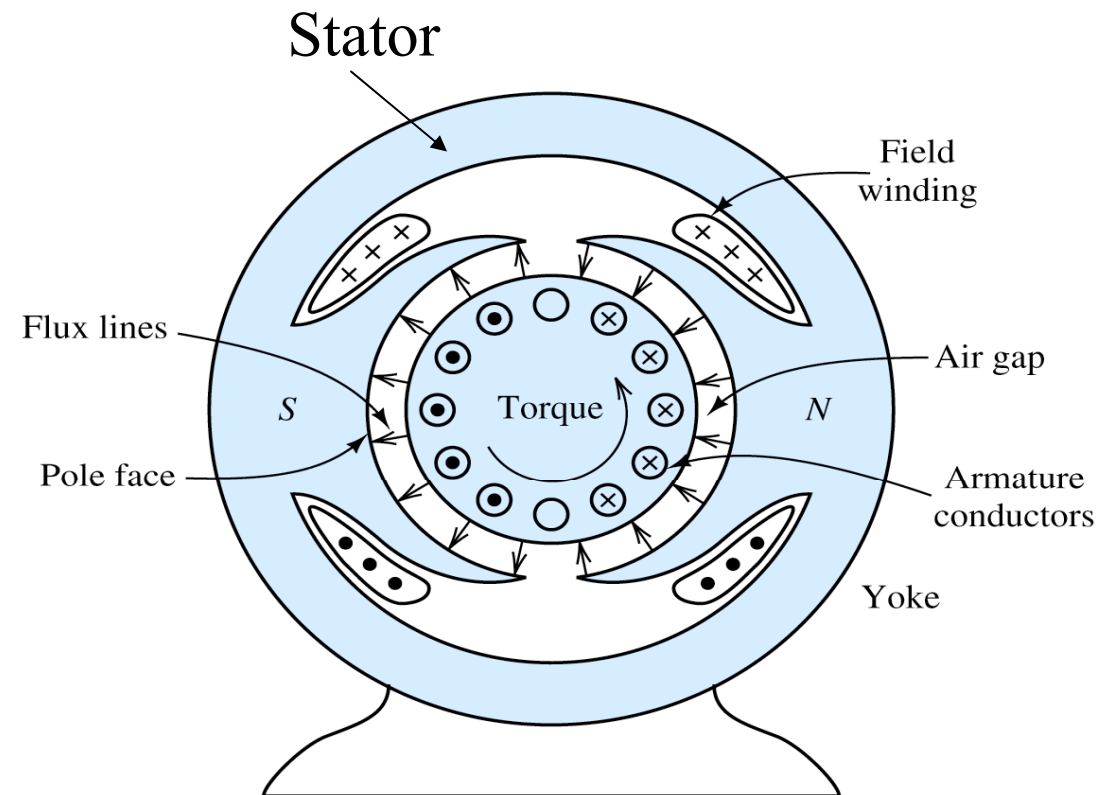


Figure 16.10 Cross section of a two-pole dc machine.



UNIVERSITY OF ICELAND

A Four Pole DC Motor

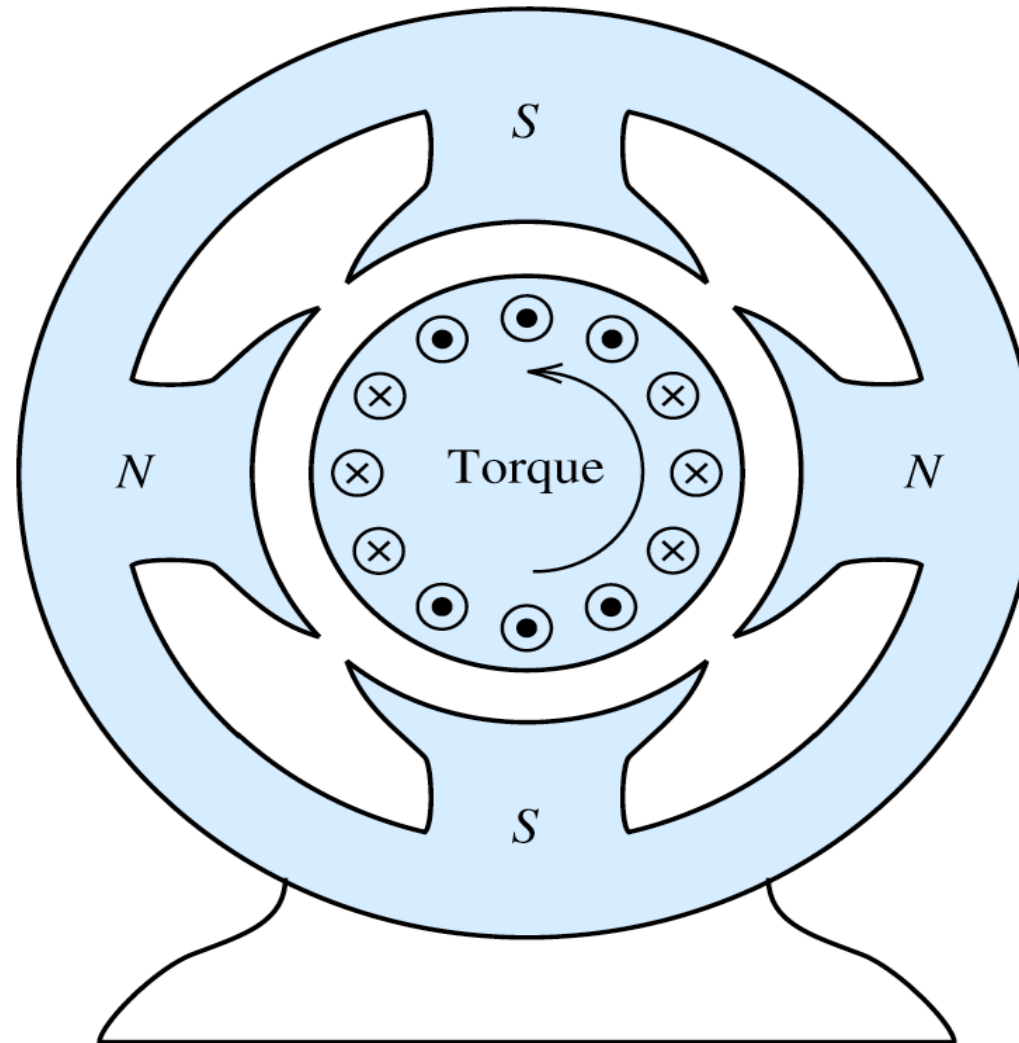


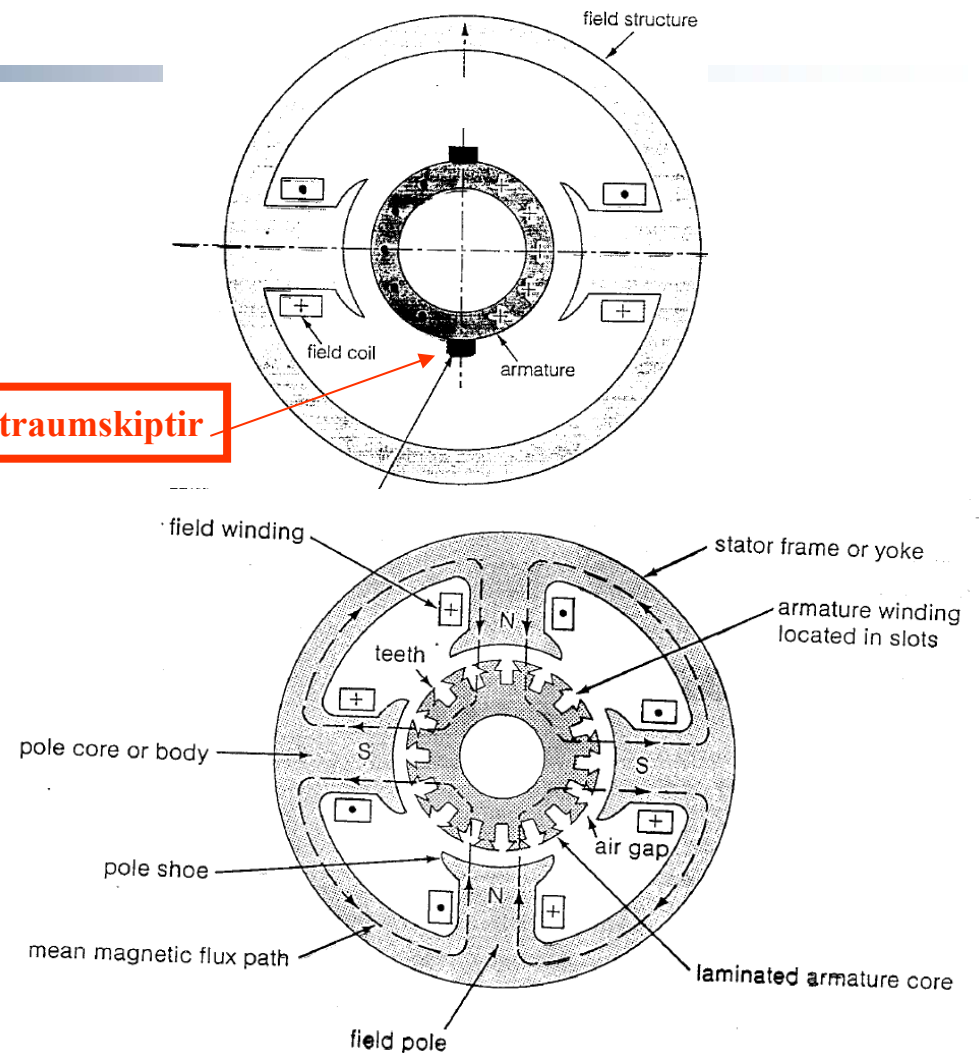
Figure 16.11 Cross section of a four-pole dc machine.



UNIVERSITY OF ICELAND

The DC machine

- Lokaðir ferlar fyrir B -sviðið myndast inni í kjarna statorsins
- Myndirnar sýna annars vegar 2 póla vél (Efri mynd) og hins vegar 4 póla vél (Neðri mynd)
- Neðri myndin sýnir einnig rauf fyrir vafninga á rótor.
- Efri myndin sýnir straumskipt (commutator) í 2 póla vélinni

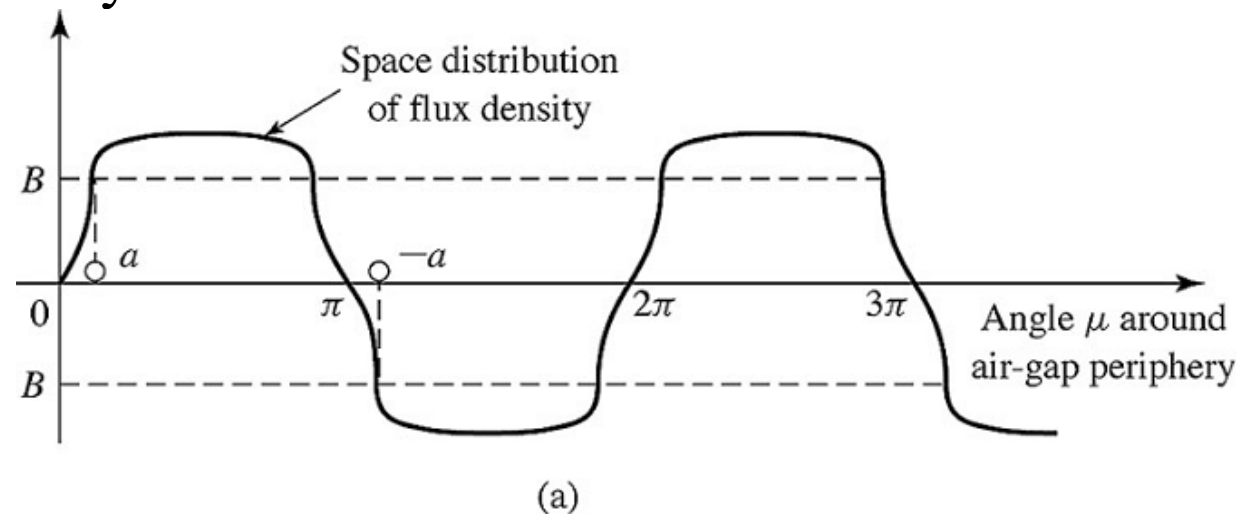
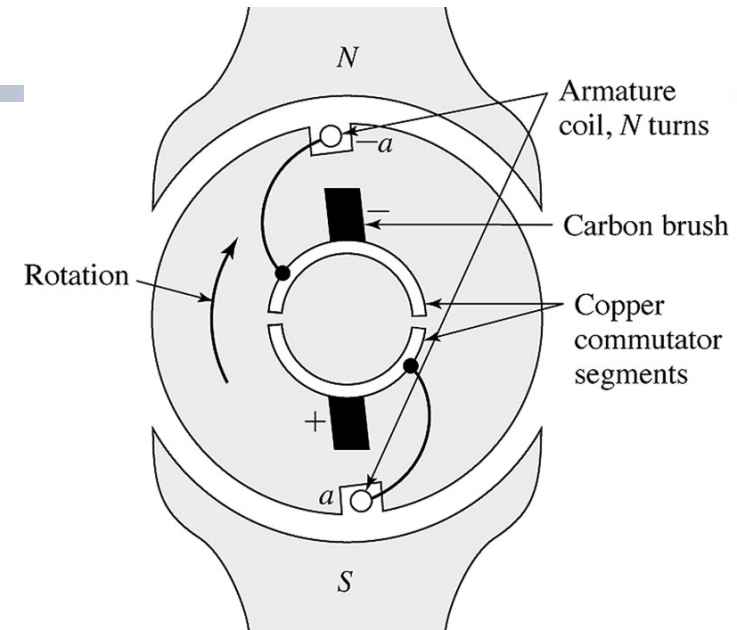




UNIVERSITY OF ICELAND

The DC machine

- Á þessari mynd í kennslubók eru akkerisvafningarnir settir andspænis hver öðrum á rótor (a , $-a$)
- Ef vélin er rafali, er rötornum snúið t.d. af túrbínu og með föstum hraða.
- Segulsviðið (B) sem sviðsvafningarnir mynda í loftbilinu er sýnt á myndinni sem fall af snúningshorni
- Snúningur spólunnar í loftbilinu myndar spennu samkvæmt lögmáli Faradays

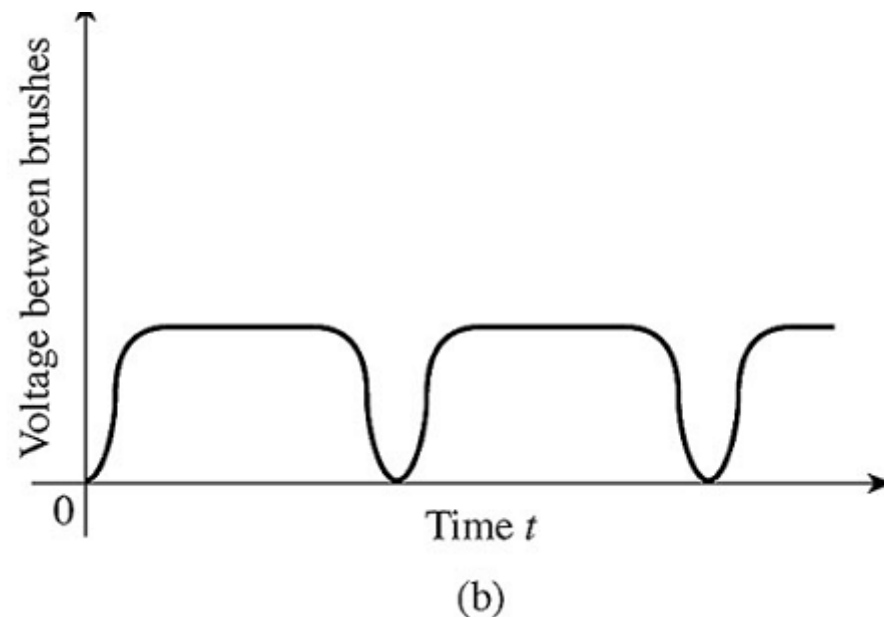
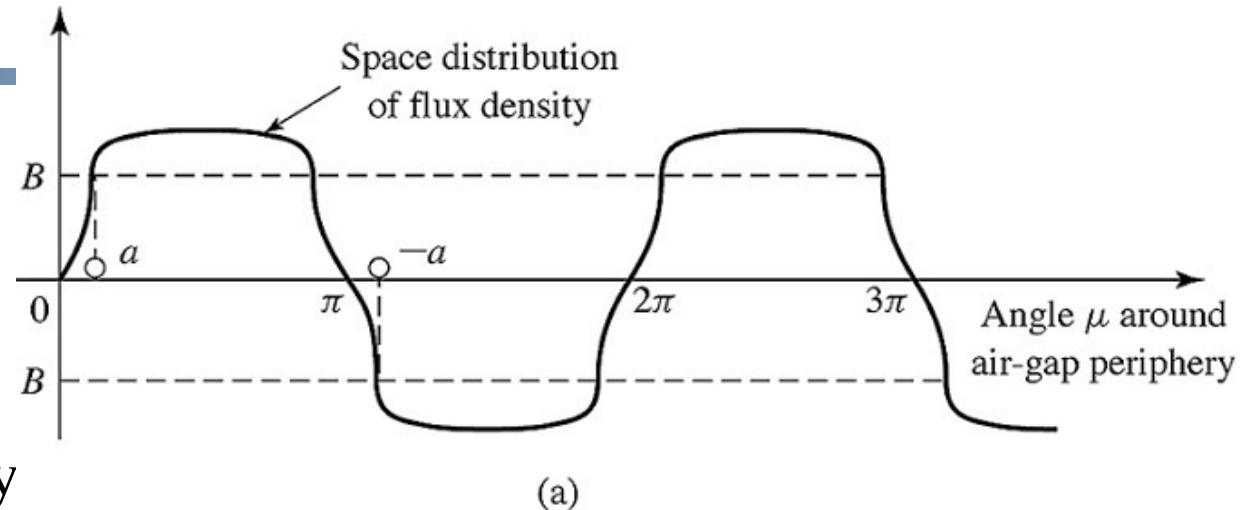




UNIVERSITY OF ICELAND

The DC machine

- Við sjáum sviðið aftur á myndinni
- Snúningur spólunnar í loftbilinu myndar spennu samkvæmt lögmáli Faraday
- Spennan er nálægt því að vera jafnspenna þar sem straumskiptarnir virka sem **vélfræðilegur afriðill**.
- Í **riðstraumsvélum** er hægt að ná sömu niðurstöðu með raunverulegum rafeindaafriðlum.





UNIVERSITY OF ICELAND

The commutator in a DC machine

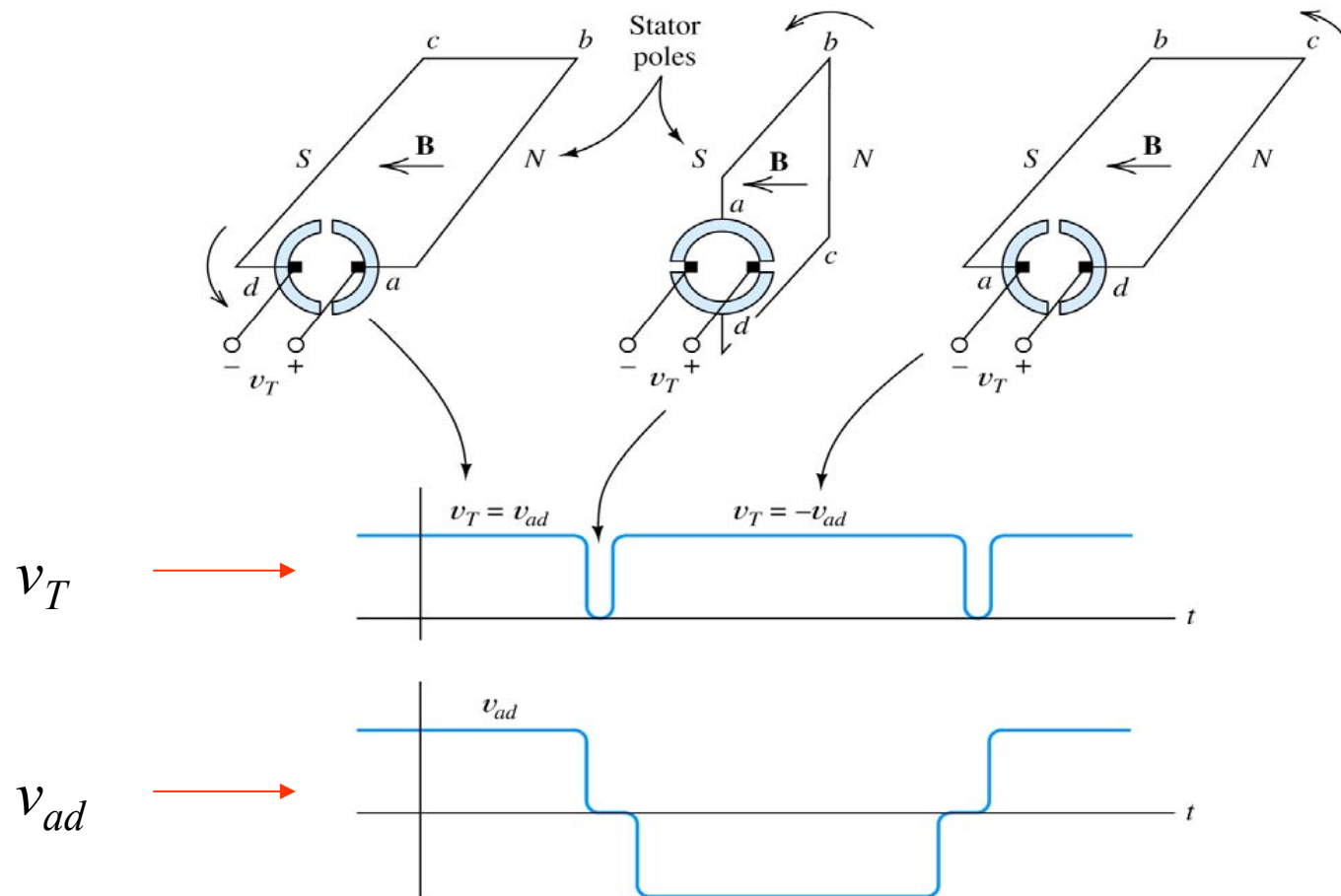


Figure 16.12 Commutation for a single armature winding.



The armature in a DC machine

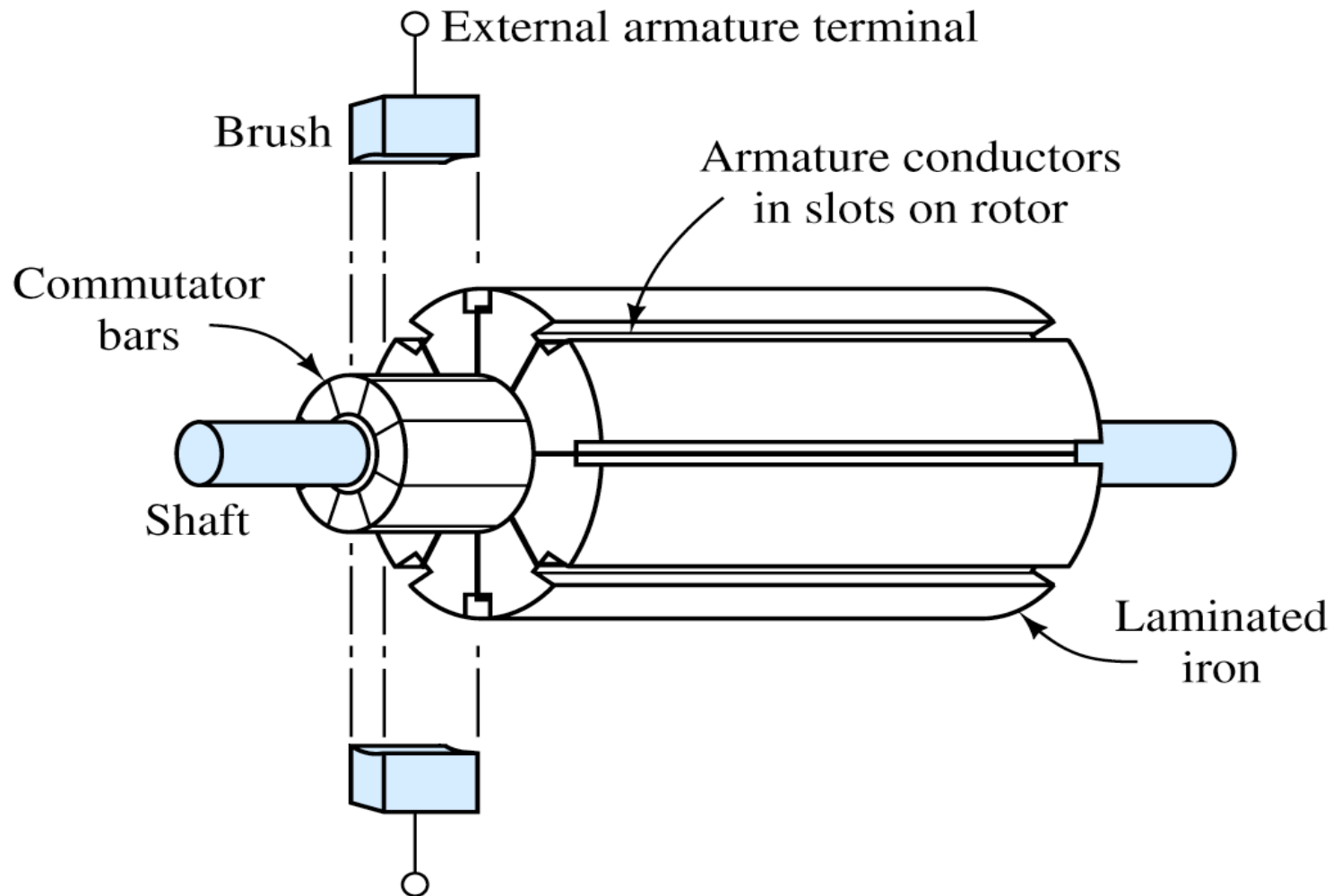


Figure 16.9 Rotor assembly of a dc machine.



Generated Voltage in a DC Machine

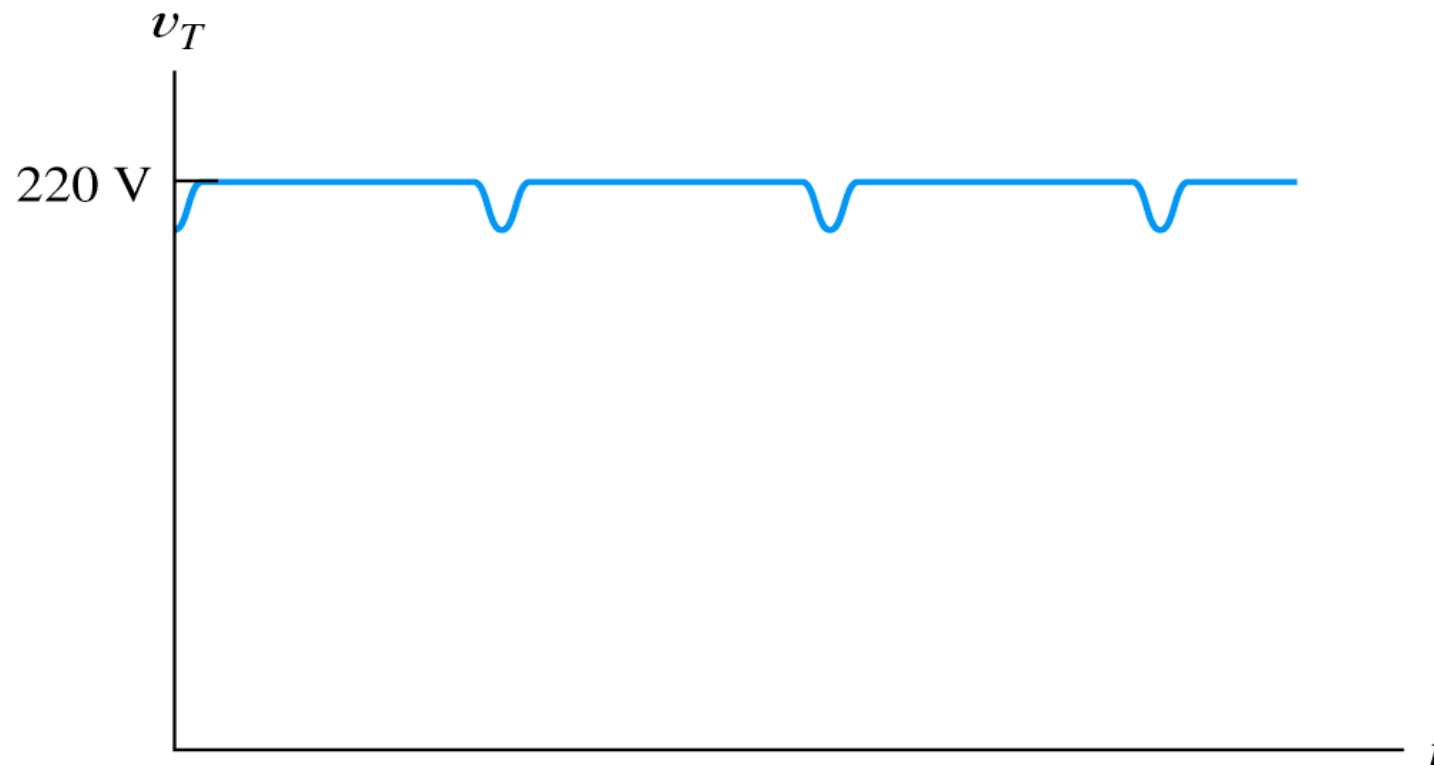
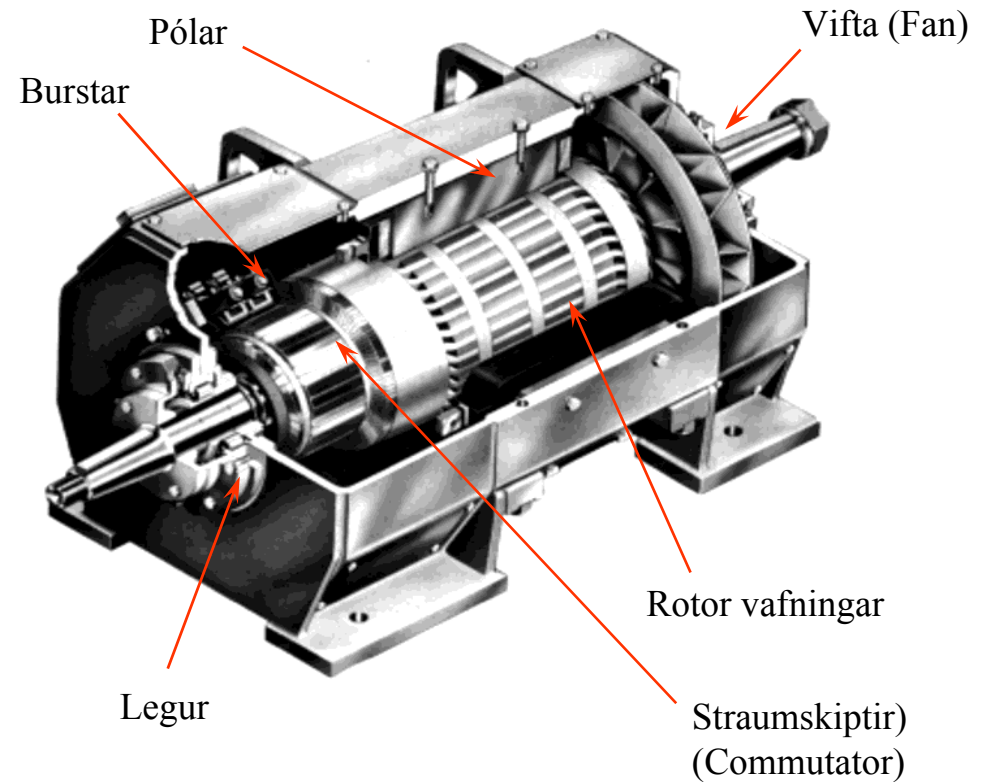


Figure 16.13 Voltage produced by a practical dc machine. Because only a few (out of many) conductors are commutated (switched) at a time, the voltage fluctuations are less pronounced than in the single-loop case illustrated in Figure 16.12.



The DC machine

- Hönnun jafnstraumsvélar
 - Við sjáum hér rótor jafnstraumsvélar.
 - Járnkjarni rótorsins er settur á öxul.
 - Vafningar eða slaufur eru settar í raufar í rótor kjarnanum.
 - Slaufuendarnir eru hnýttir saman til að auka styrkinn
 - Straumskiptirinn er á öxlinum. hann er gerður úr kopar með einangrun á milli koparstykkja.
- Hönnun rótors á jafnstraumsmótor
 - Pólar
 - Burstar
 - Vifta (Fan)
 - Rotor vafningar
 - Straumskiptir (Commutator)
 - Legur

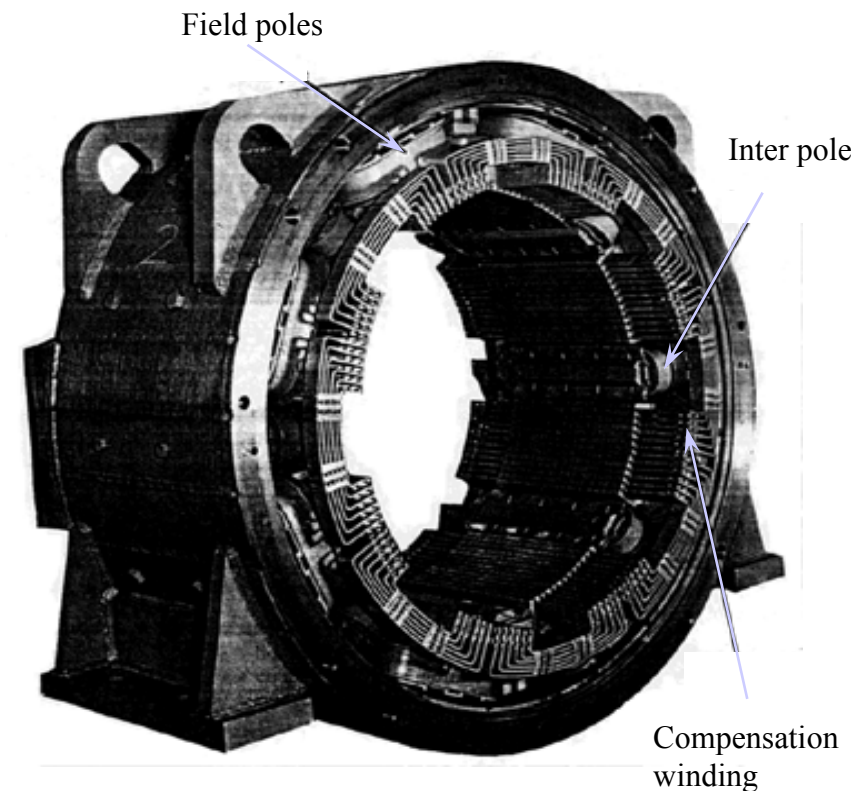




The DC machine

- Uppbygging jafnstraumsvélar
 - Myndin sýnir stator jafnstraumsvélar með nokkrum pólum
 - Ath að s.k. millipólar eru milli meginpólanna. Þessir millipólar bæta hegðun straumskiptisins og minnka neistaflug
 - **Aukavafningar** (compensating windings) eru settar á meginpólana til að auka sviðið við mikið álag..
 - Járnkjarninn er styrktur með ramma eða grind úr steypujárni.

- Uppbygging stators á jafnstraumsvél





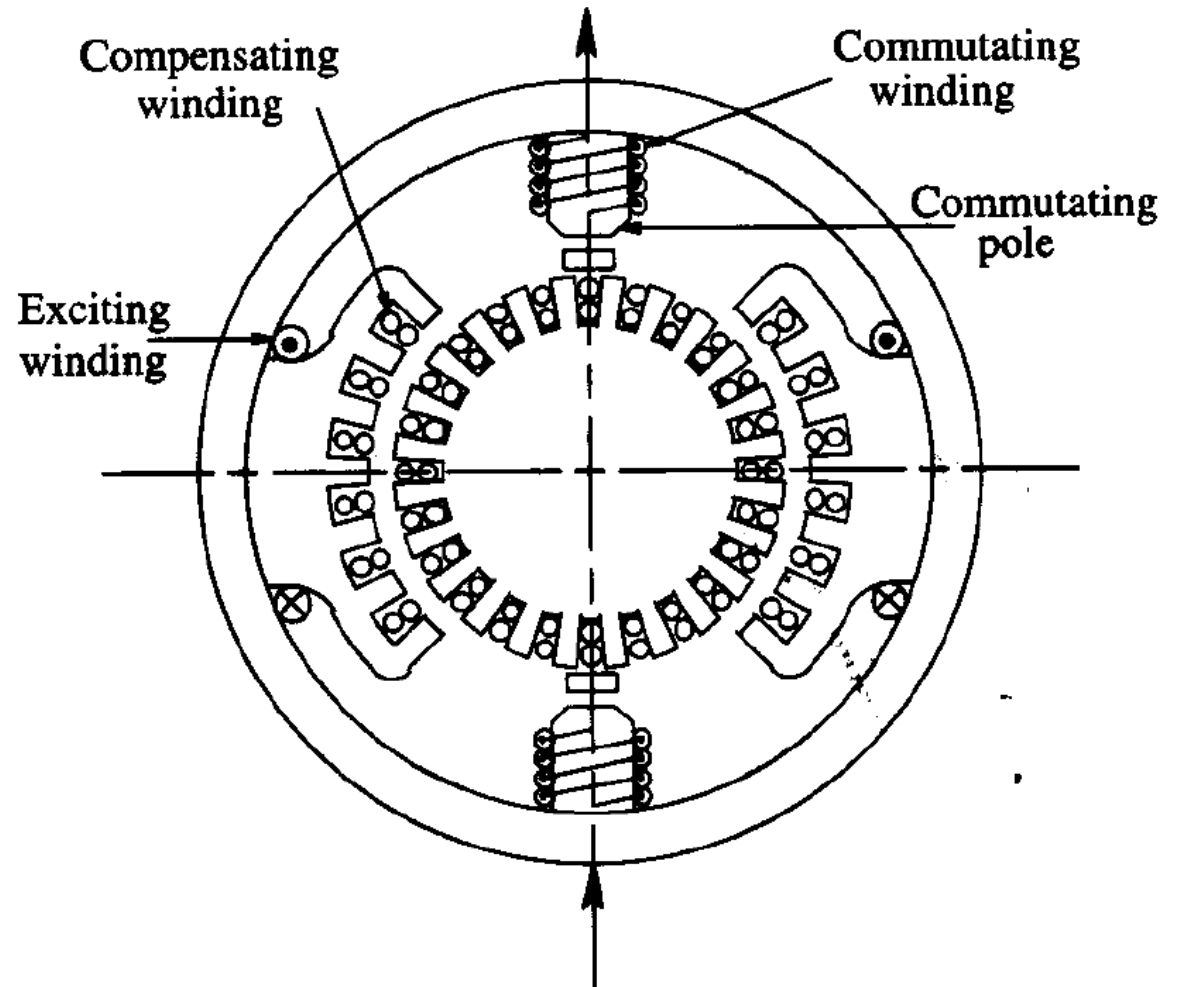
Compensating windings in a DC machine

Aukavafningar

(compensating winding) eru settar á meginpólana til að auka sviðið við mikið álag..

Straumskiptavafningar

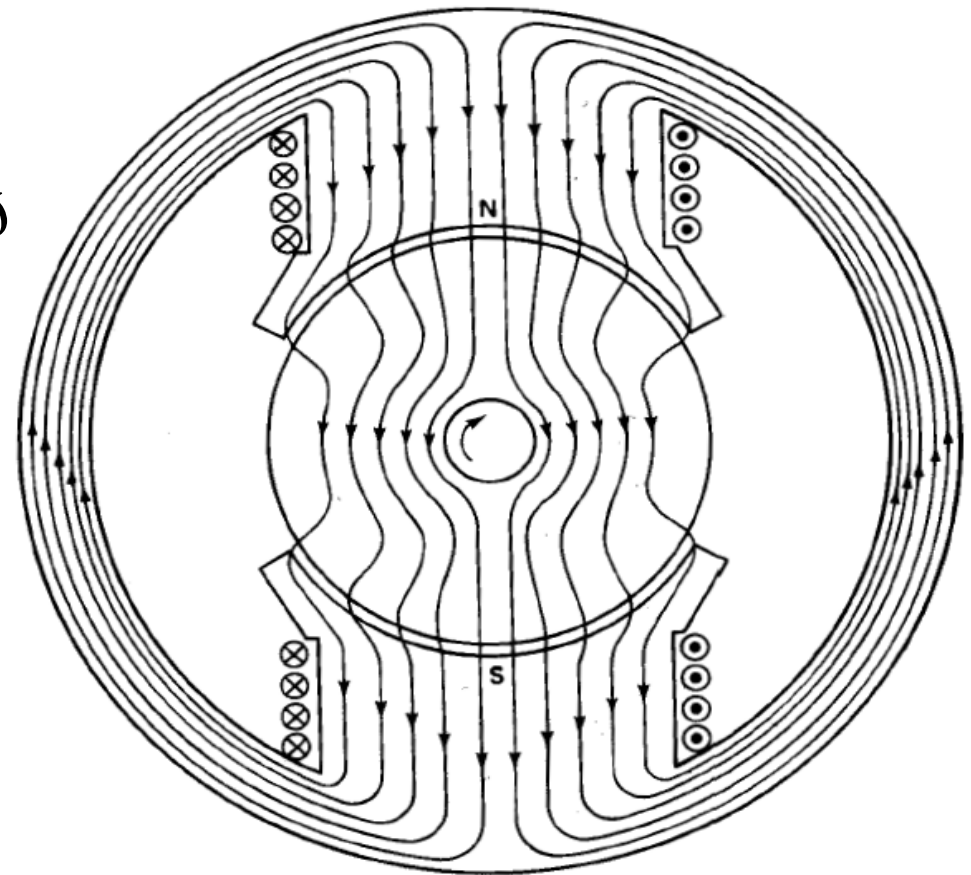
(commutating windings) eru settir við straumskiptapóla





Armature reaction in a DC machine (Case # 1)

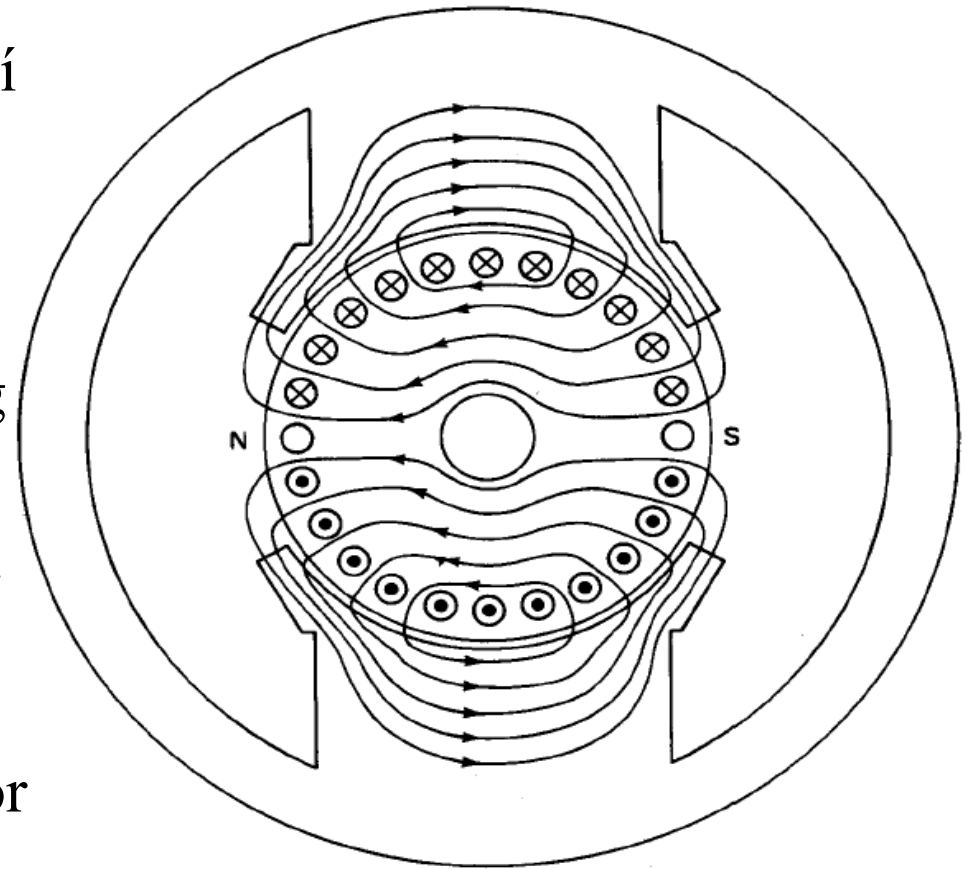
- Dæmi um segulsviðslínur og dreifingu segulflæðis í jafnstraumsvél er sýnt á meðfylgjandi mynd. Hún sýnir sviðið sem myndast vegna straums í sviðsvafningum eingöngu
- Vélin er hönnuð þannig að sviðið í loftbilinu verði með tiltekna lögun eftir hringferlinum
- Ekki má hins vegar gleyma því að straumur fer einnig um vafninga á rótor (akkerisvafninga) og sá straumur veldur einnig sérstöku sviði





Magnetic flux distribution due to armature excitation only

- Myndin hér til hliðar sýnir þannig sviðið, sem myndast vegna straums í akkerisvafningum eingöngu
- Við sjáum að sviðið gengur þvert á upprunalega sviðið og styrkir það á sumum svæðum innan vélarinnar og veikir það á öðrum svæðum.
- Samanlögð áhrif vegna upprunalega sviðsins, er sviðsvafningar mynda, og viðbragðanna er verða til við strauminn í akkerisvafningum á rótor nefnast akkerisáhrif (**armature reaction**)

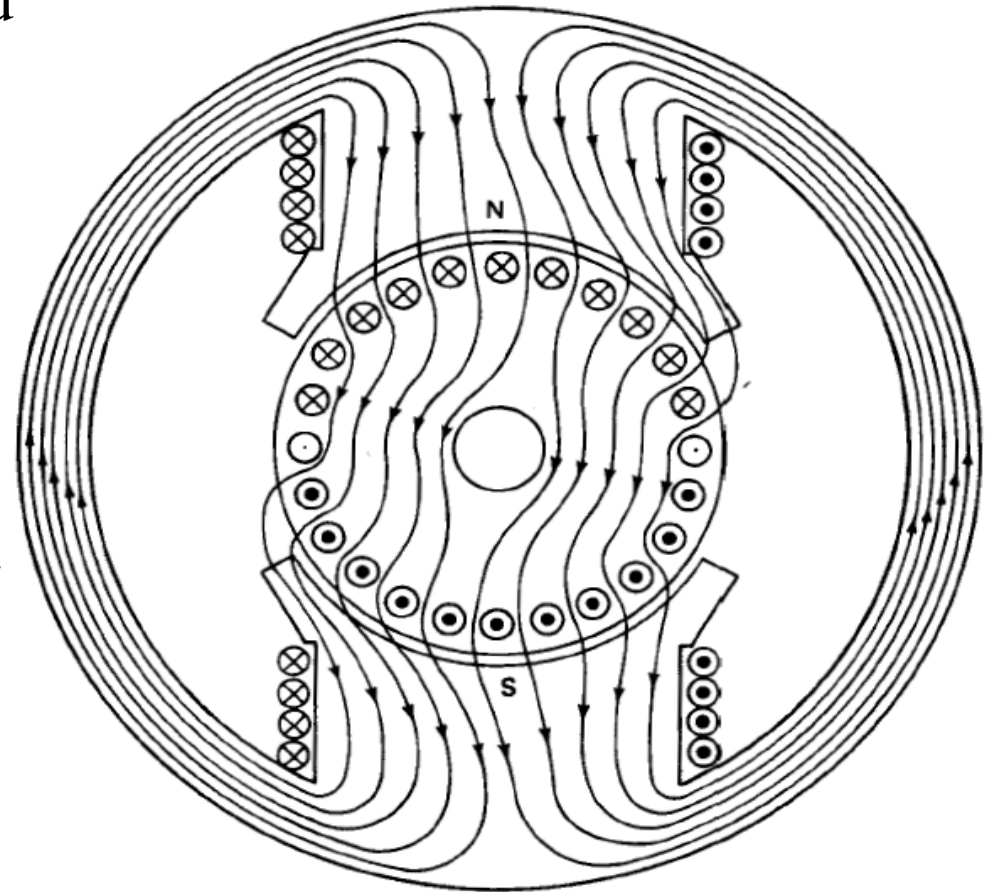




Combined magnetic flux distribution due to armature and field

- Heildaráhrif beggja strauma eru sýnd á myndinni hér til hliðar er sýnir þannig sviðið sem myndast vegna **beggja strauma**, þ.e. í **akkerisvafningum** og **sviðsvafningum**
- Akkerisáhrifin hafa áhrif á rekstur vélarinnar. Hvernig þessi áhrif verða nákvæmlega verður síðar komið að.
- Mikilvægt hugtak hefur hér verið kynnt, þ.e. hugtakið:

Akkerisáhrif (Armature Reaction)

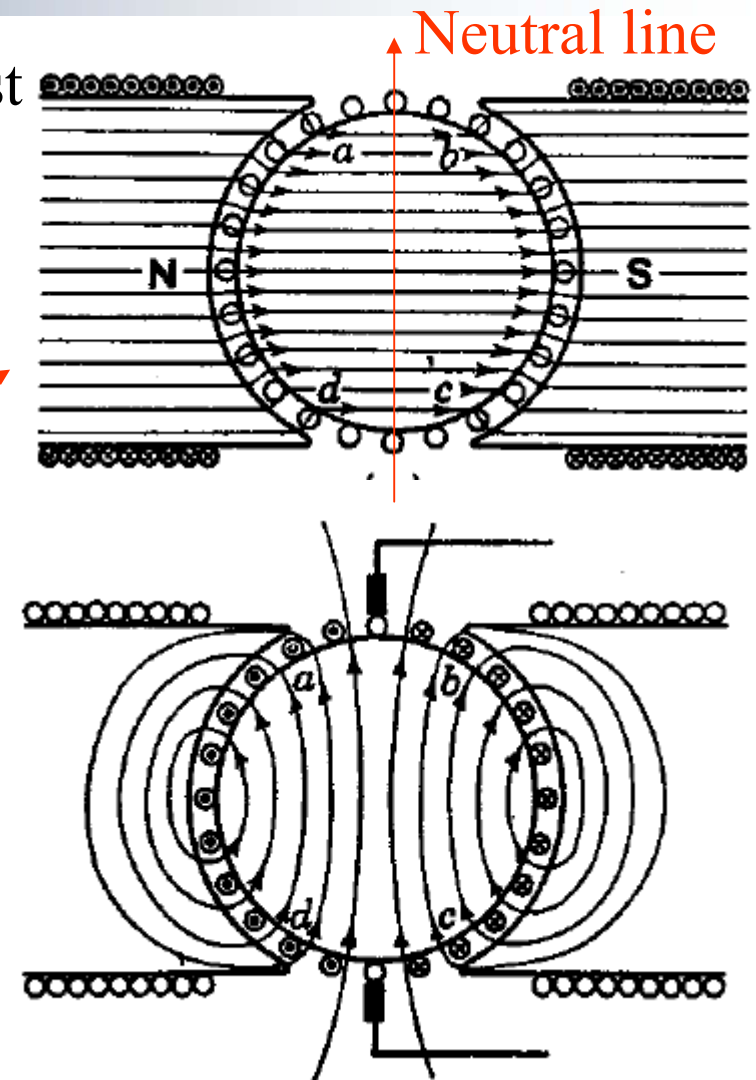




UNIVERSITY OF ICELAND

Armature reaction in a DC machine (Case # 2)

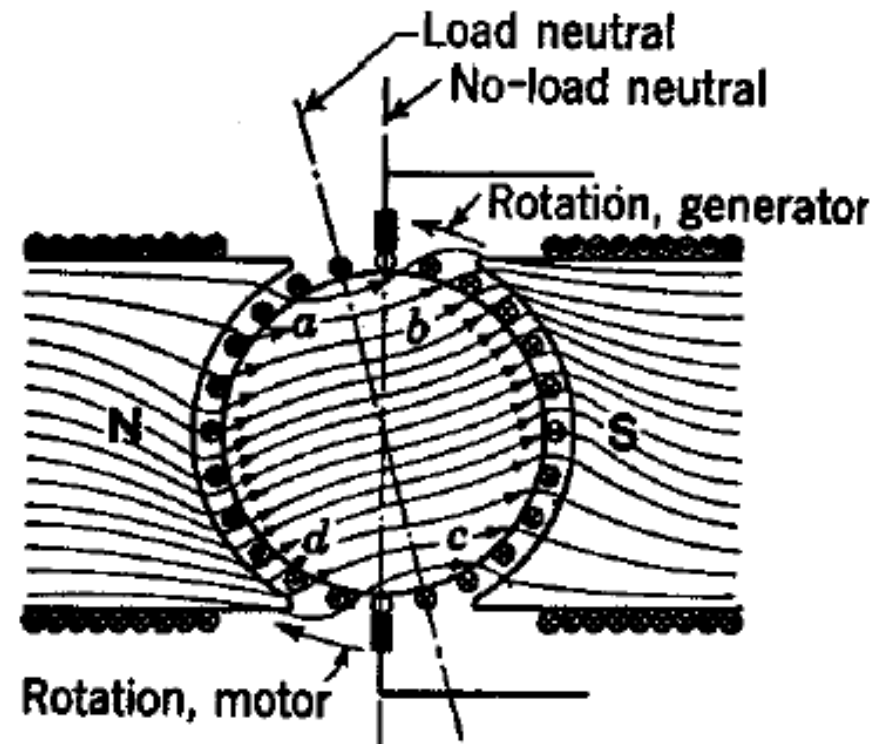
- Myndin **efst** til hliðar sýnir sviðið sem myndast vegna straums í sviðsvafningum eingöngu.
- Við sjáum að segulflæði “streymir” vinstra megin inn á rótorinn frá norðupólnum á stator og að segulsviðið er þvert á loftbilið!
- Seglflæði streymir til hægri frá rótor inn á suðurpólinn hægra megin á stator
- Við getum dregið “núllínu” sem aðskilur flæðið inn og út af rótor
- Myndin **neðst** til hliðar sýnir hins vegar sviðið sem myndast vegna straums í akkerisvafningum eingöngu.





Armature reaction in a DC machine

- Myndin sýnir samanlögð áhrif bæði sviðsvafninga og akkerisvafninga og sést að núlllínan sem aðskilur inn og úttak segulflæðis hefur snúist til vinstri.
- Einnig má sjá þennan snúning á fyrri skyggnum





Dreifðir vafningar í rafmagnsvélum

(MMF of Distributed windings)

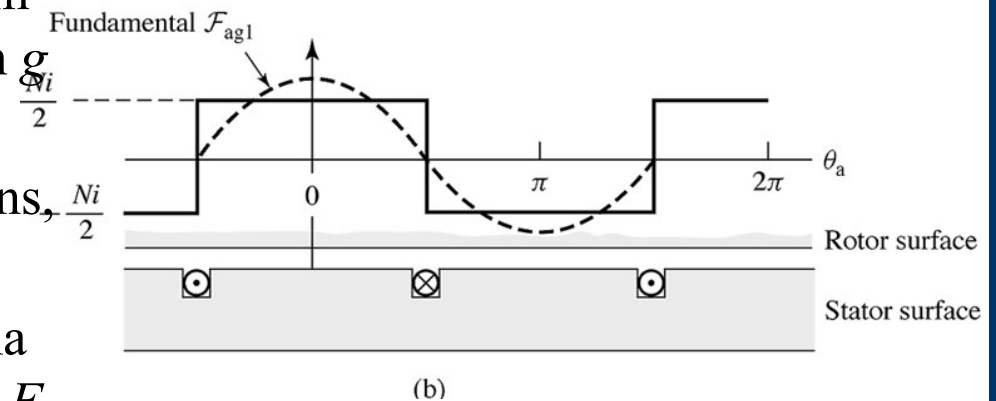
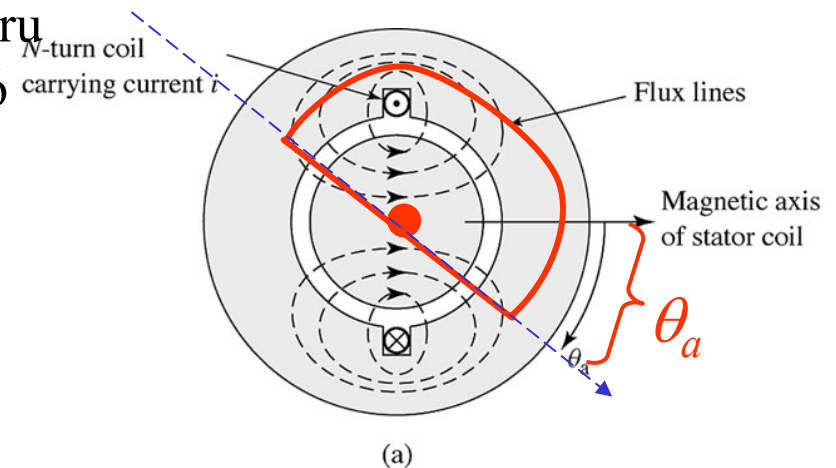
Dreifðir vafningar koma fyrir í öllum hinum klassísku gerðum rafmagnsvéla. Þess vegna skoðum við dreifða vafninga í þessum inngangi að rafmagnsvélum



UNIVERSITY OF ICELAND

Samþjappaðir vafningar á stator riðstraumsvélar

- Vafningar bæði á stator og rótor rafmagnsvéla eru jafnan dreifðir eftir hringferlinum. Eðlilegt er þó að skoða fyrst spólu þar sem allar slaufur eru á sama stað (sbr mynd) . **Skoðum fyrst stator.**
- Við höfum eina “full pitch”**- slaufu. Tekið er Amperes-lögmál um svera **rauða** heildregna hálfhringinn á myndinni
- Segulkrafturinn er bundinn við loftbilið þar sem $\mu \rightarrow \infty$ í kjarnanum, þ.e. $F = NI = B \cdot 2g / \mu_0$, þar sem g er loftbilið hvoru megin
- Samband B og F er því aðeins háð breidd bilsins, g .
- Við “fletjum út” hringferilinn og fáum myndina til hliðar. Kantaði ferillinn sýnir segulkraftinn, F sem fall af θ_a fyrir hringferilinn. Hann skiptist í 2 bil



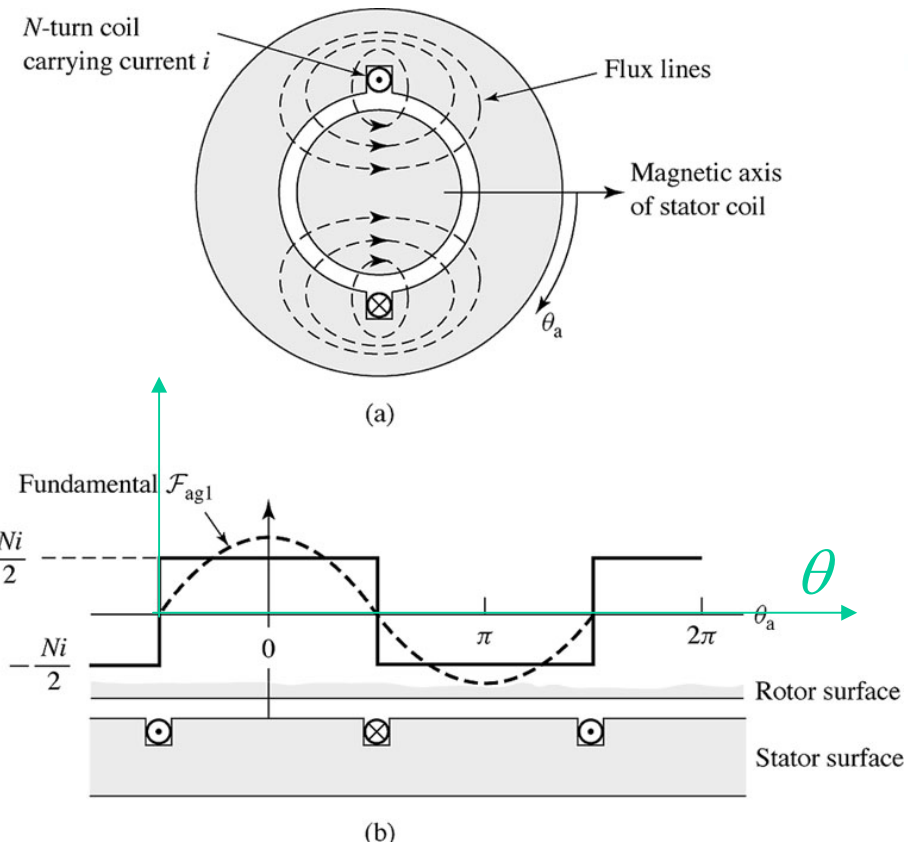
**“full pitch” = þýðir að hliðar spólunnar eru andspænis hvor annarri með 180 fasamun á milli



UNIVERSITY OF ICELAND

Samþjappaðir vafningar á stator (2)

- Megin sveifla, sem segja má að sé 1. liður í Fourier-röð af “fernings-fallinu” er sýndur sem strikaferill á myndinni neðst.
- Þetta er því miður gróf nálgun á þeim sínuslagaða ferli sem við viljum hafa til staðar í loftbilinu til að fá “mjúka” sínuslagaða strauma í riðstraumsvélum
- Jafna fyrir sínuslöguðu nálgunina er:
- Til að fá slíka sínuslagaða strauma er vafningum dreift eftir til þess gerðum reglum eftir hringferlinum þannig að rétt lögun segulkraftsins náist



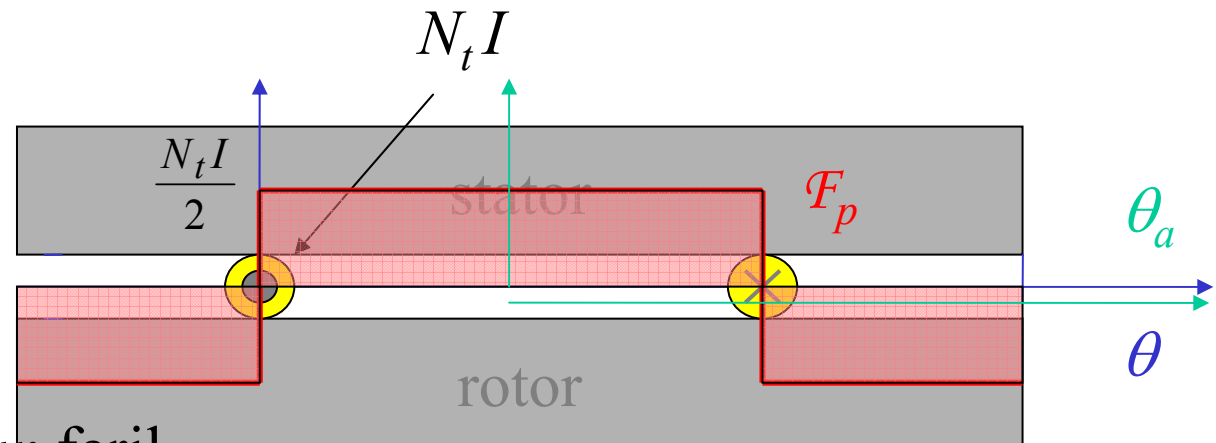
$$F_{ag} = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta_a \quad F_{ag(\text{peak})} = \left(\frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \right)$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Full Pitch vafningar

- Segulkrafturinn er Fourier röð og línulega háður
 - straumnum, i ,
 - fjölda vafninga í fasa, N
 - og \cos eða \sin af θ_a eða θ
- Hér sjáum við *sinuslagaðan* feril



$$F_{ag} = \frac{Ni}{2} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{Ni}{2} \cdot \left[\sin \theta + \frac{1}{3} \sin 3\theta + \frac{1}{5} \sin 5\theta + \dots \right]$$



Samþjappaðir vafningar á stator (2a)

- Athugum skilgreiningu hornanna θ_a eða θ á fyrri mynd
- Stuðullinn 2 í nefnara kemur til þar sem segulkrafturinn er bundinn við 2 eins loftbil sitt hvoru megin.
- Við sjáum toppgildi á sveiflunni fyrir **nálgun** að segulkrafti sem cosínusfall í rúmi, þ.e. eftir hringferlinum
- Við fáum s.k. **yfirtónar í rúmi** (space harmonics)
- Toppildið verður
- Skoðum næst hvað gerist ef við dreifum vafningunum

$$\theta = \theta_a + \frac{\pi}{2}$$

$$F_{ag}(\theta_a) = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta_a$$

$$F_{ag(peak)} = \left(\frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \right)$$

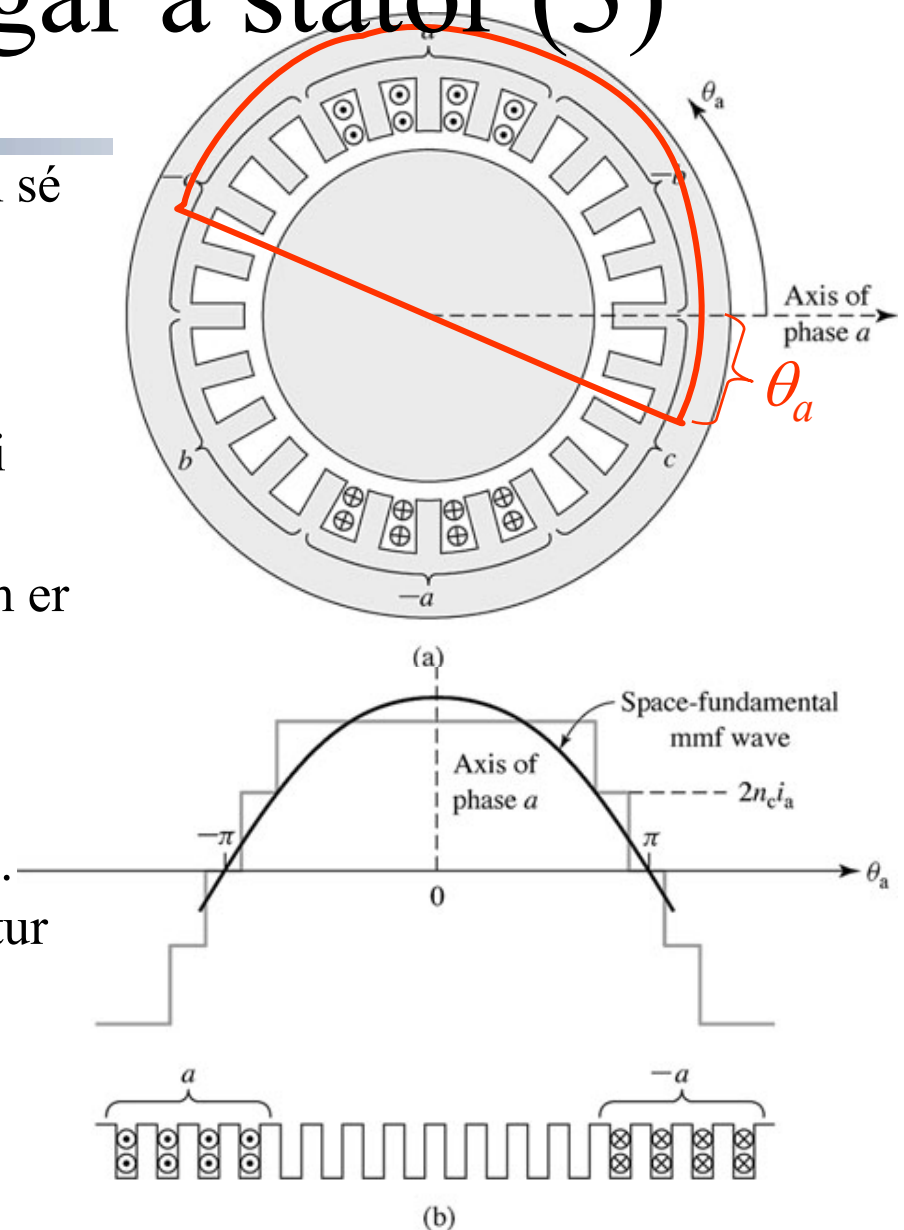


UNIVERSITY OF ICELAND

Dreifðir vafningar á stator (3)

- Við skoðum segulkraft í því tilfalli að vafningum sé dreift á tiltekinn hringgeira samkvæmt mynd.
- Amperes lögmál er aftur tekið um rauða hringferilinn (“**hálfmánann**”) og gefur það segulkraft (aðeins í loftbili!) sem fall af fasahorni eins og **tröppuferillinn** á neðri myndinni sýnir.
- Því fleiri tröppur og þeim mun meiri dreifing sem er á vafningunum þeim mun nær er tröppuferillinn sínuslagaða ferlinum sem sýndur er á myndinni.
- Jafna fyrir sínus eða cósíinus-nálgunina þar sem bæst hefur við p það er fjöldi póla, er eftirfarandi. Einnig **dreifistuðulinn** k_w . Hann er skoðaður betur á næstu skyggnu

$$F_{ag} = \frac{4}{\pi} \frac{k_w N_{ph}}{p} i_a \cos \frac{p\theta_a}{2}$$



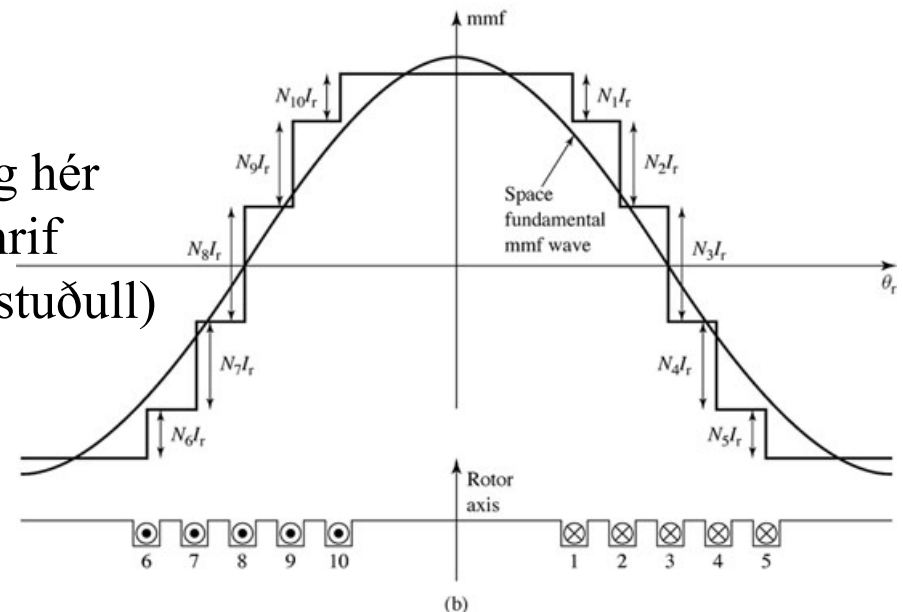
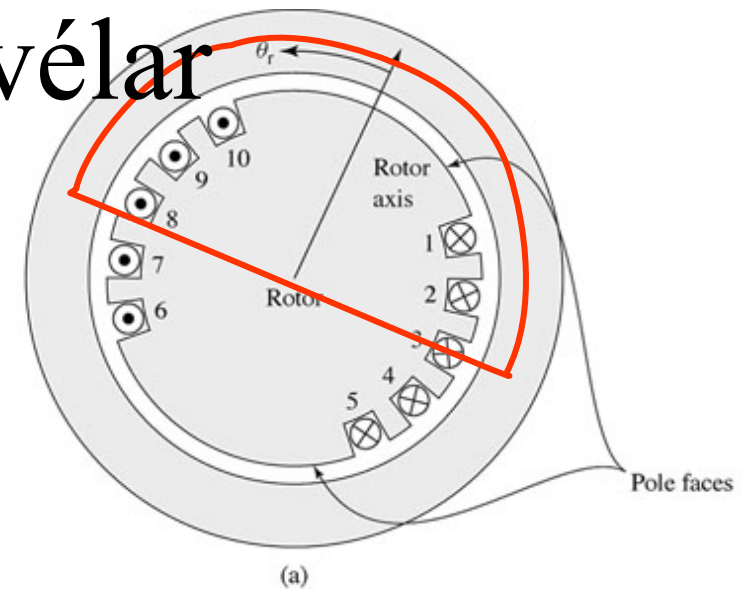


UNIVERSITY OF ICELAND

Dreifðir vafningar á rótor riðstraumsvélar

- Við skoðum nú segulkraft í samsvarandi tilfelli að vafningum sé dreift á **rótor** á tiltekinn hringgeira þ.e. 10 raufar samkvæmt mynd.
- Unnt er að hafa **breytilegan fjölda** af slaufum í hverri rauf **til að nálgast sínusferilinn** sem mest en vafningarnir eru samt samhverfir um rótor ásinn.
- Samlagður segulkraftur er summa segulkrafta frá öllum raufum. Þessi summa er tekin saman í **dreifistuðli (sjá dæmi 4.1, bl 191 í FKU)**
- Jafna fyrir sínus-nálgunina er þar sem p er einnig hér fjöldi póla er, eftir að búið er að leggja saman áhrif allra raufa, mjög svipuð og áður þ.e. (k_r er dreifistuðull)

$$F_{ag1} = \frac{4}{\pi} \frac{k_r N_r}{p} I_r \cos \frac{p\theta_r}{2}$$

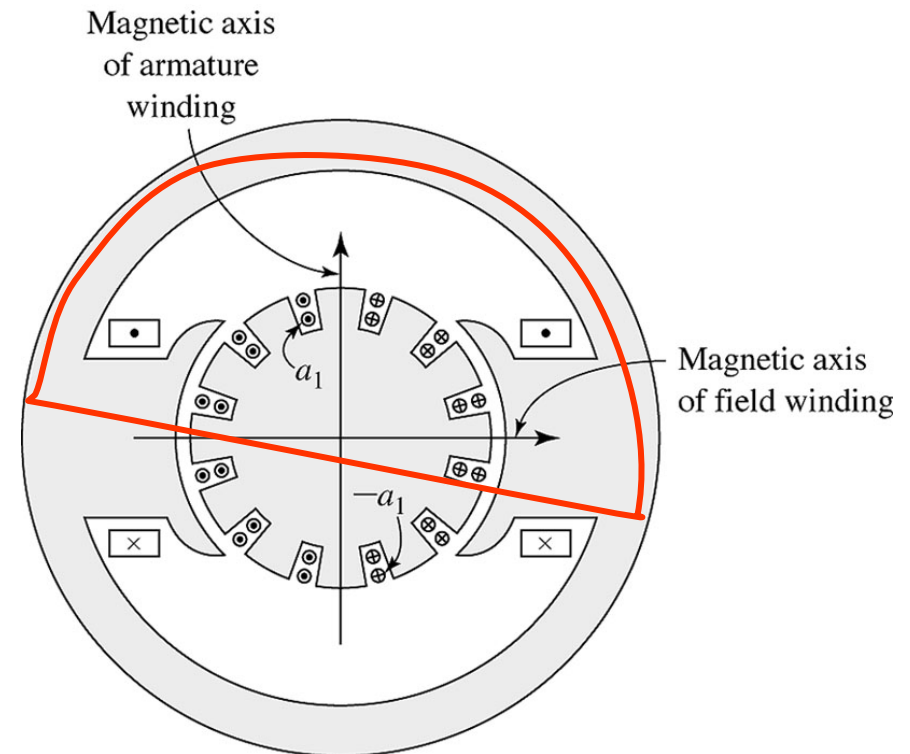




UNIVERSITY OF ICELAND

Dreifðir vafningar í jafnstraumsvélum

- Fyrri umfjöllun var um **riðstraumsvélar**. Við skoðum nú segulkraft í **jafnstraumsvél** þannig að vafningum sé dreift á rótorinn samkvæmt mynd.
- Straumstefna er alltaf *út úr myndinni* vinstra megin við segulásinn fyrir akkerisvafninganna
- Straumstefna er alltaf *inn í myndina* hægra megin við segulásinn fyrir akkerisvafningana
- Við stillum upp ferli til að skoða Ampereslögmálið niðað við að kjarninn leiði mjög vel segulsvið!!
- Vegna takmarkana straumskiptisins á straumflæðið á rótornum, verður segulkrafturinn sem fall af horni eins og “sagarblaðs-ferill” (sawtooth waveform)

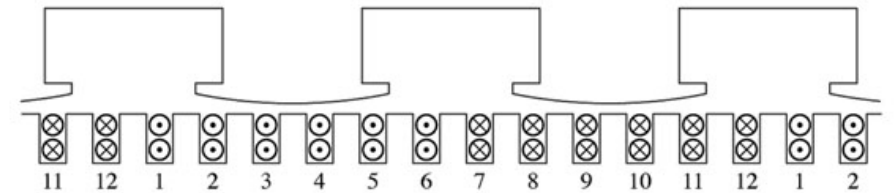




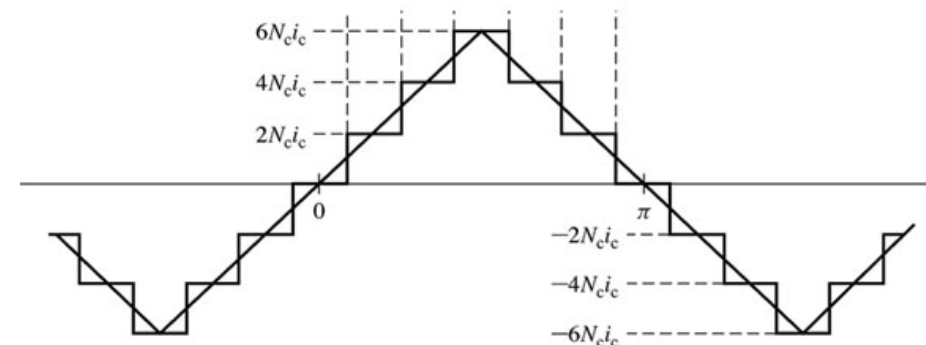
UNIVERSITY OF ICELAND

Dreifðir vafningar í jafnstraumsvélum (2)

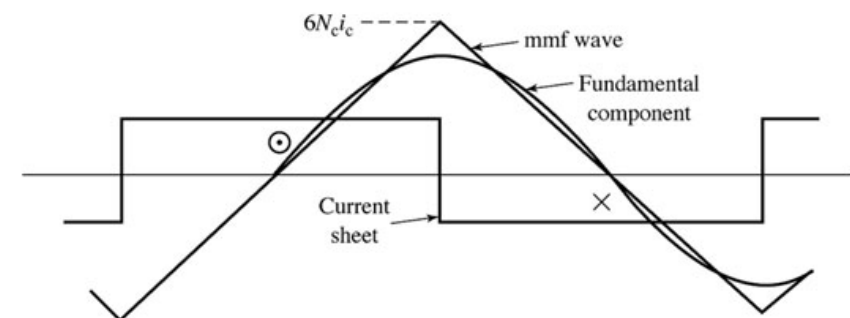
- Við fletjum nú vafninga rötors **jafnstraumsvélarinnar** út í beina línu samkvæmt mynd.
- Eins og áður segir, verður segulkrafturinn sem fall af horni n.k. “**sagarblaðs-ferill**” (sawtooth waveform) eða **þríhyrningsbylgja**
- Við getum hér einnig nálgast hann með fyrsta lið í Fourier-röð
- Með því að fjölga raufum og gera straumdreifinguna eftir hringferli jafnstraumsvélarinnar sem jafnasta fæst sagarblaðsferill með sem minnstum tröppugangi
- Unnt er að útvíkka þessar niðurstöður fyrir fleiri póla



(a)



(b)



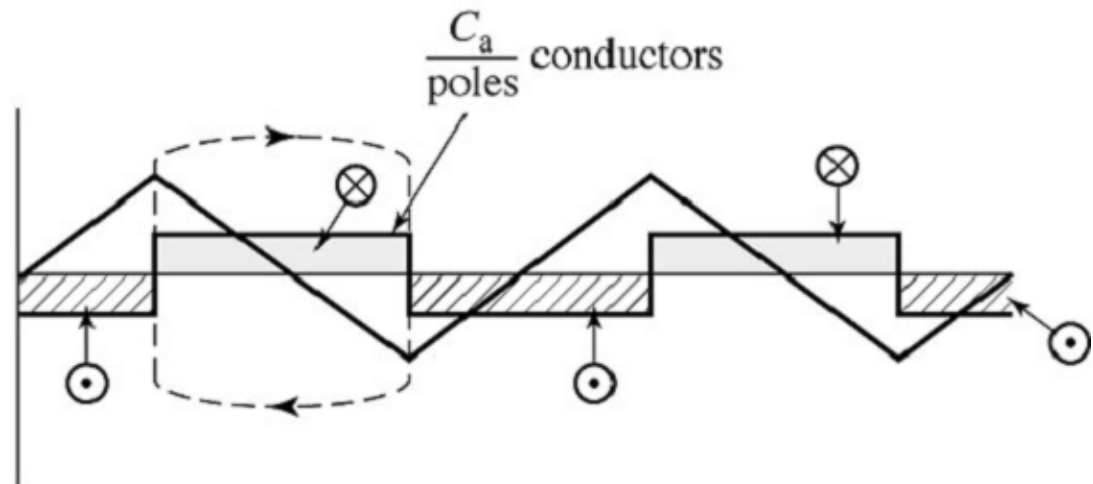
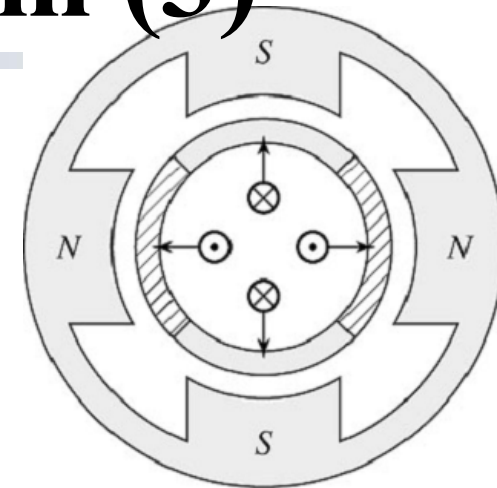
(c)



UNIVERSITY OF ICELAND

Dreifðir vafningar í jafnstraumsvélum (3)

- Ef jafnstraumsvélin hefur t.d. 4 póla eins og sýnt er á efri mynd, lítur ferillinn út eins og sýnt er á neðri mynd.
- Segulkrafturinn sem fall af horni er áfram “sagarblaðs-ferill”
- Straumurinn sem fall af horni er sýndur sem ferningsferill og straumstefnur auðkenndar



(b)



Dreifing vafninga í hnotskurn

- Vafningum rafmagnsvéla er dreift til að fá mjúka breytingu í segulkrafti um loftbilið. Breidd þess og dreifing vafninga er tæki **hönnuðar** vélarinnar.
- Sínuslagaður ferill fyrir segulkraft er leið til að ná því takmarki að fá sínuslagaðan riðstraum frá vélinni
- **Við frekari greiningu vélarinnar hér er gert ráð fyrir sínus-löguðum segulkraftsferlum** og gert ráð fyrir að s.k. yfirtónar í rúmi (**space harmonics**) séu í lágmarki
- Við skoðum næst hvaða **segulsvið, segulbylgjur** og **segulflæði** vélin myndar í loftbilinu og hvernig áhrifin eru á virkni vélarinnar.



Segulbylgjur og segulsvið í riðstraumsvélum

Magnetic fields and field waves in
electric machinery



UNIVERSITY OF ICELAND

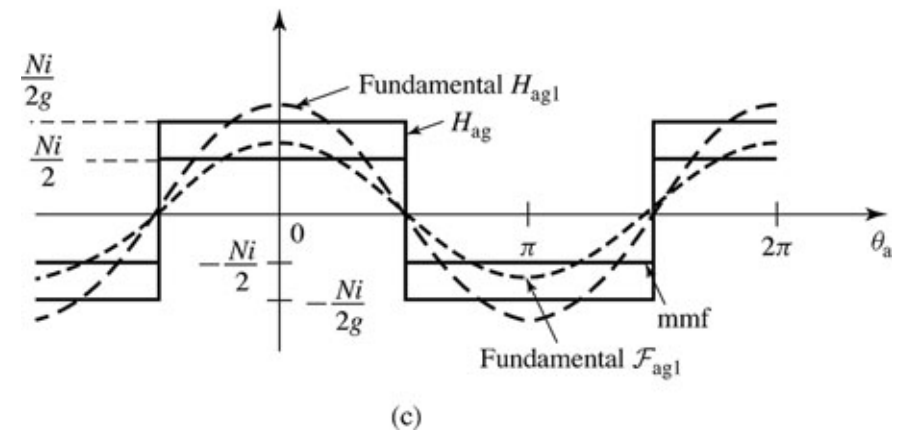
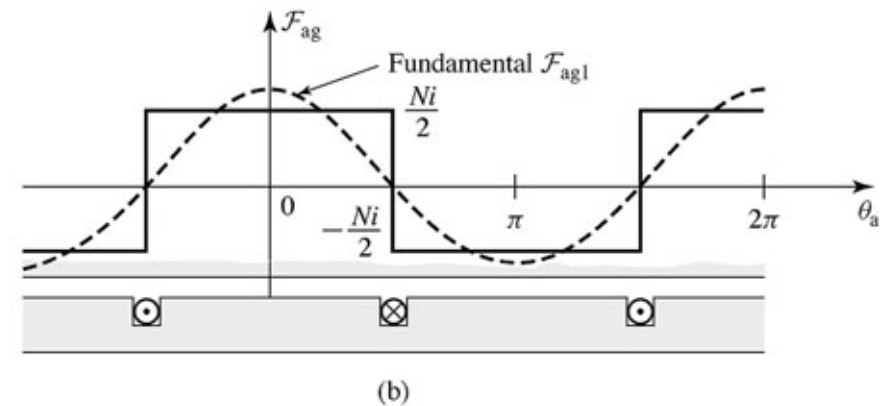
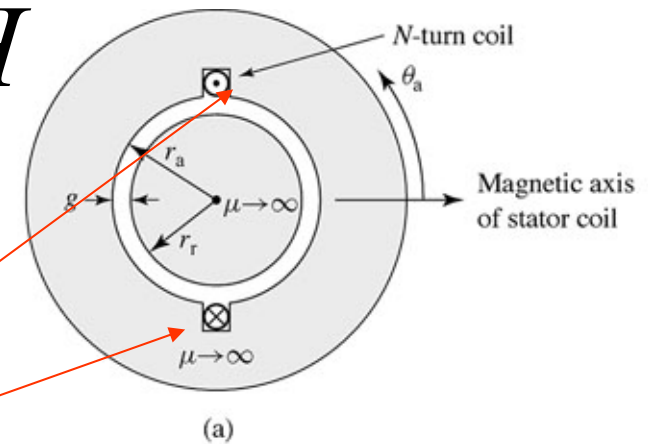
Segulsviðsstyrkur, H í jöfnu loftbili

- a) Gerum ráð fyrir sínuslöguðum segulkrafti þ.e. “grunntóni í rúmi” og að s.k. **yfirtónar í rúmi (space harmonics)** séu í lágmarki. Setjum sínuslagan straum in á vafninga
- b) Gerum ráð fyrir jöfnu loftbili
- Þá fæst eftirfarandi samband milli segulkrafts og segulsviðsstyrks í loftbilinu:

$$H_{ag1} = \frac{F_{ag}}{g}$$

- Úr fyrri jöfnum fæst fyrir myndina efst t.h. og svipað fyrir **sínusdreifða vafninga**

$$H_{ag1} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{Ni}{2g} \right) \cos \theta_a$$





UNIVERSITY OF ICELAND

Segulbylgjur frá einfasa vafningum

- Skoðum einfasa vafning með straumi, i , og gert er ráð fyrir að straumurinn í vafningnum sé fall af tíma:

$$i_a = I_a \cos \omega_c t$$

í vafningum á myndinni t.h. Hann veldur segulkrafti samkv. jöfnu: \longrightarrow

- Þá fæst segulkraftur sem fall af tíma, t og stað, þ.e. fasahorninu, θ_a \longrightarrow

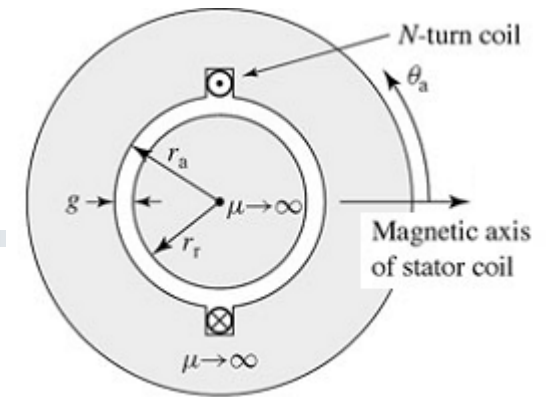
- Hér fæst því margfeldi 2 kósínus-liða og unnt er að umbreyta þeim með hornafræðijöfnunni

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta)$$

- á fæst eftirfarandi jafna fyrir segulkraftinn sem fall af stað og tíma. Við fáum 2 bylgjur í gagnstæðar áttir:

$$F_{ag1} = F_{\max} \left[\frac{1}{2} \cos(\theta_{ae} - \omega_c t) + \frac{1}{2} \cos(\theta_{ae} + \omega_c t) \right] \quad \dots \text{þar sem} \dots$$

$$\theta_{ae} = \frac{p\theta_a}{2}$$



$$F_{ag1} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_w N_{ph}}{p} \right) i_a \cos \left(\frac{p\theta_a}{2} \right)$$

$$F_{ag1}(\theta_a, t) = F_{\max} \cos \left(\frac{p\theta_a}{2} \right) \cos \omega_c t$$

$$F_{\max} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_w N_{ph}}{p} \right) I_a$$



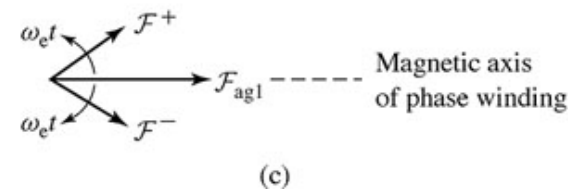
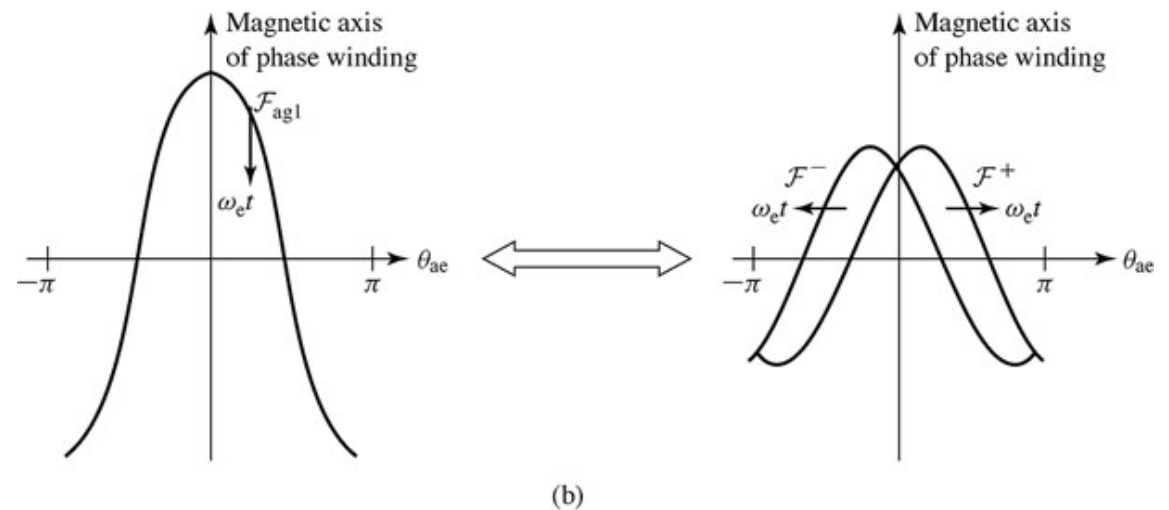
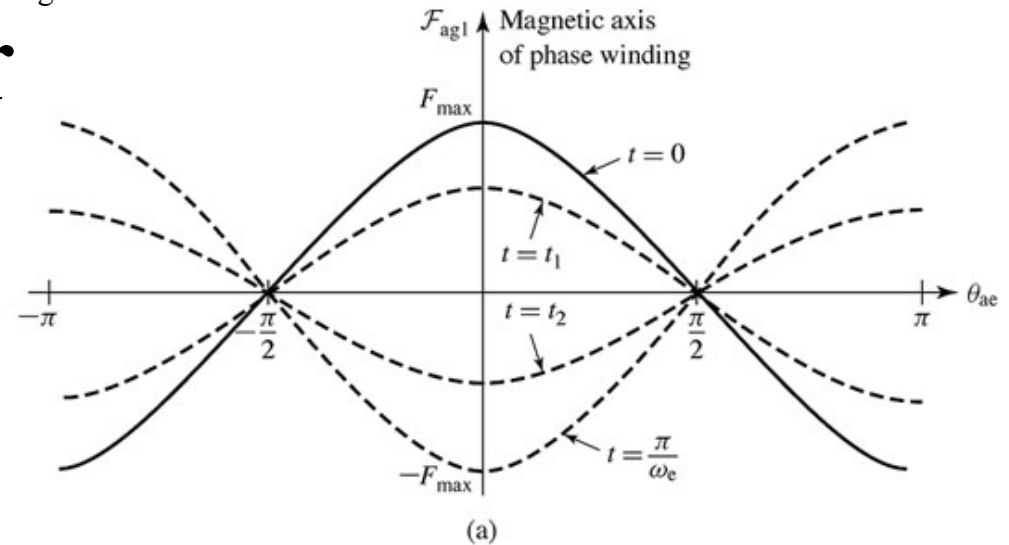
UNIVERSITY OF ICELAND

Segulbylgjur í loftbili

- Þetta þýðir að við getum skipt niðurstöðunni í tvær bylgjur sem hreyfast í gagnstæðar áttir, eins og sýnt er í jöfnunni hér að neðan og eins og meðfylgandi mynd sýnir

$$F_{ag1}^+ = \frac{1}{2} F_{\max} \cos(\theta_{ae} - \omega_c t)$$

$$F_{ag1}^- = \frac{1}{2} F_{\max} \cos(\theta_{ae} + \omega_c t)$$

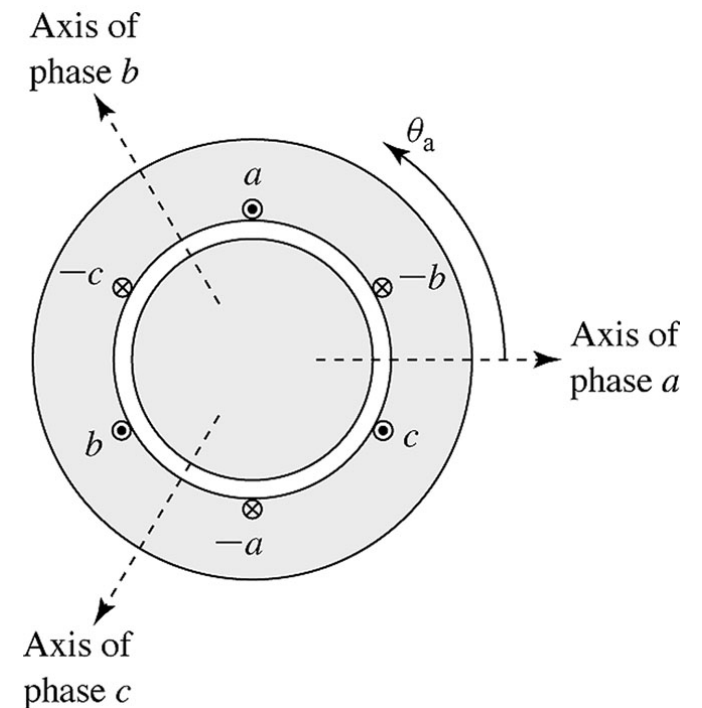




UNIVERSITY OF ICELAND

Segulbylgjur eða snúningssvið frá 3 fasa vafningum (a)

- **3-fasa vafningar:** Skoðum nú 3 vafninga í stað 1, þar sem 120° hliðrun er milli þeirra **í rúmi**. Ef við höfum slíka 3 fasa vafninga, koma fram 6 bylgjur með 120° fasamun sem fara eftir loftbilinu. Unnt er að stilla upp jöfnum fyrir þessar bylgjur með 3 fasa samhverfum riðstraumi í vafningunum. Þetta þýða 3 cos-föll með 120° hliðrun **í tíma**.





(b) Greiningaraðferð við að skilgreina snúningssegulsvið:

Gerum ráð fyrir $p = 2$ pólum og að segulkraftur í loftbili sé sínuslagaður. Þá fást jöfnur fyrir alla 3 fasana. k er hér fasti.

$$F_a = kNi_a \cos(\theta_{ae})$$

$$F_b = kNi_b \cos(\theta_{ae} - 120^\circ)$$

$$F_c = kNi_c \cos(\theta_{ae} + 120^\circ)$$

$$k = \frac{4k_w}{\pi}$$

Þetta getur gilt eins og áður segir ef tekinn er grunntónn í Fourier-röð af yfirsveiflum. Áhrif allra 3 fasa eru lögð saman:.....

$$F(\theta_{ae}) = F_a(\theta_{ae}) + F_b(\theta_{ae}) + F_c(\theta_{ae})$$

$$F(\theta_{ae}) = k \{ Ni_a \cos(\theta_{ae})$$

$$+ Ni_b \cos(\theta_{ae} - 120^\circ)$$

$$+ Ni_c \cos(\theta_{ae} + 120^\circ) \}$$

Og þá fæst:



(b) Greiningaraðferð við að skilgreina snúningssegulsvið (frh):

Inn í síðustu jöfnu

$$F(\theta_{ae}) = k \left\{ Ni_a \cos(\theta_{ae}) + Ni_b \cos(\theta_{ae} - 120^\circ) + Ni_c \cos(\theta_{ae} + 120^\circ) \right\}$$

....er nú sett inn jafna fyrir 3 fasa straum:

$$i_a = I_m \cos \omega t$$

$$i_b = I_m \cos(\omega t - 120^\circ)$$

$$i_c = I_m \cos(\omega t + 120^\circ)$$

Þá fæst:

$$\begin{aligned} F(\theta_{ae}, t) &= kNI_m \cos \omega t \cos(\theta_{ae}) \\ &+ kNI_m \cos(\omega t - 120^\circ) \cos(\theta_{ae} - 120^\circ) \\ &+ kNI_m \cos(\omega t + 120^\circ) \cos(\theta_{ae} + 120^\circ) \end{aligned}$$



(b) Greiningaraðferð við að skilgreina snúningssegulsvið (frh):

Nú má nota aftur sömu hornafalljöfnu

(“trigonómetríska” jöfnu):

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta)$$

....sem sett er inn í fyrri jöfnu

...og þá fæst;

$$F(\theta_{ae}, t) = \frac{1}{2} kNI_m \cos(\omega t - \theta_{ae}) + \frac{1}{2} kNI_m \cos(\omega t + \theta_{ae})$$

$$+ \frac{1}{2} kNI_m \cos(\omega t - \theta_{ae}) + \frac{1}{2} kNI_m \cos(\omega t + \theta_{ae} - 240^\circ)$$

$$+ \frac{1}{2} kNI_m \cos(\omega t - \theta_{ae}) + \frac{1}{2} kNI_m \cos(\omega t + \theta_{ae} + 240^\circ)$$

bylgjuhreyfing áfram

bylgjuhreyfing aftur á bak



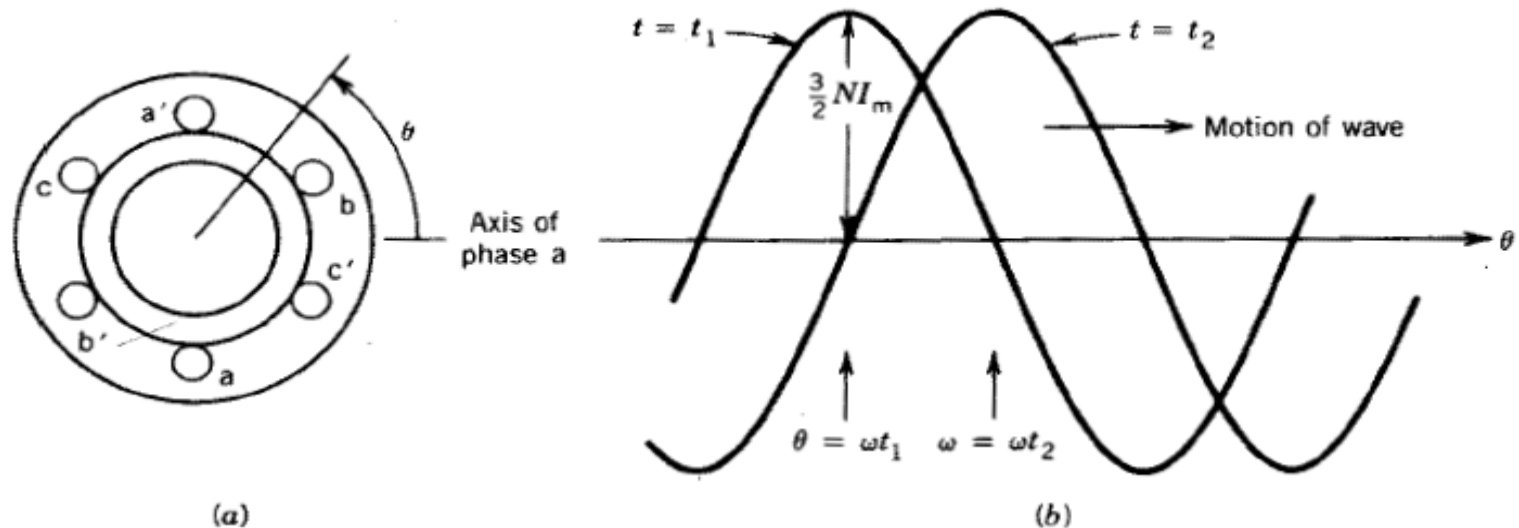
UNIVERSITY OF ICELAND

(b) Greiningaraðferð við að skilgreina snúningssegulsvið (frh):

Fyrri liðirnir 3 eru eins og leggjast beint saman. Seinni liðirnir 3 eru samtals = 0 og detta út

Þannig er segulkrafturinn **bylgja** sem breiðist út eftir loftbilinu:

$$F(\theta_{ae}, t) = \frac{3}{2} kNI_m \cos(\omega t - \theta_{ae})$$

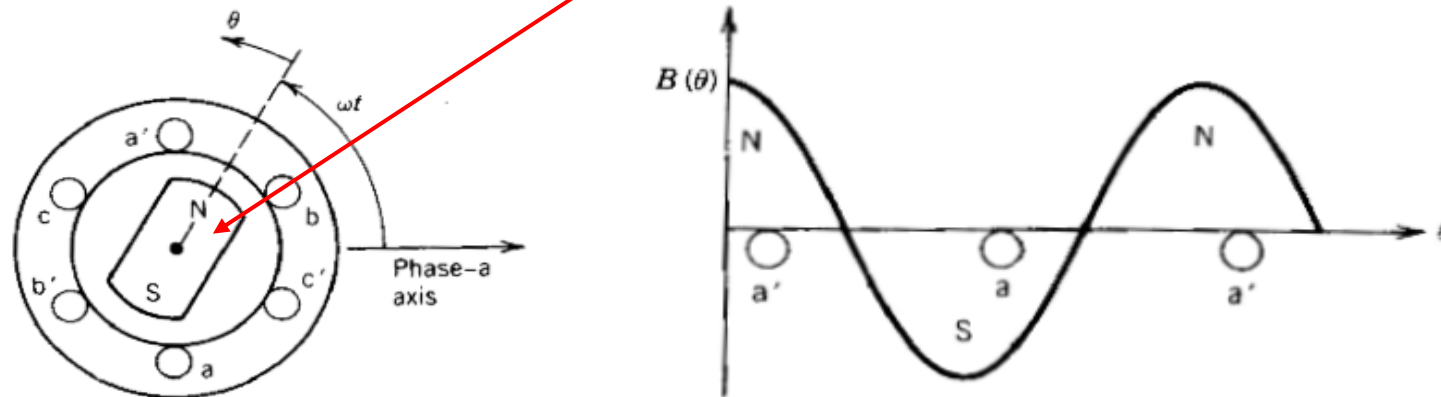




UNIVERSITY OF ICELAND

Snúnings-segulsvið í loftbili

Þetta er hliðstætt því að rafsegull snúist í sívölu hólfi rótorsins -- án þess að nokkur “hlutur” sé að snúast!....



Nú er áhugavert að skoða segulflæðið á hverjum tíma milli pólanna og hvernig það breytist. Ef loftbilið er jafnt er $F=NI=B \cdot 2g/\mu_0$ þ.e.

$$B = \frac{\mu_0 F(\theta_{ae}, t)}{2g} = \frac{3\mu_0}{4g} kNI_m \cos(\omega t - \theta_{ae}) = B_{\max} \cos(\omega t - \theta_{ae})$$



Snúnings-segulsvið í loftbili

Við viljum núna
finna
heildarsegulfæði
milli a og $-a$
vafninga

$$B(\theta_{ae}, t) = B_{\max} \cos(\omega t - \theta_{ae})$$

$$\Phi_p(t) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} B(\theta_{ae}, t) l r d\theta_{ae} = \int_{\theta_{ae}=-\frac{\pi}{2}}^{\theta_{ae}=\frac{\pi}{2}} B_{\max} \cos(\omega t - \theta_{ae}) l r d\theta_{ae}$$

$$\Phi_p(t) = -B_{\max} l r \left[\sin(\omega t - \theta_{ae}) \right]_{\theta_{ae}=-\frac{\pi}{2}}^{\theta_{ae}=\frac{\pi}{2}}$$

$$\Phi_p(t) = -B_{\max} l r \left(\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \right)$$

Nú er

$$\sin(x + 90) = -\cos x$$

$$\sin(x - 90) = \cos x$$

Þá fæst
$$\Phi_p(t) = -2B_{\max} l r \cos \omega t = -\Phi_{\max} \cos \omega t$$



Spenna spanast upp í vafningum vegna snúningssviðs

Snúningssvið veldur spennu í vafningum sem eru í sviðinu bæði á rótor og stator (skv. Faraday) :

$$\lambda_p(\omega t) = -N\Phi_{\max} \cos \omega t$$

$$e_p = \frac{d\lambda_p}{dt} = \omega N\Phi_{\max} \sin \omega t = E_{\max} \sin \omega t$$

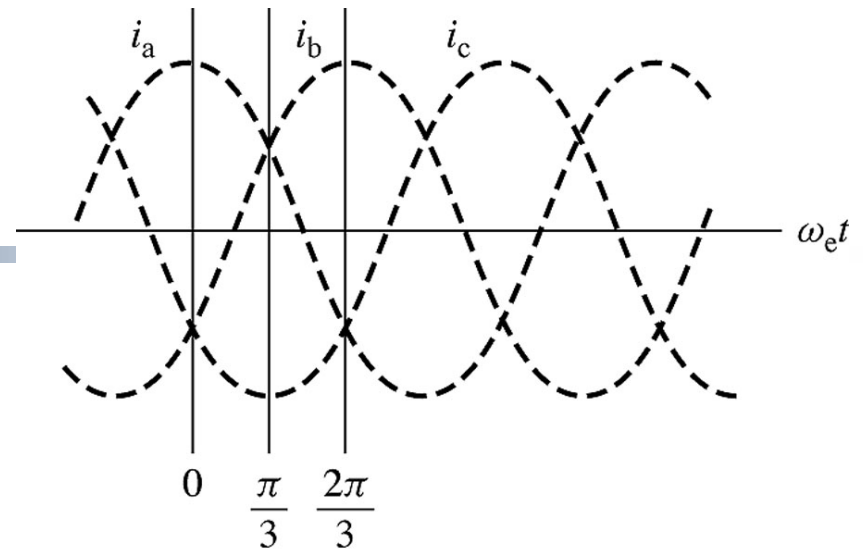
Því er ljóst að virka gildið á spennunni sem snúningssvið veldur er í hlutfalli við “snúningshraða” eða tíðni, f , hámark sviðsins, Φ_{\max} og auðvitað fjölda vafninga, N

$$E_{rms} = \frac{\omega N\Phi_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N\Phi_{\max}}{\sqrt{2}} = 4.44 f N\Phi_{\max}$$

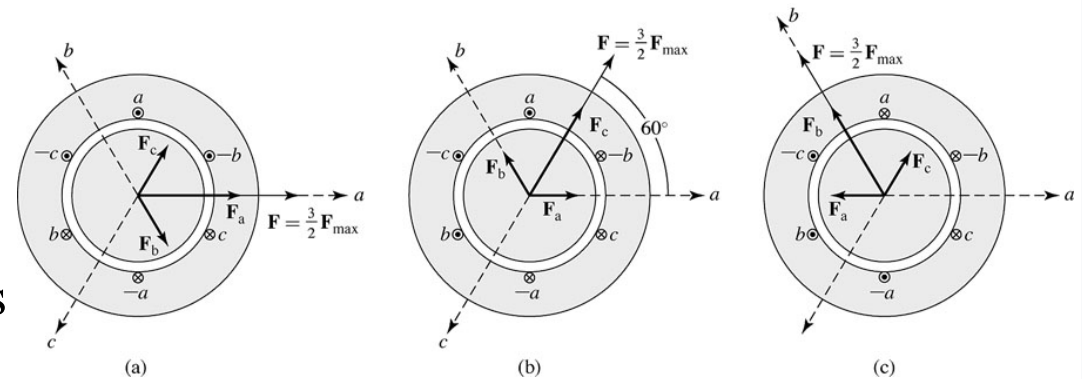


UNIVERSITY OF ICELAND

Segulbylgjur í loftbili



- Einnig má rifja upp úr fyrirlestri 10 hvernig segulbylgja myndast með myndrænum hætti þ.e. með því að leggja myndrænt saman vektora eins og myndirnar sýna.
- Myndin sýnir stefnu sviðsins á 3 mismunandi augnablikum á 50 Hz sveiflunni.
- Við sjáum að áhrif fasanna 3 leggjast saman og mynda jafnan snúning sviðsins eins og vektorar á neðri myndinni sýna
- Kosturinn við 3 fasa vél er að styrkur sviðsins er jafn í loftbilinu miðað við viðmiðun sem snýst með jöfnum 50 Hz “hraða”, þótt hann sveiflist með tíma á hverjum stað

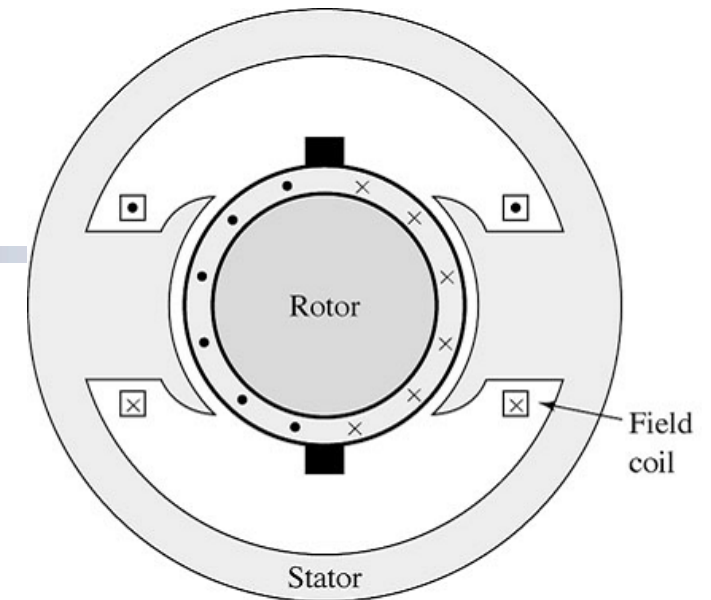
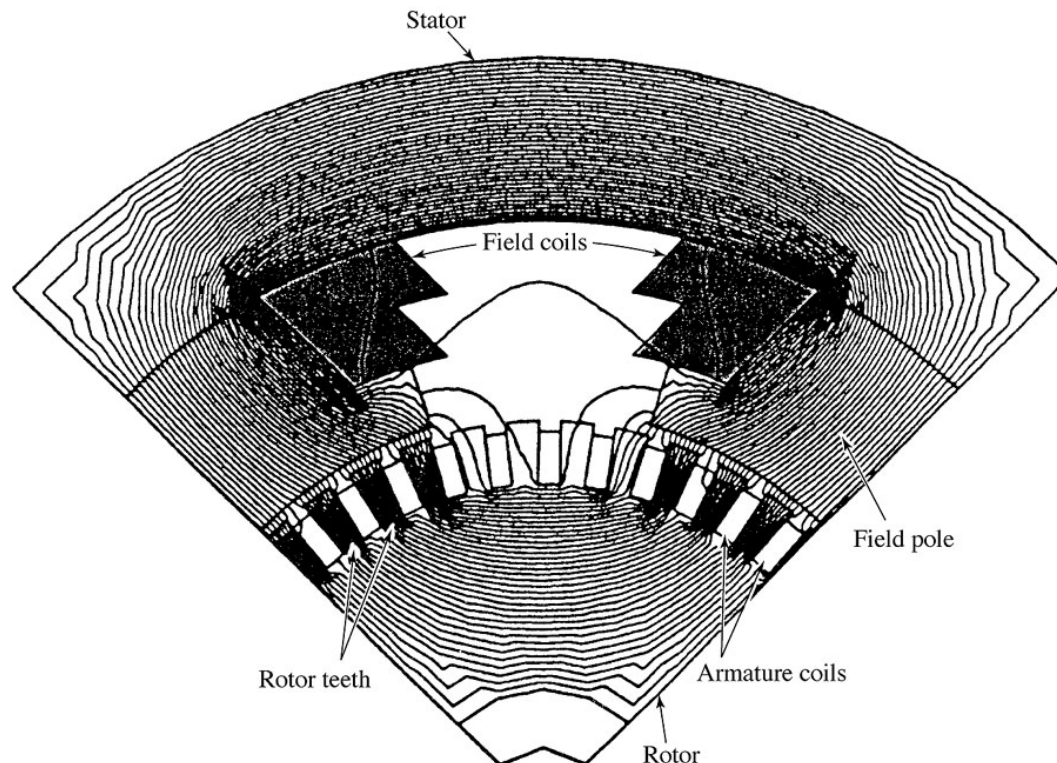




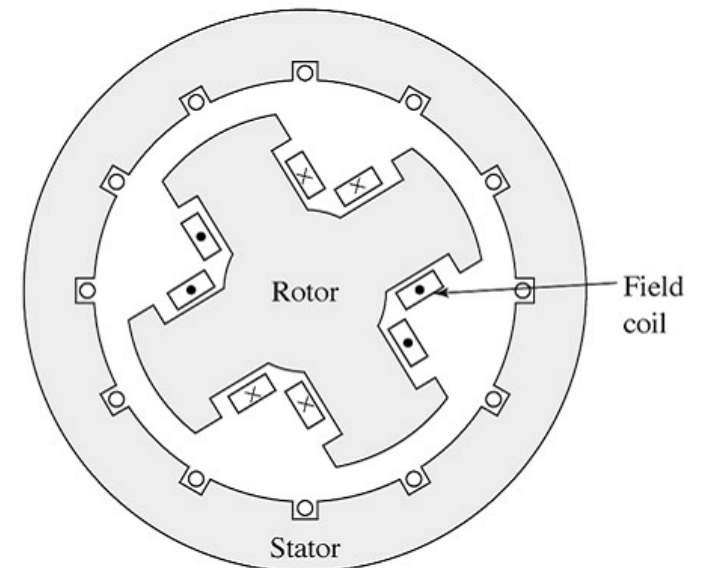
UNIVERSITY OF ICELAND

Segulbylgjur í ójöfnu loftbili

- Ef loftbil er ekki jafnt, eins og sýnt er fyrir jafnstraums- og riðstraumsvélarar t.h. þarf stundum að greina sviðsdreifingu í vélunum með t.d. “finite element” aðferðum og sýnir myndin hér að neðan dæmi um niðurstöður slíkra aðferða



(a)



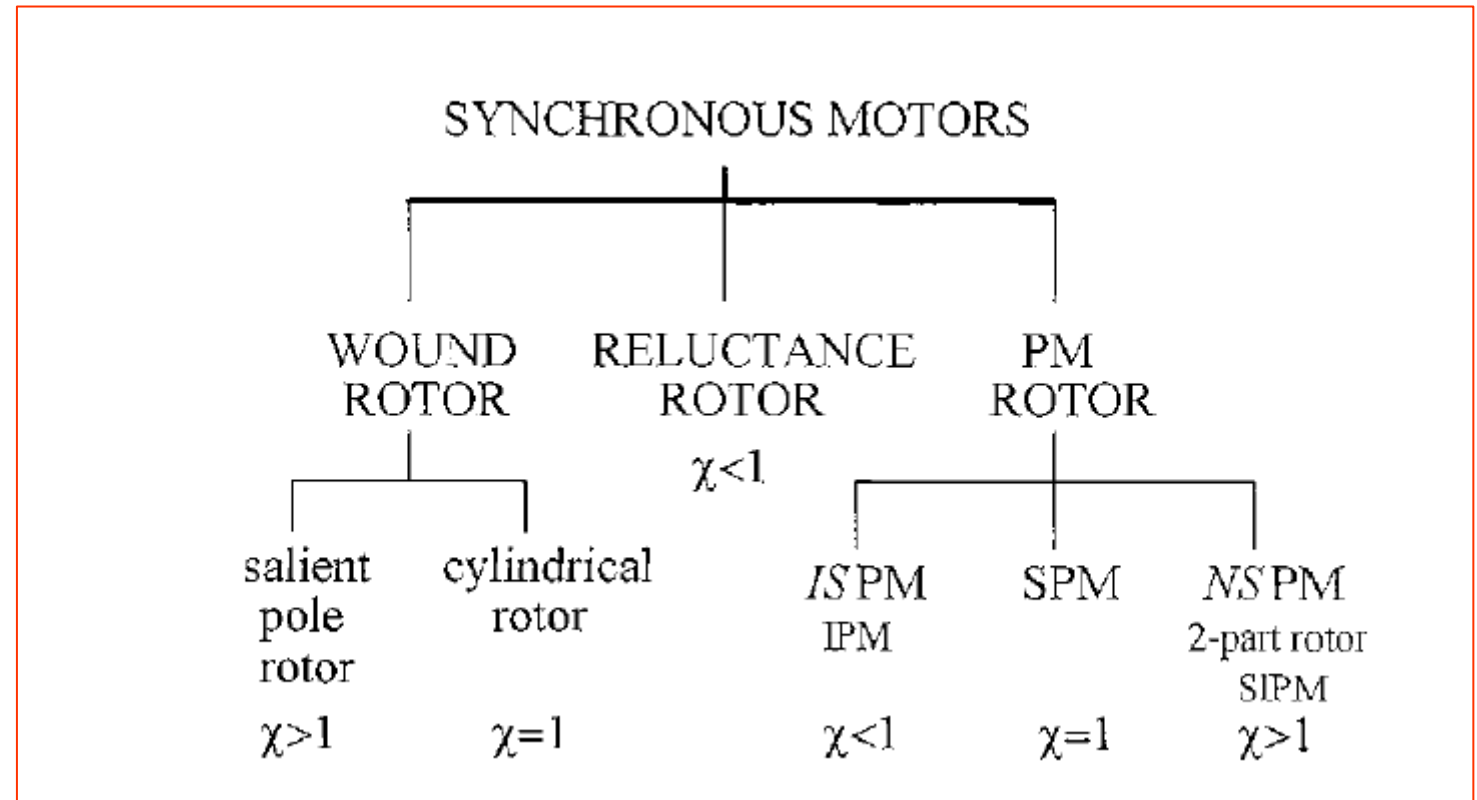
(b)



UNIVERSITY OF ICELAND

Helstu gerðir samfasamótora

Heimild: [Salient-rotor PM synchronous motors for an extended flux-weakening operation range](#)
 Bianchi, N.; Bolognani, S.; Chalmers, B.J.;
 IEEE Transactions on Industry Applications, Volume 36, Issue 4, July-Aug. 2000
 Page(s):1118 - 1125



- ISPM=inverse saliency permanent magnet motor
- NSPM=normal saliency permanent magnet motors

- Hér er $\chi = L_d/L_q$



Samfasavélar

(Synchronous machines)

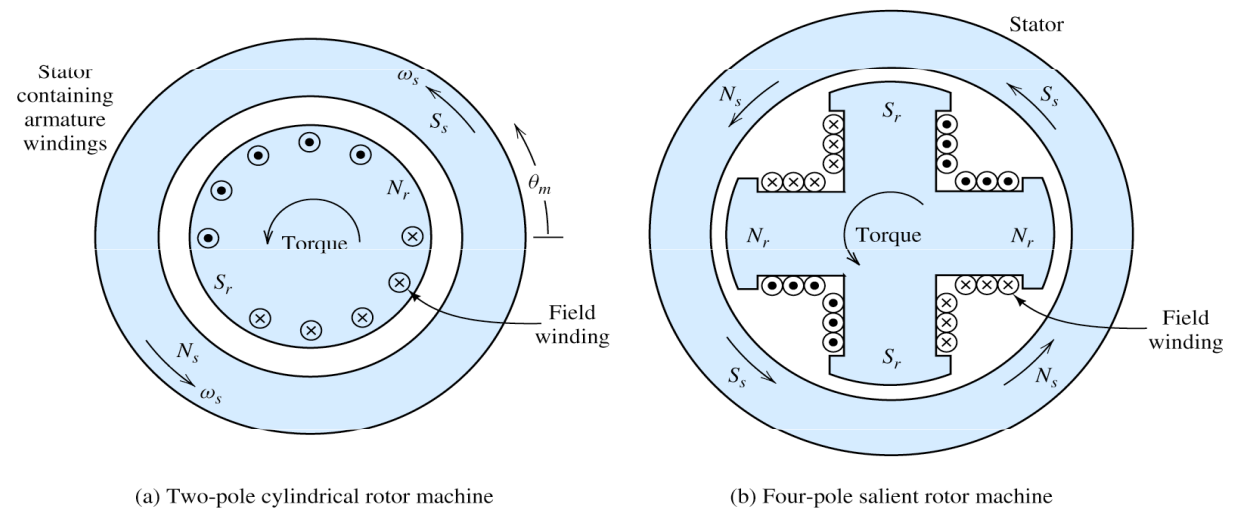


Figure 17.17 Cross sections of two synchronous machines. The relative positions of the stator and rotor poles are shown for motor action. Torque is developed in the direction of rotation because the rotor poles try to align themselves with the opposite stator poles.

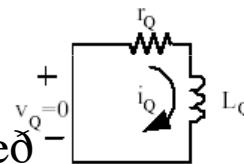
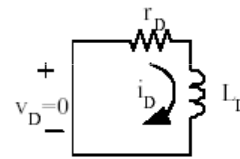
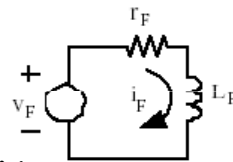


UNIVERSITY OF ICELAND

Tengimynd af 3 fasa samfasavél með öllum vafningum

- Á tengimyndinni fyrir samfasavél sjást:

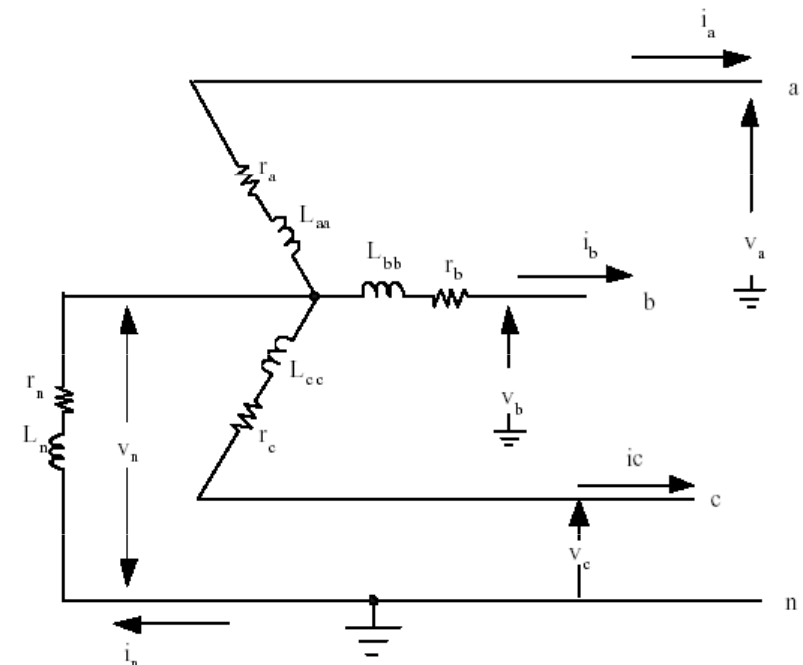
- 3 vafningar á stator fyrir 3 fasa spennu
- 1 vafningur er tengir núllið við jörð
- 1 sviðsvafningur á rótor
- 1 dempunarvafningur í d-stefnu á rótor (sjá skilgreiningu d-stefnu síðar)
- 1 dempunarvafningur í q-stefnu á rótor
- (sjá skilgreiningu q-stefnu síðar)



- Samtals 7 vafningar

- Á milli **allra para af vafningum** er gagnkvæmt span er getur breyst í tíma með snúninga vélarinnar, sérstaklega ef um er að ræða útstandandi póla og breytilegt loftbil (“rotor saliency”)

- Til einföldunar gerum við stundum aðeins ráð fyrir **4 vafningum**, þ.e. 3 á stator (nefndir “abc”) og einum á rótor (nefndur “f”).

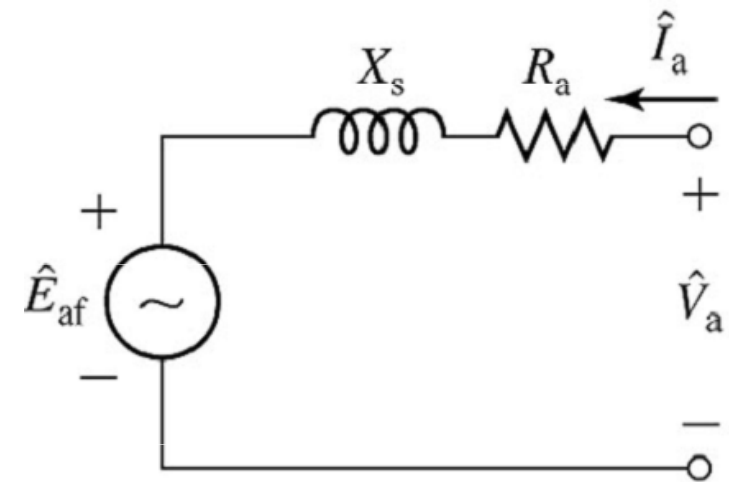
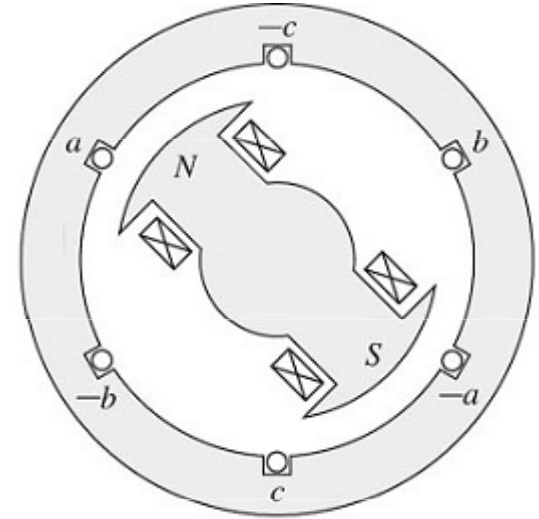




UNIVERSITY OF ICELAND

Samfasavélin nokkur grunnatriði

- Í samfasavél er riðstraumur í statorvafningum (akkerisvafningum) og segulmögnun (jafnstraumur) í rótorvafningum (sviðsvafningum)
- Einföld **einfasa jafngildisrás** fyrir vél með sívölum snúð er spennulind bak við samviðnám. Myndin neðst til hliðar sýnir straumstefnur þegar miðað er við *mótor*. **Jafngildisrásina er unnt að leiða út með mismunandi móti. Hér á eftir verður sett fram rásafræðilegt líkan fyrir alla 4 vafninga vélarinnar. (Dempunarvafningum sleppt)**
- Spanviðnámið X_s er venjulega ráðandi í rásinni til hliðar miðað við ohmska viðnámið, R_a . Því er megineiningin í einfasa jafngildisrás vélarinnar eitt spanviðnám X_s og spennulind E_{af} . Öðru megin er segulmögnunarspenna vélarinnar, E_{af} og hinu megin er t.d. raforkukerfið með spennuna V_a . Þetta er einfasa rás þegar allir fasarnir eru eins



(a)



UNIVERSITY OF ICELAND

Snúningshraði og fjöldi póla

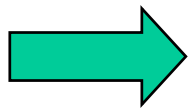
$$f_e = \frac{p}{2} \cdot f_m = \frac{p}{2} \cdot \frac{n}{60} = \frac{p \cdot n}{120}$$

$$f_e = 50 \text{ Hz}$$

$$6000 = p \cdot n \rightarrow n = \frac{6000}{p}$$

$$f_e = 60 \text{ Hz}$$

$$7800 = p \cdot n \rightarrow n = \frac{7800}{p}$$



$$\omega_m = \frac{2}{p} \omega_e$$

Tákn:

ω_e = “rafmagns – hornhraði”

θ_e = “rafmagns – horn”

ω_m = “hreyfifræðilegur (mekanískur) hornhraði”

θ_m = hreyfifræðilegt (mekanískt) horn

f_e = tíðni riðspennu í Hz frá samfasavél (50 eða 60 Hz)

f_m = snúningshraði rötors í snúningum á sek

p = fjöldi póla (2,4,6...)

n = snúningshraði á mínútu (rpm=revolutions per minute)

$$\theta_e = \left(\frac{p}{2} \right) \theta_m = \omega_e t + \delta_{e0}$$

$$\theta_m = \omega_m t + \delta_{m0}$$

Dæmi um fjölda póla:

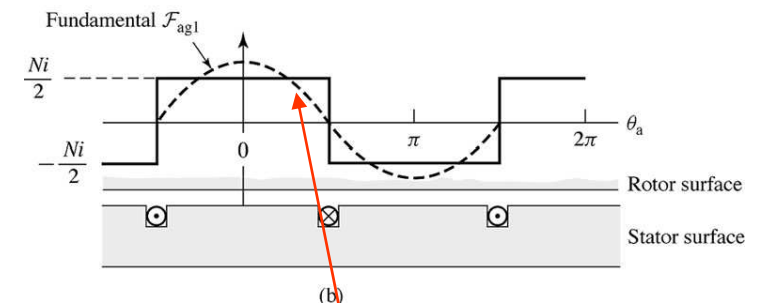
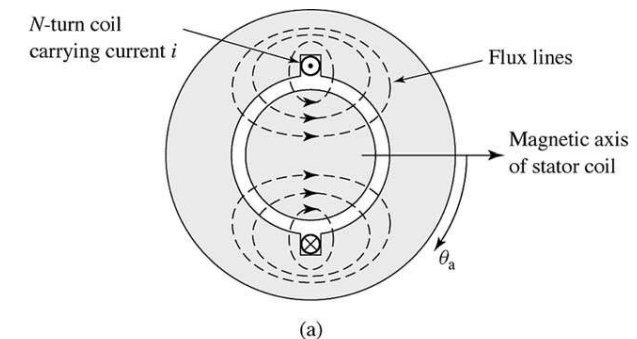
p	n ($f = 50 \text{ Hz}$)
2	3000
4	1500
10	600
20	300
26	230.8



UNIVERSITY OF ICELAND

Nokkur grunnatriði um samfasavél

- Gera þarf greinarmun á rafmagnsfræðilegu og hreyfifræðilegu snúningshorni miðað við fjölda póla, p .
Reiknað er á skyggnum hér á eftir með 2 pólum
- Með sívölum stator (!) og rótor er sjálfspan statorvafninga fasti, og af samhverfuástæðum eins fyrir alla fasa
- Hvernig reiknum við sjálfspan út þegar svið í loftbili getur verið kassabylgja? Með sínuslagaðri nálgun!!
Skoðaðir eru því annaðhvort
 - **Samþjappaðir vafningar** skv. mynd og með því að nálgast segulkraftinn (kassabylgjuna) með sínuslöguðum 1. lið í Fourier-röð, en sleppa yfirtónum í rúmi (“Space Harmonics”)
 - **Dreifðir vafningar** (eins og sýnt er á næstu skyggnu) þar sem yfirtónar í rúmi eru lágmarkaðir með þar til gerðri dreifingu vafninganna á tiltekinn hringgeira.
- Þá fæst jafna fyrir segulsviðið (sbr. Appendix B, FKU):



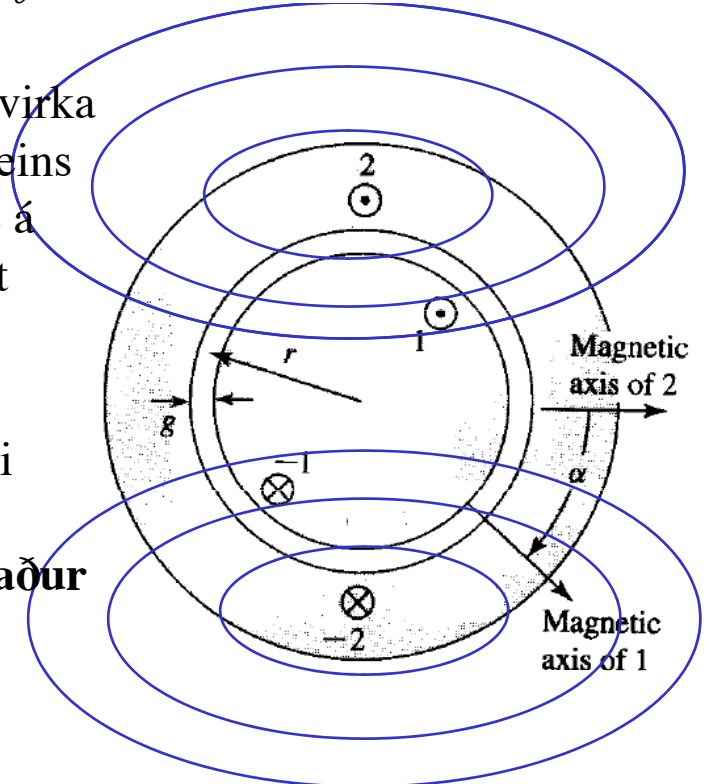
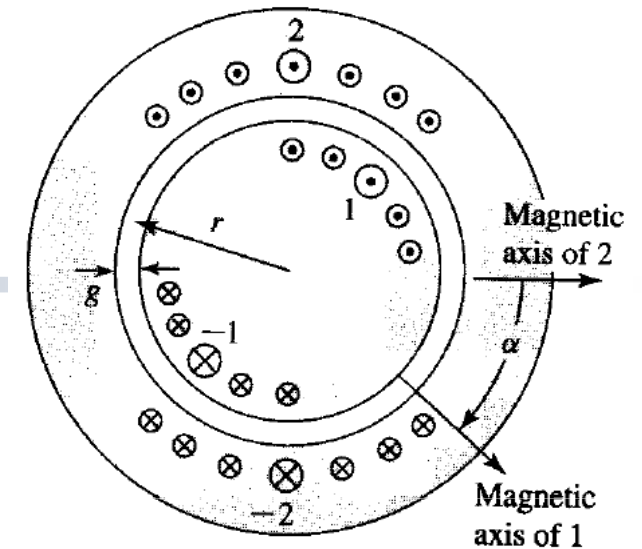
$$B_{ag1} = \mu_0 \frac{F_{ag1}}{g} = \frac{2}{\pi} \frac{\mu_0 Ni}{g} \cos \theta_a$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Segulflæði

- Áhugavert er að skoða **gagnkvæma segulflæðið** sem umlykur vafning nr. 1 á myndinni vegna straums í vafningi nr. 2.
Gagnkvæma spanið er háð horninu α sem segir til um snúning rótorsins. Einnig hvernig efniseiginleikar, þ.e. segullekt ($\mu = \mu_r \mu_0$) kjarnans hefur áhrif. Skoðum aðeins 1 vafning (neðri mynd).
- Ef **segullektin er lág** þ.e. kjarninn t.d. úr ósegulmögnum efni, virka þessar 2 spólur eins og loftspólur og segullínurnar verða u.þ.b. eins og sýnt er á mynd. Spólurnar eru jafnstórar, þótt mjótt loftbil sé á milli þeirra! Segulkraftur og **B**-sviðið verður mismunandi sterkt eftir hringferlinum og gagnkvæmur flúx verður línulega háður $\cos\alpha$. (þ.e. cosínus-fall)
- Ef **segullektin er há** þ.e. kjarninn t.d. úr járnsegulmögnum efni ræður loftbilið segulviðnámi, R og segulkrafturinn verður kassabylgja, og flúxinn þríhyrningsbylgja. Notaður er **sínuslagadur grunntónn** er veldur sínuslöguðu gagnkvæmu spani o.fl. (sbr. næstu skyggnu).



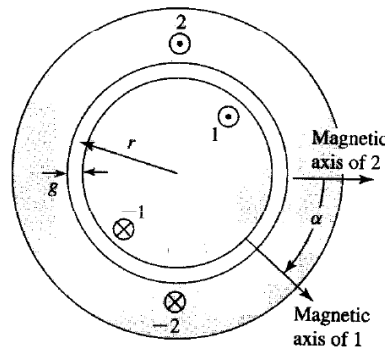


UNIVERSITY OF ICELAND

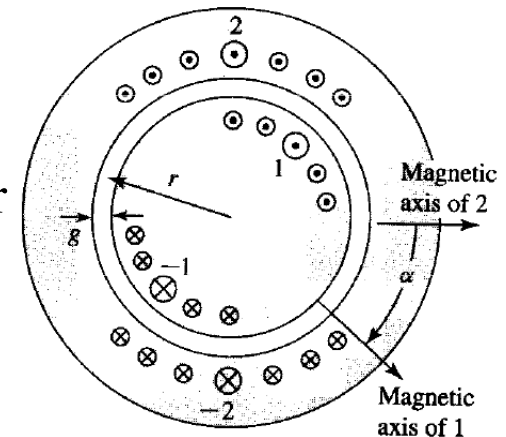
Sjálfsþan og gagnkvæmt þan

- Segulflæðið fæst með heildun, þar sem l er lengd (eða dýpt!) loftbilsins inn í myndina að neðan.
- Nú fæst fyrir **sjálfsþan** grunnsveiflu frá dreifðum vafningum eða samþjöppuðum vafningum (grunntónn).
- Við fáum einnig fyrir **gagnkvæmt þan** milli einhverra 2 vafninga í segulrás.
- Fasahornið milli vafninganna er sýnt hér að neðan og **gildir einu hvort um er að ræða stator eða rótorvafninga**

Samþjappaðir
vafningar



Dreifðir
vafningar



$$\Phi = l \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} B_{ag1} r d\theta = \frac{4 \mu_0 N l r i}{\pi g}$$

$$L = \frac{N^2}{R} = \frac{\lambda}{i} = \frac{N\Phi}{i} = \frac{4 \mu_0 N^2 l r}{\pi g}$$

$$L_{ab} = \frac{N_a N_b}{R_{ab}} = \frac{4 \mu_0 N_a N_b l r}{\pi g} \cos \alpha$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Jafnsgildisrás fyrir samfasavél

- Einnig er unnt að stilla upp nákvæmara líkani: Í

einfaldri útgáfu vélarinnar eru 3 vafningar á stator og 1 vafningur á rótor (samtals 4 vafningar). Milli allra þeirra er gagnkvæmt span. Við fáum því 4 jöfnur.

$$\lambda_a = L_{aa}i_a + L_{ab}i_b + L_{ac}i_c + L_{af}i_f$$

$$\lambda_b = L_{ba}i_a + L_{bb}i_b + L_{bc}i_c + L_{bf}i_f$$

$$\lambda_c = L_{ca}i_a + L_{cb}i_b + L_{cc}i_c + L_{cf}i_f$$

$$\lambda_f = L_{fa}i_a + L_{fb}i_b + L_{fc}i_c + L_{ff}i_f$$

- Gagnkvæmt span á milli rótors og stators er háð **raffræðilega fasahorninu** θ_{me}

$$L_{fa} = L_{af} = L_{fa(\max)} \cos \theta_{me}$$

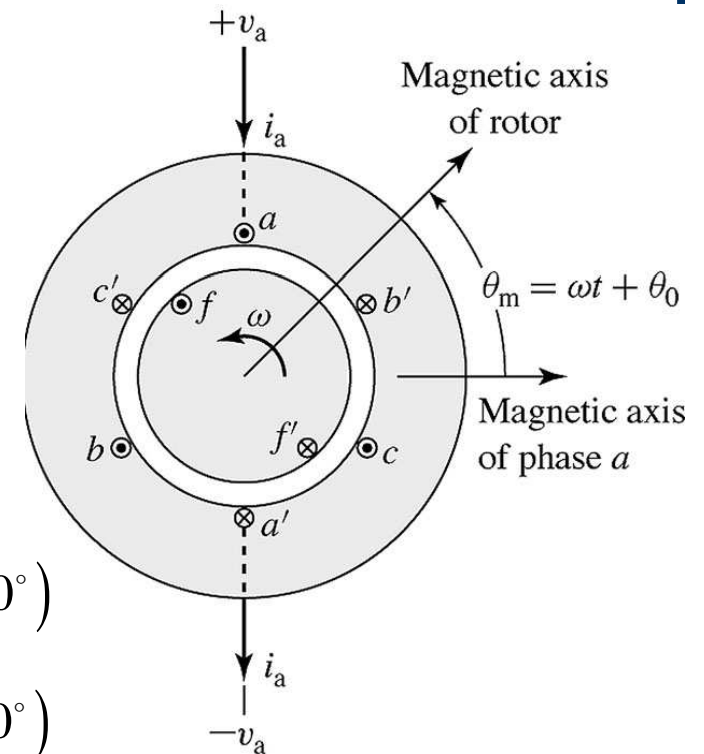
$$L_{fb} = L_{bf} = L_{fb(\max)} \cos(\theta_{me} - 120^\circ)$$

$$L_{fc} = L_{cf} = L_{fc(\max)} \cos(\theta_{me} + 120^\circ)$$

- Svipaðar jöfnur gilda um hina fasana með +120 gráðu og -120 gráðu fasahliðrun

$$L_{aa} = L_{bb} = L_{cc}$$

- Sjálfsspanið er fasti





UNIVERSITY OF ICELAND

Jafnsgildisrás fyrir samfasavél (2)

- **Sjálspan:** Við skilgreinum nú nánar **sjálspan** allra fasa sem samansett úr 2 þáttum:
 - Sjálspan vegna grunntóns í rúmi, L_{aa0}
 - Sjálspan vegna lekaflæðis, L_{a1}

- Þá verður

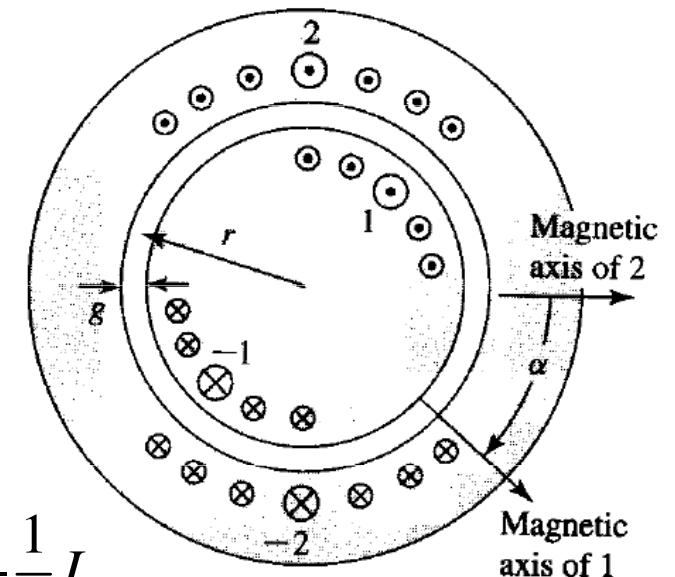
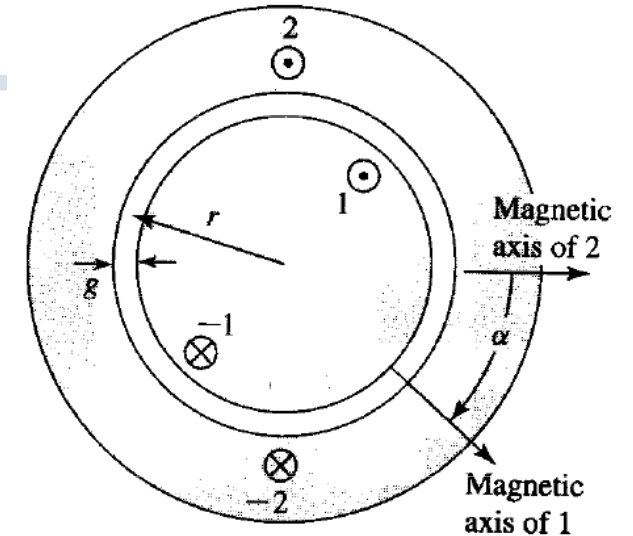
$$L_{aa} = L_{bb} = L_{cc} = L_{aa0} + L_{a1}$$

- **Gagnkvæma spanið** milli **eins vafninga** hvort sem er rótor eða stator sem raðað er á hringferilinn er línulega háð $\cos \alpha$ þar sem α er + eða - 120 gráður:
- Þar sem $\cos(120^\circ) = \cos(-120^\circ) = -\frac{1}{2}$ og þar sem...

$$L_{fa} = L_{af} = L_{fa(\max)} \cos \alpha$$

- .. og ekki skiptir máli m.t.t. hornsins α , hvort vafningur er á stator eða rotor þá verður **gagnkvæmt span** milli statorvafninga:

$$L_{ab} = L_{ba} = L_{ac} = L_{ca} = L_{bc} = L_{cb} = -\frac{1}{2} L_{aa0}$$





UNIVERSITY OF ICELAND

Jafnsgildisrás fyrir samfasavél (3)

- Við getum stungið ofangreindum niðurstöðum inn í fyrri jöfnu og þá fæst $\lambda_a = L_{aa}i_a + L_{ab}i_b + L_{ac}i_c + L_{af}i_f$
- Einnig gildir um samfasa strauma: $\lambda_a = (L_{aa0} + L_{a1})i_a - \frac{1}{2}L_{aa0}(i_b + i_c) + L_{af}i_f$
- Þetta gefur að lokum fyrir sjálfspanið: $i_a + i_b + i_c = 0$ $i_b + i_c = -i_a$
- Viðskilgreinum nú **samfasa span**, L_s (synchronous inductance) $\lambda_a = (\frac{3}{2}L_{aa0} + L_{a1})i_a + L_{af}i_f$
- Samfasa spanið er vegna fasa a þegar vélin vinnur við samhverfar aðstæður. Það hefur eftirtalda þætti:
 - L_{aa0} er vegna grunntóns segulbylgjunnar í rúmi í sjálfum fasa a
 - L_{a1} er vegna lekaflæðis sjálfs fasa a
 - $\frac{1}{2}L_{aa0}$ gagnkvæmt span frá hinum fösunum vegna grunntóns (í rúmi) segulbylgjunnar sem umlykur þá.

$$L_s = \frac{3}{2}L_{aa0} + L_{a1}$$

$$\lambda_a = L_s i_a + L_{af} i_f$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Jafnsgildisrás fyrir samfasavél (4)

- Við skoðum fyrri jöfnu um gagnkvæmt span milli rótors (sem snýst) og tiltekins fasa og skoðum seinni lið í jöfnunni $L_{fa} = L_{af} = L_{fa(\max)} \cos \theta_{me}$
- Spanið L_{fa} í þessum lið má skrifa nánar sem cos - fall af tíma $\lambda_a = L_s i_a + L_{af} i_f$
- Ljóst er að rótor hefur jafnstraum, i_f sem er fasti og því er sá hluti spennunnar sem spanast upp vegna rötors sin fall af tíma vegna breytinga í spani: $e_{af} = \frac{d}{dt} (L_{af} i_f) = -\omega_e L_{af(\max)} i_f \sin(\omega_e t + \delta_{e0})$



UNIVERSITY OF ICELAND

Jafnsgildisrás fyrir samfasavél (4)

- Heildarspennufallið yfir fasa “a” er samansett úr spennufalli yfir raunviðnám ($R_a i_a$) og spennufalli vegna flæðistengsla, λ_a
- Virkt gildi á e_{af} verður ...

$$v_a = R_a i_a + \frac{d\lambda_a}{dt}$$

$$v_a = R_a i_a + L_s \frac{di_a}{dt} + e_{af}$$

$$E_{af} = \frac{-\omega_e L_{af(\max)} i_f}{\sqrt{2}}$$

- ...og þar sem straumar og spennur á stator eru sínuslagaðar, er unnt að skrifa spennu jöfnu einhvers fasa til hliðar sem tvinntölur (vísa)

$$V_a = R_a I_a + jX_s I_a + E_{af}$$

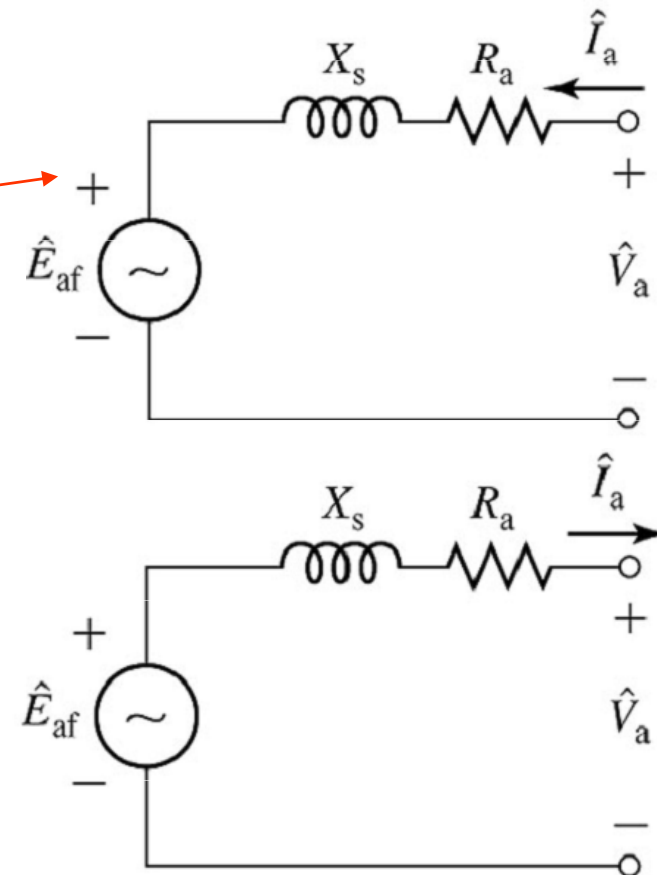


UNIVERSITY OF ICELAND

Jafnsgildisrás fyrir samfasavél (5)

- Fyrri jafna er vísajafna og lýsir meðfylgjandi rásamynd.
- Hér hefur því verið leidd út jafna fyrir **einfalt rásalíkan** sem einnig er unnt að sýna fram á með segulflæðivísunum o.s.v.frv.
- Rásalíkanið á efri rásamynd lýsir **mótor**, en einnig er unnt að tákna rásamyndina sem **rafala** með gagnstæðri straumstefnu:

$$V_a = R_a I_a + jX_s I_a + E_{af}$$





Jafnsgildisrás fyrir samfasavél (6)

- Jöfnuna til hliðar er unnt að hluta í sundur samkvæmt fyrri jöfnum og fæst þá meðfylgjandi rásamynd.
- Spanviðnámið til hægri á myndinni, X_{a1} er vegna **lekaflæðis**
- X_{a1} er **lekaspanviðnám**
- X_{ϕ} er **spanviðnám vegna grunntóns segulflæðisins** sem umlykur “a” - vafningana (sbr fyrri nálgun)

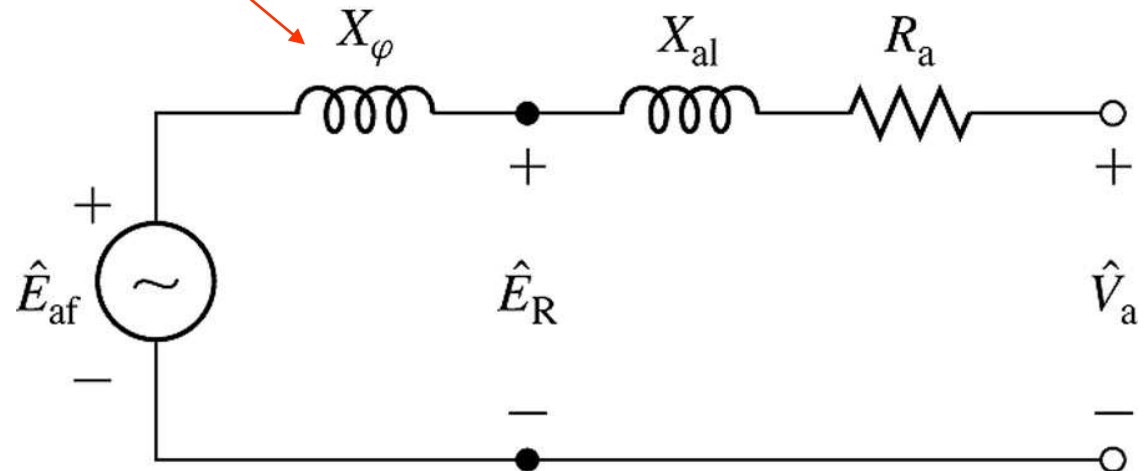
$$V_a = R_a I_a + jX_s I_a + E_{af}$$

$$X_s = \omega L_s = X_{\phi} + X_{a1}$$

$$L_s = \frac{3}{2} L_{aa0} + L_{a1}$$

$$X_{\phi} = \omega \frac{3}{2} L_{aa0}$$

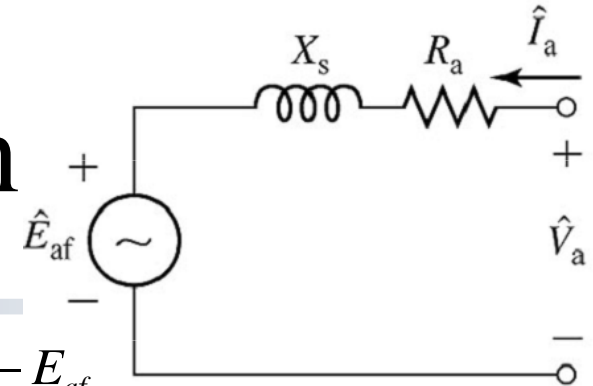
$$X_{a1} = \omega L_{a1}$$





UNIVERSITY OF ICELAND

Samfasavélin



- Unnt er að sýna fram á afleiginleika vélar með sívölum snúð með einfalda líkaninu

$$E_{af} + I_a \cdot jX_s = V_a \quad I_a = \frac{V_a - E_{af}}{jX_s}$$

- Við getum stillt upp jöfnum fyrir rásina til hliðar ef $R_a = 0$. Þá fæst fyrir samband spennu og strauma

$$S_a = V_a I_a^* = V_a \frac{V_a^* - E_{af}^*}{-jX_s} = \frac{|V_a| - V_a E_{af}^*}{-jX_s}$$

- Ef skoðað er afl inn á kerfið fást meðfylgjandi jöfnur.

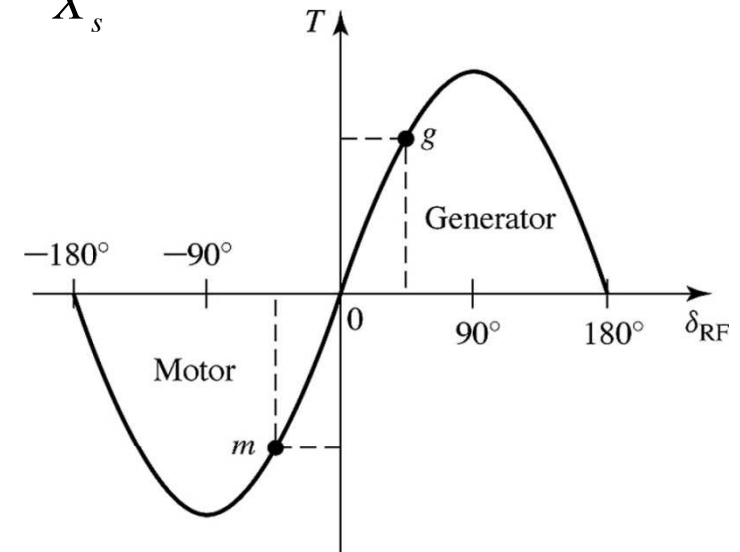
$$P_a + jQ_a = +j \frac{|V_a|^2}{X_s} + j \frac{|V_a| |E_{af}^*| e^{i\delta}}{X_s}$$

- Unnt er að beita tvinntöluafli (sbr Greining raforkukerfa) og fá meðfylgjandi jöfnu þar sem raunafl er sínus fall af fasahorninu milli segulmögnunarspennu og kerfisspennu.

$$P_a = \frac{|V_a| |E_{af}^*| \sin \delta}{X_s}$$

- Einnig er aflið sama og vægi margfaldað með snúningshraða, en hann er fasti fyrir samfasavél þannig að við fáum línurit

$$P_a = T_a \cdot \omega$$





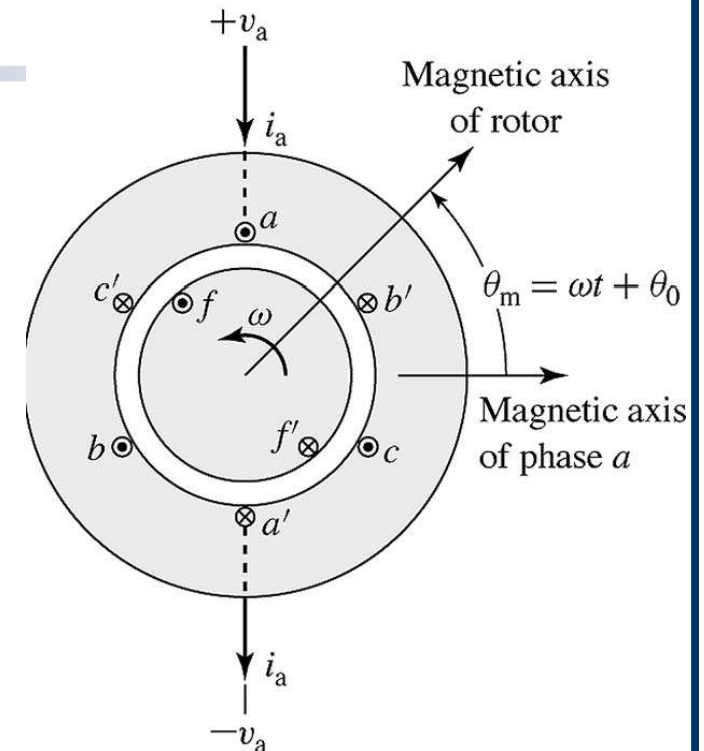
Í hnotskurn

UNIVERSITY OF ICELAND

- Myndin sýnir 3 fasa á stator og sívalan snúð
- Eins og áður segir er samband **tíðni** og snúningshraða háð fjölda póla.
- Dæmigerður hraði fyrir 2 póla vél er 3000 snúningar/mínútu (eða 3600), 1500 sn/mín fyrir 4 póla vél, o.s.v.frv.
- Snúðurinn er rafsegull sem snýst í loftbilinu með “samfasa hraða”
- Spennan sem spanast upp á statorvafningum er (sbr fyrirlestur nr 10)

$$E_{\max} = 2\pi fN\phi_{\max}$$

$$E_{\text{rms}} = \frac{2\pi fN\phi_{\max}}{\sqrt{2}} = 4.44 fN\phi_{\max}$$



$$f_e = \frac{p}{2} \cdot f_m = \frac{p}{2} \cdot \frac{n}{60} = \frac{p \cdot n}{120}$$



Park-vörpunin (Blondel-vörpunin) og notkun hennar í reiknilíkanagerð fyrir samfasavélar

(The Park transformation in Synchronous Machine Modeling. The Park transformation is also called Blondel-transformation, or The **qd0** transformation)



Yfirlit efnisflokks

1. Kynntar eru rásir eða vafningar samfasavélar bæði á rótor og stator
2. Farið er yfir einfalda vörpun eða “umbreytingu” í tvívíðu plani milli 2 hnitakerfa þar sem annað kerfið er kyrrstætt en hitt snýst með hraða rótorsins
3. Þá verður Park-vörpunin kynnt og farið yfir hana svo og öfugu vörpunina og rætt um skildleika við fyrri einfalda vörpun
4. Að lokum er Park-vörpunin notuð á samfasavél með rótor er hefur útstandandi póla til þess að einfalda greiningu vélarinnar og búa til hreyfifræðilegt rásalíkan af vélinni



Helstu rásir eða vafningar samfasavélar

The principal circuits or windings in the
synchronous machine

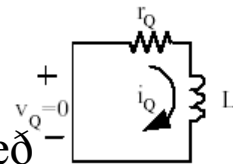
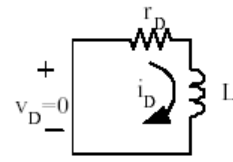
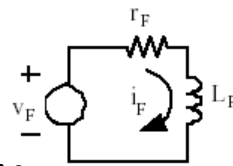


UNIVERSITY OF ICELAND

Tengimynd af 3 fasa samfasavél með öllum vafningum

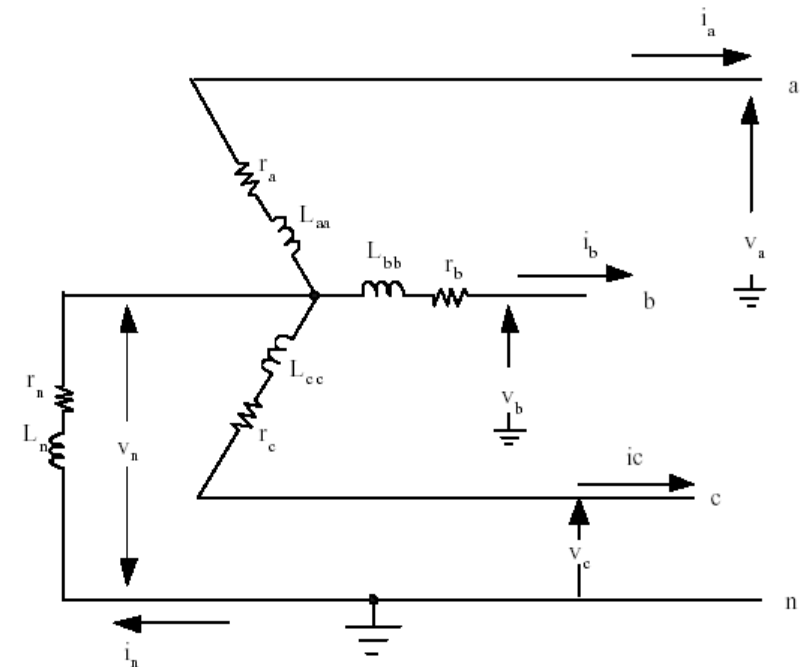
- Á tengimyndinni fyrir samfasavél sjást:

- 3 vafningar á stator fyrir 3 fasa spennu
- 1 vafningur er tengir núllið við jörð
- 1 sviðsvafningur á rótor
- 1 dempunarvafningur í d-stefnu á rótor (sjá skilgreiningu d-stefnu síðar)
- 1 dempunarvafningur í q-stefnu á rótor
- (sjá skilgreiningu q-stefnu síðar)



- Samtals 7 vafningar

- Á milli **allra para af vafningum** er gagnkvæmt span er getur breyst í tíma með snúninga vélarinnar, sérstaklega ef um er að ræða útstandandi póla og breytilegt loftbil (“rotor saliency”)
- Til einföldunar gerum við stundum aðeins ráð fyrir **4 vafningum**, þ.e. 3 á stator (nefndir “abc”) og einum á rótor (nefndur “f”).

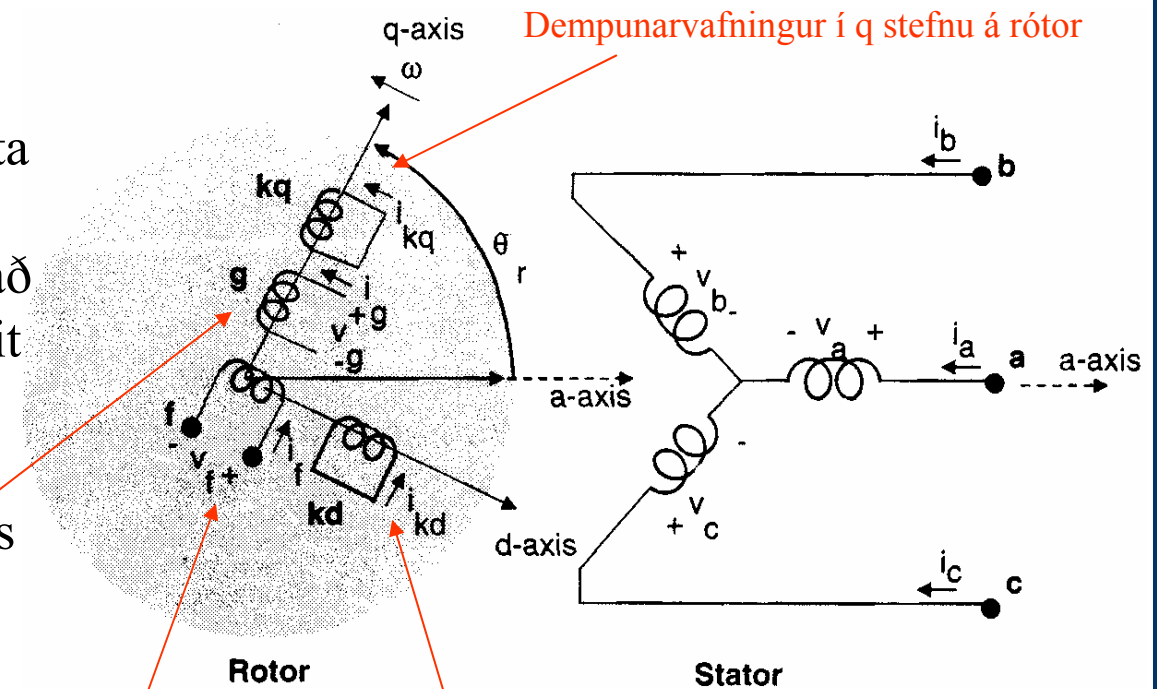




UNIVERSITY OF ICELAND

Tengimynd af 3 fasa samfasavél með öllum vafningum

- Eins og alltaf við líkangerð getur líkanagerð af samfasavél verið háð því hvaða atriði eru mikilvægust í því verkefni sem á að nota líkanið við. Þetta kemur fram í mismunandi nákvæmum líkönum t.d. hversu marga vafninga á að skoða. Þannig er möguleiki að taka tillit til hvirfilstrauma í rótor sem er gerður úr segulmögnum efni með plötum (laminations) Þá fást “g” vafningar eins og myndin sýnir.
- Þanni fást 4 vafningar á rótor og 3 á stator og sleppt er núllvafningum á fyrri mynd (Sjá: Ong 1998, Dynamic simulation of electric machinery)



Rotor

Stator

Figure 7.2 Circuit representation of an idealized machine.

Sviðsvafningur

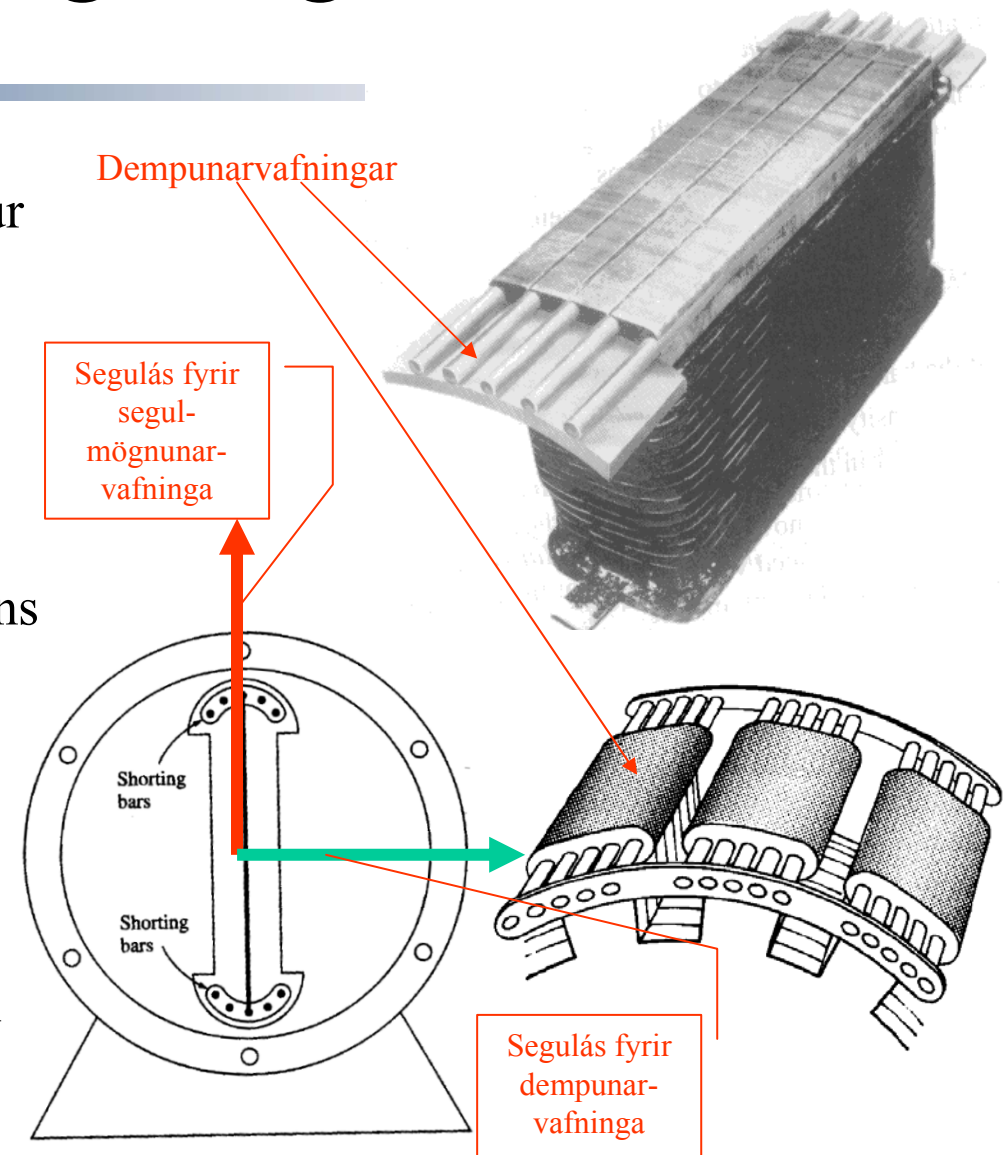
Dempunarvafningur í d stefnu á rótor



UNIVERSITY OF ICELAND

Dempunarvafningar og Park vörpun

- **Dempunarvafningar** á rótor samfasavélar eru venjulega með segulás sem er hornréttur á segulás **segulmögnunar-vafninganna**
- **Dempunarvafningar** “róa vélina niður” í óstöðugu hreyfiástandi þ.e. valda dempaðri sveiflu en ella hefði orðið. Þeir mynda einnig vægi, er snýr vélinni við gangsetningu (mótor) en þá vinnur vélin eins og spanvél fyrir tilstilli dempunarvafninganna. (Túrbína getur gangsett vélina, ef hún er rafali)
- Stærðfræðilegar varpanir svo sem **Park-vörpun** (Park transformation) eru mikilvægar til að greina þessa vél. Skoðum fyrst grundvöll slíkrar vörpunar á næstu skyggnu.





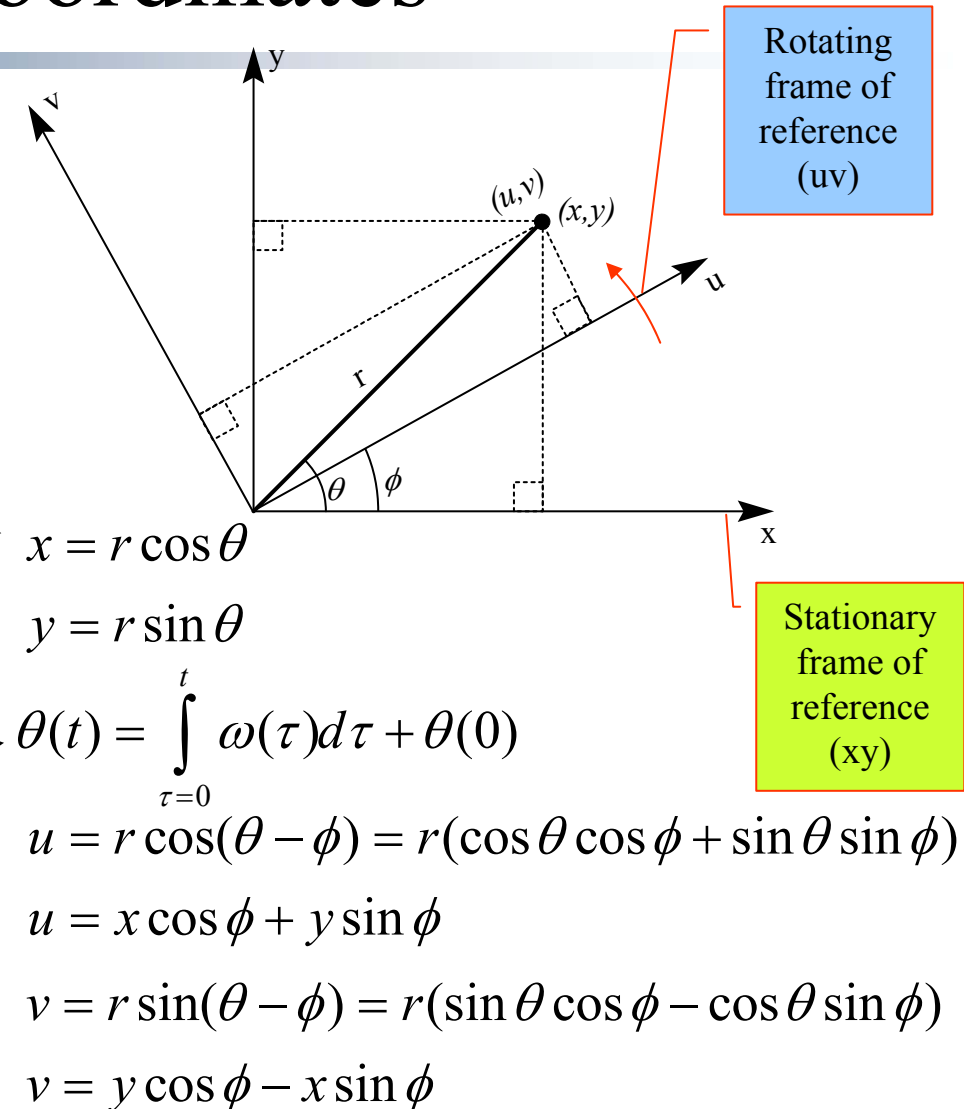
Einföld vörpun í tvívíðu plani milli kyrrstæðs hnitakerfis og snúningshnitakerfis



UNIVERSITY OF ICELAND

Elementary transformation between space coordinates

- Consider a revolving coordinate system (u, v) and a stationary coordinate system (x, y)
- In the stationary system, x and y are the coordinates of a moving point given by...
- ...where the underlying angle depends on time.
- We can transform from the stationary to the moving coordinate system by observing...
- Similarly:...





Elementary transformation between space coordinates (2)

- We can write the previous relation in matrix form with a transformation matrix, **K** (sometimes called **T**)
- x and y are time-varying quantities and both r and θ are functions of time
- We can rewrite this transformation using only cosine terms in the 1st line and sine terms in the 2nd line.
- We can rewrite this transformation as a matrix equation transforming a vector, \mathbf{v} , from “xy-coordinates” to “uv-coordinates”. We call this either an xy frame of reference or a uv frame of reference.

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \cos(\phi - 90^\circ) \\ -\sin \phi & -\sin(\phi - 90^\circ) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}_{uv} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad \mathbf{v}_{xy} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad \rightarrow$$

$$\mathbf{v}_{uv} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{v}_{xy}$$



The Park transformation

- The Park transformation has revolutionized the analysis of AC electrical machines



The Park transformation

- The **Park transformation**, with the transformation matrix **K**, can now be introduced as an *analogous* transformation from a *stationary* frame of reference to a *rotating* frame of reference.
- In the last line of **K** the zero current has been introduced
- What is zero current? More on next slide....

$$\mathbf{K} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin \theta & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$



The Park transformation

- The Park transformation transforms various quantities from an “abc coordinate system to a “**dq0** coordinate system. This is also called a **qd0 frame of reference** :
- The **d-component** is a projection on the **direct axis** of the machine rotor
- The **q-component** is a projection on the **quadrature axis** perpendicular to the machine rotor
- To transform currents between these frames of references we write the following equation:
- Let us now define the vectors for the currents.
- Then we have the following matrix equation
- The **zero current** is the last line, in the matrix equations, or the arithmetic average of all 3 instantaneous phase currents. Note that all components of the matrices are time varying quantities or functions, not complex numbers (vectors)
- Therefore, the zero current is a measure of the **imbalance** in a 3 phase system.

$$\begin{bmatrix} i_q \\ i_d \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin \theta & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{i}_{abc} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad \mathbf{i}_{qd0} = \begin{bmatrix} i_q \\ i_d \\ i_0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{i}_{qd0} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{i}_{abc}$$

$$i_0 = \frac{1}{3} (i_a + i_b + i_c)$$



The Park transformation

- The Park transformation can also be used to transform a vector of 3 phase voltages (time functions) to a **qd0** reference :

$$\mathbf{v}_{\text{qd0}} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{v}_{\text{abc}}$$

$$\mathbf{v}_{\text{qd0}} = \begin{bmatrix} v_q \\ v_d \\ v_0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{v}_{\text{abc}} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}$$

-where we have defined 1×3 vectors in **qd0-coordinates** and **abc-coordinates**.

$$\boldsymbol{\lambda}_{\text{qd0}} = \mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\lambda}_{\text{abc}}$$

- Similarly, we can transform other quantities in an analogous way, such as flux linkage, inductance, resistance, etc.

$$\boldsymbol{\lambda}_{\text{qd0}} = \begin{bmatrix} \lambda_q \\ \lambda_d \\ \lambda_0 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\lambda}_{\text{abc}} = \begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix}$$

- We can also form the **inverse Park transformation** which transforms back to the abc-coordinate system

$$\mathbf{v}_{\text{abc}} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{v}_{\text{qd0}}$$

$$\boldsymbol{\lambda}_{\text{abc}} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \boldsymbol{\lambda}_{\text{qd0}}$$

$$\mathbf{i}_{\text{abc}} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{i}_{\text{qd0}}$$



The inverse Park transformation

- It can be shown that the inverse transformation (\mathbf{K}) matrix is:
- **We now turn to applying the transformation to the analysis of a synchronous machine circuit model.**
- As we will see, an important aspect of the Park transformation is to remove the time varying factors from the inductances and makes the inductances constant (in time)
- In the literature we have sometimes the following slightly alternative form of the Park transformation or \mathbf{K}_{alt} . (The only difference is that there is no minus sign in line 2 or column 2). This will only change the sign on the d axis quantity

$$\mathbf{K}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \\ \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{alt} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \sin \theta & \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{alt}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 1 \\ \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \\ \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \end{bmatrix}$$



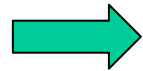
UNIVERSITY OF ICELAND

Transformation of symmetric voltages

- As an example, we transform symmetric 3 phase **time dependent** currents with a fixed phase angle, θ_0 . We get **time-independent** results.
- We get the following matrix equation for the transformation, where $\theta = \omega t$

$$\mathbf{i}_{abc} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2}I_a \cos(\omega t + \theta_0) \\ \sqrt{2}I_a \cos(\omega t - 120^\circ + \theta_0) \\ \sqrt{2}I_a \cos(\omega t + 120^\circ + \theta_0) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{i}_{qd0} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{i}_{abc}$$



$$\begin{bmatrix} i_q \\ i_d \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \omega t & \cos(\omega t - 120^\circ) & \cos(\omega t + 120^\circ) \\ \sin \omega t & \sin(\omega t - 120^\circ) & \sin(\omega t + 120^\circ) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sqrt{2}I_a \cos(\omega t + \theta_0) \\ \sqrt{2}I_a \cos(\omega t - 120^\circ + \theta_0) \\ \sqrt{2}I_a \cos(\omega t + 120^\circ + \theta_0) \end{bmatrix}$$

- The following trigonometric identities are useful in the interpretation of the Park transformation. We use them in calculating the above qd0 vector

$$\sin x \cos y + \sin(x - 120^\circ) \cos(y - 120^\circ) + \sin(x + 120^\circ) \cos(y + 120^\circ) = \frac{3}{2} \sin(x - y)$$

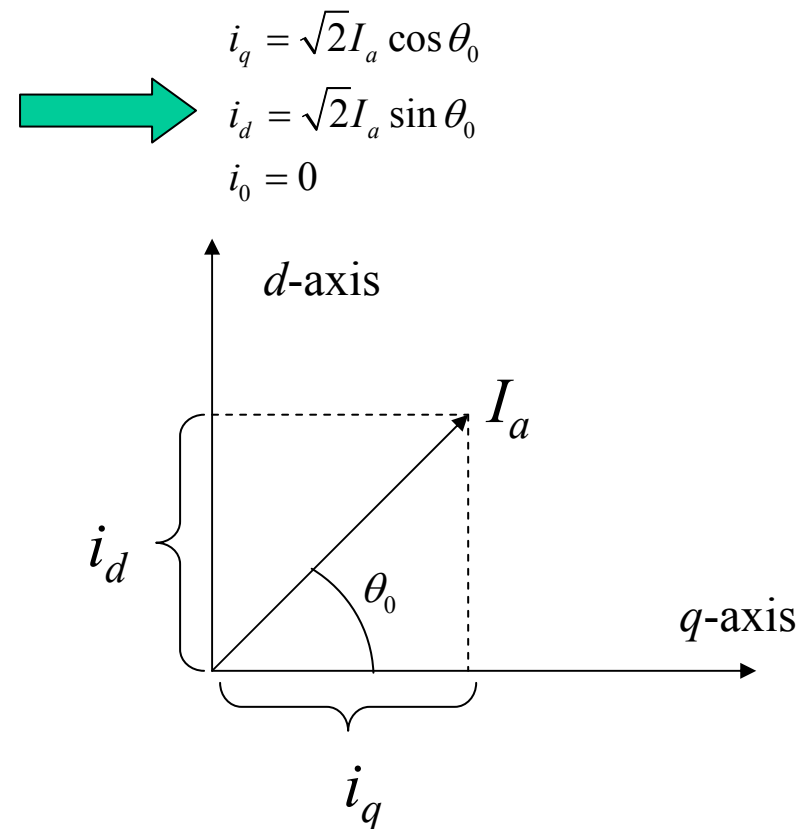
$$\sin x \sin y + \sin(x - 120^\circ) \sin(y - 120^\circ) + \sin(x + 120^\circ) \sin(y + 120^\circ) = \frac{3}{2} \cos(x - y)$$

$$\cos x \cos y + \cos(x - 120^\circ) \cos(y - 120^\circ) + \cos(x + 120^\circ) \cos(y + 120^\circ) = \frac{3}{2} \cos(x - y)$$



Transformation of symmetric voltages


- From the last trigonometric identity we get the following results which are constant with respect to time.
- For a symmetric set of vectors we get no zero current.
- We can see that the results constitute a new “vector” in a rotating frame of reference. This frame rotates with the machine rotor electrical angle...
- We are now ready to analyze the synchronous machine using the Park transformation





Transformation of symmetric voltages

- We can see that the matrix or vector notation of the previous results looks like:


$$\begin{aligned}i_q &= \sqrt{2}I_a \cos \theta_0 \\i_d &= \sqrt{2}I_a \sin \theta_0 \\i_0 &= 0\end{aligned}$$

$$\mathbf{i}_{qd0} = \begin{bmatrix} i_q \\ i_d \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2}I_a \cos \theta_0 \\ \sqrt{2}I_a \sin \theta_0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



Reference frame theory (1)

- The Park transformation can be used to transform the system of equations for the synchronous machine. For instance assuming 4 circuits in the machine, i.e. 3 on the stator and 1 on the rotor:
- As previously mentioned, the Park transformation removes time varying mutual inductances in the machine
- Introduce first rotor and stator quantities for **inductance**

$$\lambda_a = L_{aa}i_a + L_{ab}i_b + L_{ac}i_c + L_{af}i_f$$

$$\lambda_b = L_{ba}i_a + L_{bb}i_b + L_{bc}i_c + L_{bf}i_f$$

$$\lambda_c = L_{ca}i_a + L_{cb}i_b + L_{cc}i_c + L_{cf}i_f$$

$$\lambda_f = L_{fa}i_a + L_{fb}i_b + L_{fc}i_c + L_{ff}i_f$$

$$\mathbf{L}_{ss} = \mathbf{L}_{abc} = \begin{pmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{pmatrix} \quad \mathbf{L}_{sr} = \mathbf{L}_{abc-f} = \begin{bmatrix} L_{af} \\ L_{bf} \\ L_{cf} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_{abcf} = \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{abc} & \mathbf{L}_{abc-f} \\ \mathbf{L}_{abc-f}' & \mathbf{L}_f \end{pmatrix} \quad \mathbf{L}_{rr} = \mathbf{L}_f = [L_{ff}]$$



Hreyfilíkan af samfasavél

- Unnt er nú að skoða hreyfifræðilegu spennujöfnurnar fyrir vafningana 4. Við getum auðveldlega fjölgað jöfnum og skoðað t.d. alla 7 vafningana í samfasavélinni)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_s \\ \mathbf{v}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_s & 0 \\ 0 & \mathbf{r}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}_r \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Lambda_s \\ \Lambda_r \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}_{abc-f} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_s \\ \mathbf{v}_r \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}_{abc-f} = \mathbf{R}_{abc-f} \cdot \mathbf{i}_{abc-f} + \frac{d}{dt} \Lambda_{abc-f}$$

$$\mathbf{R}_{abc-f} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_s & 0 \\ 0 & \mathbf{r}_r \end{bmatrix}$$

o.s.v.frv.

- Þetta er kerfi af diffurjöfnum. Ef gert er ráð fyrir 7 vafningum þá eru...:

- 3 vafningar á stator og $\mathbf{i}_s = \mathbf{i}_{abc} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$
- 4 vafningar á rótor

$$\mathbf{r}_r = \begin{bmatrix} r_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_{kd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_{kq} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{r}_s = \begin{bmatrix} r_a & 0 & 0 \\ 0 & r_b & 0 \\ 0 & 0 & r_c \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}_s = \mathbf{v}_{abc} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad \mathbf{i}_r = \begin{bmatrix} i_f \\ i_{kd} \\ i_g \\ i_{kq} \end{bmatrix} \quad \mathbf{v}_r = \begin{bmatrix} v_f \\ v_{kd} \\ v_g \\ v_{kq} \end{bmatrix} \quad \Lambda_r = \begin{bmatrix} \lambda_f \\ \lambda_{kd} \\ \lambda_g \\ \lambda_{kq} \end{bmatrix} \quad \Lambda_s = \Lambda_{abc} = \begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix}$$



Hreyfilíkan af samfasavél

We can now write down the equations for the flux linkages of the stator (s) and rotor (r) windings as:

$$\Lambda_s = \mathbf{L}_{ss} \mathbf{i}_s + \mathbf{L}_{sr} \mathbf{i}_r \qquad \Lambda_r = [\mathbf{L}_{sr}]^T \mathbf{i}_s + \mathbf{L}_r \mathbf{i}_r$$

- Hér verður greint hvernig ofangreint fylki fyrir sjálfspan (\mathbf{L}_{ss}) og gagnkvæmt span (\mathbf{L}_{sr}) lítur út og breytist frá fyrri greiningu við það að rótorinn hefur nú útstandandi póla
- Við skulum fyrst leysa upp segulkraft statorstraums eftir þessum stefnum, þ.e. d- og q-ás rôtorsins.



Samfasavélin - rásalíkan

Með því að skoða segulkraft t.d. a-fasans, F_a , fáum við flux - liði eftir d- og q-ásunum: Fyrst eftir d-ás:

$$\phi_d = P_d F_{ad}$$

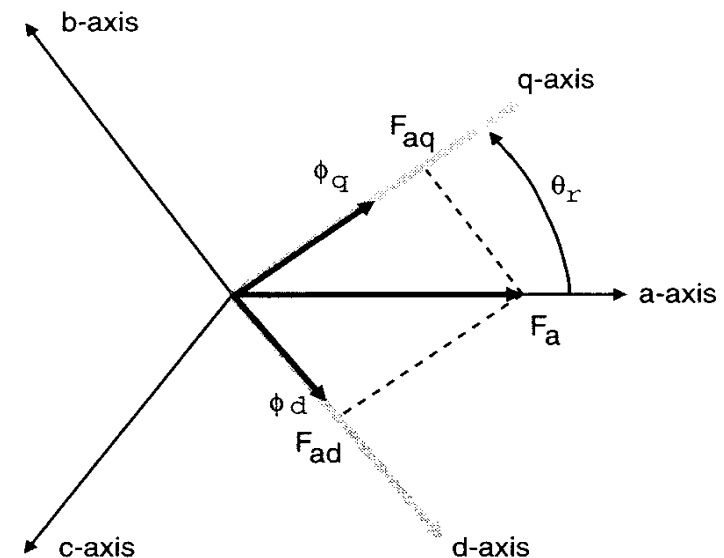
$$\phi_d = P_d F_a \sin \theta_r$$

....og síðan eftir q ás

$$\phi_q = P_q F_{aq}$$

$$\phi_q = P_q F_a \cos \theta_r$$

....þar sem P_d og P_q er segulrásarleiðni (“permeance”) eftir d- og q ásum.





Samfasavélin - rásalíkan

Flæðisvafningar (flux linkage) vegna þessara þátta segulkraftsins, F sem **umlykja** sjálfan a fasann eru

$$\begin{aligned}\lambda_{aa} &= N_s (\phi_d \sin \theta_r + \phi_q \cos \theta_r) \\ &= N_s F_a (P_d \sin^2 \theta_r + P_q \cos^2 \theta_r)\end{aligned}$$

$$= \boxed{A - B \cos 2\theta_r} = A \cos^2 \theta_r + A \sin^2 \theta_r - B \cos^2 \theta_r + B \sin^2 \theta_r$$

$$= (A - B) \cos^2 \theta_r + (A + B) \sin^2 \theta_r$$

$$A - B = P_q N_s F_a \quad ; \quad A + B = P_d N_s F_a$$

$$2A = (P_d + P_q) N_s F_a \quad ; \quad 2B = (P_d - P_q) N_s F_a$$

það er:
$$A = \frac{P_d + P_q}{2} N_s F_a \quad B = \frac{P_d - P_q}{2} N_s F_a$$

Þetta byggir á hornafallajöfnunum:

$$\begin{aligned}\cos 2\theta &= \cos^2 \theta - \sin^2 \theta; \\ \cos^2 \theta + \sin^2 \theta &= 1\end{aligned}$$



Samfasavélin - rásalíkan

$$\begin{aligned}\lambda_{aa} &= N_s (\phi_d \sin \theta_r + \phi_q \cos \theta_r) = A - B \cos 2\theta_r \\ &= \frac{P_d + P_q}{2} N_s F_a - \frac{P_d - P_q}{2} N_s F_a \cos 2\theta_r\end{aligned}$$

Á sama hátt: **Flæðisvafningar** (flux linkage) sem umlykja **b**-fasann vegna segulkrafts frá a fasa eru hliðraðir til um hornið $2\pi/3$ þ.e.:

$$\begin{aligned}\lambda_{ba} &= N_s F_a \left[P_d \sin \theta_r \sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) + P_q \cos \theta_r \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) \right] \\ &= - \left(\frac{A}{2} \right) - B \cos 2 \left(\theta_r - \frac{\pi}{3} \right)\end{aligned}$$



Samfasavélin - rásalíkan

Miðað við ofangreindar jöfnur er unnt að skrifa niður formúlur fyrir sjálfspani **a** fasans (sleppt er hér lekaspanviðnámi) sem lítur þannig út:

$$L_{aa} = L_0 - L_{ms} \cos 2\theta_r$$

sbr

$$\begin{aligned} \lambda_{aa} &= N_s (\phi_d \sin \theta_r + \phi_q \cos \theta_r) = A - B \cos 2\theta_r \\ &= \frac{P_d + P_q}{2} N_s F_a - \frac{P_d - P_q}{2} N_s F_a \cos 2\theta_r \end{aligned}$$

Svipaðar jöfnur er unnt að skrifa fyrir sjálfspan **b**- og **c**-fasanna, nema hér er í staðinn fyrir θ_r skotið inn liðunum $(\theta_r - 2\pi/3)$ og $(\theta_r - 4\pi/3)$, í hvoru tilfalli fyrir sig.



Samfasavélin - rásalíkan

Similarly, the mutual inductances between the **a**- and **b**- phases are given by:

$$L_{ab} = L_{ba} = -\frac{L_0}{2} - L_{ms} \cos 2\left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right)$$

sbr

$$\lambda_{ba} = N_s F_a \left[P_d \sin \theta_r \sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) + P_q \cos \theta_r \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

$$= -\left(\frac{A}{2}\right) - B \cos 2\left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right)$$

Similarly, L_{bc} and L_{ca} expressions are obtained by replacing θ_r by $(\theta_r - 2\pi/3)$ and $(\theta_r - 4\pi/3)$, respectively.



Hreyfilíkan af samfasavél

The previous equations are repeated:

$$\Lambda_s = \mathbf{L}_{ss} \mathbf{i}_s + \mathbf{L}_{sr} \mathbf{i}_r \quad \Lambda_r = [\mathbf{L}_{sr}]^T \mathbf{i}_s + \mathbf{L}_r \mathbf{i}_r$$

Therefore we can now build the matrix for \mathbf{L}_{ss} where the **leakage** factor L_{ls} has been added to the diagonal. The following component has been added to each diagonal element to account for rotor saliency. $-L_{ms} \cos 2\theta_r$

The matrix is now as follows:

$$\mathbf{L}_{ss} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_0 - L_{ms} \cos 2\theta_r & -\frac{1}{2}L_0 - L_{ms} \cos 2\left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2}L_0 - L_{ms} \cos 2\left(\theta_r + \frac{\pi}{3}\right) \\ -\frac{1}{2}L_0 - L_{ms} \cos 2\left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right) & L_{ls} + L_0 - L_{ms} \cos 2\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2}L_0 - L_{ms} \cos 2(\theta_r - \pi) \\ -\frac{1}{2}L_0 - L_{ms} \cos 2\left(\theta_r + \frac{\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2}L_0 - L_{ms} \cos 2(\theta_r + \pi) & L_{ls} + L_0 - L_{ms} \cos 2\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix}$$



Sjálfspan statorvafninga

$$\mathbf{L}_{ss} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_0 - L_{ms} \cos 2\theta_r & -\frac{1}{2}L_0 - L_{ms} \cos 2\left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2}L_0 - L_{ms} \cos 2\left(\theta_r + \frac{\pi}{3}\right) \\ -\frac{1}{2}L_0 - L_{ms} \cos 2\left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right) & L_{ls} + L_0 - L_{ms} \cos 2\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2}L_0 - L_{ms} \cos 2(\theta_r - \pi) \\ -\frac{1}{2}L_0 - L_{ms} \cos 2\left(\theta_r + \frac{\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2}L_0 - L_{ms} \cos 2(\theta_r + \pi) & L_{ls} + L_0 - L_{ms} \cos 2\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix}$$

Við tökum eftir að sjálfspansfylkið fyrir statorvafninga er almennt breytilegt þ.e. háð fasahorninu θ_r með spani sem er breytilegt eftir stöðu rótors og segulrásir hvers statorvafnings eru háðar θ_r þ.e. stöðu loftbilsins í segulstefnu rótors. Hér er gert ráð fyrir að sjálfspanið sé cosinus-lagað fall í hverju tilfalli



Hreyfilíkan af samfasavél

- Ef 4 vafningar eru á rótor er fylkið, \mathbf{L}_{rr} með sjálfspani (og gagnkvæmu spani innbyrðis milli þessara rótorvafninga þannig:
- Ef hins vegar aðeins 1 vafningur er á rótor lítur fylkið \mathbf{L}_{rr} þannig út eins og áður hefur verið lýst

$$\mathbf{L}_{rr} = \begin{bmatrix} L_{lf} + L_{mf} & L_{fkd} & 0 & 0 \\ L_{kdf} & L_{lkd} + L_{mkd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{lg} + L_{mg} & L_{gkq} \\ 0 & 0 & L_{kqg} & L_{lkq} + L_{mkq} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_{rr} = \mathbf{L}_f = [L_{ff}]$$



Hreyfilíkan af samfasavél

Fylkið \mathbf{L}_{sr} með gagnkvæmu spani milli 3 vafninga á stator og 4 vafningar á rótor verður með vídd 3x4, og lítur þannig út.

$$\mathbf{L}_{sr} = \begin{bmatrix} L_{sf} \sin \theta_r & L_{skd} \sin \theta_r & L_{sg} \cos \theta_r & L_{skg} \cos \theta_r \\ L_{sf} \sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & L_{skd} \sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & L_{sg} \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & L_{skg} \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) \\ L_{sf} \sin \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & L_{skd} \sin \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & L_{sg} \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & L_{skg} \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \end{bmatrix}$$

Ef aðeins er gert ráð fyrir 1 vafningi á rótor verður fylkið 3x1 í staðinn

$$\mathbf{L}_{sr} = \begin{bmatrix} L_{sf} \sin \theta_r \\ L_{sf} \sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) \\ L_{sf} \sin \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \end{bmatrix}$$



Hreyfilíkan af samfasavél

Recall the Park's transform matrix is:

$$\mathbf{K}(\theta_r) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin \theta_r & \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

and the inverse transform matrix is:

$$\mathbf{K}^{-1}(\theta_r) = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r & 1 \\ \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix}$$



Hreyfilíkan af samfasavél

We remember for the **stator quantities** we have:

$$\mathbf{v}_{abc} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{v}_{qd0} \qquad \mathbf{\Lambda}_{abc} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{\Lambda}_{qd0}$$

$$\mathbf{i}_{abc} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{i}_{qd0}$$

We can premultiply the previous equation,

$$\mathbf{v}_{abc-f} = \mathbf{R}_{abc-f} \cdot \mathbf{i}_{abc-f} + \frac{d}{dt} \mathbf{\Lambda}_{abc-f}$$

by the inverse \mathbf{K} matrix and we get...

$$\mathbf{K}^{-1} \mathbf{v}_{qd0} = \mathbf{r}_s \mathbf{K}^{-1} \mathbf{i}_{qd0} + \frac{d}{dt} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{\Lambda}_{qd0}$$



Hreyfilíkan af samfasavél

After multiplying by \mathbf{K} , the application of the Park's transform to the stator voltage equations, results in:

$$\mathbf{v}_{qd0} = \mathbf{K} \mathbf{r}_s \mathbf{K}^{-1} \mathbf{i}_{qd0} + \mathbf{K} \frac{d}{dt} \left\{ \mathbf{K}^{-1} \Lambda_{qd0} \right\}$$

With phase symmetry or if $r_a = r_b = r_c = r_s$, the first term simplifies to:

$$\mathbf{K} \mathbf{r}_s \mathbf{K}^{-1} \mathbf{i}_{qd0} = r_s \mathbf{i}_{qd0}$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Hreyfilíkan af samfasavél

Now,

$$\mathbf{K} \frac{d}{dt} (\mathbf{K}^{-1} \Lambda_{qd0}) = \mathbf{K} \left[\left(\frac{d}{dt} \mathbf{K}^{-1} \right) \Lambda_{qd0} + \mathbf{K}^{-1} \frac{d}{dt} \Lambda_{qd0} \right]$$

Since we have
from a previous
equation....

$$\mathbf{K}^{-1}(\theta_r) = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r & 1 \\ \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \\ \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \end{bmatrix}$$

...it is easy to see
that:

$$\left(\frac{d}{dt} \mathbf{K}^{-1} \right) \Lambda_{qd0} = \omega_r \begin{bmatrix} -\sin \theta_r & \cos \theta_r & 0 \\ -\sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & 0 \\ -\sin \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & 0 \end{bmatrix} \Lambda_{qd0} \quad \text{and} \quad \omega_r = \frac{d\theta_r}{dt}$$



Hreyfilíkan af samfasavél

Since

$$\mathbf{K}(\theta_r) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin \theta_r & \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

...it can be shown that
the following
expression:

$$\mathbf{K}(\theta_r) \left(\frac{d}{dt} \mathbf{K}^{-1} \right) \boldsymbol{\Lambda}_{qd0} = \omega_r \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin \theta_r & \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin \theta_r & \cos \theta_r & 0 \\ -\sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & 0 \\ -\sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda}_{qd0}$$



Hreyfilíkan af samfasavél

...reduces to

$$\mathbf{K} \left[\frac{d}{dt} \mathbf{K}^{-1} \right] \Lambda_{qd0} = \omega_r \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Lambda_{qd0}$$

Furthermore, since,

$$\mathbf{K} \mathbf{K}^{-1} \frac{d}{dt} \Lambda_{qd0} = \frac{d}{dt} \Lambda_{qd0}$$

the stator voltage equations in the rotor qd0 reference frame become simply:

$$\mathbf{v}_{qd0} = r_s \mathbf{i}_{qd0} + \omega_r \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Lambda_{qd0} + \frac{d}{dt} \Lambda_{qd0}$$



Hreyfilíkan af samfasavél

The previous equation for flux linkages

$$\Lambda_s = \mathbf{L}_{ss} \mathbf{i}_s + \mathbf{L}_{sr} \mathbf{i}_r \quad \mathbf{i}_s = \mathbf{i}_{abc} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad \Lambda_s = \Lambda_{abc} = \begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix}$$

Only the stator quantities are transformed by inserting the following equations

$$\mathbf{i}_{abc} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{i}_{qd0} \quad \Lambda_{abc} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \Lambda_{qd0}$$

Therefore we get:

$$\mathbf{K}^{-1} \Lambda_{qd0} = \mathbf{L}_{ss} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{i}_{qd0} + \mathbf{K} \mathbf{L}_{sr} \mathbf{i}_r$$



Hreyfilíkan af samfasavél

From the previous equation we get by premultiplying the stator flux linkage quantities :

$$\Lambda_{qd0} = \mathbf{KL}_{ss} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{i}_{qd0} + \mathbf{KL}_{sr} \mathbf{i}_r$$

The resulting equations are after some lengthy algebra for the stator flux linkage quantities in **qd0** coordinates:

$$\lambda_q = \left[L_{ls} + \frac{3}{2} (L_0 - L_{ms}) \right] i_q + L_{sg} i_g + L_{skq} i_{kq}$$

$$\lambda_d = \left[L_{ls} + \frac{3}{2} (L_0 + L_{ms}) \right] i_d + L_{sfd} i_f + L_{skd} i_{kd}$$

$$\lambda_0 = L_{ls} i_0$$



Greining samfasavélar

- Í næsta fyrirlestri verður haldið áfram að þróa líkan og greina samfasavélina með notkun Park vörpunar þar sem gert er ráð fyrir mismunandi seguleiginleikum í d og q stefnur, og gert er ráð fyrir að vélin hafi áfram útstandandi póla



References

- R.H. Park, “Two-reaction Theory of Synchronous Machines – Generalized Method of Analysis”, AIEE Transactions, Vol 48, July 1929, pp. 716 – 727
- P.C. Krause, O. Wasynczuk, S.D. Sudhoff: “*Analysis of Electric Machinery*”, 2nd ed., IEEE press, 2002
- C.-M. Ong: “*Dynamic Simulation of Electric Machines Using Matlab/Simulink*”, Prentice Hall, 1998
- S.E. Lyshevski: “*Electromechanical Systems, Electric Machines and Applied Mechatronics*”, CRC Press, 2000



UNIVERSITY OF ICELAND

$$\cos^2 x + \cos^2\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos^2\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}$$

$$\sin^2 x + \sin^2\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin^2\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}$$

$$\sin x \cos x + \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = 0$$

$$\cos x + \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = 0$$

$$\sin x + \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = 0$$

Hornafalljöfnur
sem henta fyrir
greiningu
rafmagnsvéla

$$\sin x \cos y + \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(y - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(y + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{3}{2} \sin(x - y)$$

$$\sin x \sin y + \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(y - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(y + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{3}{2} \cos(x - y)$$

$$\cos x \sin y + \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(y - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(y + \frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{3}{2} \sin(x - y)$$

$$\cos x \cos y + \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(y - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(y + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{3}{2} \cos(x - y)$$

$$\sin x \cos y + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(y - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(y + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{3}{2} \sin(x + y)$$

$$\sin x \sin y + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(y - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(y + \frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{3}{2} \cos(x + y)$$

$$\cos x \sin y + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(y - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(y + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{3}{2} \sin(x + y)$$

$$\cos x \cos y + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(y - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(y + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{3}{2} \cos(x + y)$$



Eiginleikar samfasavéla í tómgangi og skammhlaupspróf

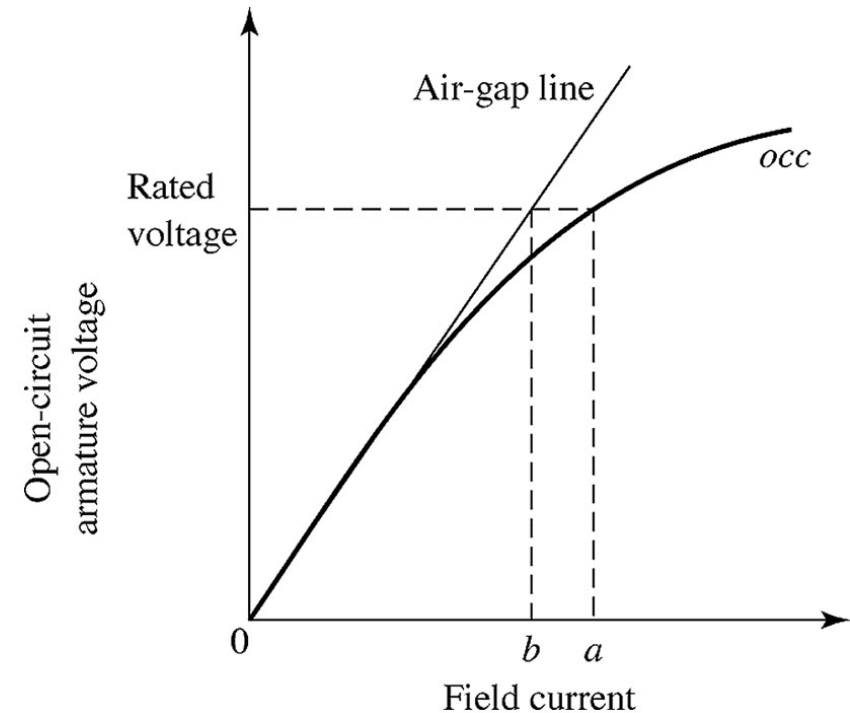
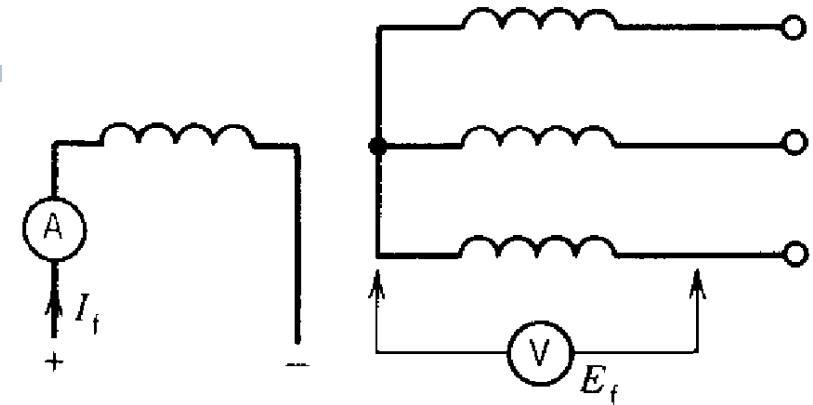
(Synchronous machine open and short
circuit characteristics)



UNIVERSITY OF ICELAND

Próf við opna rás (Open Circuit Test, OCT)

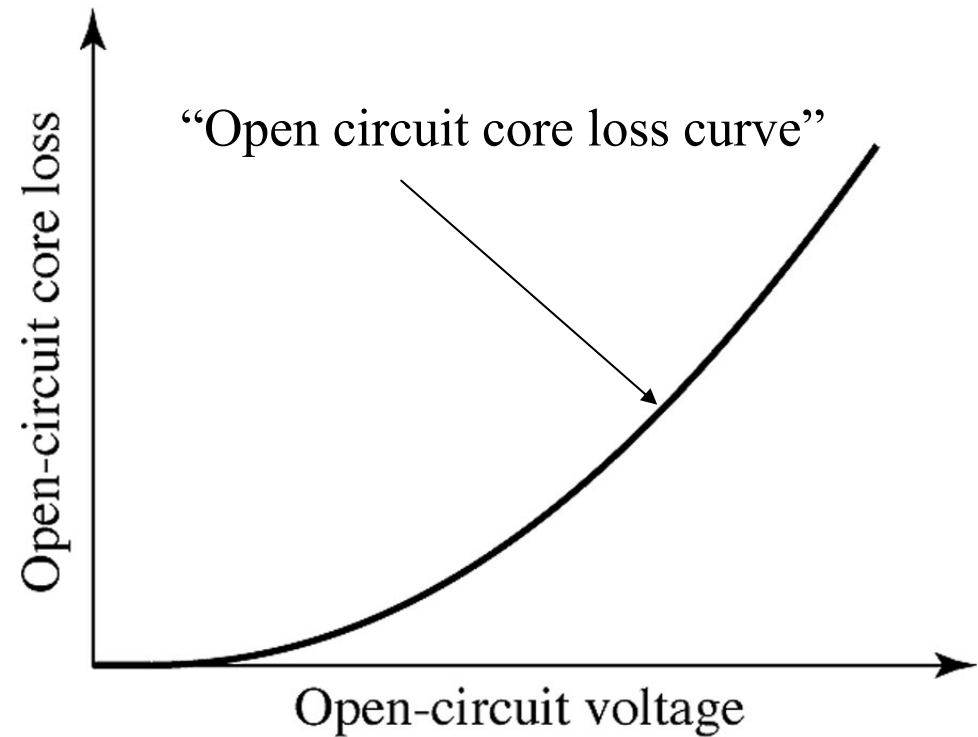
- Á myndinni sést s.k. hvernig unnt er að mæla einkennislínu vélarinnar við opna rás eða s.k. **Open Circuit Characteristics (OCC)**.
- Myndin efst sýnir uppstillingu við mælinguna, þ.e. tengimynd 3-fasa samfasavélar, en myndin neðst sýnir niðurstöðurnar og sýnir spennu á tengiklemmum samfasavélar sem fall af segulmögnunarstraumi á rótor. Vélin er keyrð á samfasa hraða, segulmögnunarstraumur, I_f aukinn og mæld spenna E_f .
- “**Air gap line**” sýnir ef loftbilið eitt veldur segulviðnámi. Ferillinn sveigir vegna ólínulegra eiginleika kjarnans eða **mettnar** hans.





Afltöp vélarinnar í tómgangi

- Þegar framkvæmt er áður nefnt OCT þarf að keyra vélina með tilteknu afli í tómgangi og við fáum tómgangstöp sem samanstanda af (a) **núningstöpum**, (b) **hitun vafninga** vegna þeirra strauma sem um vélinu fara og (c) **kjarnatöpum**.
- Kjarnatöpin við opna rás eru sýnd á myndinni hér til hliðar

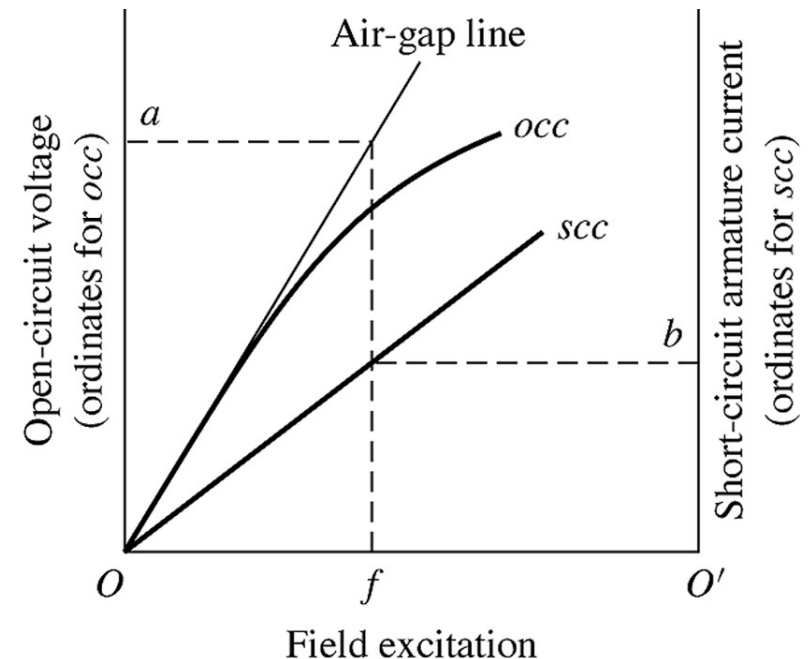
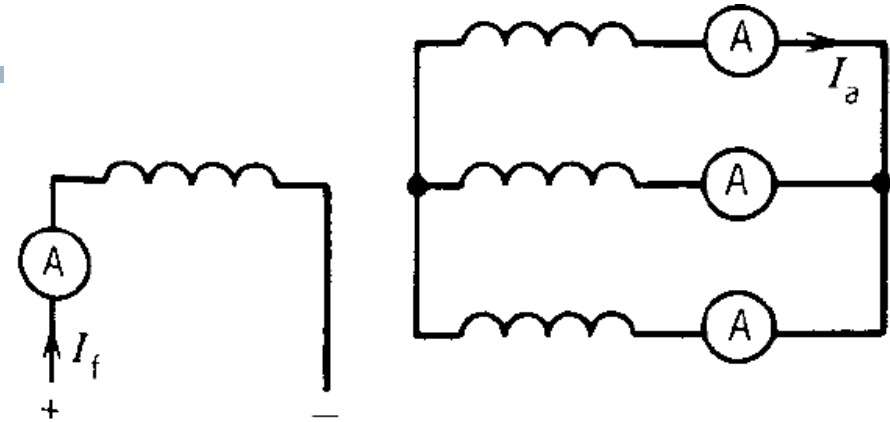




UNIVERSITY OF ICELAND

Skammhlaupspróf (Short circuit test)

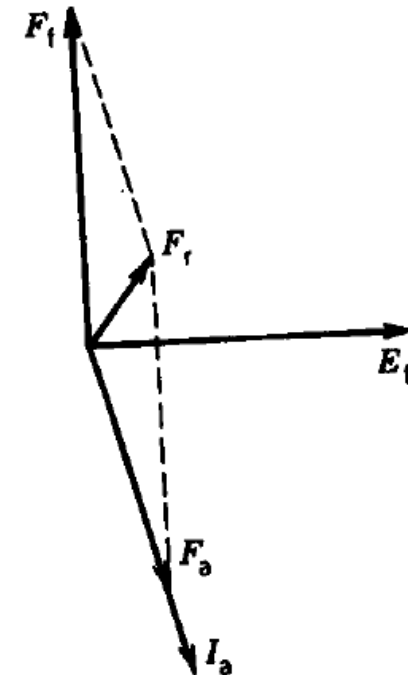
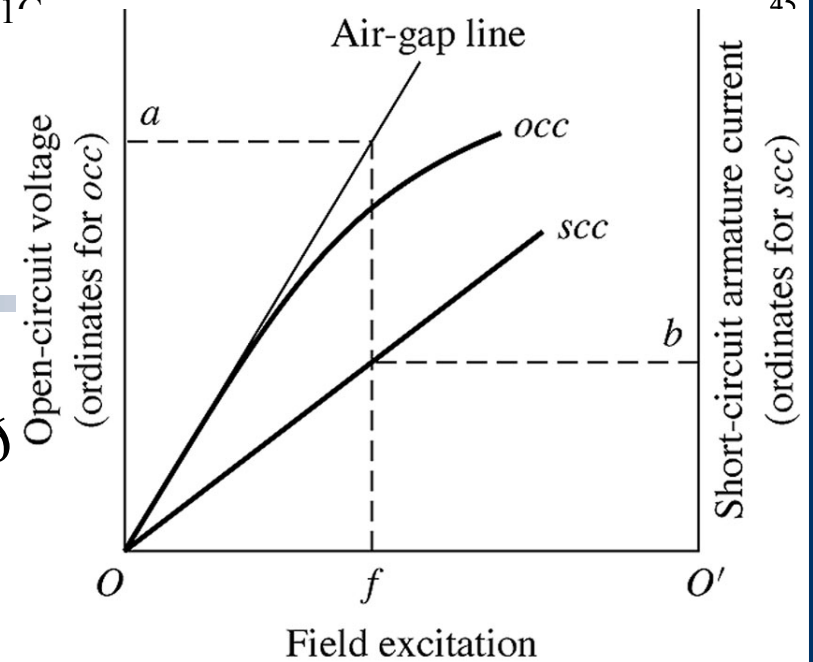
- Myndin efst sýnir tengingar við **skammhlaupspróf** samfasavélar (Short Circuit Test), þar sem satorvafningar eru skammhleyptir.
- Þetta próf gefur niðurstöður sem heita “Short Circuit Characteristics” eða SCC (sjá neðri mynd), en þar er straumur I_a mældur sem fall af segulmögnunarstraumi I_f .
- SCC er bein lína þar sem flúxinn er lágur við skammlaup og engin mettun. Þetta sést á næstu skyggnu.





Skammhlaupspróf

- SCC er bein lína þar sem flúxinn er lágur við skammhlaup og engin mettun. Þetta sést á með á myndinni hér til hliðar Segulkrafturinn í loftbilinu fyrir akkerisviðbrögðin er F_a en hann er í fasa við strauminn í akkerisvafningum.
- Hann leggst við segulkraftinn vegna sviðsvafninga, F_f . Heildar segulkrafturinn er lítill og þess vegna verður engin mettun við skammhlaupsprófið og SCC er bein lína á efri myndinni til hliðar þótt bæði I_a og I_f séu sterkir straumar
- Á næstu skyggnu er svipuð vísamynd úr FKU





UNIVERSITY OF ICELAND

Vísamynd við skammhlaup vélarinnar (Short circuit phasor diagram)

- Spenna í tengipunktum vélarinnar = 0.
- Þessi vísamynd lýsir jöfnu þar sem $V_a = 0$

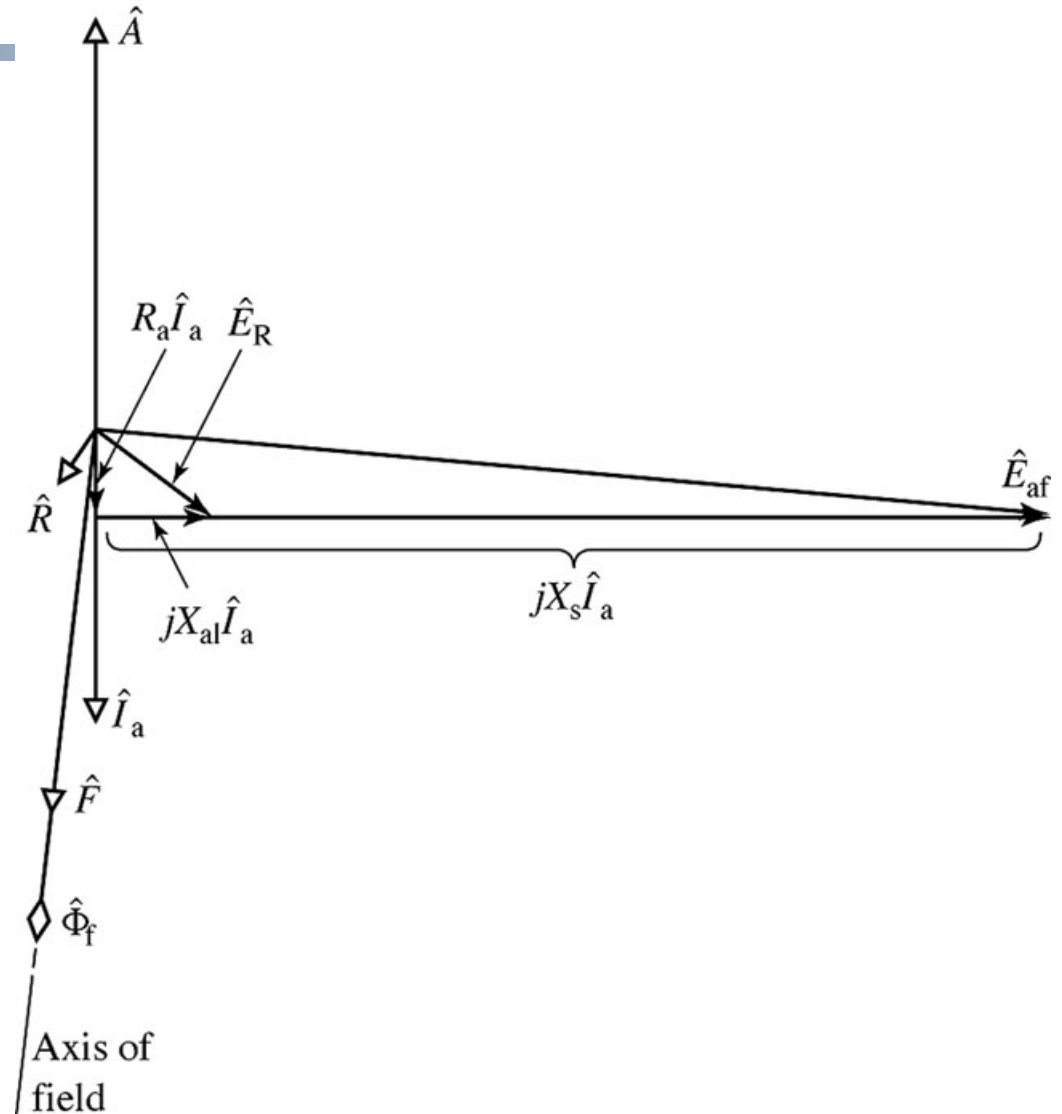
$$E_{af} = R_a I_a + jX_s I_a$$

- Akkerisstraumurinn er tæplega 90 gráðum á eftir segulmögnunarspennunni. E_R er spennufall yfir lekaviðnámið X_{al}

$$E_R = R_a I_a + jX_{al} I_a$$

Synchronous Machine Parameters

	Smaller Machines (tens of kVA)	Larger Machines (tens of MVA)
R_a	0.05–0.02	0.01–0.005
X_{al}	0.05–0.08	0.1–0.15
X_s	0.5–0.8	1.0–1.5





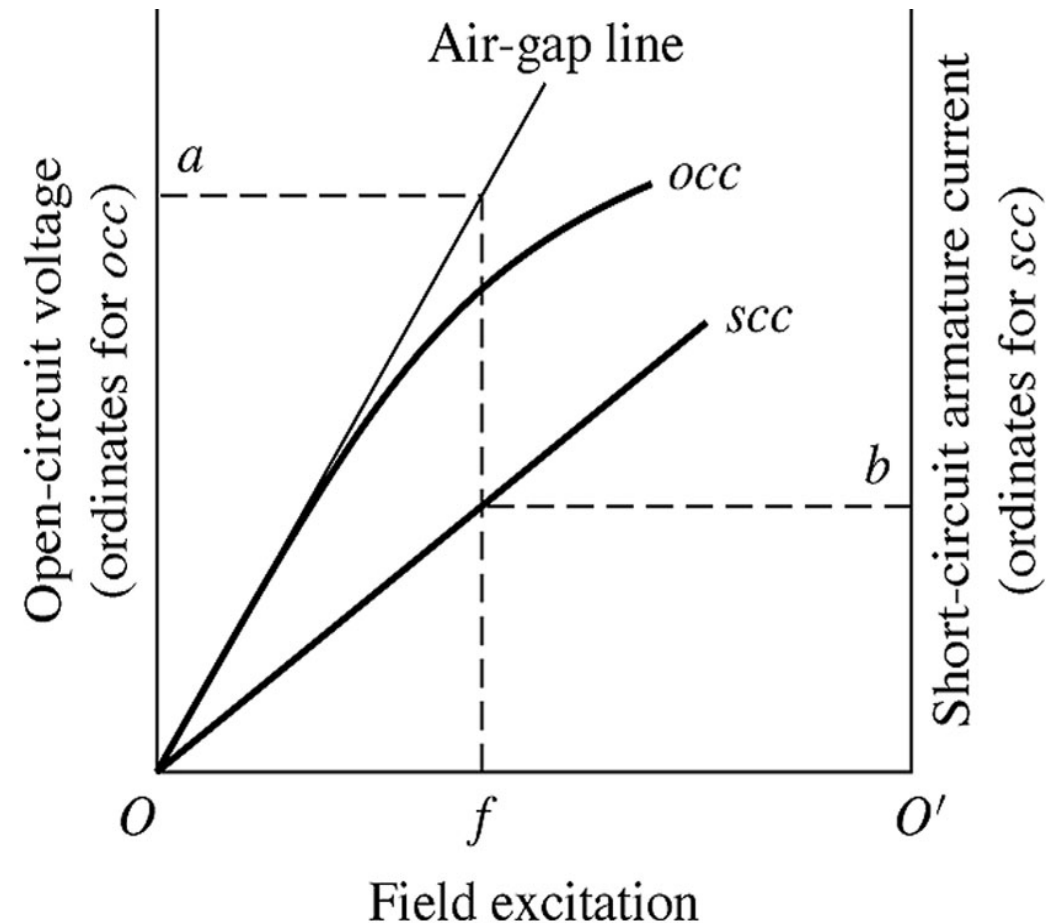
UNIVERSITY OF ICELAND

Spanviðnám við mettun

- Samfasa-spanviðnám án mettunar við tiltekna segulmögnun (Unsaturated synchronous reactance) er skilgreint út frá myndinni sem

$$X_{s,u} = \frac{V_{a,ag}}{I_{a,g}} = \frac{Oa}{O'b}$$

- ...þar sem ekki er gert ráð fyrir mettun vélarinnar..



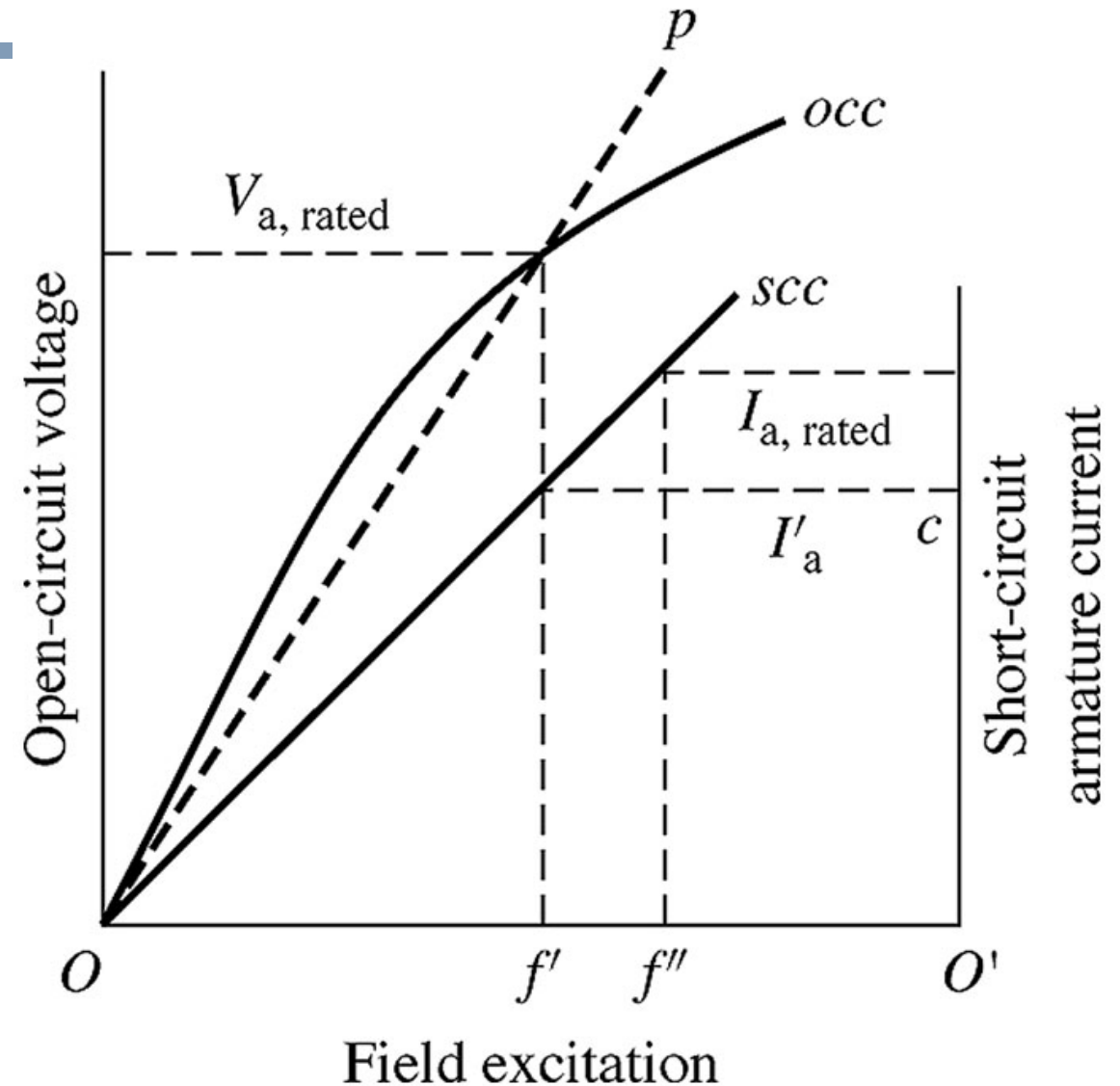


UNIVERSITY OF ICELAND

Tómgangseiginleikar

- Einnig er unnt að skilgreina samfasaspanviðnám við segulmettað ástand (“raunverulegt ástand”) með eftirfarandi jöfnu

$$X_{s,u} = \frac{V_{a,rated}}{I'_a} = \frac{V_{a,rated}}{O'c}$$





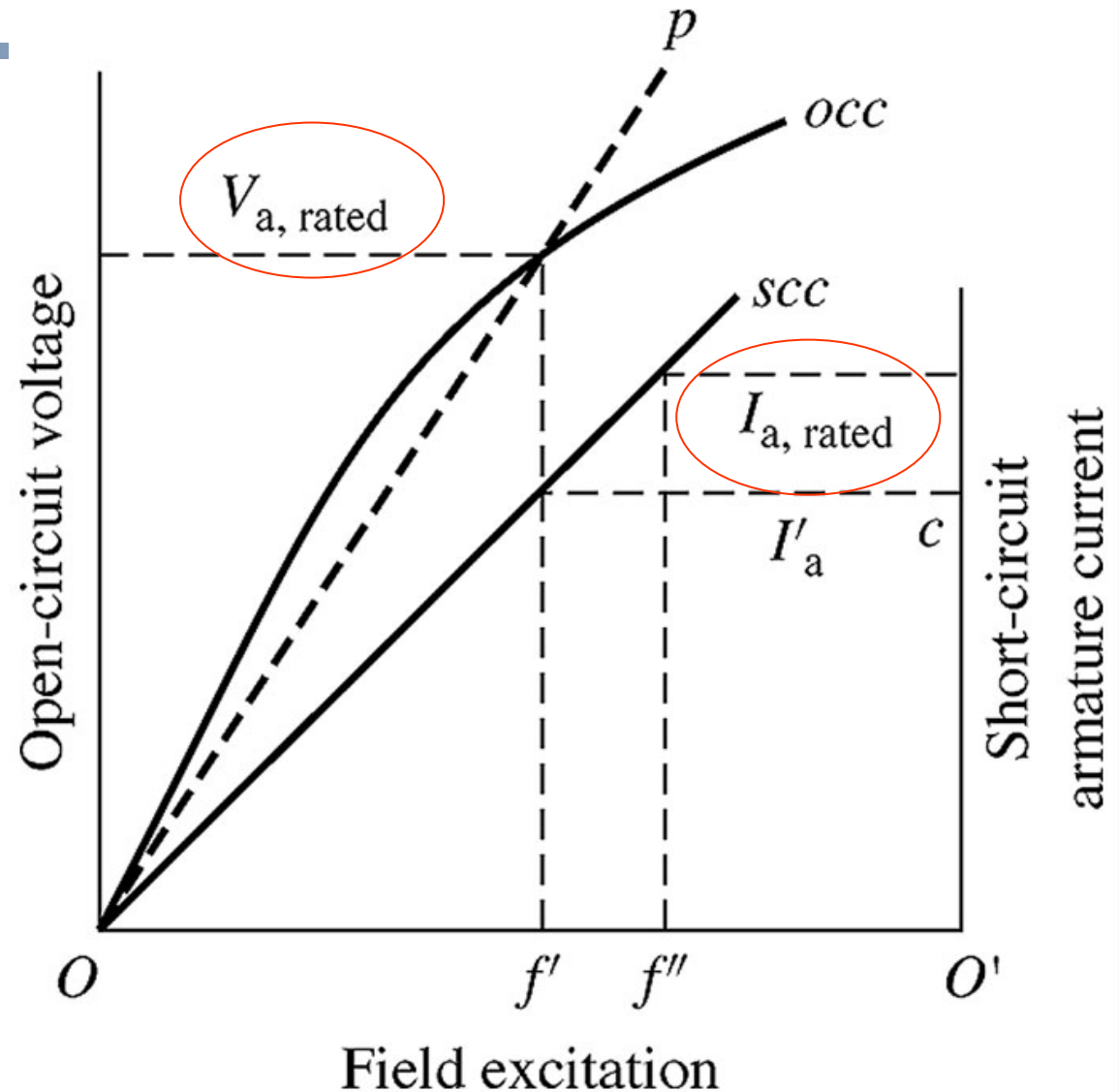
UNIVERSITY OF ICELAND

Tómgangseiginleikar

- Einnig er skilgreint “Short Circuit Ratio”, þ.e. SCR sem hlutfall: (a) segulmögnunarstraumsins sem þarf til að gefa **málsþennu** ($V_{a, \text{rated}}$) við **opna rás** og (b) segulmögnunarstraumsins sem þarf til að gefa **málstraum** ($I_{a, \text{rated}}$) við **skammhlaup**:

$$SCR = \frac{Of'}{Of''} = \frac{AFNL}{AFSC}$$

- Hér er AFNL = Amperes Field No Load
- Hér er AFSC = Amperes Field Short Circuit





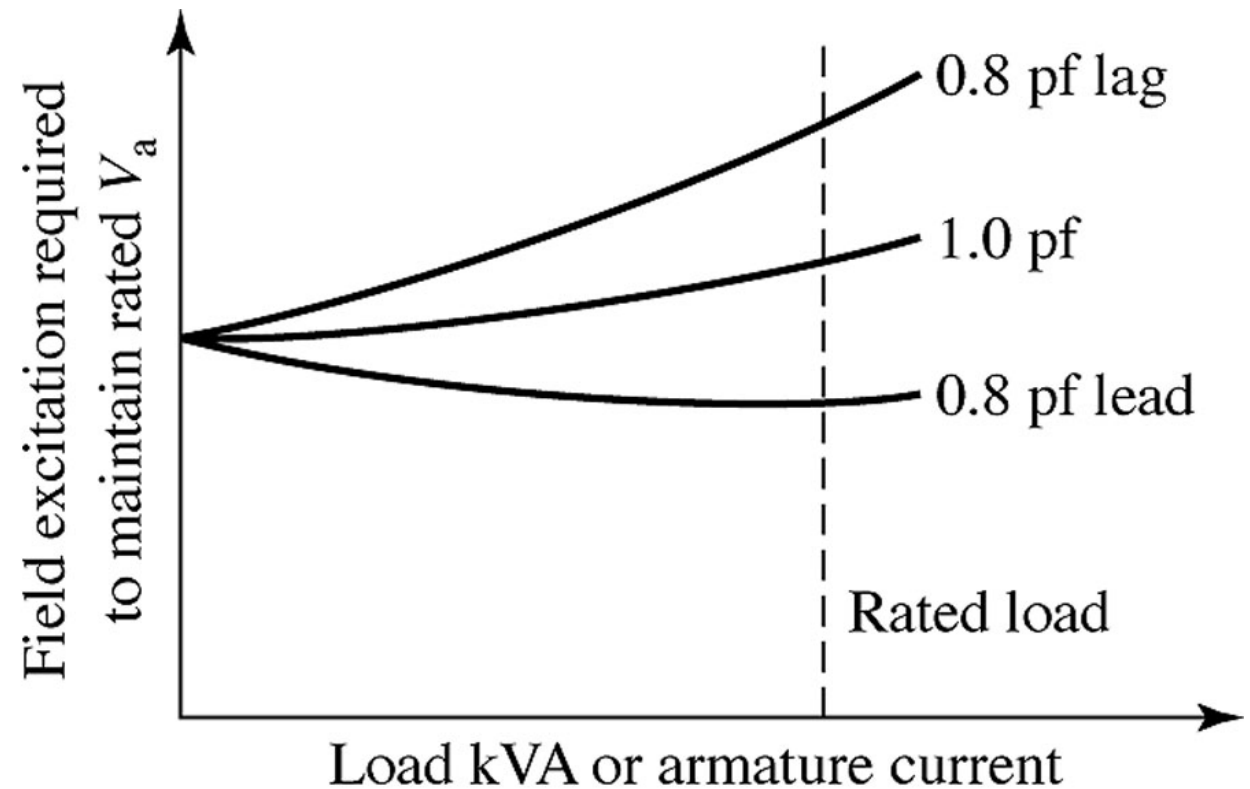
Samfasavélar í jafnvægisástandi

Synchronous machine steady state
characteristics



Samfasavélin í stöðugu ástandi

- Segulmögnunin sem þarf til að fá tiltekin straum í statorvafningum er háð aflstuðlinum eins og myndin sýnir.
(compounding curve)

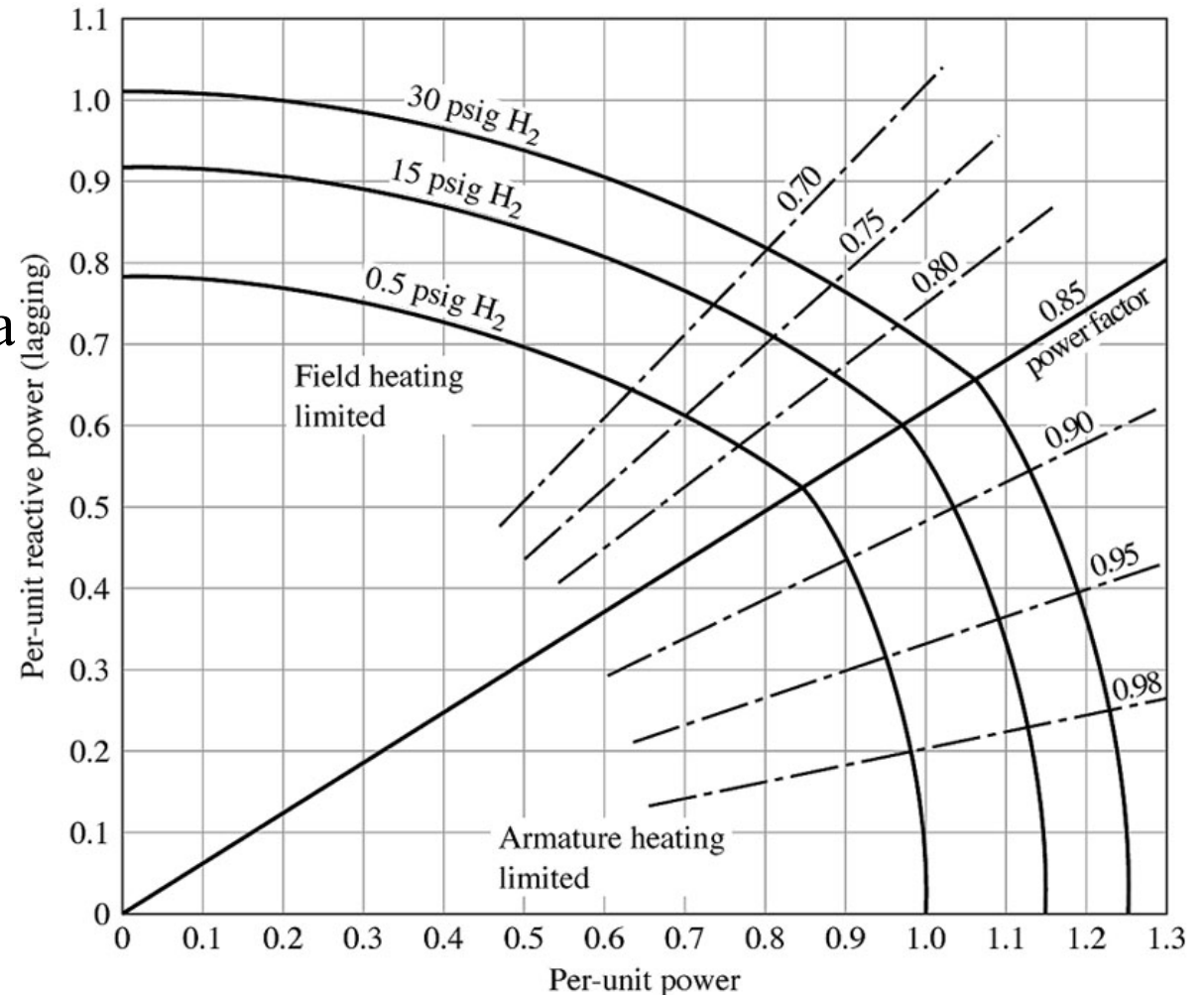




UNIVERSITY OF ICELAND

Rekstrarmörk samfasa-rafala

- ÁÁ myndinni sjást ferlar fyrir **raunaflsmörk** og **launaflsmörk** vélar við mismunandi kælingu (H_2)
- Takmörkunin í **neðri** hluta myndar felst í hitun **akkerisvafninganna**
- Þessir ferlar nefnast “capability curves”
- Takmörkunin í **efri** hluta myndar felst í hitun **sviðsvafninganna**





UNIVERSITY OF ICELAND

Rekstrarmörk samfasa-rafala (2)

- Stóri hálfhringurinn takmarkar **akkerisstrauminn** vegna hitunar samkvæmt jöfnu:

$$\frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{V_a} = I_a$$

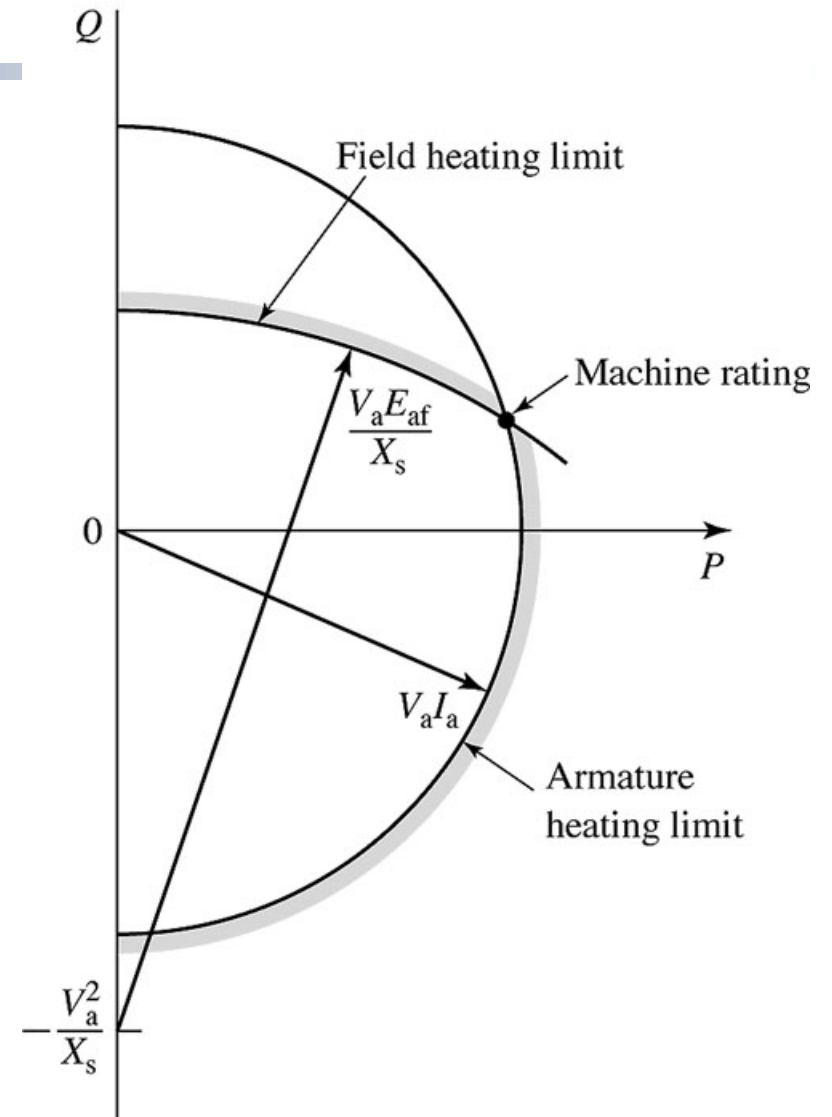
- Minni hringgeirinn takmarkar **sviðsstrauminn** samkvæmt jöfnum:

$$P = \frac{VE}{X} \sin \delta$$

$$Q = \frac{VE}{X} \cos \delta - \frac{V^2}{X}$$

- Þetta gefur jöfnuna:

$$P^2 + \left(Q + \frac{V^2}{X}\right)^2 = \frac{V^2 E^2}{X^2}$$





UNIVERSITY OF ICELAND

Rekstrarmörk samfasa-rafala (3)

$$P^2 + \left(Q + \frac{V^2}{X}\right)^2 = \frac{V^2 E^2}{X^2}$$

- Þessi jafna býr til marga hringverla þar sem hver samsvarar tilteknum segulmögnunarstraumi samkvæmt myndinni. (Athuga staðsetningu núllpunkts og ása)

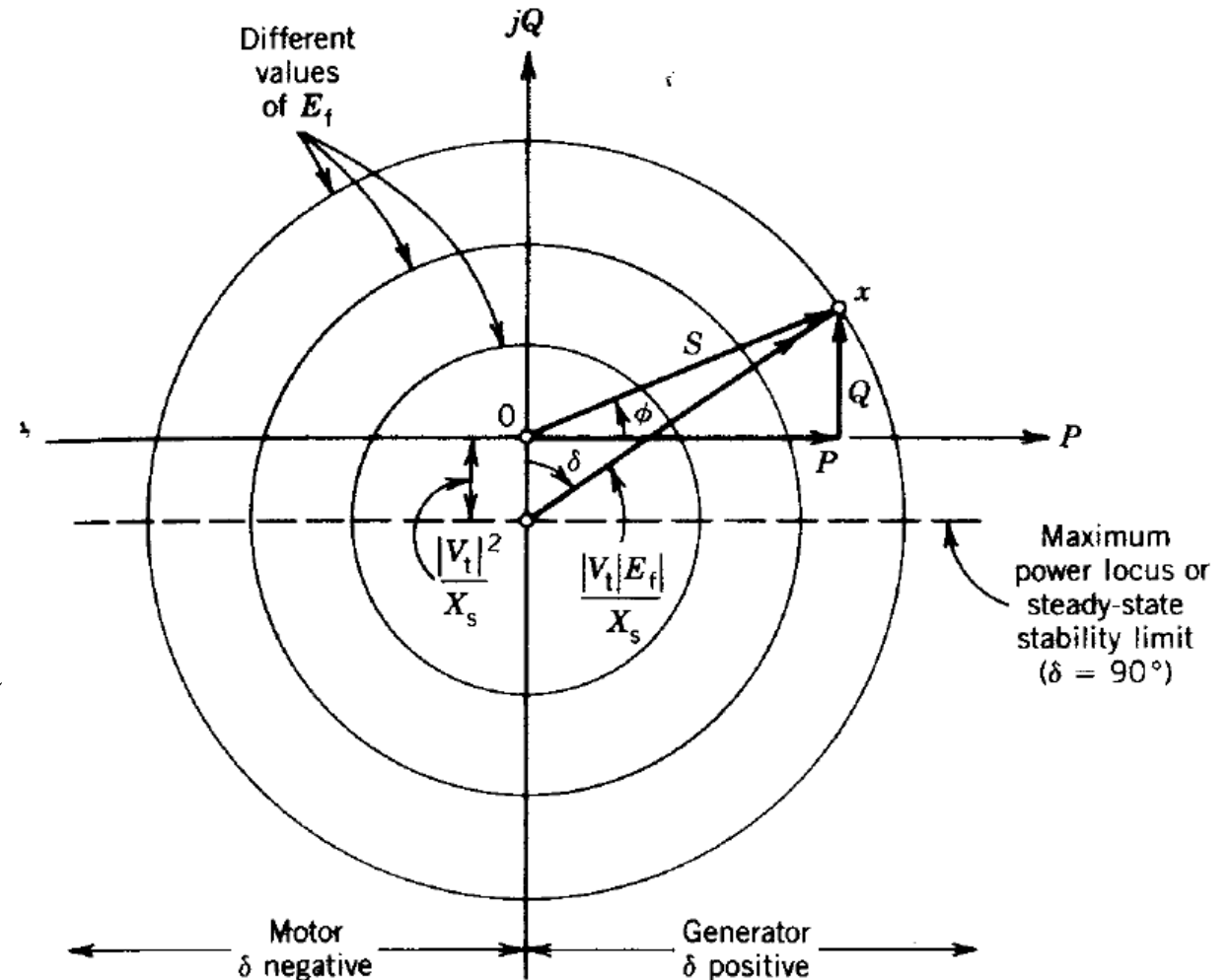


FIGURE 6.22

Complex power locus per phase.



UNIVERSITY OF ICELAND

Rekstrarmörk samfasa-rafala (4)

- Hér sést það svæði á P - Q línuriti þar sem rafalinn getur unnið innan sinna rekstrarmarka. Neðri mörkin takmarkast af stöðugleika. 3 atriði takmarka:
 - Sviðsstraumur
 - Akkerisstraumur
 - Stöðugleiki
- M og N punktarnir sýna hagkvæmstu rekstrarpunkta fyrir rafala og mótör

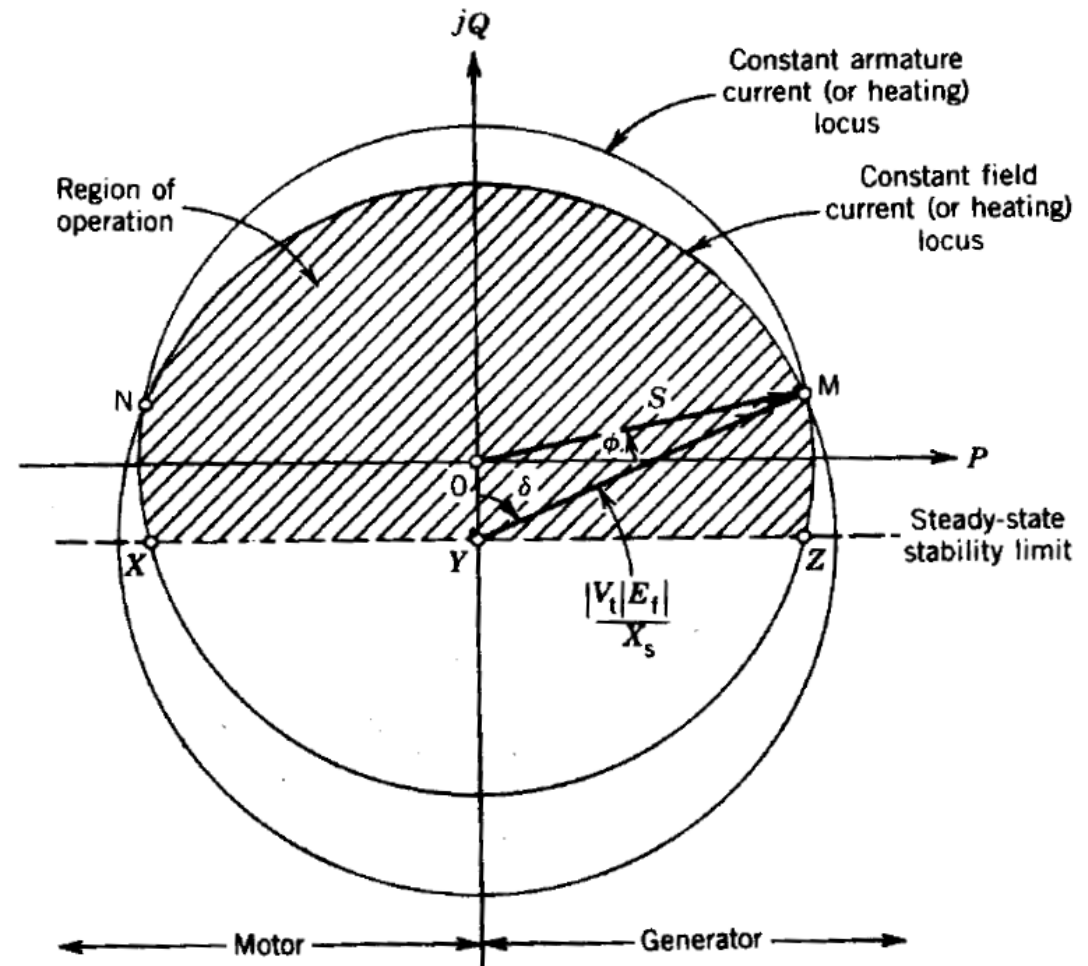


FIGURE 6.23 Capability curves of a synchronous machine.



Mathematical models of Synchronous machines

Here we continue to analyze the synchronous machine with rotor saliency and different magnetic properties in d and q direction.

The Synchronous Machine Dynamic Model

The flux linkages can be obtained in a similar manner by only transforming the stator quantities :

$$\boldsymbol{\Lambda}_{qd0} = \mathbf{KL}_{ss}\mathbf{K}^{-1}\mathbf{i}_{qd0} + \mathbf{KL}_{sr}\mathbf{i}_r$$

With 4 windings on the rotor, the resulting equations are after some lengthy algebra for the stator flux linkage quantities in qd0 coordinates :

$$\lambda_q = \left[L_{ls} + \frac{3}{2}(L_0 - L_{ms}) \right] i_q + L_{sg}i_g + L_{skq}i_{kq}$$

$$\lambda_d = \left[L_{ls} + \frac{3}{2}(L_0 + L_{ms}) \right] i_d + L_{sfd}i_f + L_{skd}i_{kd}$$

$$\lambda_0 = L_{ls}i_0$$



Hreyfilíkan af samfasavél

Therefore, for 4 windings on the rotor these equations are valid in qd0 coordinates ¹⁾

$$\begin{aligned}\lambda_q &= L_q i_q + L_{sg} i_g + L_{skq} i_{kq} \\ \lambda_d &= L_d i_d + L_{sfd} i_f + L_{skd} i_{kd} \\ \lambda_0 &= L_0 i_0\end{aligned}$$

With only 1 winding the equations will reduce to the following: ²⁾

$$\begin{aligned}\lambda_q &= L_q i_q \\ \lambda_d &= L_d i_d + L_{sfd} i_f \\ \lambda_0 &= L_0 i_0\end{aligned}$$

¹⁾ C.-M. Ong: "Dynamic Simulation of Electric Machines Using Matlab/Simulink", Prentice Hall, 1998

²⁾ Appendix C bls 660 í Fitzgerald, Kingsley & Umans "Electric Machinery"; 6. edition: McGraw-Hill, 2003



Mathematical Model of the Wound Rotor Motor (cont'd)

The power into the machine is given by:

$$P_{in} = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c + v_f i_f + v_g i_g$$

Using the transformations of the stator quantities to the rotor qd0 reference frame, this equation becomes:

$$P_{in} = \frac{3}{2} (v_q i_q + v_d i_d) + 3v_0 i_0 + v_f i_f + v_g i_g$$

Mathematical Model of the Wound Rotor Motor (cont'd)

With further algebraic manipulation and removing the ohmic loss and rate of change of magnetic energy terms, the electromechanical power developed by the motor can be expressed as:

$$P_{em} = \frac{3}{2} \omega_r (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d)$$

For a P-pole motor with rotor speed ω_{rm} mechanical radians/sec. we can write:

$$P_{em} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \omega_{rm} (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d)$$



Mathematical Model of the Wound Rotor Motor (cont'd)

Thus the electromechanical torque provided by the motor is given by:

$$T_{em} = \frac{P_{em}}{\omega_{rm}} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d)$$



References

- R.H. Park, “Two-reaction Theory of Synchronous Machines – Generalized Method of Analysis”, AIEE Transactions, Vol 48, July 1929, pp. 716 – 727
- P.C. Krause, O. Wasynczuk, S.D. Sudhoff: “*Analysis of Electric Machinery*”, 2nd ed., IEEE press, 2002
- C.-M. Ong: “*Dynamic Simulation of Electric Machines Using Matlab/Simulink*”, Prentice Hall, 1998
- S.E. Lyshevski: “*Electromechanical Systems, Electric Machines and Applied Mechatronics*”, CRC Press, 2000
- Fitzgerald, Kingsley & Umans “*Electric Machinery*”; 6. útgáfa: McGraw-Hill, 2003



Samfasavélar með útstandandi póla á rótor (2)

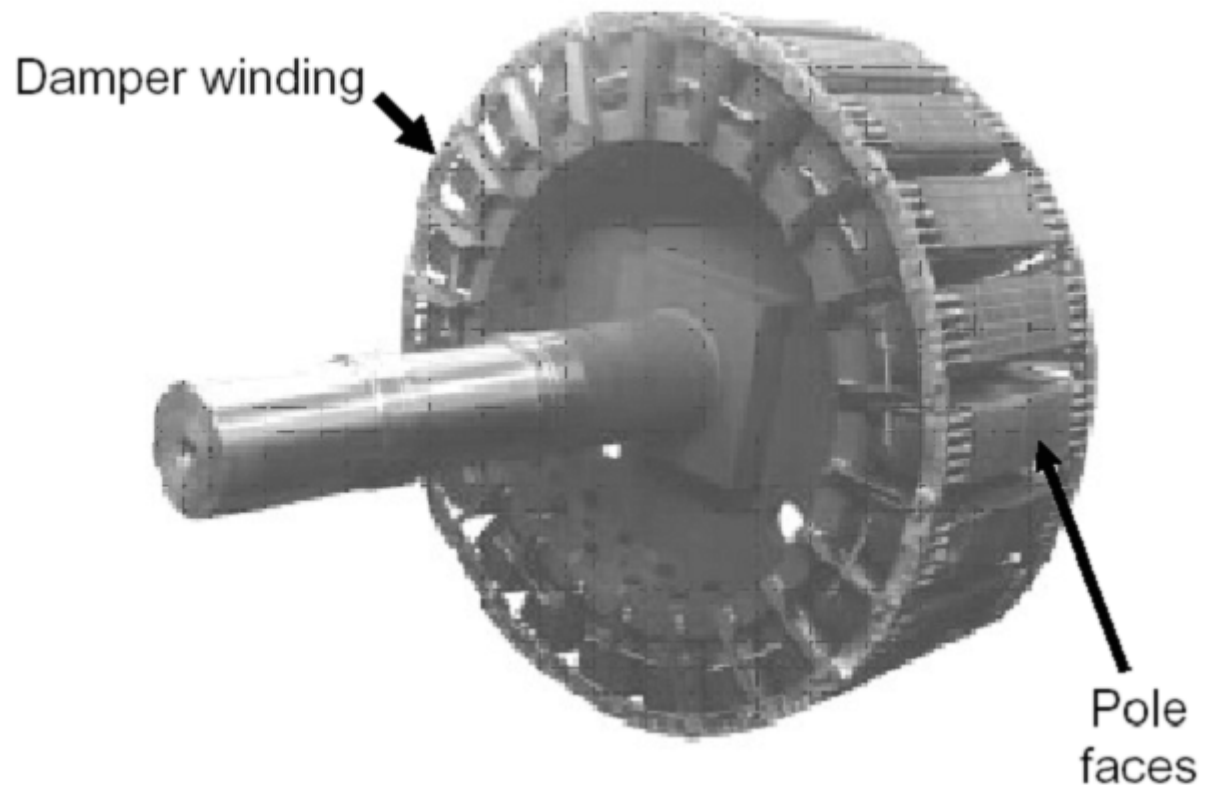
(Synchronous machines with salient magnetic poles on the rotor)

1. Samfasavél með útstandandi póla á rótor
2. Mæling samviðnáma X_d og X_q
3. Afl frá samfasavélar með útstandandi póla á rótor
4. Stýring á aflstuðli
5. Einangraðar samfasavélar



Samfasavélar með rótor sem hefur útstandandi póla

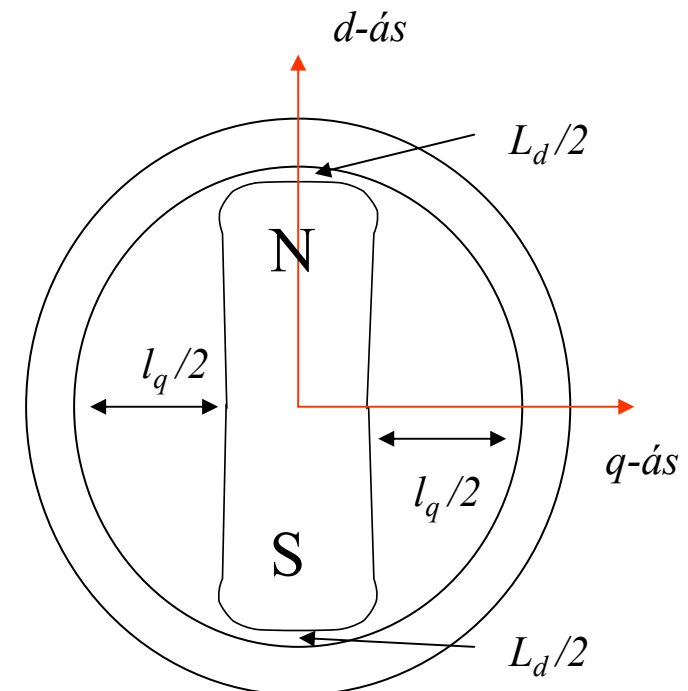
- Myndin sýnir vél með marga útstandandi póla og bil á milli pólanna sem raða sér á hringferilinn. Segulsviðið í loftbilinu er að hluta milli póla (q -ás) og að hluta við póla (d -ás) eins og næstu skyggjur varpa ljósi á
- Myndin sýnir einnig m.a. dempunarvafninga sem eru á yfirborði pólanna. Þeir koma þó ekki við sögu í stöðugri keyrslu vélarinnar





Samfasavélar með rótor sem hefur útstandandi póla

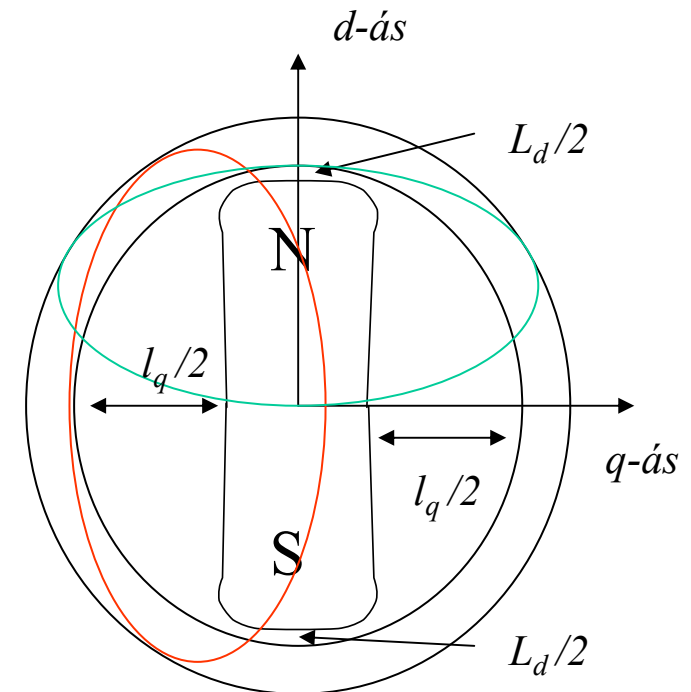
- d-stefna (d-ás) er eftir “endilöngum” rótor þ.e. frá einum segulpól (t.d. S=“suðurskaut”) á rótor til hins segulpólsins (t.d. N=“norðurskaut”)
- q-stefna (q-ás) er þvert á d-stefnu mælt í “rafmagnsgráðum” (90 gráður frá d-ás)
- Rótor með útstandandi póla gefur mismunandi seguleiginleika í þessar stefnur, þ.e. d-stefnu og q-stefnu.
- Loftbil er minna við yfirborð póls (d-stefna) en milli póla (q-stefna) og segulviðnám einnig lægra.





Segulferlar í d -stefnu og q -stefnu

- Við sjáum **rauða ferilinn**, en hann lýsir lokaðri segullínu (B-svið) í **stefnu d -áss**
- Við sjáum **græna ferilinn**, en hann lýsir lokaðri segullínu (B-svið) í **stefnu q -áss**
- Þetta allt leiðir af sér flóknara rásalíkan af vélinni heldur en ef rótor væri sívalur. Líkanið er útlistað myndrænt á næstu skyggnum





Mismunandi eiginleikar samfasavélar í d -stefnu og q -stefnu

- Hér eru mismunandi seguleiginleikar útlistaðir
- Eins og áður segir, er loftbil minna við yfirborð póls (d -stefna) en milli póla (q -stefna) og segulviðnám, R einnig lægra.
- Segulviðnám er í hlutfalli við breidd loftbilsins, l_d og l_q .
- Spanið, L er hins vegar hærra í d en q -stefnu
- Við skoðum vísamynd af vélinni fyrst í 3 tilfellum, þ.e. I. II og III eins og nánar er lýst.

$$l_d < l_q$$

$$R_d = \frac{l_d}{A\mu}$$

$$R_q = \frac{l_q}{A\mu}$$

$$R_d < R_q$$

$$L_d = \frac{N^2}{R_d}$$

$$L_q = \frac{N^2}{R_q}$$

$$L_d > L_q$$

$$X_d = \omega L_d$$

$$X_q = \omega L_q$$

$$X_d > X_q$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Seguleiginleikar samfasavélar

- Við höfum sem sé eftirfarandi samband milli stærðanna í d og q stefnur:

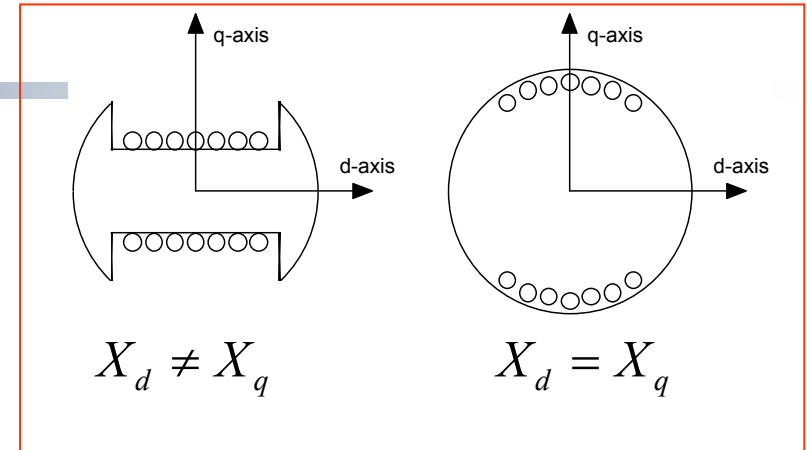
$$R_d = \frac{l_d}{\mu A} \quad R_q = \frac{l_q}{\mu A}$$

$$L_d = \frac{N^2}{R_d} \quad L_q = \frac{N^2}{R_q}$$

$$R_d = \frac{l_d}{\mu A}$$

- Við höfum eftirfarandi samband fyrir stærðir vegna segulmögnunar vélarinnar (f=field)

- Að lokum gilda eftirfarandi skilgreiningar vegna akkerisstærða, þ.e. stærða á stator vélarinnar (a=armature)



$$X_d = \omega L_d$$

$$X_q = \omega L_q$$

$$F_f = R\Phi_f$$

$$\lambda_f = N\Phi_f$$

$$F_a = R\Phi_a$$

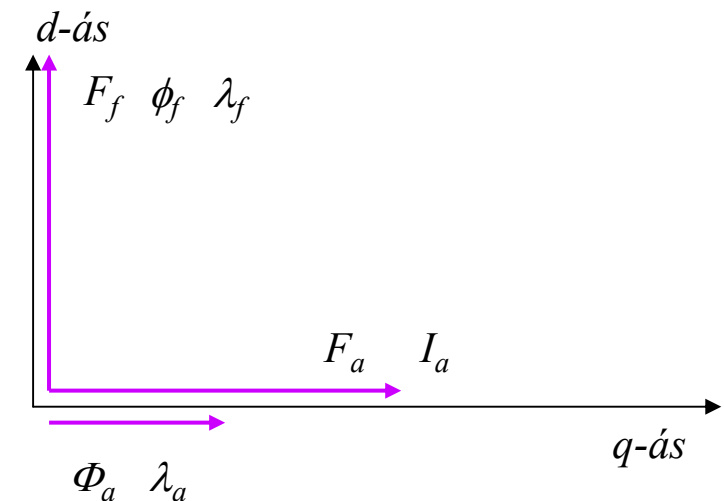
$$\lambda_a = N\Phi_a$$

$$\Phi_a = LI_a$$



Seguleiginleikar samfasavélar

- **Tilfelli I: Stefna akkerisstærða er þvert á stefnu segulmögnunarstærða.** Almennt getur verið hvaða fasahorn sem er milli stöðu rótors þ.e. d -áss (og þar með segulkrafts, F_f , sem hann myndar ofl stærða) og stöðu segulsviðs (ϕ_a , λ_a) og segulkrafts (F_a) sem myndast vegna statorstrauma (I_a), þ.e. akkerisstrauma.
- **Þessar 2 stefnur eru nefndar:**
 - Stefna segulmögnunarstærða eða d -áss
 - Stefna akkerisstærða
- **Hér sem sé skoðað það tilfelli að stefna akkerisstærða er þvert (=90 gráður) á stefnu segulmögnunarstærða og þar með er stefna akkerisstærða eftir q -ásnum**



Við fáum tiltölulega **lítinn** flux, Φ_a , þar sem loftbilið er **stórt** og og segulviðnám; R er **stórt** í stefnu q áss

$$\Phi_a = \frac{F_a}{R}$$

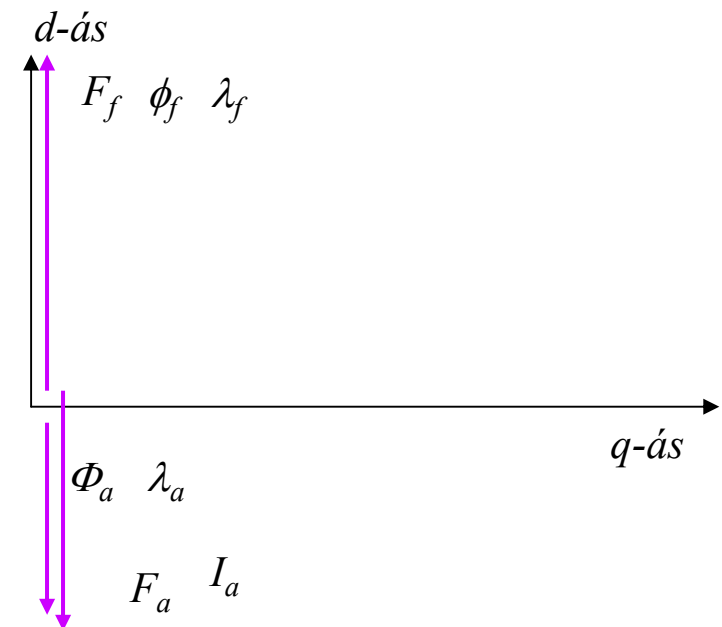


Seguleiginleikar samfasavélar

- **Tilfelli II: Stefna akkerisstærða er samsíða stefnu segulmögnunarstærða. Hér sem sé skoðað það tilfelli að stefna akkerisstærða sé samsíða stefnu segulmögnunarstærða og þar með er stefna akkerisstærða eftir d -ásnum**

Við fáum tiltölulega **mikinn** flux, Φ_a , þar sem loftbilið er **lítið** og og segulviðnám; R er **lítið** í stefnu d áss

$$\Phi_a = \frac{F_a}{R}$$





Seguleiginleikar samfasavélar

- Tilfelli III: Stefna akkerisstærða er blanda af tilfellum I og II**

$$\lambda_{res} = \lambda_f + \lambda_{ar}$$

$$\lambda_{ar} = \lambda_{ad} + \lambda_{aq}$$

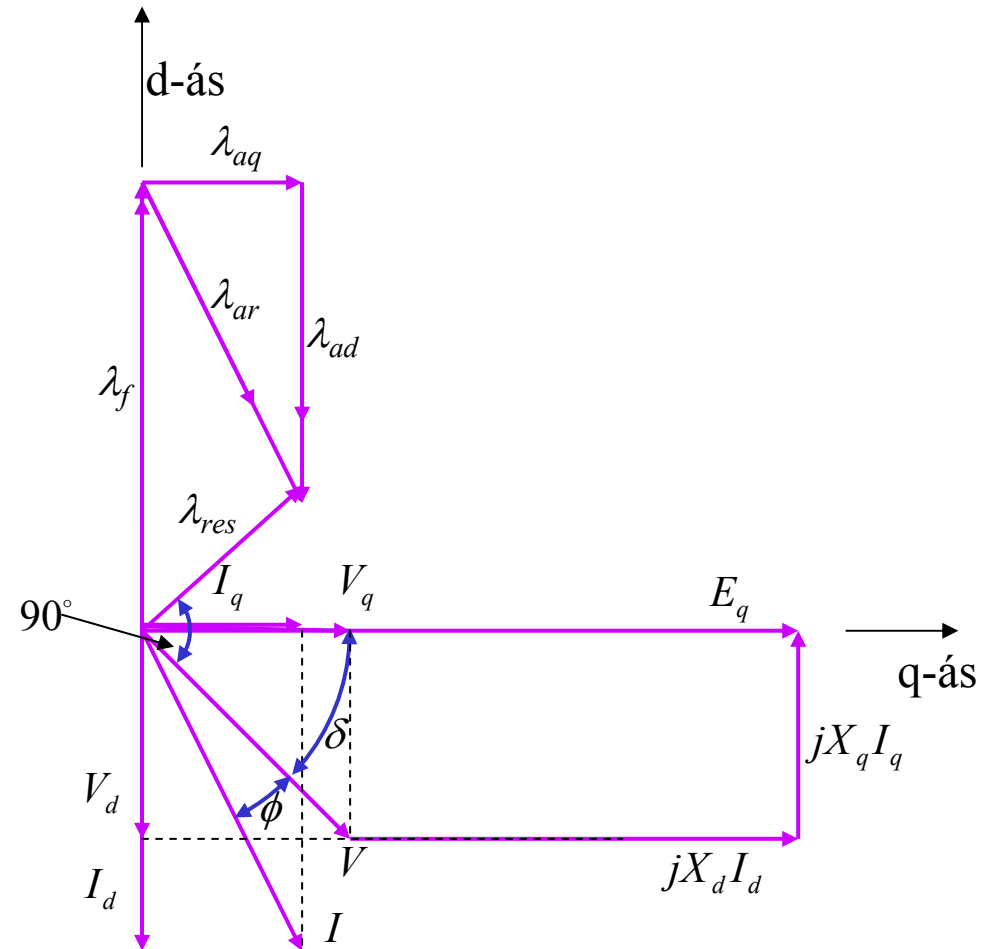
$$\lambda_{res} = \lambda_f + \lambda_{ad} + \lambda_{aq}$$

$$-j\omega\lambda_{res} = -j\omega\lambda_f - j\omega\lambda_{ad} - j\omega\lambda_{aq}$$

Nú er

$$\lambda_{ad} = L_d I_d \quad \text{og} \quad \lambda_{aq} = L_q I_q$$

Því fæst
$$V = E_q - j\omega\lambda_{ad} - j\omega\lambda_{aq}$$





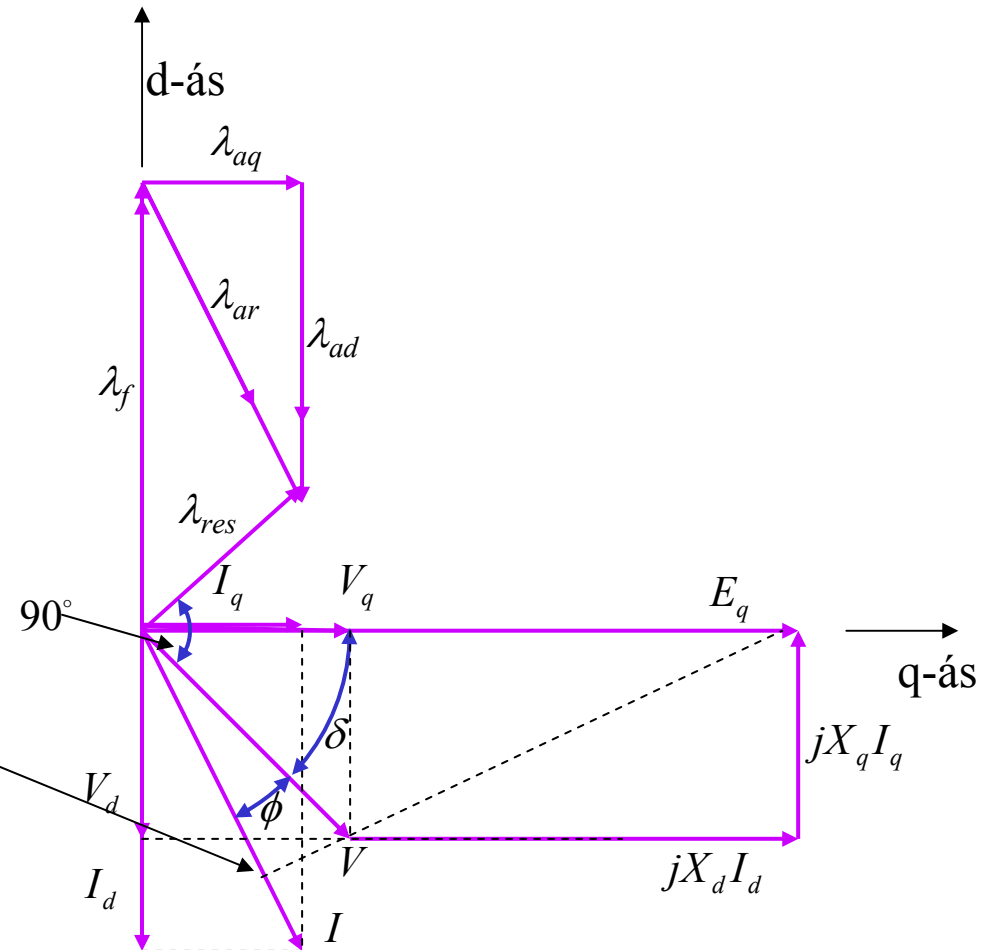
Seguleiginleikar samfasavélar

$$V = E_q - jX_d I_d - jX_q I_q$$

...þar sem $-j\omega\lambda_{res} = V$ og

$$-j\omega\lambda_f = E_q$$

Við sjáum að vektorinn λ_{res} er hornréttur á V . Þar sem X_d er ekki jafnt og X_q er ekki lengur rétt horn þar sem það var áður!!





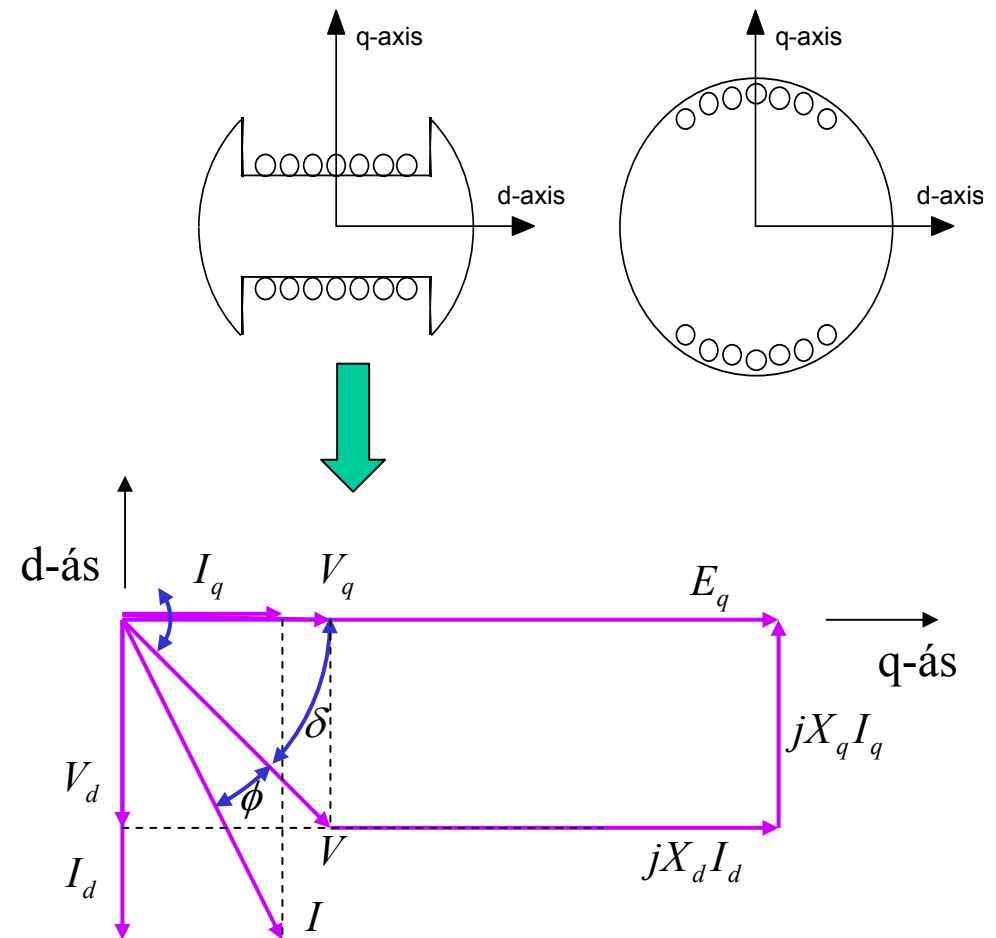
Salient pole rotor

Við sjáum hér til hliðar d -ás og q ás fyrir vélar bæði með sívölum snúð og snúð með útstandandi pólum. Við sjáum einnig vísamynd fyrir tilfallið með útstandandi póla. Þá eru d - og q - ásar mismunandi með t.t.

- Lögunar snúðs
- Segulflæðis
- Spans
- Strauma og spenna

$$X_d > X_q$$

$$E_q = V + jX_d I_d + jX_q I_q$$





Afl í statorrás samfasvélarinnar

(Power in the synchronous machine
stator circuit)



Afl í statorrás samfasvélarinnar (Útstæðir pólur)

- Við munum hér skoða afl í statorrás 3 fasa vélar með notkun Park-vörpunar og finna hvernig aflið er háð straumum og spennum í d og q stefnur.
- Augnabliksaflið $p(t)$ er eftirfarandi stærð (sbr skyggnuþakka nr 14 og 15).

$$p(t) = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c = \mathbf{v}_{abc}^T \cdot \mathbf{i}_{abc}$$

...þar sem

$$\mathbf{v}_{abc} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad \mathbf{i}_{abc} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Nú er $\mathbf{v}_{abc} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{v}_{qd0}$ og $\mathbf{i}_{abc} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{i}_{qd0}$

Þess vegna er $p(t) = \left(\mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{v}_{qd0} \right)^T \cdot \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{i}_{qd0} = \mathbf{v}_{qd0}^T \left[\left(\mathbf{K}^{-1} \right)^T \cdot \mathbf{K}^{-1} \right] \cdot \mathbf{i}_{qd0}$



Afl í statorrás samfasvélarinnar (Útstæðir pólar)

- Reiknum út margfeldið innan hornklofans og notum formúlusafnið úr skyggnumpakka nr 14 (endurtekið á næstu skyggnu):

$$(\mathbf{K}^{-1})^T \cdot \mathbf{K}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin \theta & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix}$$

$$(\mathbf{K}^{-1})^T \cdot \mathbf{K}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Við sjáum
að aflið verður:

$$p(t) = \frac{3}{2} (v_q i_q + v_d i_d) + 3v_0 i_0$$

Ef engir
núllstraumar:

$$p(t) = P_e = \frac{3}{2} (v_q i_q + v_d i_d)$$



$$\cos^2 x + \cos^2\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos^2\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}$$

$$\sin^2 x + \sin^2\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin^2\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}$$

$$\sin x \cos x + \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = 0$$

$$\cos x + \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = 0$$

$$\sin x + \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = 0$$

$$\sin x \cos y + \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(y - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(y + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{3}{2} \sin(x - y)$$

$$\sin x \sin y + \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(y - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(y + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{3}{2} \cos(x - y)$$

$$\cos x \sin y + \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(y - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(y + \frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{3}{2} \sin(x - y)$$

$$\cos x \cos y + \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(y - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(y + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{3}{2} \cos(x - y)$$

$$\sin x \cos y + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(y - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(y + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{3}{2} \sin(x + y)$$

$$\sin x \sin y + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(y - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(y + \frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{3}{2} \cos(x + y)$$

$$\cos x \sin y + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(y - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(y + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{3}{2} \sin(x + y)$$

$$\cos x \cos y + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(y - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(y + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{3}{2} \cos(x + y)$$

Hornafalljöfnur
sem henta fyrir
greiningu
rafmagnsvéla



Afl í statorrás samfasvélarinnar (Útstæðir pólar)

Nú má skilgreina eftirfarandi stærðir:

$$I_d = \sqrt{\frac{3}{2}} i_d$$

$$I_q = \sqrt{\frac{3}{2}} i_q$$

$$V_d = \sqrt{\frac{3}{2}} v_d$$

$$V_q = \sqrt{\frac{3}{2}} v_q$$

Þá verður:

$$p(t) = P_e = \frac{3}{2} (v_q i_q + v_d i_d) = V_q I_q + V_d I_d$$

Þessar nýju stærðir koma fram ef Park-vörpuninni er aðeins breytt. Hún var upphaflega:

$$\mathbf{K} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin \theta & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$



Afl í statorrás samfasvélarinnar (Útstæðir pólur)

Breyta þarf Park-vörpuninni úr \mathbf{K} í \mathbf{B} og verður hún þá þannig ¹⁾:

$$\mathbf{B} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \mathbf{K}$$

$$\mathbf{i}_{qd0} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{i}_{abc}$$

$$\mathbf{v}_{qd0} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{v}_{abc}$$

Þessi breyting leiðréttir hana með tilliti til aflsins í d og q stefnu

$$\mathbf{B} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin \theta & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

¹⁾ Sjá t.d.: *Power Systems Analysis*, Höf. Bergen, Vittal, Prentice Hall, 2000



UNIVERSITY OF ICELAND

P and Q for salient pole rotor

$$P_e + jQ_e = V \cdot I^* = (V_d + jV_q) \cdot (I_d + jI_q)^*$$

$$P_e + jQ_e = (V_d + jV_q) \cdot (I_d - jI_q)$$

$$P_e = V_d I_d + V_q I_q$$

$$V_d = V \sin \delta \quad V_q = V \cos \delta$$

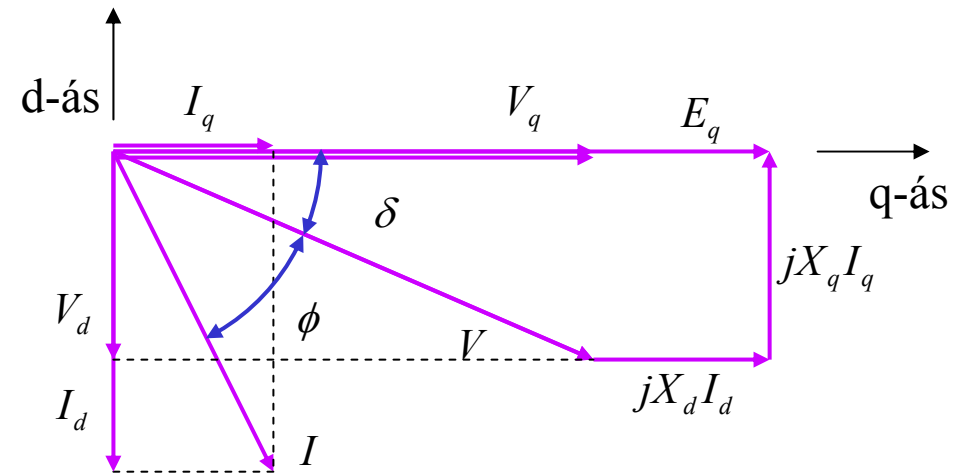
$$P_e = I_d V \sin \delta + I_q V \cos \delta$$

Við setjum inn:

$$I_d = \frac{E_q - V_q}{X_d} \quad I_q = \frac{V_d}{X_q}$$

$$P_e = \frac{E_q - V_q}{X_d} \cdot V \sin \delta + \frac{V_d}{X_q} \cdot V \cos \delta$$

$$P_e = \frac{E_q - V \cos \delta}{X_d} \cdot V \sin \delta + \frac{V \sin \delta}{X_q} \cdot V \cos \delta$$





UNIVERSITY OF ICELAND

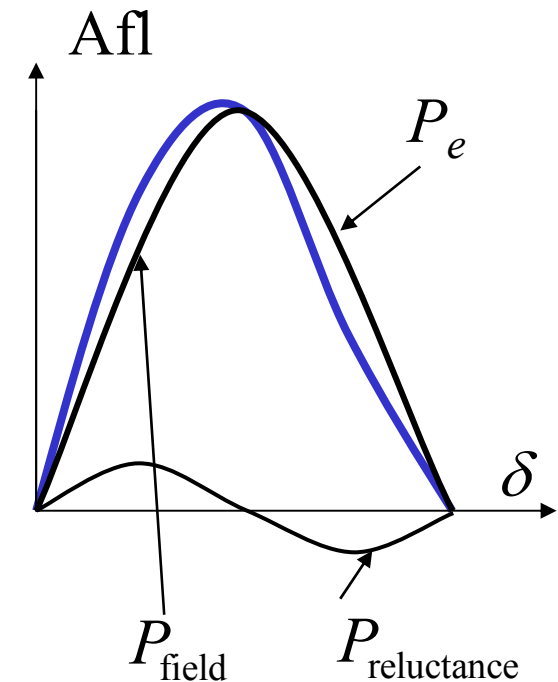
P and Q for salient pole rotor

$$P_e = \frac{E_q V}{X_d} \sin \delta - \frac{V^2}{X_d} \cdot \sin \delta \cos \delta + \frac{V^2}{X_q} \cdot \sin \delta \cos \delta$$

Notum: $\sin \delta \cos \delta = \frac{\sin 2\delta}{2}$

$$P_e = \frac{E_q V}{X_d} \sin \delta + \frac{V^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta = P_{\text{field}} + P_{\text{reluctance}}$$

$$Q_e = \frac{E_q V}{X_d} \cos \delta - V^2 \left(\frac{\sin^2 \delta}{X_q} + \frac{\cos^2 \delta}{X_d} \right)$$



Ath þegar

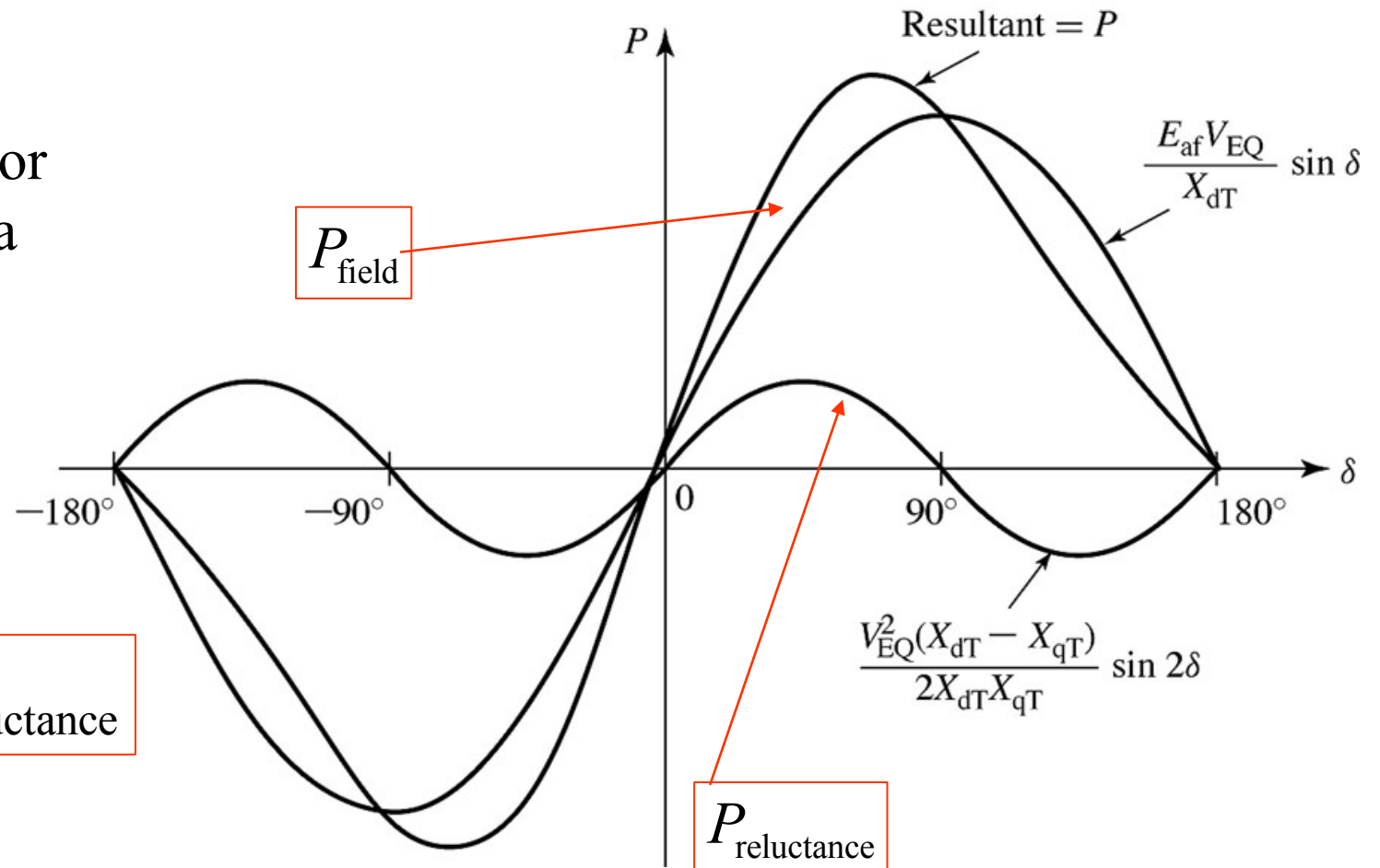
$$X_d = X_q$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Tómgangseiginleikar

Þessir ferlar fást fyrir raunaflafl vélar með útstandandi póla á rótor þegar við breytum eða minnkum segulmögnunina

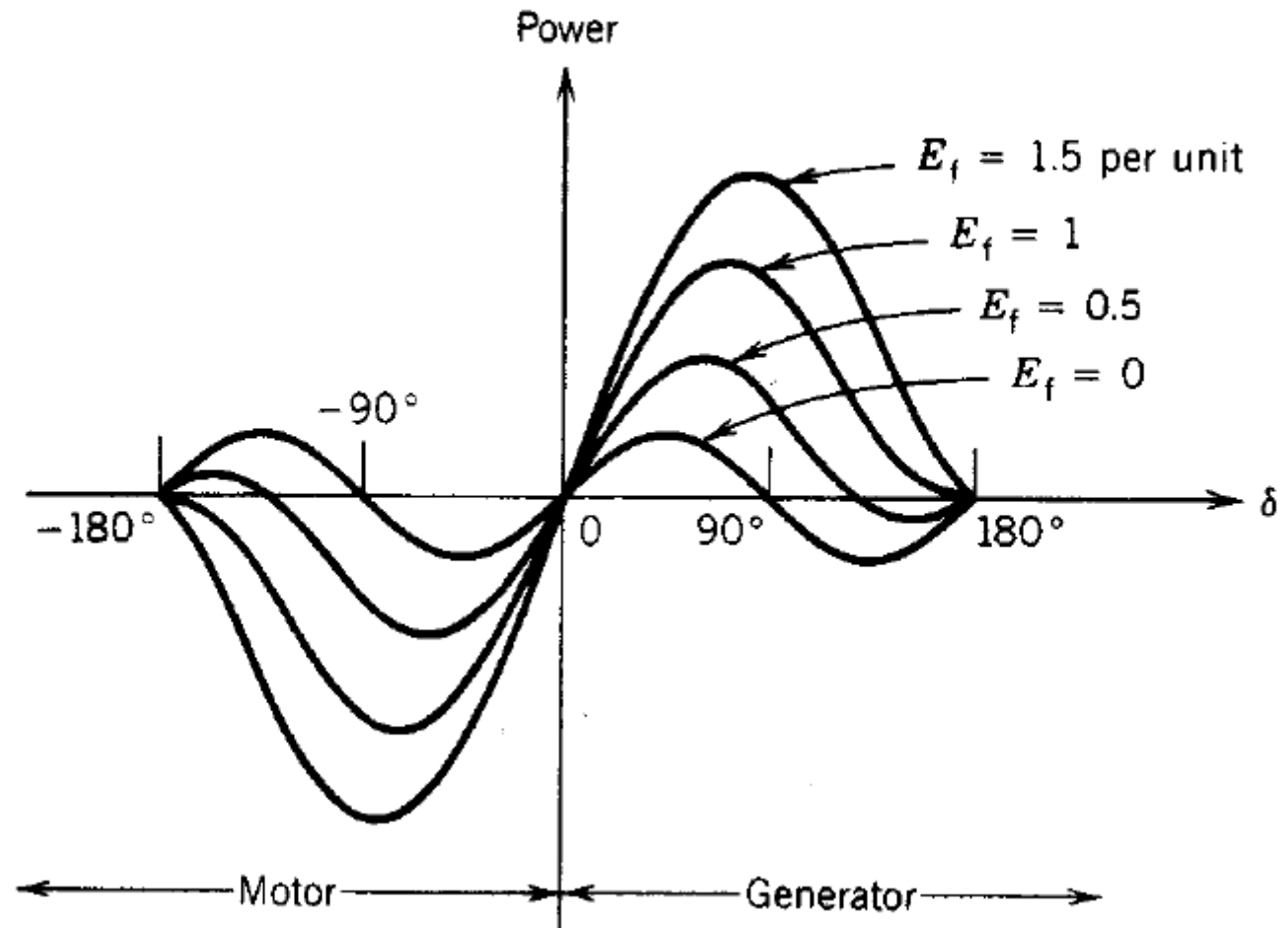


$$P_e = P_{\text{field}} + P_{\text{reluctance}}$$



Afl og fasahorn fyrir mismunandi segulmögnunarstrauma

Við útstandandi póla (Rotor saliency) er *segulviðnámsafl* (Reluctance power) til staðar þótt enginn segulmögnunarstraumur sé á rótor, þ.e. jafnvel þegar $E_f = 0$

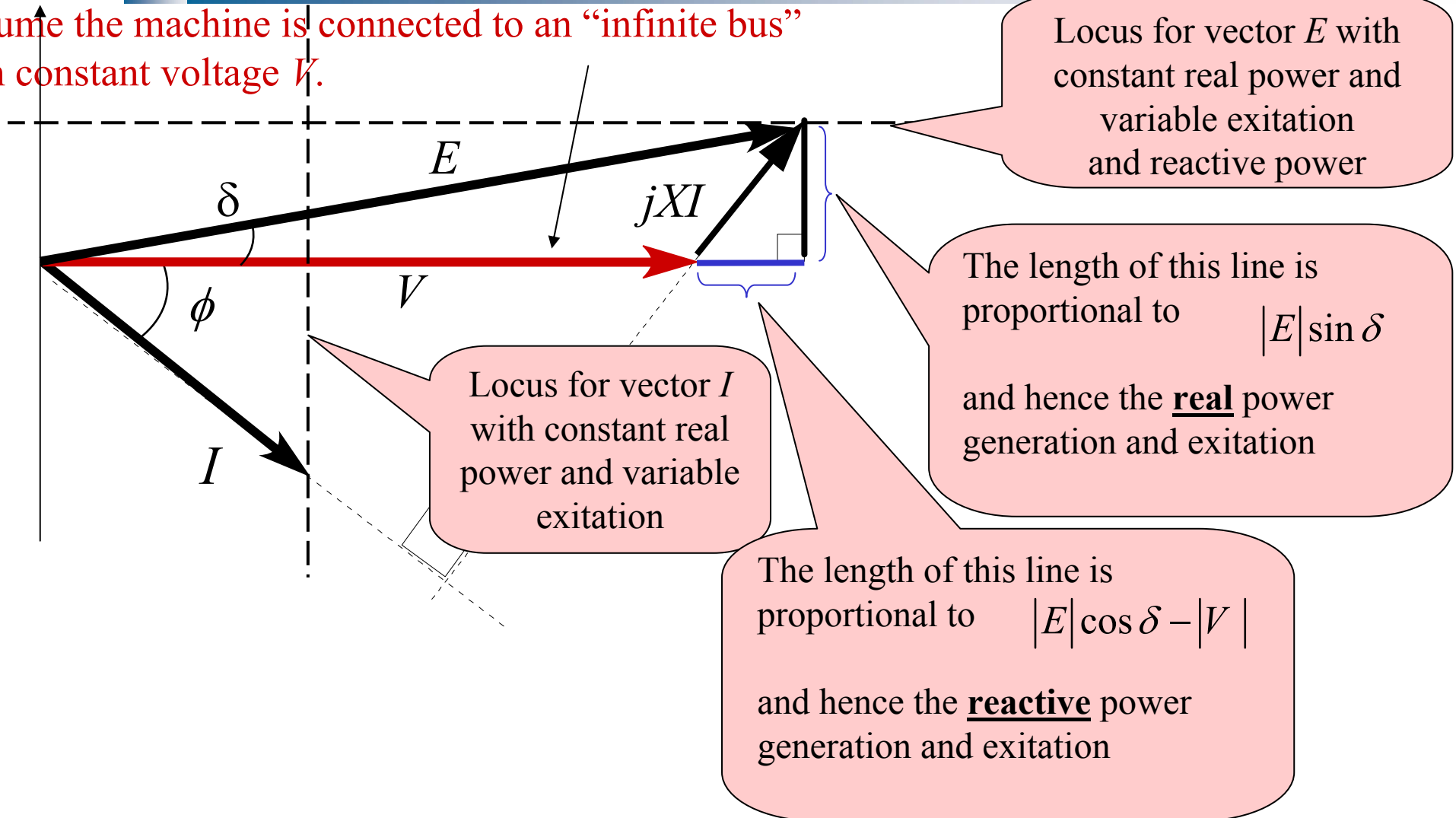




UNIVERSITY OF ICELAND

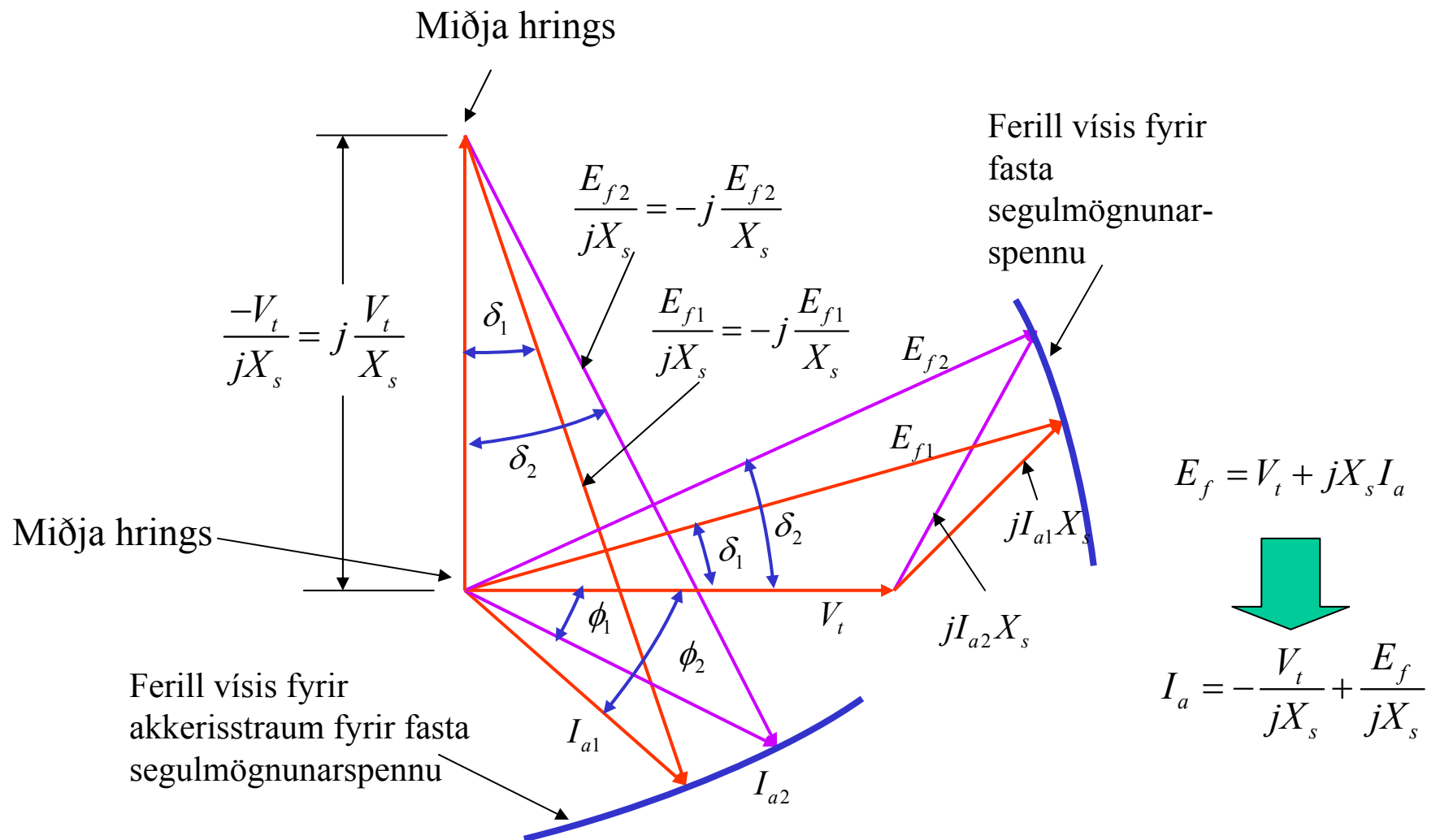
Graphical Representation of Reactive Power From a Synchronous Machine

Assume the machine is connected to an “infinite bus” with constant voltage V .





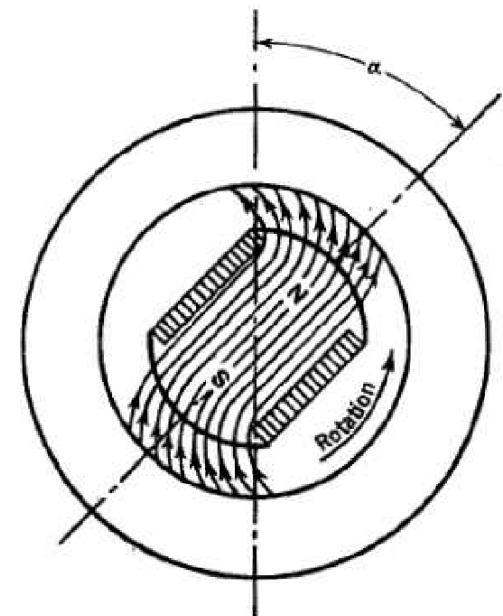
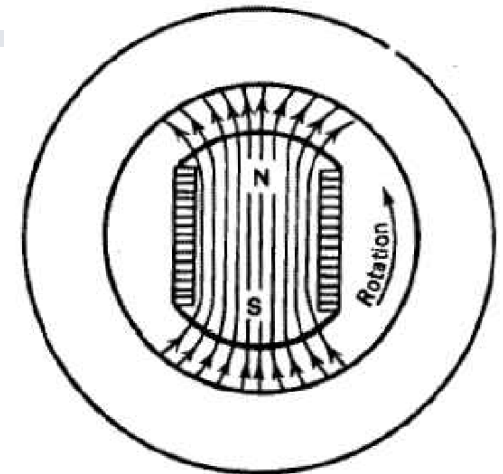
Vísamynd við fasta segulmögnun samfasavélar





Sveigja á segulsviði samfasavélar (2)

- Efri myndin sýnir hvernig svið umhverfis rótor í 2 póla samfasavél lítur út þegar vélin er hvorki að framleiða eða eyða raunafli þ.e. hún gengur í tómgangi með akkerisspennunni á stator (t.d. sveiflu raforkukerfisins)
- Neðri myndin sýnir síðan hvernig sviðið sveigir þegar álag bætist á vélin. Hér er rótorinn á eftir akkerissviðinu þ.e. vélin er að “reyna að hægja á” sviðinu frá statornum miðað við gefna snúningsstefnu. Hornið α segir til um frávik rótorsins frá segulstefnu snúningssviðsins frá akkerisvafningum. (Sviðið er því í bæði d og q stefnu)
- Þetta er sambærilegt við segulnál í segulsviði jarðar þar sem segulnálnin sjálf hefur svið sem leggst við sviðið umhverfis nálina





Dreifing segulsviðs í samfasavél

- Mat á sviði og dreifingu þess er orðið mjög fullkomið í samfasavél með notkun FEM (Finite Element Modeling) forrita við útreikning sviðs



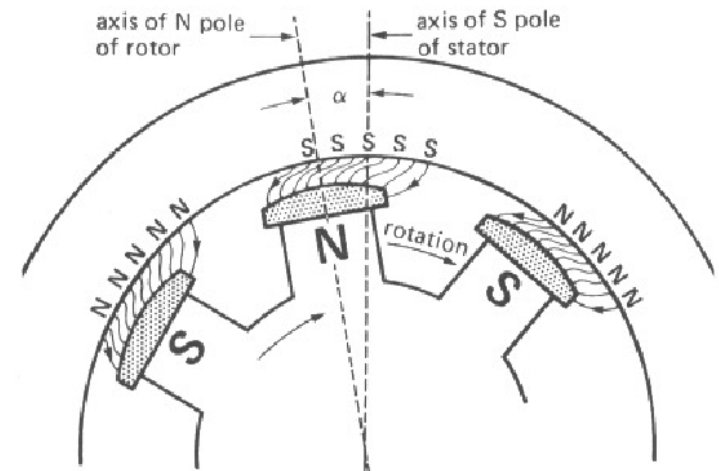
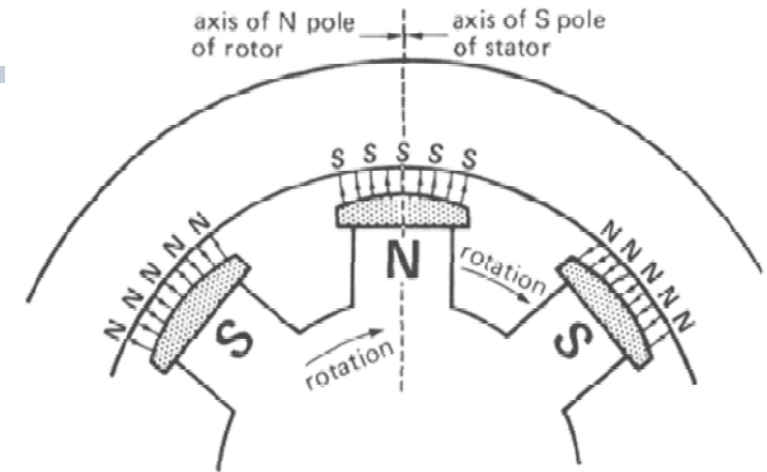
Heimild: Reinhard E. Joho:
“Advances in synchronous machinery”
IEEE Power Engineering Review, júlí 2002

Magnetic field plot for a load case, generated by 2-D FEM (Sívalur snúður)



Sveigja á segulsviði samfasavélar

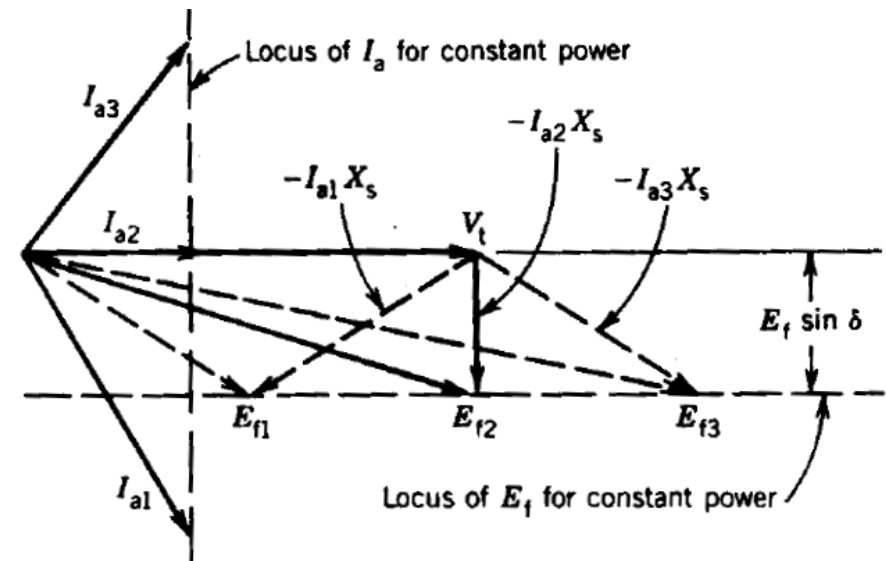
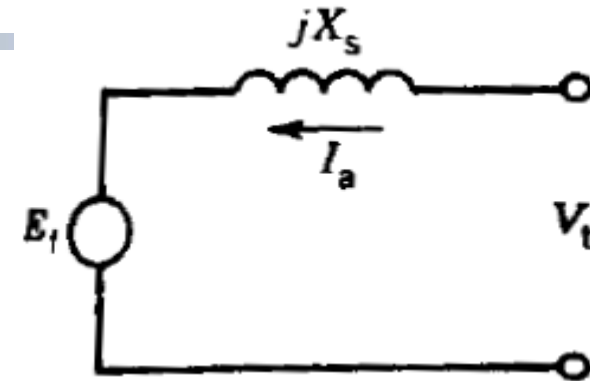
- Svipað gerist á myndunum t.h. (margra póla vél):
- Efri myndin sýnir þegar segulpólar á rótor og stator eru “í beinni línu” hvor við annan og vélin gengur í tómgangi
- Neðri myndin sýnir þegar ytra álag er tengt þessum samfasamótor og hann “teygir á” segulsviðinu þannig að rótorinn fer að hægja á sér og er ekki lengur í fasa við segulpóla á stator. Hornið á milli er α og aflið sem er afhent er háð α þannig (K er fasti): $P = K \sin \alpha$
- Þannig hefur segulsviðið á seinni myndinni þætti, bæði í d-stefnu og í q-stefnu en á fyrri myndinni aðeins í d-stefnu





Stýring á aflstuðli-V-ferlar

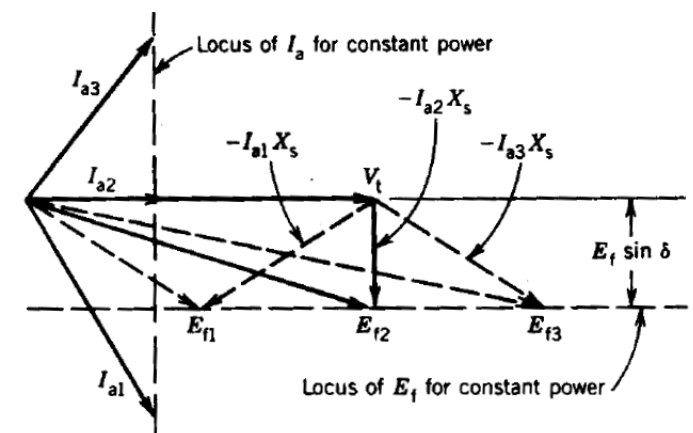
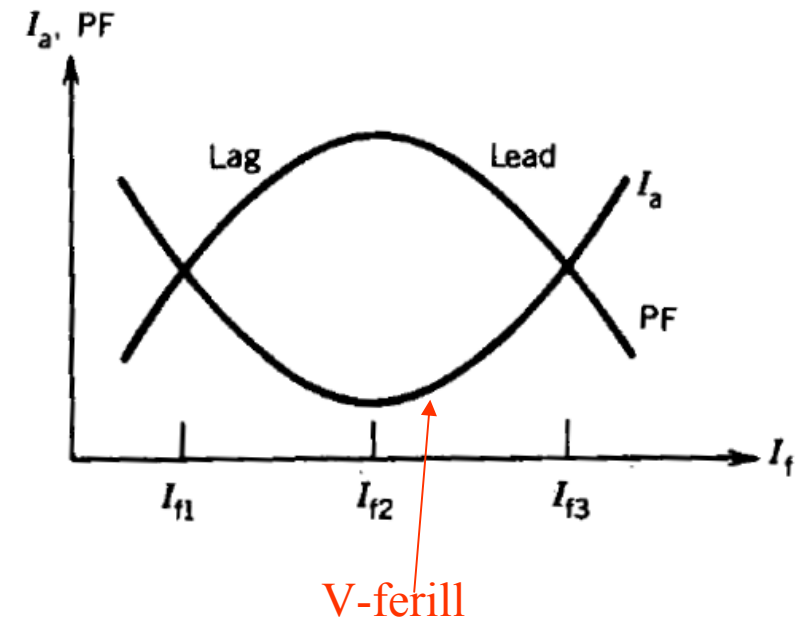
- Efri myndin til hægri sýnir rásamynd fyrir vél með sívölum snúð og neðri myndin sýnir vísa þegar vélin vinnur sem mótur við mismunandi segulmögnun
- Gert er ráð fyrir að V_t sé fasti. Lóðrétta brotna línan sýnir hvar straumvísir liggur miðað við fast raunafl til vélarinnar þ.e. ofanvarpa I_a á V_t er einnig fasti
- Láretta brotna línan sýnir hvar segulmögnunarspennuvísir liggur fyrir fast raunafl en mismunandi straum á rótor (segulmögnun)
- Unnt er að ráða hvort straumur er á eftir spennu í fasa eða undan (“leading/lagging power factor”, stýring aflstuðuls)





Stýring á aflstuðli, V-ferlar (2)

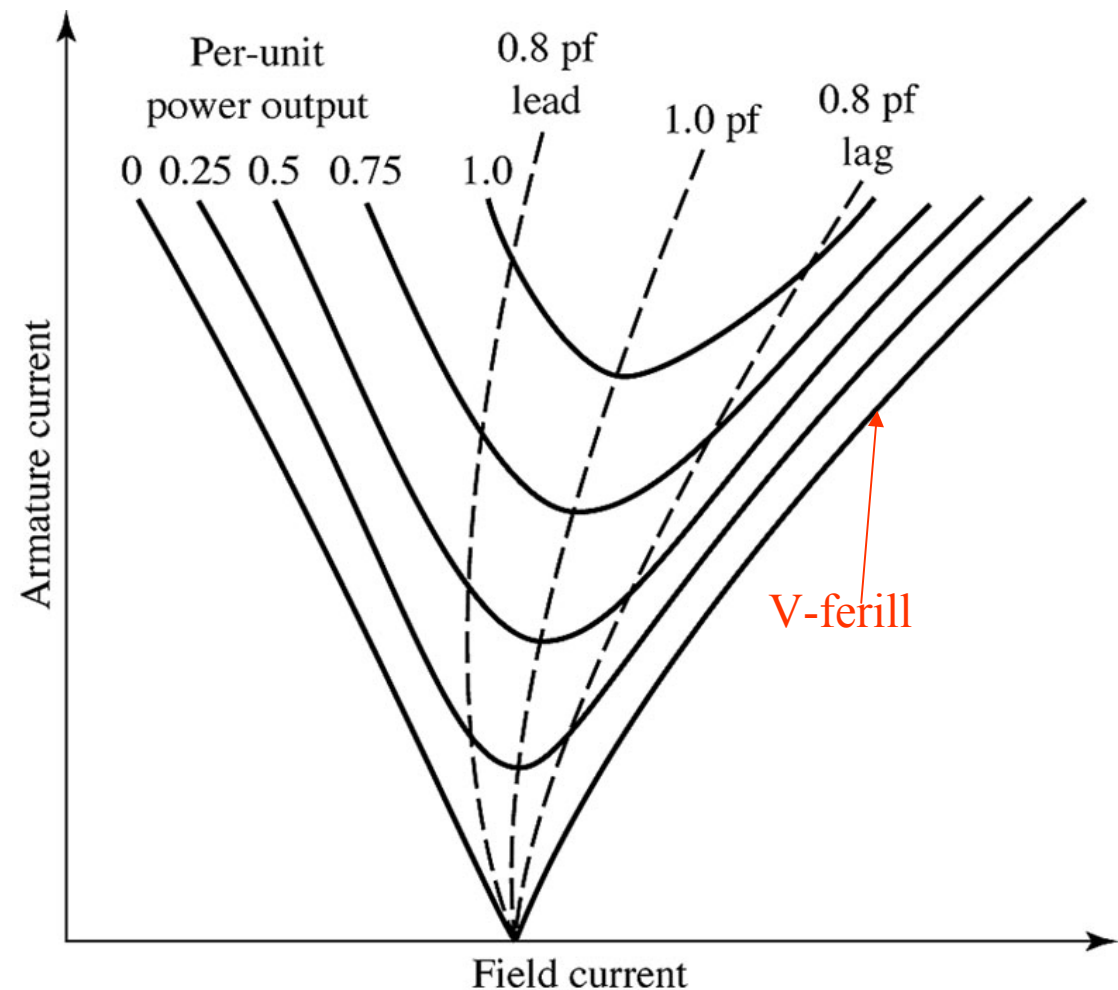
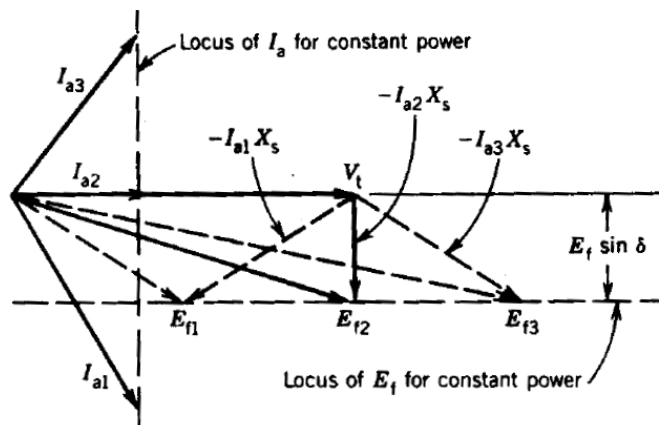
- Við fáum því meðfylgjandi V-feril fyrir mismunandi segulmögnun vélarinnar, I_f , þar sem straumur er á eftir spennu í fasa vinstra megin (lagging PF) en á undan spennu í fasa hægra megin (leading PF)
- V-ferillinn sýnir straum á stator, I_a , sem fall af segulmögnunarstraumi, I_f
- Við gerum greinarmun á yfirsegulmögnun og undirsegulmögnun
- Stýring aflstuðuls getur farið fram þar sem álag (t.d. í verksmiðju) er blanda af spanvélum og samfasavélum. Spanvélarnar eru með spankennt álag (spenna á eftir straumi), en unnt er að stýra samfasavélum og gera þær að rýmdarkenndu álagi (þetta heitir “synchronous condenser”). Þannig jafnast aflstuðullinn.
- Frekari V-ferlar eru sýndir á næstu skyggnu.





V-ferlar samfasarafala

- Á myndinni sjást s.k. V-ferlar fyrir rafala með mismunandi raunaflí út
- Fyrir tiltekið raunafl verður akkerisstraumurinn í lágmarki þegar sviðsstraumnum er breytt við aflstuðulinn = 1. Þannig er unnt að sjá hvernig breyta þarf sviðsstraumnum til að halda aflstuðlinum föstum (brotnar línur)

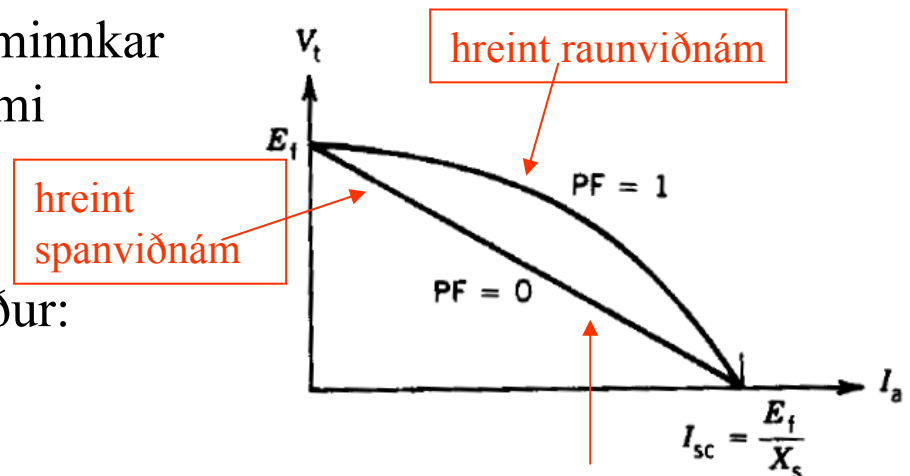
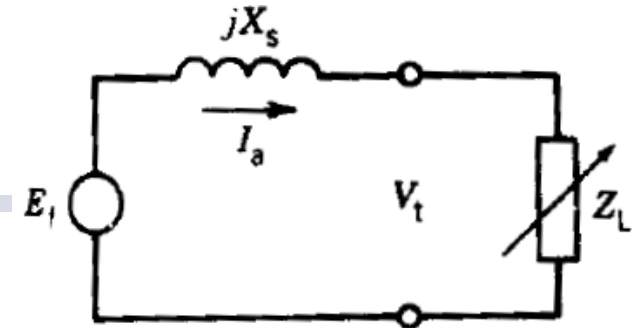




UNIVERSITY OF ICELAND

Einangraðar samfasavélar

- Ef samfasavélar eru keyrðar einangrað frá stærra raforkukerfi (efsta mynd) verður álagið almennt séð breytilegt samviðnám, Z_L
- Neðri myndin sýnir hvernig spenna frá vélinni minnkar með auknum straumi allt að skammhlaupsstraumi miðað við hreint raunviðnám (PF=1) og hreint spanviðnám (PF=0). Þetta er skoðað nánar hér:
- Ath. fyrst PF=0. Skammhlaupsstraumurinn verður:



$$I_{sc} = \frac{E_f}{jX_s}$$

$$|I_{sc}| = \frac{|E_f|}{X_s}$$

$$V_t = E_f - jI_a X_s$$

$$V_t = jX_s (I_{sc} - I_a)$$

$$|V_t| = X_s (|I_{sc} - I_a|)$$

- Ath því næst raunviðnám R_L , þ.e. PF=1. Almennt er straumurinn, I_a ef samviðnámið, Z_L er raunviðnám, þ.e. $Z_L = R_L$

$$|I_a| = \frac{|E_f|}{\sqrt{X_s^2 + R_L^2}}$$



Einangraðar samfasavélar (2)

- Við getum aðlagð síðustu jöfnu þannig:
- Nú er deilt í gegn með hægri hlið jöfnunnar og þá fæst

$$X_s^2 + R_L^2 = \frac{|E_f|^2}{|I_a|^2} = \frac{X_s^2 |I_{sc}|^2}{|I_a|^2}$$

- Nú er ljóst að $|V_t| = |I_a| R_L$

$$\frac{|I_a|^2}{|I_{sc}|^2} + \frac{|I_a|^2}{X_s^2 |I_{sc}|^2} R_L^2 = 1$$

- Við stingum þessu inn í fyrri jöfnuna og þá fæst
- Ljóst er að spennan frá vélinni minnkar með auknu álagi þ.e. aukinni “úttekt” á straumi, I_a frá vélinni. Við viljum helst að vélin hegði sér eins og **spennulind**, þ.e. spennan haldi sér sem fasti óháð álagi

$$\frac{|V_t|^2}{(X_s |I_{sc}|)^2} + \frac{|I_a|^2}{|I_{sc}|^2} = 1$$



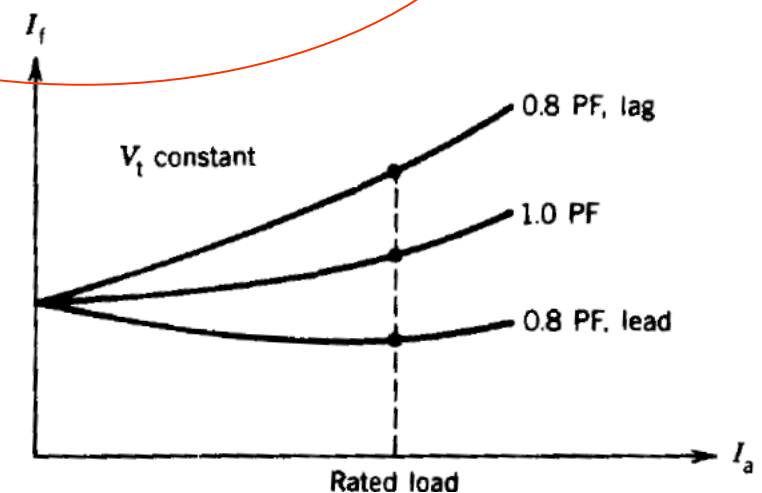
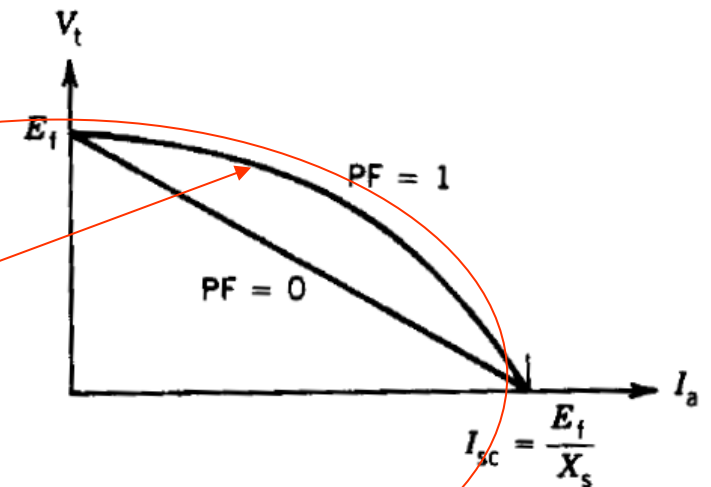
UNIVERSITY OF ICELAND

Einangraðar samfasavélar (3)

- Því fæst eftirfarandi jafna fyrir ellipsu (bjúgferil) í breytunum V_t og I_a :

$$\frac{|V_t|^2}{(X_s |I_{sc}|)^2} + \frac{|I_a|^2}{|I_{sc}|^2} = 1$$

- Jafnan sýnir á efri myndinni hvernig spenna frá vélinni minnkar eins og ferill **ellipsu-geira** (þ.e. $\frac{1}{4}$ úr ellipsuhring) fyrir það tilfelli að PF=1 þ.e. raunviðnám sem álag.
- Neðsta myndin sýnir hvernig breyta þarf segulmögnunarstraumnum til að halda fastri spennu, V_t á tengingum stators rafalans





UNIVERSITY OF ICELAND

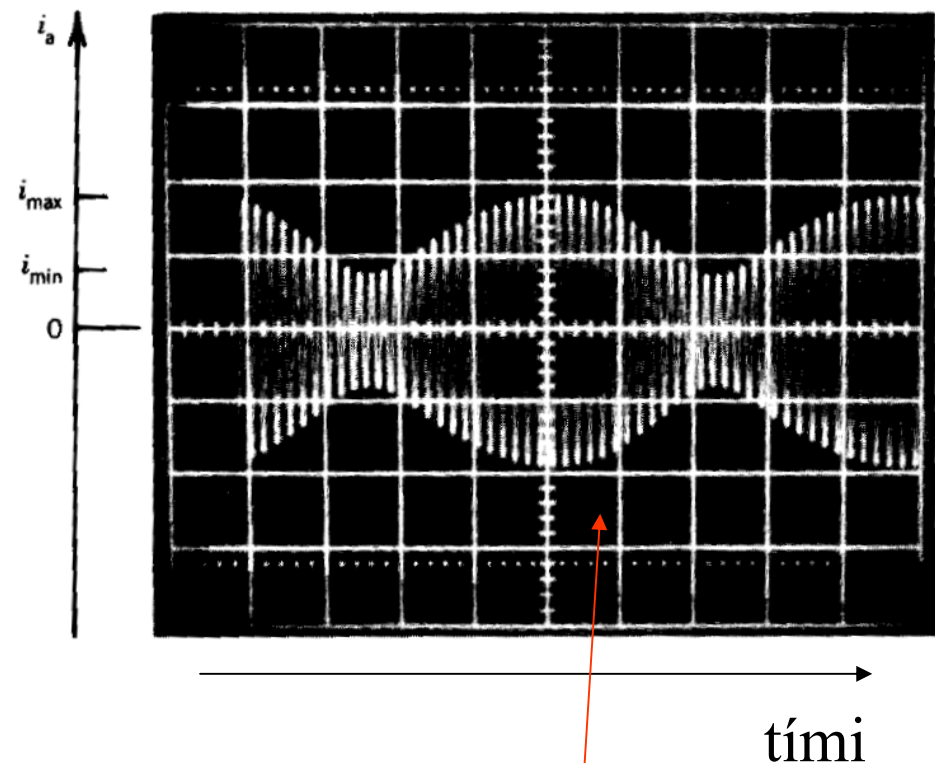
Mæling X_d og X_q

- Unnt er að mæla spanviðnám í stefnu d og q ása, þ.e. X_d og X_q með því að setja spennu inn á stator og mæla straum í gegnum statorvafningana og láta rótorinn snúast með hraða sem er **nálægt samfasahraða** vélarinnar.
- Rótorinn verður að snúast í sömu stefnu og snúningssviðið vegna statorstraumsins. Hann er látinn vera opin rás, þ.e. án segulmögnunarspennu.
- Þá fæst á sveiflusjá bylgjuform samkvæmt meðfylgjandi mynd og spanviðnámín lesið úr eftirfarandi jöfnum:

$$X_d = \frac{V_t}{i_{\min} / \sqrt{2}}$$

$$X_q = \frac{V_t}{i_{\max} / \sqrt{2}}$$

straumur

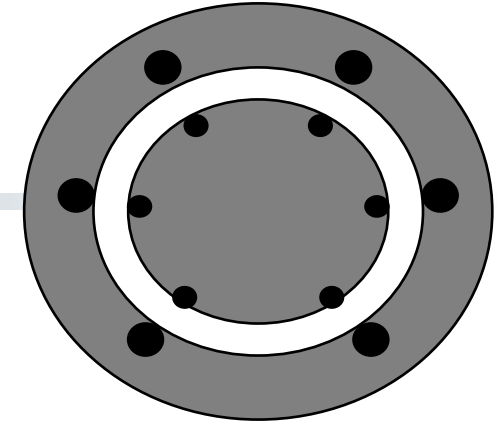


Mynd af sveiflusjá



Frekara ítarefni - Tilvísanir - Heimildir

- KENNSLUBÓK: “*Electric Machinery*”; höf.: Fitzgerald, Kingsley & Umans; 6. útgáfa: McGraw-Hill, 2003.
- “*Principles of Electric Machines and Power Electronics*”; höf.: P.C. Sen; 2. útgáfa: John Wiley & Sons, 1997.
- “*Electric Machines, Steady State theory and Dynamic Performance*”, Höf.: M. S. Sarma, West Publishing Co., 1994
- “*Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*”, 2nd Edition, Höf.: Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff, Wiley/IEEE Press 2002.
- *Power Systems Analysis*, Höf. Bergen, Vittal, Prentice Hall, 2000



Inngangur að fjölfasa spanvélum

(Introduction to Polyphase Induction Machines)

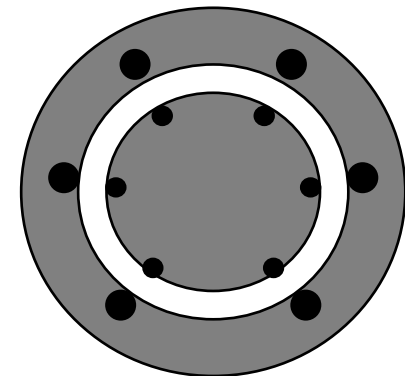
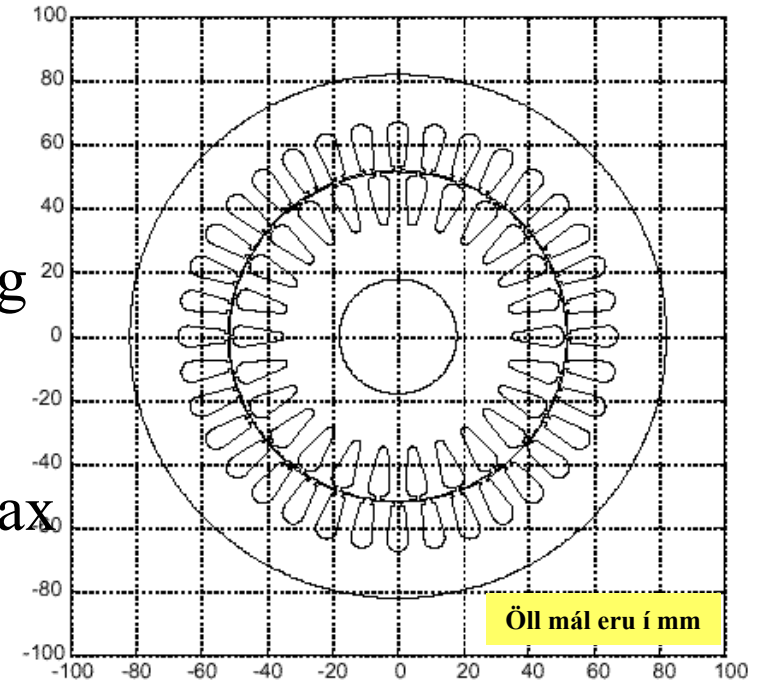




UNIVERSITY OF ICELAND

Spanvélin – upprifjun

- 3 fasa spanvélin hefur vafninga bæði á stator og rótor. Statorvafningarnir eru oft tengdir ytra raforkukerfi með samhverfum straumum og spennum og eru settir í raufar innan á stator strax utan loftbilsins (**Sjá myndir**)
- Statorvafningar með samhverfum straumum mynda snúningssvið í loftbilinu sem snýst með samfasahraða en hreyfifræðilegur hornhraði sviðsins ræðst af fjölda póla.
- Svipaðir 3 fasa vafningar eru einnig á rótor vélarinnar. Þeir eru í raufum innan loftbilsins. Þeir eru ekki tengdir spennugjafa og eru annað hvort tengdir ytri rás með viðnámum eða skammhleypfir. **Sjá rásamynd á næstu skyggnu**

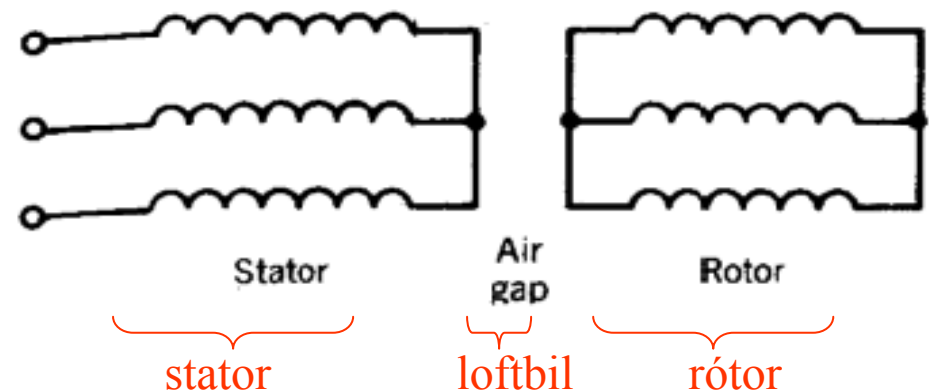




“Venjuleg” tenging 3 fasa spanvélar

UNIVERSITY OF ICELAND

- “Venjuleg” 3 fasa spanvél felst í að 3 fasa **statorvafningar** eru tengdir við ytri spennugjafa eða raforkukerfi, en 3 fasa **rótorvafningar** eru skammhleypdir. Á milli þeirra er eins og ávallt **loftbil**.
- **Munum: Helstu hlutar allra véla eru:**
 - **Statorvafningar**
 - **Rótorvafningar (Snúðvafningar)**
 - **Loftbil (á milli)**





Spanvélar – upprifjun (2)

1. Virkni og vinna spanvélarinnar byggir því á 2 segulsviðum, þ.e. :
 1. Í fyrsta lagi að riðstraumur í 3 fasa vafningum, á **stator** myndar segulsvið sem snýst í loftbilinu (segulsviðsbylgja!). Þetta svið nefnist **snúningssegulsvið frá stator** og snýst t.d. 50 snún. á sek ef tíðni statorstraums er 50 Hz
 2. Vegna ofangreinds statorstraums spanast upp spenna og straumur í **lokuðum** 3 fasa rásum eða vafningum á **rótor**. Þessir riðstraumur myndar einnig segulsviðsbylgju sem snýst og myndast straumurinn skv. Lenz lögmáli þ.e. reynir að upphefja fyrra sviðið frá statorstraumum. Rótorinn er ekki tengdur neinum straumgjafa heldur myndar lokaða rás.
2. Spanvélin byggist á gagnkvæmum kraftáhrifum ofangreindra 2 segulsviða:
 1. Áhrif frá snúningssviði vegna riðstrauma í kyrrstæðum stator
 2. Snúningssvið vegna riðstrauma sem spanast upp í rótor



Spanvélar – upprifjun (3)

1. Almennt er snúningur rôtors ekki með sama hraða og sveifla statorstrauma, því ef svo væri mundi enginn straumur spanast upp í honum (þ.e. rötornum)
2. Ath. að röturvafningar eru yfirleitt ekki tengdir ytri spennugjafa heldur **spanast** upp spenna í þeim vegna breytilegs segulflæðis í loftbilinu
3. Vélin hegðar sér svipað og spennir þar sem stator samsvarar forvafi en rótor bakvafi (sem snýst!)
4. Snúningssvið er í loftbili í takt við stator-straum. Þetta spanar upp straum í rótor til að vega upp á móti sviðinu
5. Samanlagður snúningshraði rôtors og tíðni riðstraums í honum og sviðs vegna þess straums ber saman við snúningssvið frá stator.
6. Riðstraumur fer bæði um statorvafninga og röturvafninga

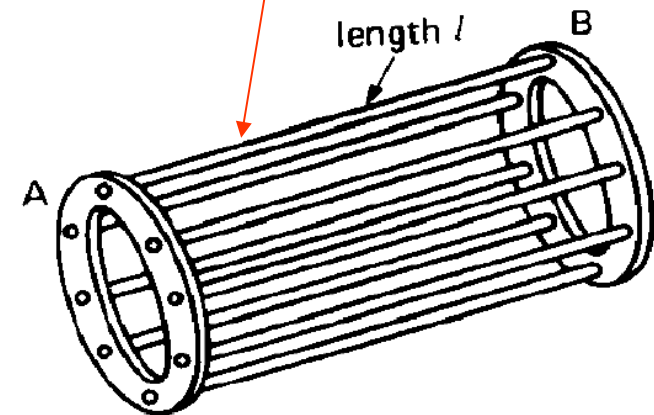


Spanvélar – upprifjun (4)

- Fjöldi fasa. Spanvélar eru:
 - 3-fasa. Algengari og þýðingarmeiri gerð
 - 1-fasa. Minni spanvélar.
- Rótor getur verið:
 - **Vafinn rótor** (Wound rotor). Vafningar á hefðbundinn hátt á rótor.
 - **Búrvafningar** (Squirrel - cage windings). Koparstengur felldar inn eftir endilöngum rótor.



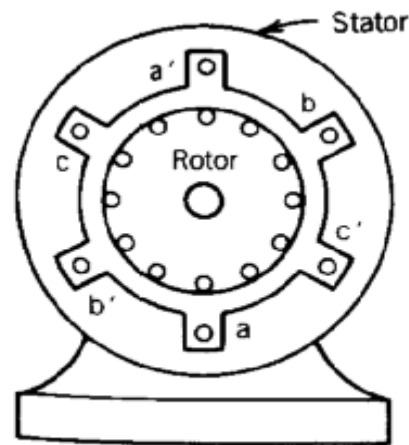
Búrvafningar



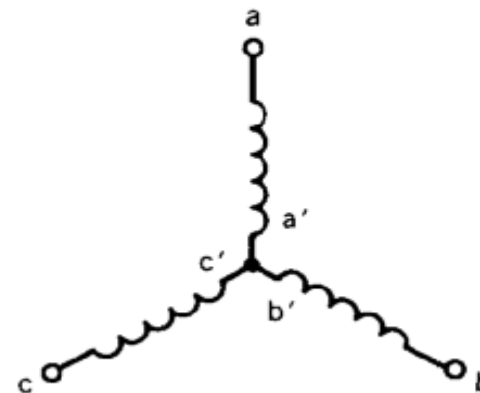


Spanvélin - tenging á stator

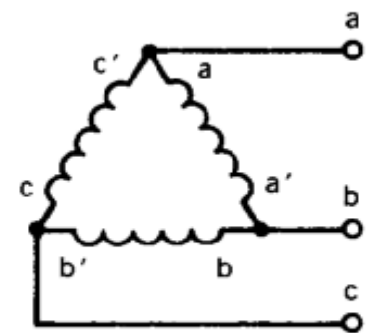
- Stator spanvélar getur annað hvort verið stjörnu- eða delta-tengdur:



(a)



(b)



(c)

Stjörnu -
tengdur stator

Delta -
tengdur stator



Virgni spanvélar

- Snúningssvið rötors byggir á samanlögðum snúningshraða:
 - “Raunverulegs” snúningssvið rötors vegna t.d. hverfils. Þessi snúningur getur t.d. verið 30 snúningar á sek (m.v. 2 póla)
 - Snúningssvið vegna riðstrauma í röturvafningum sem geta verið t.d. með 20 Hz tíðni
- Samanlagður snúningshraði beggja snúningssviða er þar með $20+30=50$ snúningar á sek (Hz) m.v. kyrrstöðu og bæði svið “leitast við” að aðlagast hvort öðru
- Hugtakið til að lýsa þessum snúningshraða - annars vegar rötors og hinsvegar riðstraumi í rötur - er hugtakið “**sleita**” (**enska: slip**)
- Tökum 3 dæmi um samspil snúningshraða og riðstraums sem spanast upp, þ.e. **(1) Kyrrstöðu, (2) Samfasa hraða og (3) “millibilsástand” þar á milli!**



Dæmi 1: Kyrrstaða ($s = 1$)

- Gerum ráð fyrir að:
 - Bæði stator og rótor séu kyrrstæðir, þ.e. $s = 1$
 - Stator sé tengdur við 3-fasa spennugjafa með $f_1 = 50$ Hz. Statorstraumurinn veldur þá snúningssviði í loftbilinu, sem snýst með snúningshraða $n_s = 3000$ rpm
- Við þessar aðstæður:
 - spanast upp spenna (og straumur) í rótor sem er með skammhleypum rásum með tíðninni 50 Hz (Hliðstætt við spennu).
 - er snúningshraði rötors $n = 0$ og rótorstraumurinn verður $f_2 = 50$ Hz og veldur snúningssviði til mótvægis sem snýst með snúningshraða $n_s = 3000$ rpm miðað við bæði stator og rótor



Dæmi 2: Samfasahraði ($s = 0$)

- Gerum ráð fyrir að:
 - ..stator sé tengdur við 3 fasa spennugjafa með $f_1 = 50$ Hz er veldur snúningssviði í loftbilinu, sem snýst með snúningshraða $n_s = 3000$ rpm
 - ..rótor snúist með sama snúningshraða, $n = 3000$ rpm,
- Við þessar aðstæður:
 - spanast engin spenna né straumur upp í rótor þar sem **séð frá rótor** er segulsviðið er myndast vegna stators kyrrstætt því það er að snúast á sama hraða og rótor!! þ.e. $f_2 = 50$ Hz
 - Því verða engin kraftáhrif á milli rótors og stators, þar sem leiðari í segulsvið þarf að flytja straum til að á hann verki kraftur!



Dæmi 3: Spanvélin með 2000 rpm snúningshraða rótors

- Í lokadæminu gerum við ráð fyrir að:
 - ..stator sé tengdur við 3 fasa spennugjafa með $f = 50$ Hz er veldur snúningssviði í loftbilinu, sem snýst með snúningshraða $n_s = 3000$ rpm
 - ..og rótor snúist með “raunverulegum” snúningshraða, $n = 2000$ rpm eða $2/3$ af 50, þ.e. 33.33 snúningar á sek
- Við þessar aðstæður:
 - spanast upp í rótor spenna og straumur með tíðni sem er mismunur (a) áður nefnds snúningssviðs frá stator og (b) snúningshraða rótors þ.e. með tíðninni $50 - 33.33 = 16,6667$ Hz og veldur snúningssviði er snýst með 1000 rpm, miðað við snúning rótors!!
 - Þetta snúningssvið vegna rótorstrauma snýst hins vegar með $n_s = 3000$ rpm, miðað við kyrrstöðu!! Hver er sleitan við þessar aðstæður?



UNIVERSITY OF ICELAND

Skilgreining sleitu (slip)

- Í framhaldi af ofangreindum dæmum skilgreinum við hugtakið **sleita** (slip) sem mælikvarða á hraðamismun snúnings sviðs í loftbilinu er koma til vegna statorstrauma og raunverulegs snúningshraða rótors
- Skilgreinum fyrst n_s sem snúningshraða sviðsins í loftbili (t.d. 3000 rpm) vegna strauma í stator sem eru í fasa við ytri spennugjafa (“s” stendur fyrir samfasa eða “sýnkrónt” við kerfið)
- Skilgreinum n sem raunverulegan snúningshraða rótors (rpm)
- **Þá skilgreinist sleita sem hlutfallslegt frávik snúningshraða rótors frá samfasasnúningshraða** (slip) eins og sýnt er í meðfylgjandi jöfnu:
- Athugasemdir:
 - Því er ljóst að þegar rótor snýst **hægar** (n) en samfasa snúningssviðið (n_s), þ.e. $n < n_s$ er sleitan **jákvæð** stærð ($s > 0$)
 - Einnig er ljóst að þegar rótor snýst **hraðar** (n) en samfasa snúningssviðið (n_s), þ.e. $n > n_s$ er sleitan **neikvæð** stærð ($s < 0$)
- Við fáum því samband milli n og n_s
- Ef maður vill fremur reikna með hornhraða í radiönum fæst:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s}$$

$$n_s \cdot s = n_s - n$$

$$n = (1 - s)n_s$$

$$\omega_m = (1 - s)\omega_s$$



Samband tíðni á statorstraumi, snúningshraða segulsviðs og fjölda póla

- Samanlagður snúningshraði samfasasviðsins er samansettur úr 2 þáttum
 1. Snúningshraða rôtorsins (miðað við kyrrstöðu) (n)
 2. Hraða snúningsviðs riðstraums á rötornum (miðað við rótorinn) (sn_s)
- Þetta leiðir til eftirfarandi jöfnu
- Þetta þýðir að sleitan í síðasta dæminu (Dæmi 3) er:

$$sn_s + n = n_s$$

$$s = \frac{n_s - n}{n_s}$$

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{3000 - 2000}{3000} = 0,3333$$

Eða 33,3%



Samband tíðni á statorstraumi, snúningshraða segulsviðs og fjölda póla

- Fjöldi póla hefur eins og áður áhrif á jöfnur um snúningshraða
 - p er fjöldi póla (t.d. 2)
 - $f_s = f_1$ er tíðni statorstraums (t.d. 50 Hz)
 - (60 er fjöldi sek í mínútu)
 - n_s er snúningshraði samfasa - segulsviðs í sn./mín (rpm)
 - Þá fæst eftirfarandi jafna fyrir samband tíðni og snúningshraða

$$n_s = \frac{2}{p} f_s \cdot 60 = \frac{120 f_s}{p}$$

- Einfeldast er almennt að hugsa sér 2-póla vélar til að skoða hvernig þær vinna og virka!

$$f_s = f_1 = \frac{p}{120} n_s$$



Samband tíðni á stator og rótorvafningum

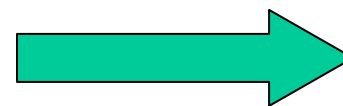
- Sleita skilgreinist, eins og áður segir, sem hlutfallslegt frávik snúningshraða rótors n frá samfasasnúningshraða snúnings sviðs, n_s
- Skilgreinum f_1 sem tíðni riðstraumsins á stator og f_2 sem tíðni riðstraumsins á rótor. Þá fæst:
- Þetta er mikilvæg jafna sem við notum við líkanagerð vélarinnar

$$f_1 = \frac{p}{120} n_s$$

$$f_2 = \frac{p}{120} (n_s - n)$$

$$f_2 = \frac{p}{120} s n_s$$

$$= s f_1$$

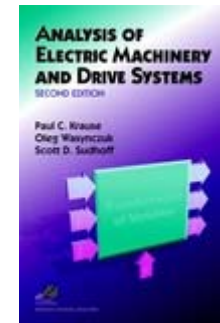


$$f_2 = s f_1$$



Frekara ítarefni - Tilvísanir - Heimildir

- T. Wildi: “*Electrical Machines, Drives and Power Systems*”, Prentice Hall, 2002
- “*Principles of Electric Machines and Power Electronics*”; höf.: P.C. Sen; 2. útgáfa: John Wiley & Sons, 1997.
- “*Electric Machines, Steady State Theory and Dynamic Performance*”, Höf.: M. S. Sarma, West Publishing Co., 1994
- “*Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*”, 2nd Edition, Höf.: Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff, Wiley/IEEE Press 2002.





Rásalíkon af spanvél

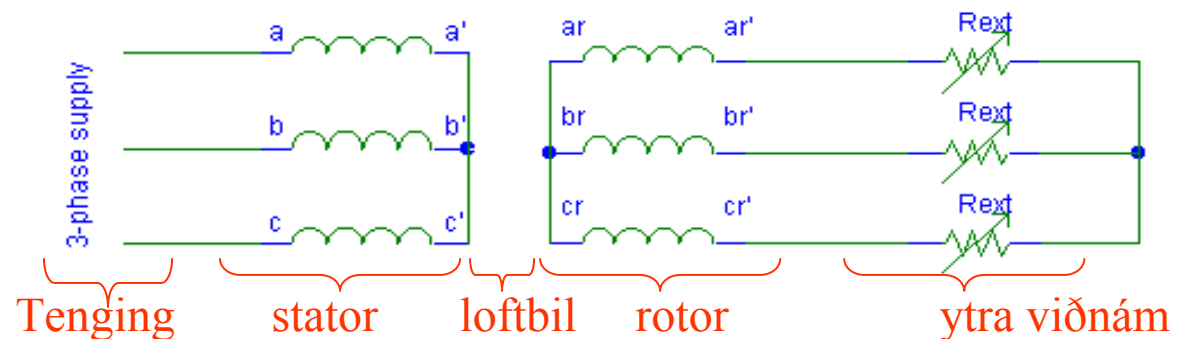
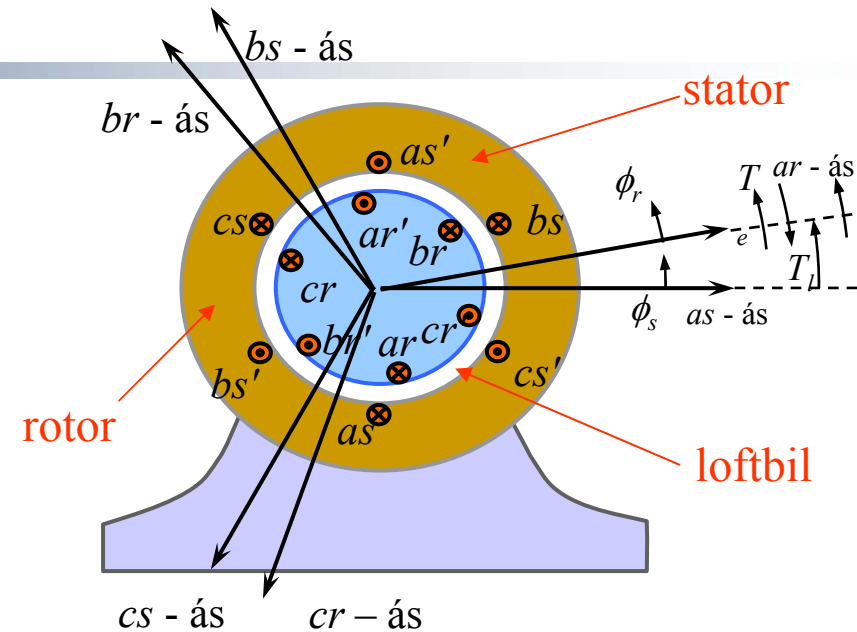
Induction machine circuit models



UNIVERSITY OF ICELAND

3 fasa líkan spanvélar

- Við höfum 3-fasa vafninga á **stator** (sjá myndir)
- Við höfum 3-fasa vafninga á **rótor** (sjá myndir)
- Vægi á rótor verður til vegna **samspils bylgna segulflæðis** á milli rótors og stators yfir loftbilið
- Vélin hegðar sér í kyrrstöðu eins og spennir, nema að spennir hefur ekki loftbil, en það hefur spanvélin
- Skoðum fyrst véлина (eða “spenninn”) í kyrrstöðu





Líkan af spanvél samanborið við líkan spennis

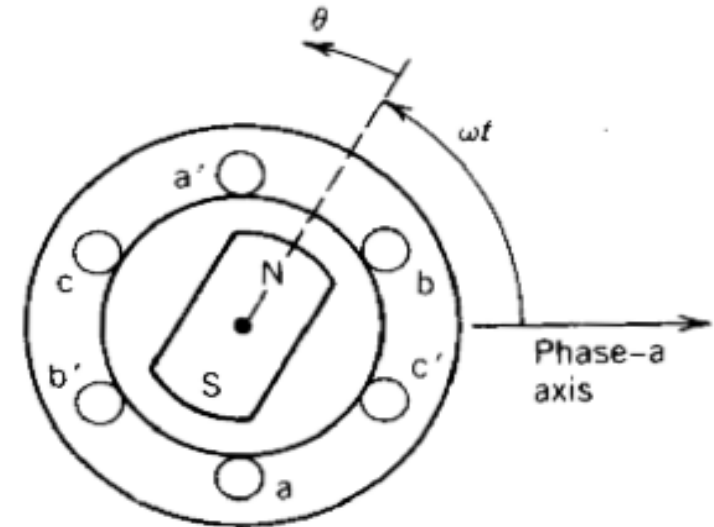
- Við munum sjá að jafngildisrás er hliðstæð og rás fyrir spennni!
- “Forvaf” getur samsvarað statorvafningum (vafningar nr “1”)
- “Bakvaf” getur samsvarað rótorvafningum (vafningar nr “2”)
- Lekaspanviðnám stærra í spanvél en spennni
- Segulmögnunarstraumur er stærri í spanvél en í spennni



UNIVERSITY OF ICELAND

Spenna spanast upp í vafningum vegna snúningssviðs

- Snúningssvið veldur spennu í vafningum sem eru í sviðinu bæði á rótor og stator :
- Við getum reiknað út spennuna samkvæmt lögmáli Faradays. N er fjöldi vafninga og Φ_p er sveifluhæð flúxbylgju. $\omega = 2\pi f$ er hornhraðinn.
- Eftirfarandi jöfnur fást fyrir spennuna bæði á stator og rótor þar sem lítill munur er á vafningum hvort sem þeir eru innan eða utan loftbilsins, hvað varðar fluxvafninga, λ , þ.e. svið sem umlykur vafningana



$$\lambda_a(\omega t) = N\Phi_p \cos \omega t$$

$$e_a(t) = \frac{d\lambda_a(\omega t)}{dt} = -\omega N\Phi_p \sin \omega t$$

$$E_{rms} = \frac{\omega N\Phi_p}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N\Phi_p}{\sqrt{2}} = 4.44 f N\Phi_p$$



UNIVERSITY OF ICELAND

Spanvélin í kyrrstöðu

- E_1 er RMS spenna á **stator**.
- E_{2k} er RMS spenna á **rótor í kyrrstöðu**
- Vegna kyrrstöðu rótors er sama tíðni, f , á báðum vafningum og sama svið (flúx) Φ_p umlykur vafningana
- K_{w1} og K_{w2} eru vafningastuðlar vegna dreifðra vafninga. Þeir eru < 1 , þ.e. þeir sýna lítilsháttar minnkun á áhrifum sviðsins.
- Hlutfall á spennu á stator- og rótorvafningum í kyrrstöðu verður :

$$E_1 = 4.44 fN_1 \Phi_p K_{w1}$$

$$E_{2k} = 4.44 fN_2 \Phi_p K_{w2}$$

$$\frac{E_1}{E_{2k}} = \frac{4.44 fN_1 \Phi_p K_{w1}}{4.44 fN_2 \Phi_p K_{w2}}$$

$$K_{w1} = K_{w2}$$

$$\frac{E_1}{E_{2k}} \simeq \frac{N_1 K_{w1}}{N_2 K_{w2}} \simeq a$$

$$E_1 \simeq aE_{2k}$$

- Miðað við **sama vafningastuðul** og **vafningahlutfallið**, a fæst að lokum jafna um hlutfall spennu á forvafi og bakvafi í **kyrrstöðu** miðað við fullkomna tengingu:



Spanvélin í snúningi

- E_1 er spenna á **stator**.
- E_{2k} er spenna á **rótor í kyrrstöðu**
- Nú er E_2 er spenna á **rótor á hreyfingu**.
- Mismunandi tíðni f_1 og f_2 er nú á vafningum stators og rötors.
- Umsetning er, a , þ.e. vafningahlutfall,
- Aftur eru vafningastuðlar eins á rótor og stator (einföldun):
- Samband tíðni f_2 og f_1 á rótor og stator er
- Þá fæst eftirfarandi samband milli spanaðrar spennu á rótor og stator
- **Ath: Spennan á rotor þegar hann snýst, þ.e. E_2 er sleitan, s margfölduð með spennunni á rótor þegar hann snýst, E_{2k}**

$$E_1 = 4.44 f_1 N_1 \Phi_p K_{w1}$$

$$E_2 = 4.44 f_2 N_2 \Phi_p K_{w2}$$

$$a = \frac{N_1}{N_2}$$

$$K_{w1} = K_{w2}$$

$$f_2 = s f_1$$

$$E_2 = s \frac{E_1}{a} = s E_{2k}$$

$$\frac{E_1}{E_2} \approx a \frac{f_1 K_{w1}}{f_2 K_{w2}} = a \frac{f_1}{f_2}$$

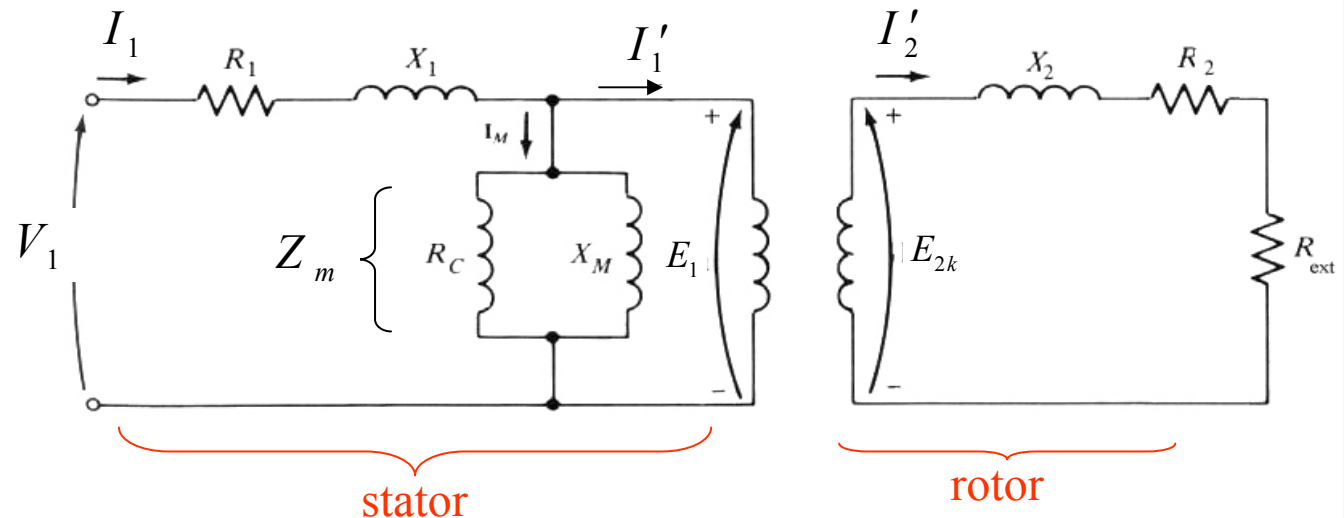
$$E_1 = a E_{2k} = \frac{a}{s} E_2$$

$$E_2 = s E_{2k}$$



Jafngildisrás spanvélar í kyrrstöðu með þverlegg

- Við skoðum jafngildismynd fyrir **spenni** og beitung henni á spanvélin þar sem við vitum að sömu eiginleikar gilda, þ.e. Ohmskt viðnám spanviðnám, segulmögnun, kjarnatöp o.s.v.frv.
- Gert er því ráð fyrir að **spanvélin í kyrrstöðu** hegði sér eins og spennir
- Oft er X_M og R_C mjög stórt og Z_m er stórt, þ.e. eins og opin rás. Þess vegna má oft sleppa þverleggnum og $I_1 = I'_1$. Þetta er oft óþarfa nálgun.
- Hér er $\omega_s = 2\pi f_1$ hornhraði sveiflunnar á statorstraumi. Þá fást jöfnur t.h. (Ath. allar stærðir eru við vísar)



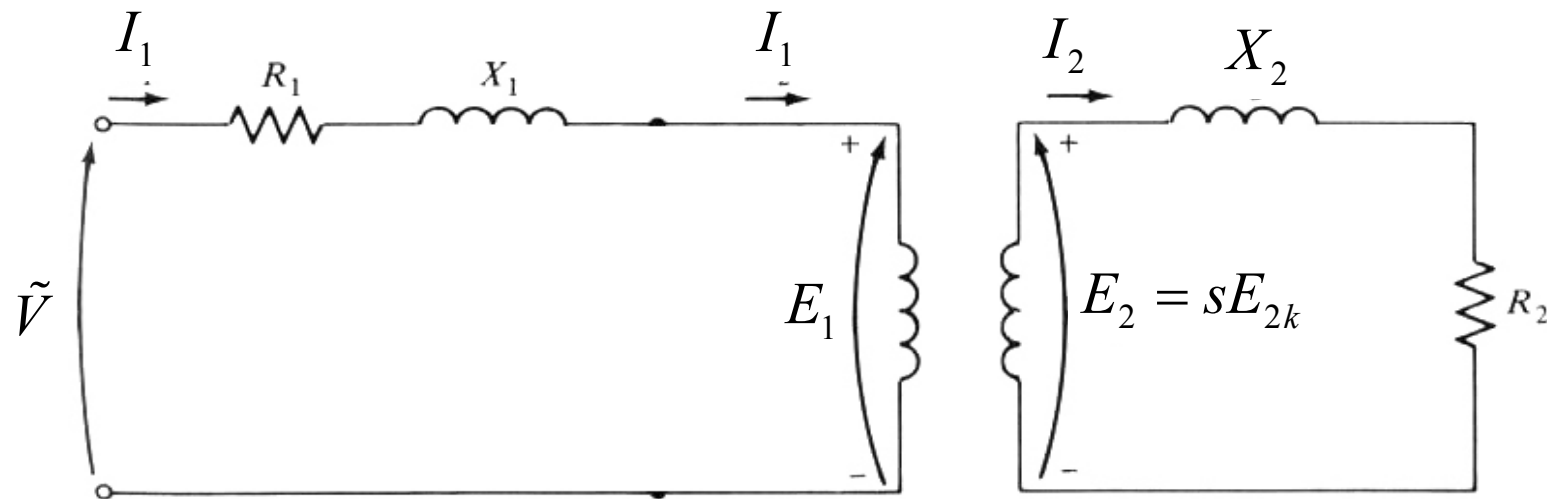
$$V_1 = I_1 (R_1 + j\omega_s L_1) + E_1$$

$$E_{2k} = I'_2 (R_2 + R_{ext} + j\omega_s L_2)$$



Jafngildisrás án þverleggs

- Gerum nú ráð fyrir að rótorinn snúist og að hornhraði hans sé ω_m . Látum $R_2 = R_{rotor} + R_{ext}$



- Ef rótor er skammhleyptur er $R_{ext} = 0$ og $R_2 = R_{rotor}$ er þá einfaldlega viðnám í rótorvafningum. Þessar jöfnur gilda:
- Munum að almennt er: $E_2 = sE_{2k}$
- Munum að í kyrrstöðu er $s = 1$

$$V = I_1 (R_1 + jX_1) + E_1$$

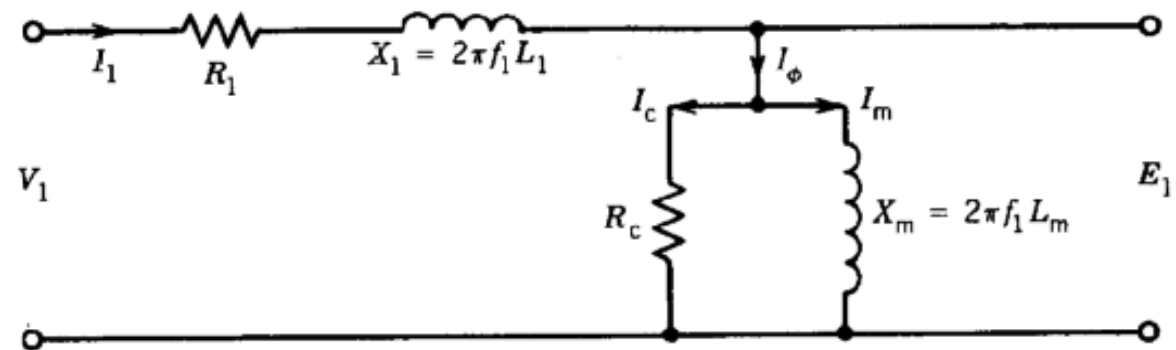
$$E_2 = I_2 (R_2 + j\omega_r L_2) = I_2 (R_2 + jX_2)$$



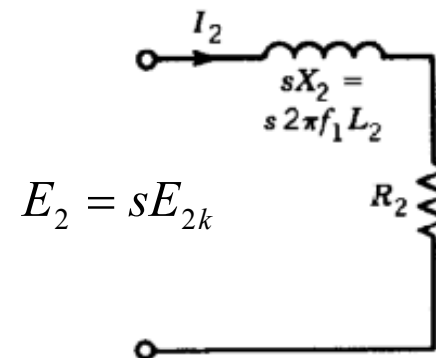
UNIVERSITY OF ICELAND

Líkan af spanvél

- Við getum skoðað hvorn vafninginn sem er. Jafngildisrás satorvafninga (“forvafs”) verður:



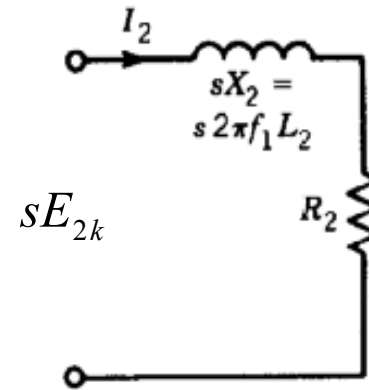
- Jafngildisrásir rótorvafninga (“bakvafs”) getur verið mismunandi:



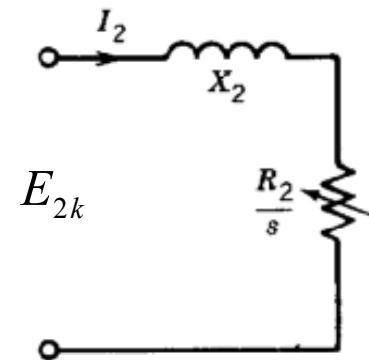


Ath. nánar líkan af rótorvafningum spanvélar

- Jafngildisrásir rótorvafninga....
- ...er unnt að breyta með því að lengja efra brotið (efri jöfnuna) með $1/s$: (deila með s)
- E_1 er spenna á stator
- E_{2k} er spenna á rótor í kyrrstöðu
- sE_{2k} er spenna á rótor sem snýst
- Þannig sést að við deilinguna umbreytist bakvafið á efri mynd í bakvafið á neðri myndinni



$$I_2 = \frac{sE_{2k}}{R_2 + jsX_2}$$

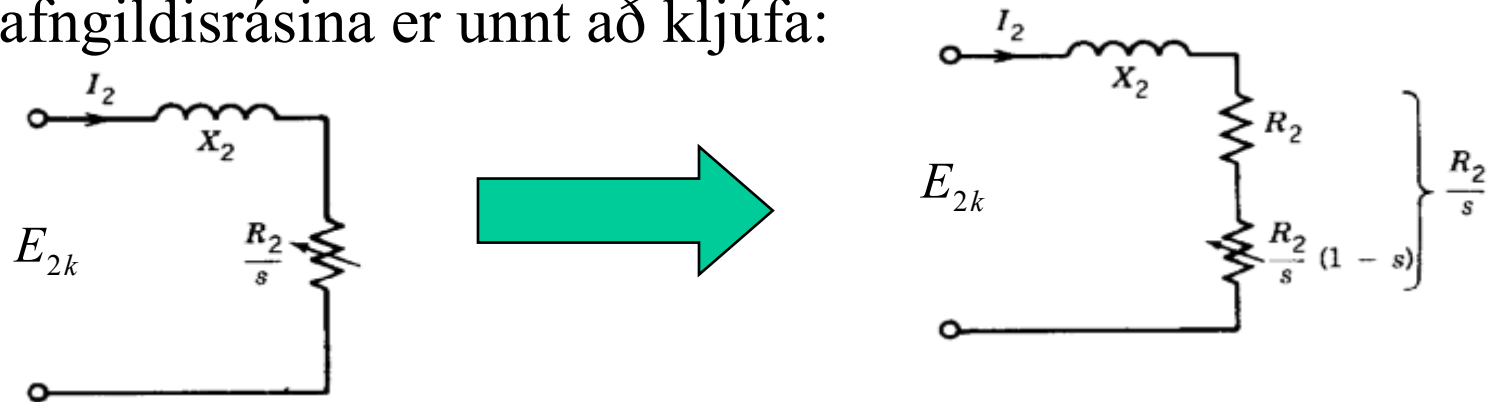


$$I_2 = \frac{E_{2k}}{\frac{R_2}{s} + jX_2}$$

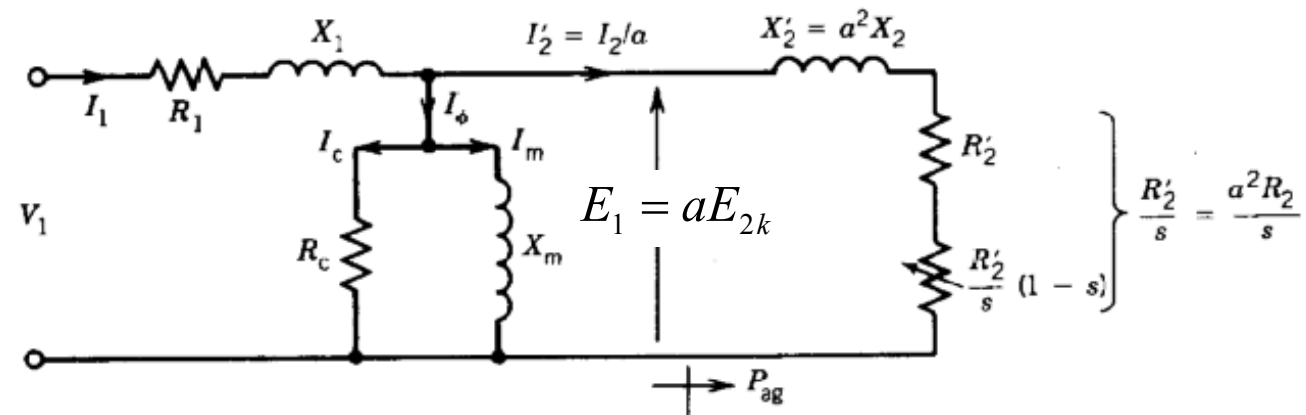


Líkan af rótorvafningum spanvélar

- ...Seinni jafngildisrásina er unnt að kljúfa:



- ...sem gefur eftirfarandi jafngildisrás vélarinnar í heild:

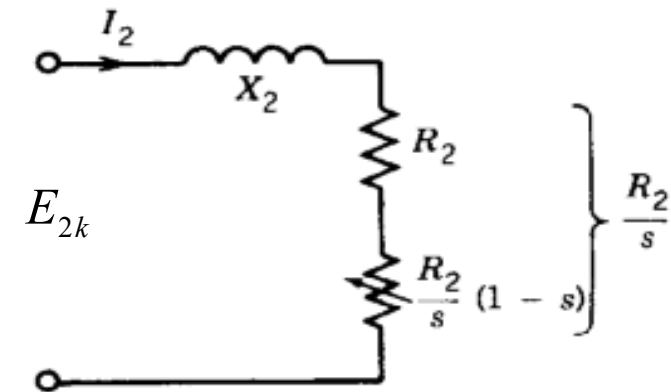




Líkan af rótorvafningum spanvélar

- P_{ag} skilgreinist sem afl sem “flyst yfir” loftbilið

$$P = P_{ag} = I_2^2 \frac{R_2}{s}$$



- P_{ag} er afl, sem samsett er úr 2 þáttum, þ.e. í viðnámi ofangreindrar rásar:

$$P = P_{ag} = I_2^2 \left(R_2 + \frac{R_2}{s} (1-s) \right)$$

Töþ í vafningum

Hreyfiafl



Hreyfiafl spanvélar

- Hreyfiafl, P_{mek} í viðnámi ofangreindrar rásar er:....

$$P_{mek} = T_{mek} \omega_{mek} = I_2^2 \underbrace{\frac{R_2}{s}}_{\text{Afl í loftbili}} (1-s) = P_{ag} (1-s)$$

- Þess vegna er mikilvægt að hafa sleituna sem lægsta, t.d. ($s = 0.05$) til þess að sem mestur hluti aflsins sem fer um loftbilið komi fram sem hreyfiafl á öxul



Aðrar jafngildisrásir spanvélar

- Mismunandi jafngildisrásir koma upp (Sjá t.d. P.C. Sen, mynd 5.14)

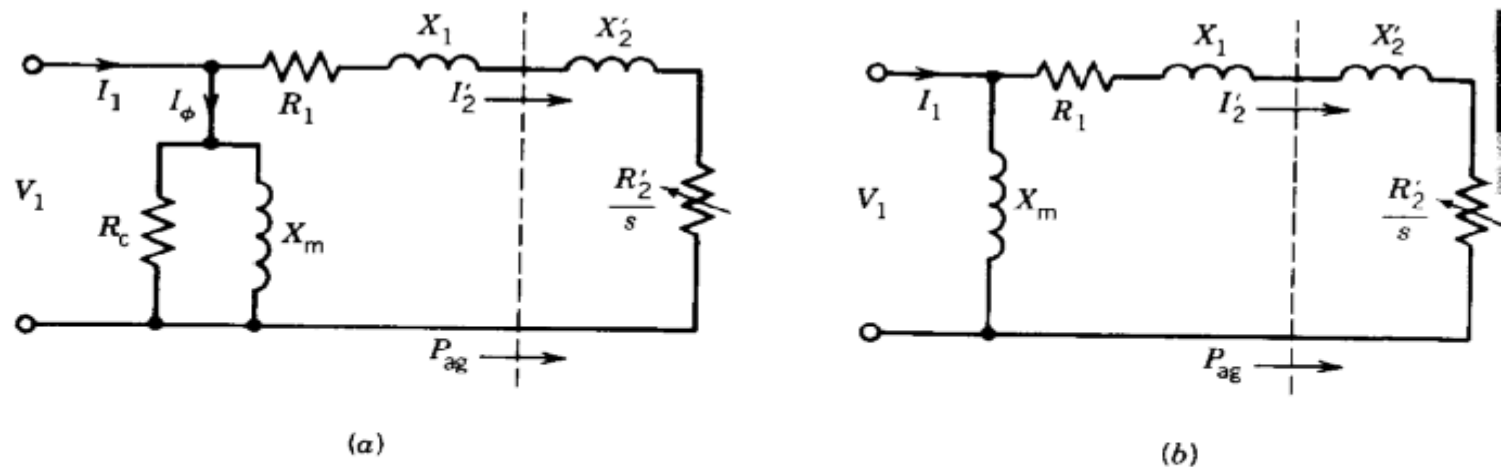
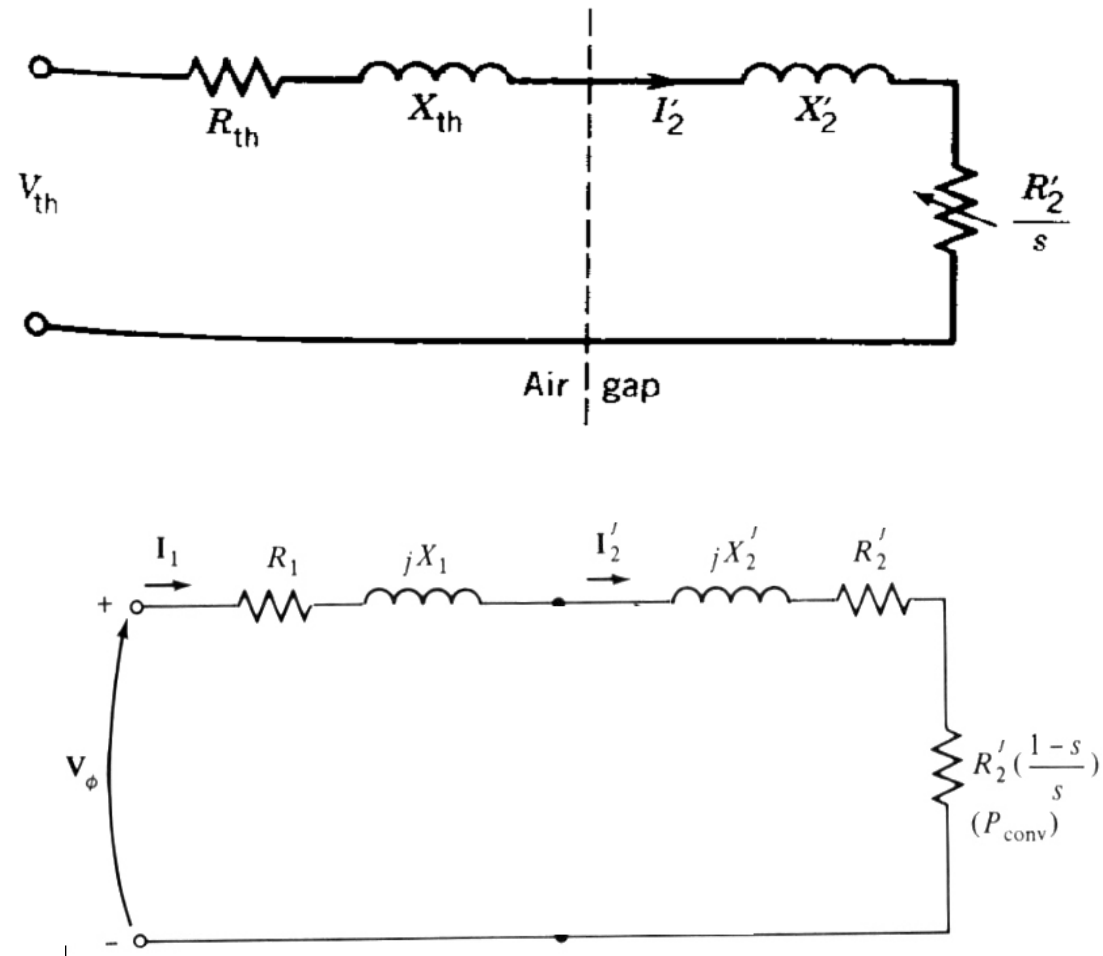


FIGURE 5.14
Approximate equivalent circuit.



Thevenin-jafngildisrás spanvélar

- Við getum alltaf búið til Thevenin - jafngildisrásir af öðrum rásum ef horft er inn á tengiklemmur rásarinnar
- Mismunandi jafngildisrásir sem Thevenin jafngildi koma fram þegar búið er að taka þverlegginn úr myndinni

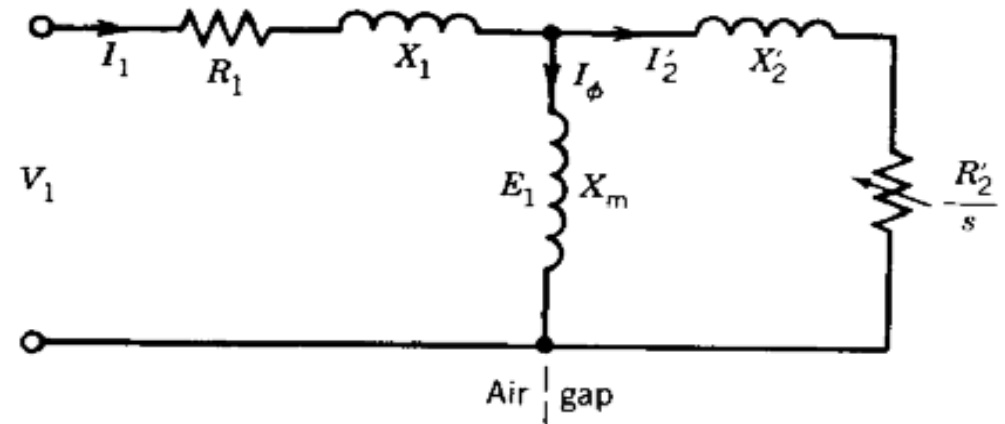




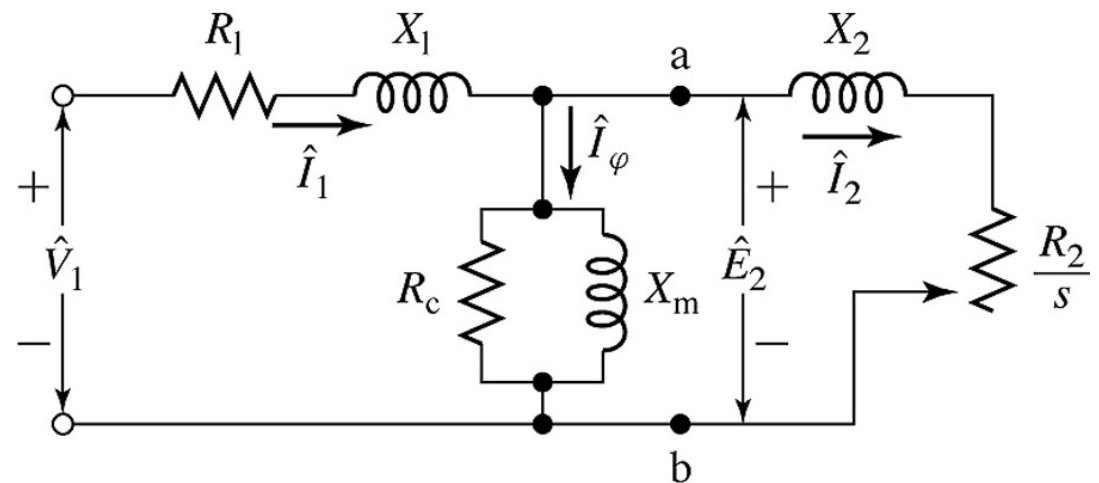
UNIVERSITY OF ICELAND

IEEE jafngildisrás spanvélar

- Efst sést IEEE jafngildisrás vélarinnar



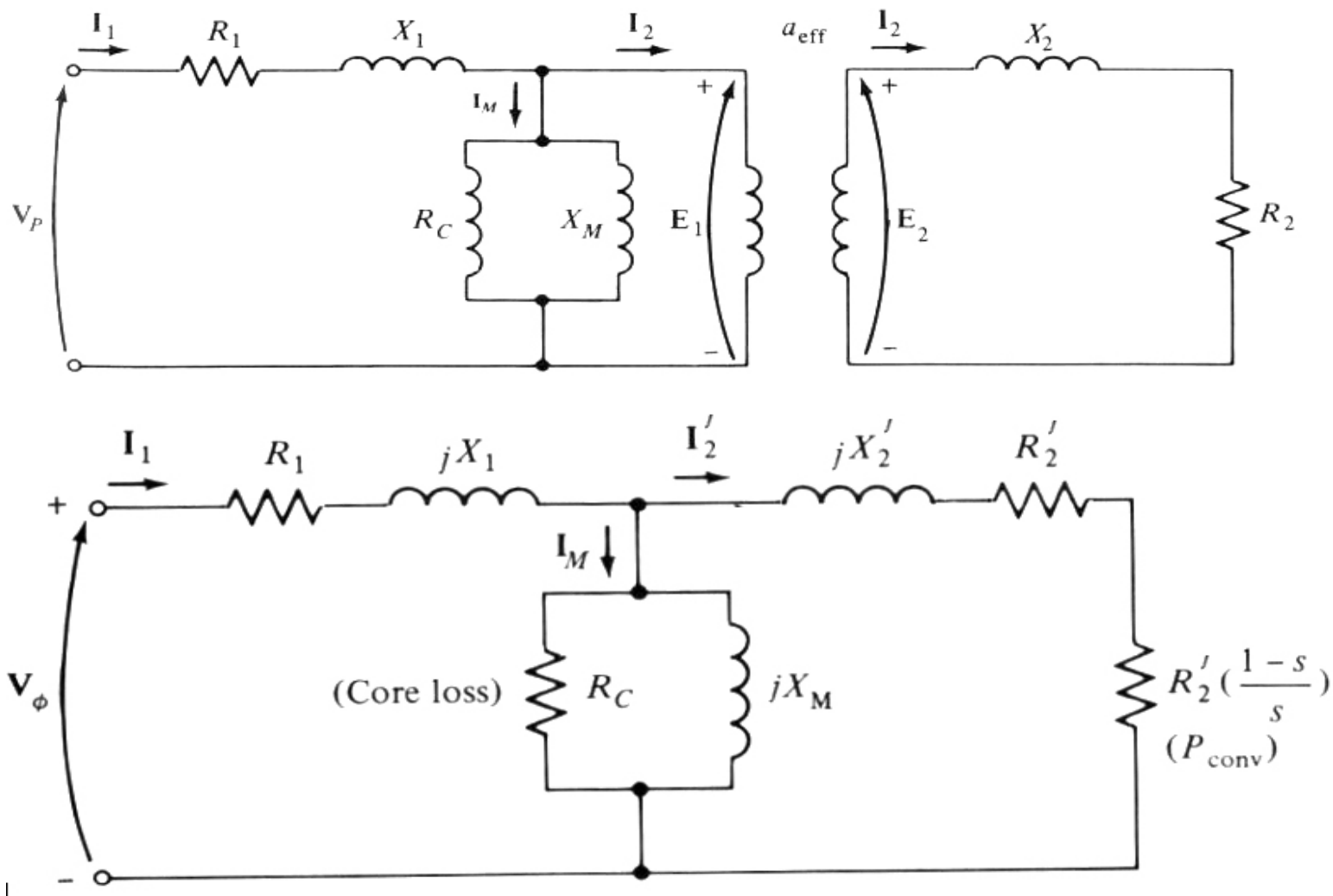
- Neðst sést jafngildisrásin eins og hún er teiknuð í kennslubók (FKU) með því táknmáli sem þar er





Jafngildisrásir

UNIVERSITY OF ICELAND





Útreikningar raunafls, nýtni og tapa

- P_{inn} er afl sem fer inn á statorvafninga frá rafkerfi
- P_{mek} er hreyfiafl út á öxul vélarinnar
- P_{ag} er afl sem fer um loftbilið
- P_{ut} er afl sem öxull gefur frá sér til álags
- $P_{rotation}$ eru núningstöp í öxli
- P_{R1} eru kopartöp í statorvafningum
- P_{R2} eru kopartöp í rótorvafningum

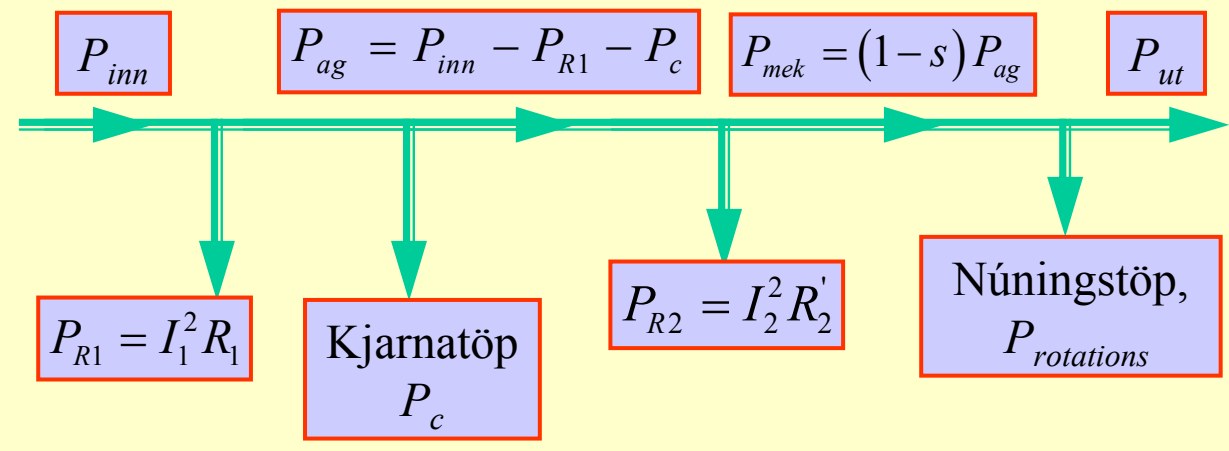
$$P_{mek} = 3I_2'^2 \frac{R_2'}{s} - 3I_2' R_2' = 3I_2' \left(\frac{R_2'}{s} - R_2' \right)$$

$$P_{mek} = 3I_2'^2 R_2' \left(\frac{1-s}{s} \right) = P_{ag} (1-s)$$

$$P_{ut} = P_{mek} - P_{rotation}$$

└─→ Til álags
└─→ Núningstöp

Orkuflæði í spanmótor





UNIVERSITY OF ICELAND

Útreikningar raunafls

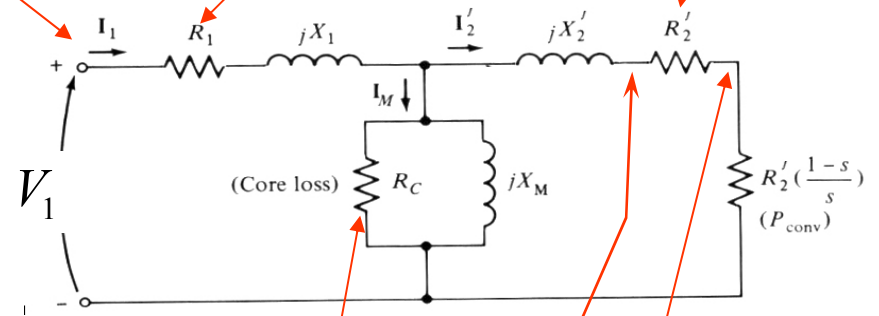
$$P_{R'2} = 3I_2'^2 R_2' \quad (\text{töþ í vafningum á rótor})$$

$$P_{inn} = 3 \cdot \text{Re} \{ V_1 I_1^* \}$$

$$P_{R1} = 3I_1^2 R_1 \quad (\text{töþ í vafningum á stator})$$

$$P_{ag} = P_{inn} - 3(I_1^2 R_1) - P_c = 3|I_2'|^2 \frac{R_2'}{s}$$

Afl sem fer um loftbilið



P_c : Kjarnatöþ

P_{mek} : Hreyfifræðilegt afl

$$P_{mek} = P_{ag} - 3I_2'^2 R_2'$$

Rótortöþ

Afl í loftbili

Hreyfifræðilegt afl



Útreikningar raunafls

- Hreyfifræðilegt afl er margfeldi vægis og hornhraða, þ.e.
- Þess vegna getum við reiknað út vægið:
- Skilgreining á sleitu kemur inn í eftirfarandi jöfnur:
- Þá fæst þessi jafna fyrir vægið
- Gert ráð fyrir $R_c // X_m \rightarrow 0$
- Nú er $P_{ag} = 3|I_1|^2 \frac{R_2'}{s}$

$$P_{mek} = T_{mek} \omega_m$$

$$T_{mek} = \frac{P_{mek}}{\omega_m} = \frac{3}{\omega_m} (I_1)^2 R_2' \left(\frac{1-s}{s} \right)$$

$$s = \frac{\omega_{sync} - \omega_m}{\omega_{sync}} \quad \omega_m = (1-s)\omega_{sync}$$

$$T_{mek} = \frac{3}{\omega_{sync}} |I_1|^2 \frac{R_2'}{s}$$

þess vegna:

$$T_{mek} = \frac{1}{\omega_{sync}} P_{ag}$$



Útreikningar raunafls

- Samband snúningshraða og hornhraða:
- Þá fæst samband vægis og snúningshraða í snún./sek (rpm)
- Að lokum má skrifa eftirfarandi hreyfifræðilega jöfnu jöfnu fyrir samband mismunandi vægis og hornhraða. Þessi jafna er kunnugleg til að gera líkan af hreyfihegðun vélarinnar

$$\omega_{sync} = 2\pi \frac{n_{sync}}{60}$$

$$T_{mek} = \frac{20}{2\pi n_{sync}} \frac{R_2'}{s} |I_1|^2$$

$$T_{mek} = J \frac{d\omega_m}{dt} + T_{load} + T_{friction}$$

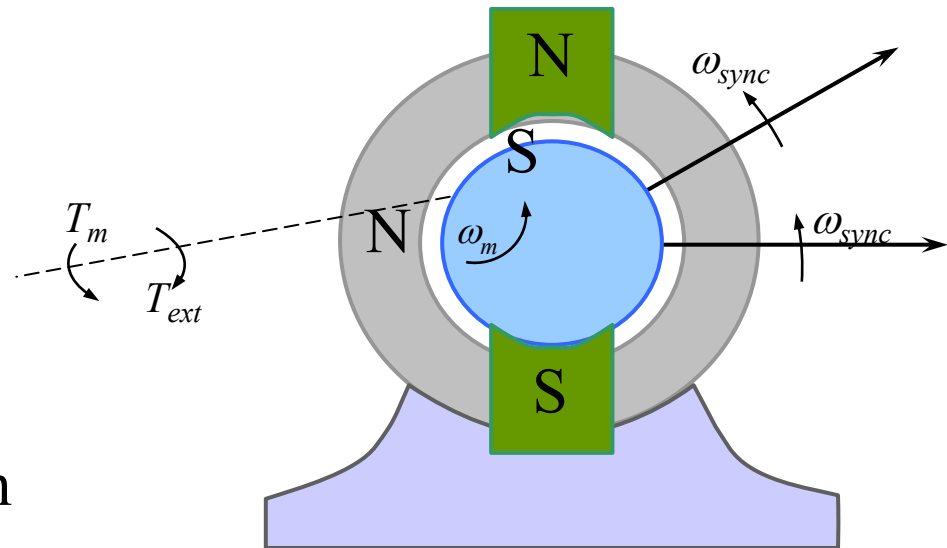


Spanrafali

UNIVERSITY OF ICELAND

- Fyrir spanrafalavélar:
 - $\omega_m > \omega_{sync} = \omega_s$ sem þýðir að afl kemur úr hreyfiaflgjafa (prime mover)
 - ω_m and ω_{sync} hafa sömu snúningsstefnu
 - Rafali: Raf afl fer inn á raforkukerfið í gegnum statortenginarnar
- Athugum í þessu tilfalli ($\omega_m > \omega_{sync}$)

$$s = \frac{\omega_{sync} - \omega_m}{\omega_{sync}} < 0$$



- Sleitan, s er neikvæð og því þýðir neikvæð sleita að vélin vinnur eins og rafali.



Sérstök tilfelli: Kyrrstaða og samfasahraði

- Kyrrstaða ($\omega_m = 0$)

$$s = \frac{\omega_{sync} - 0}{\omega_{sync}} = 1$$

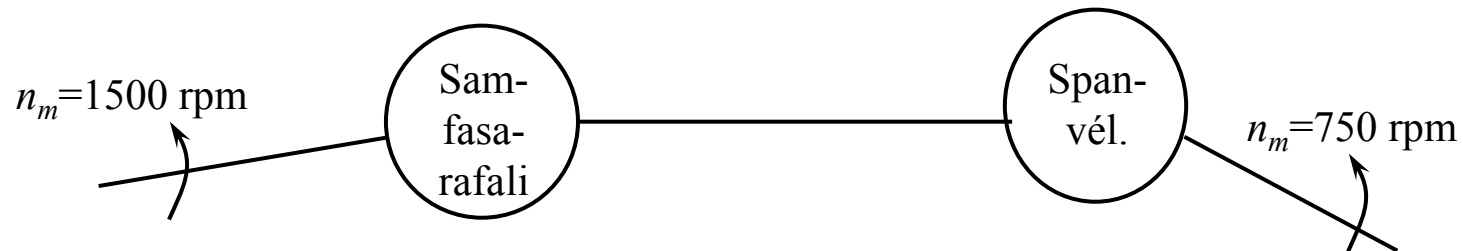
sem þýðir að $s = 1$ þ.e. kyrrstaða

- $s = 0$ þýðir að $\omega_m = \omega_{sync}$ þ.e.a.s. spanvél in keyrir á samfasahraða. Spanvél getur ekki keyrt á samfasahraða, þ.e. $\omega_{sync} = \omega_m$ þar sem $f_r = sf_s \Rightarrow f_r = 0$ (Engin aflframleiðsla)



Sýnidæmi 1

- 6 póla spanvél (mótor) fær rafafli sitt frá samfasarafala sem hefur 4 póla og keyrir á hraðanum 1500 rpm. Ef hraði spanvélarinnar er 750 rpm, hver er tíðni rótorstraumsins.



Lausn: Fyrir samfasavélina gildir:

$$n_m = n_{sync} = \frac{120 f_{stator}}{p}$$

$$f_{stator} = \frac{n_{sync} \cdot p}{120} = \frac{1500 \cdot 4}{120} = 50\text{Hz}$$



Sýnidæmi 1 (Lausn, frh.)

Fyrir spanvélina gildir:

$$n_{sync} = \frac{120f}{p} = \frac{120 \cdot 50}{6} = 1000rpm$$

$$s = \frac{n_{sync} - n_m}{n_{sync}} = \frac{1000 - 750}{1000} = 0.25$$

$$f_r = sf_s = 0.25 \cdot 50 = 12.5Hz$$

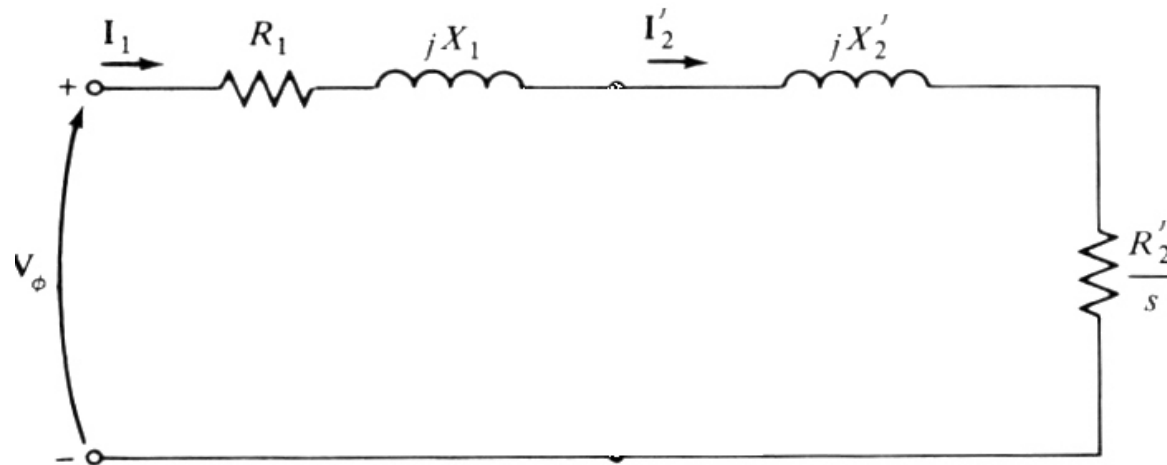


Sýnidæmi 2

UNIVERSITY OF ICELAND

- Aflið sem kemur inn á rótorrásina um loftbilið á 4 póla 60 Hz spanmótor sem keyrir á 1000 rpm er 3kW. Hver eru kopartöp í rótornum?

Lausn:



$$n_{sync} = \frac{120 f_s}{P} = \frac{120 \cdot 60}{4} = 1800 \text{ rpm}$$

$$s = \frac{1800 - 1000}{1800} = 0.444$$



Sýnidæmi 2 (Lausn)

$$P_{ag} = |I_2|^2 \frac{R_2'}{s}$$

$$P_{rotor\ loss} = |I_2|^2 R_2'$$

$$\frac{P_{rotor\ loss}}{P_{AG}} = \frac{|I_2|^2 R_2'}{|I_2|^2 \frac{R_2'}{s}} = s$$

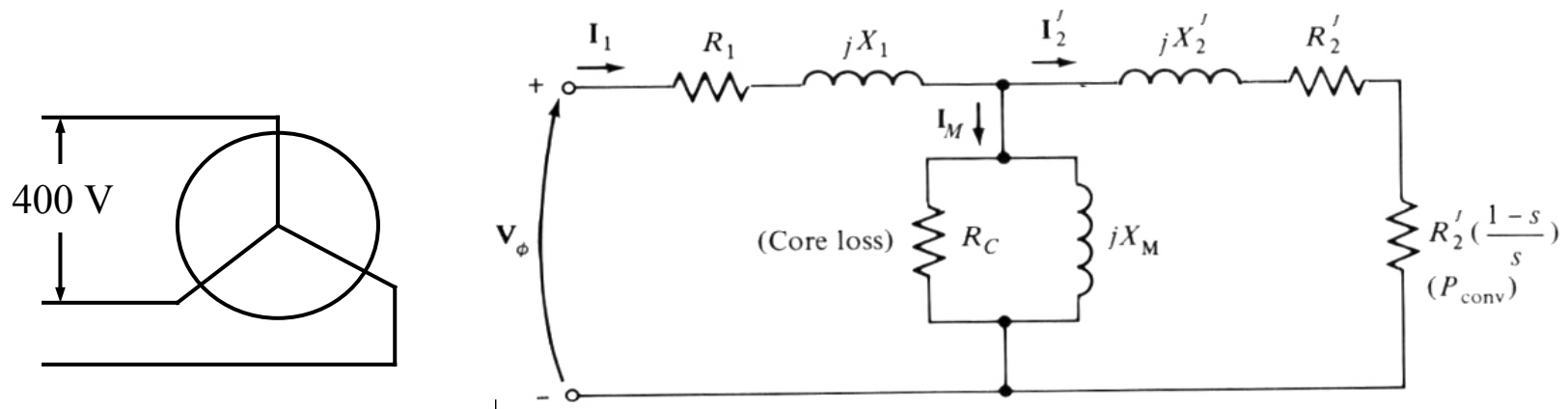
$$P_{rotor\ loss} = sP_{ag}$$

$$P_{rotor\ loss} = sP_{ag} = (0.444)(3000) = 1333.3W$$



Sýnidæmi 3

- Gefin er 400 Volta, 3-fasa Y-tengds, 4-póla, 60Hz spanmótor. Hann keyrir við $s = 0.06$. Statorstraumurinn er 60A við aflstuðul $\cos \phi = 0.866$. Kopartöp í stator eru 2700 W, og heildartöp og snúningstöp eru 3600 W. Reiknið út nýtni mótorsins.





Sýnidæmi 3 (Lausn)

$$\begin{aligned}P_{in_{3\phi}} &= 3V_{L-N}I_s \cos(\theta) \\ &= 3 \frac{400}{\sqrt{3}} 60(0.866) = 36000W\end{aligned}$$

$$P_{3\phi cu} = 2700W$$

$$P_{3\phi iron+rotational loss} = 3600W$$

$$P_{AG} = P_{in} - P_{stator cu loss} = 36000 - 2700 = 33300W (3\phi)$$

$$\begin{aligned}P_0 &= P_{mek} - P_{iron+rot} = (1-s)P_{AG} - P_{iron+rot} \\ &= (1-0.06)33300 - 3600 = 27702 W\end{aligned}$$

$$\eta = \frac{P_0}{P_i} = \frac{27,702}{36,000} = 0.7695 = 76.95\%$$

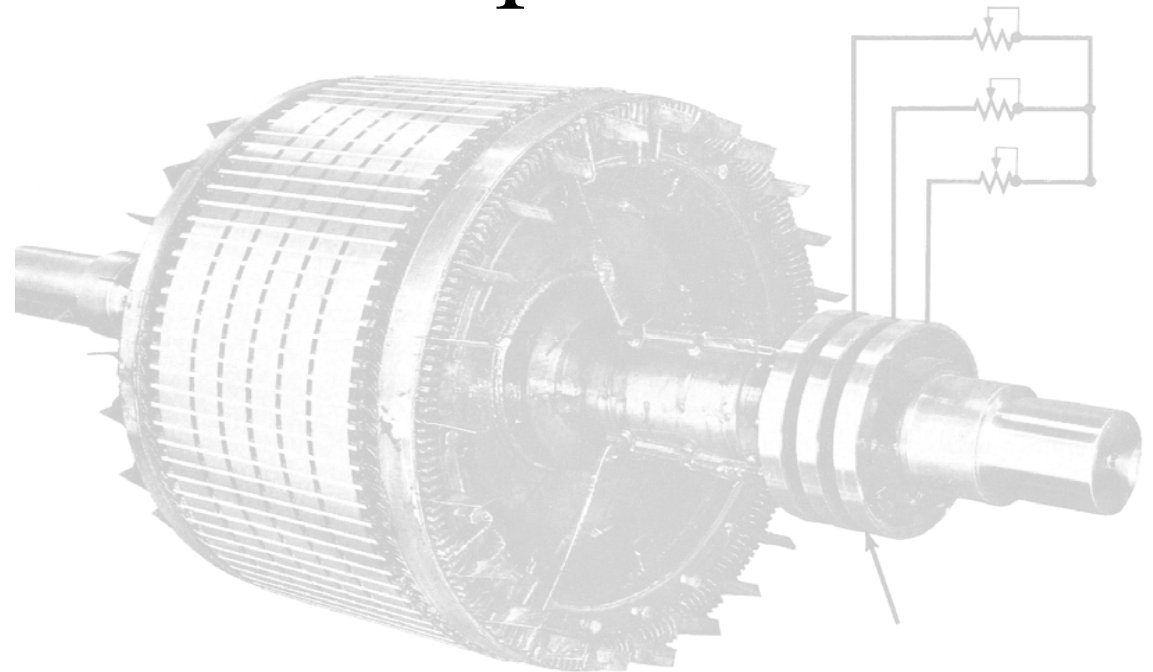


Frekara ítarefni - Tilvísanir - Heimildir

- T. Wildi: “*Electrical Machines, Drives and Power Systems*”, Prentice Hall, 2002
- “*Principles of Electric Machines and Power Electronics*”; höf.: P.C. Sen; 2. útgáfa: John Wiley & Sons, 1997.
- “*Electric Machines, Steady State Theory and Dynamic Performance*”, Höf.: M. S. Sarma, West Publishing Co., 1994
- “*Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*”, 2nd Edition, Höf.: Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff, Wiley/IEEE Press 2002.



Greining líkans af spanvél

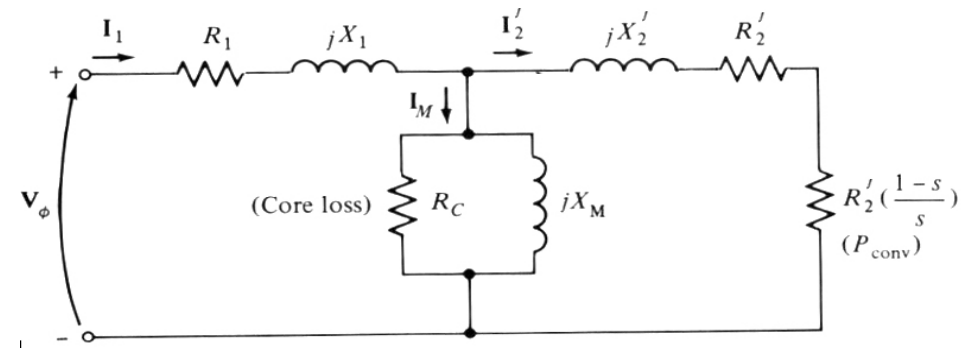
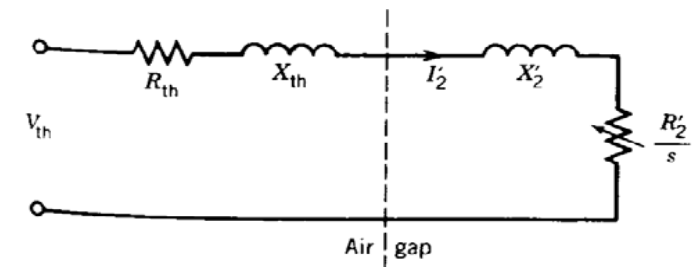
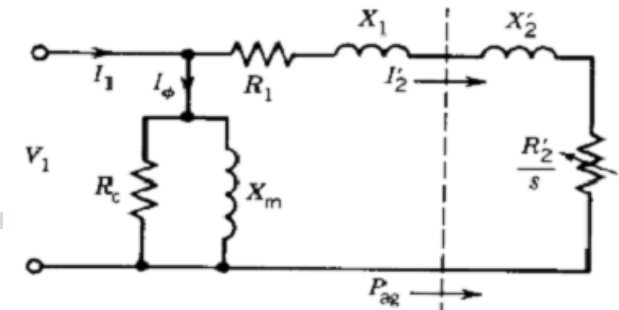




UNIVERSITY OF ICELAND

Vægi í spanvél m.v snúningshraða

- Við skoðum eitthvað af þeim líkönum sem sett hafa verið fram fyrir spanvélinna, t.d. líkanið hér efst t.h.,
- .. eða einföldun þess er sýnir Thevenin-jafngildi rásarinnar séð frá rótor, sem sýnt er á næstu mynd fyrir neðan...
- ...eða 3 líkanið að ofan. **Munum að aflið út á öxul, P_{mek} er það afl sem eyðist í viðnáminu $R_2(1-s)/s$ lengst t.h.**
- Unnt er að nota þessi líkön með því að setja fyrst fram eftirfarandi jöfnu, sem sýnir samband straums og spennu **fyrir seinni 2 líkönin**
- Ef fyrsta líkanið er notað, kemur V_1 í stað V_{th} , R_1 í stað R_{th} og X_1 í stað X_{th}



$$I_2'^2 = \frac{V_{th}^2}{\left(R_{th} + \frac{R_2'}{s}\right)^2 + (X_{th} + X_2')^2}$$



Vægi í spanvél sem fall af snúningshraða

- Unnt að skoða hvernig vægi breytist með snúningshraða vélarinnar. Eftirfarandi jafna sýnir hvernig afl og vægi tengjast þessum líkönum, þ.e. vægið er í hlutfalli við strauminn í 2. veldi

$$P_{mek} = T_{mek} \cdot \omega_m = 3I_2'^2 R_2' \left(\frac{1-s}{s} \right)$$

$$T_{mek} = \frac{1}{\omega_m} \cdot 3I_2'^2 R_2' \left(\frac{1-s}{s} \right)$$

- Einnig er unnt að nota jöfnu sem tengir raunverulegan snúningshraða rôtorsins við **fastan** snúningshraða statorstraumanna frá spennugjafa, þ.e.

$$\omega_m = (1-s)\omega_s$$

- Þá fæst eftirfarandi jafna sem er *endurtekin frá fyrra fyrirlestri*:

$$T_{mek} = \frac{1}{\omega_s} \cdot 3I_2'^2 \frac{R_2'}{s}$$

- Nú er straumnum sem áður var reiknaður út stungið inn í þessa jöfnu og þá fæst:

$$T_{mek} = \frac{1}{\omega_s} \cdot 3 \frac{V_{th}^2}{\left(R_{th} + \frac{R_2'}{s} \right)^2 + \left(X_{th} + X_2' \right)^2} \cdot \frac{R_2'}{s}$$

- **Þessi jafna er teiknuð upp á næstu mynd fyrir dæmigerð gildi spanvélar**

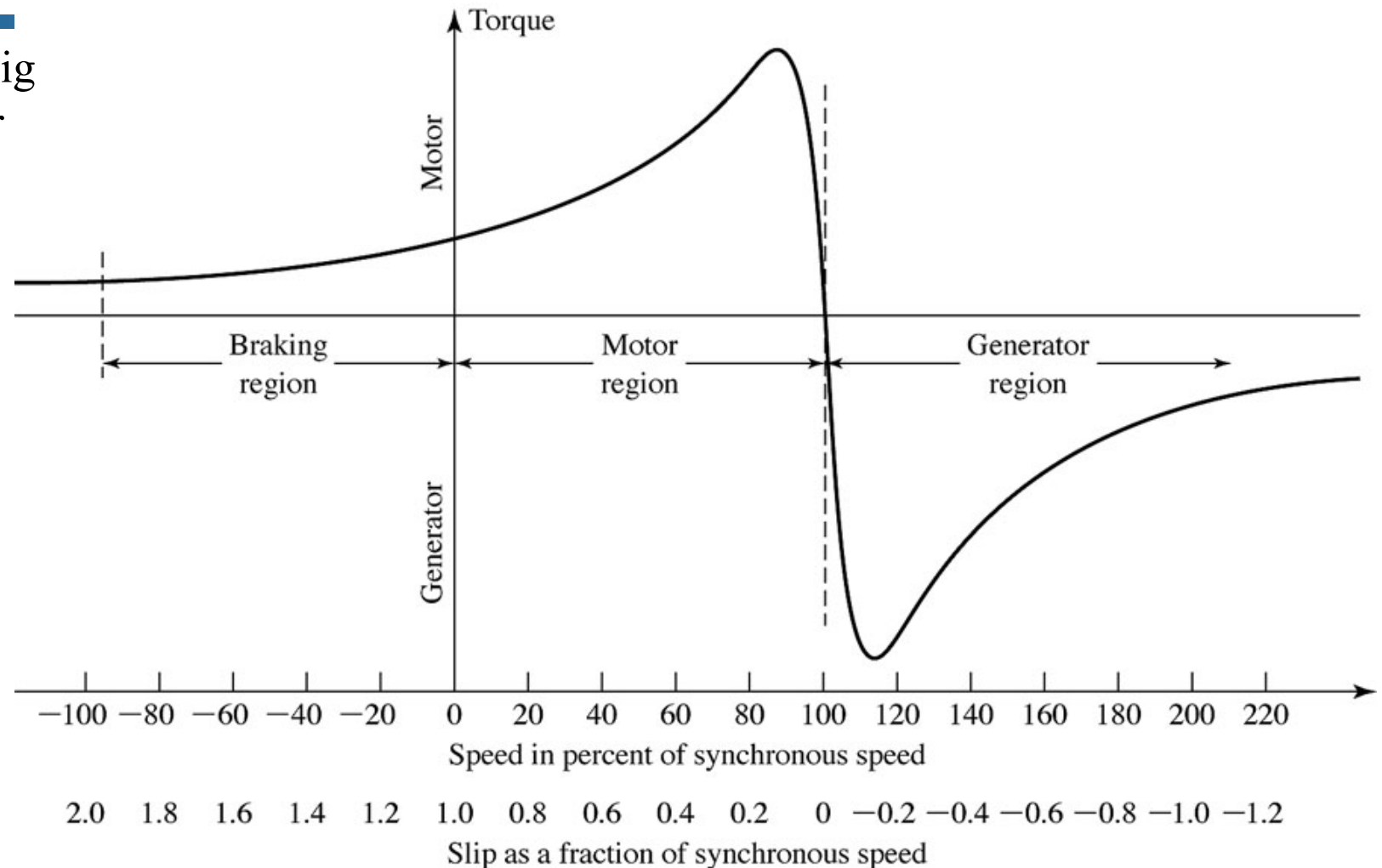


UNIVERSITY OF ICELAND

Vægi í spanvél sem fall af snúningshraða

- Við sjáum hvernig vinnusviðið fyrir mismunandi snúningshraða skiptist á milli 3 “rekstrarháttar” (modes of operation):

- **Rafala-háttur**
- **Mótor-háttur**
- **Bremsu-háttur**





Rekstrarhættir spanvéla

- **Mótor.** Hér er rótorinn að snúast hægar en snúningssvið frá statorvafningum, en í sömu stefnu og það.
- **Rafali.** Hér er rótorinn að snúast hraðar en snúningssvið frá statorvafningum og í sömu stefnu og það.
- **Bremsuháttur.** Hér er rótorinn að snúast í gagnstæða stefnu og snúningssvið frá statorvafningum.
 - Unnt er að ná bremsuhættinum fram með því að skipta skyndilega um fasaröð (Víxla t.d. b og c fasa). Þar með skiptir snúningssvið vegna stators um stefnu.



Nálgun vægis við lágt gildi á sleitu

- Skoðum aftur fyrri jöfnu sem er sýnd hér til hliðar. →
- Við **lágt** gildi á sleitunni, þ.e. $s \cong 0$ fást eftirfarandi nálganir:
 - Ohmski hluti í nefnaranum er ráðandi yfir spanhlutanum, þ.e. →
 - Aflið inn á öxul, P_{mek} , er ráðandi yfir töpum á rótorvafningu, þ.e. →
- Með því að setja ofangreind skilyrði inn í jöfnuna fæst eftirfarandi jafna:
- Hún sýnir að vægið er **línulega háð sleitunni** við gildi á s sem eru nálægt núlli, þ.e. nálægt samfasa-hraða vélarinnar.

$$T_{mek} = \frac{1}{\omega_s} \cdot 3 \frac{V_{th}^2}{\left(R_{th} + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + (X_{th} + X'_2)^2} \cdot \frac{R'_2}{s}$$

$$R_{th} + \frac{R'_2}{s} \gg X_{th} + X'_2$$

$$\frac{R'_2}{s} \gg R_{th}$$

$$T_{mek} \approx \frac{1}{\omega_s} \cdot 3 \frac{V_{th}^2}{R'_2} \cdot s$$



Nálgun vægis við hátt gildi á sleitu

- Skoðum aftur fyrri jöfnu sem er sýnd hér til hliðar.

$$T_{mek} = \frac{1}{\omega_s} \cdot 3 \frac{V_{th}^2}{\left(R_{th} + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + (X_{th} + X'_2)^2} \cdot \frac{R'_2}{s}$$

- Við **hátt** gildi á sleitu fæst eftirfarandi nálgun:

- Spanhlutinn í nefnaranum er ráðandi yfir, Ohmska hlutanum þ.e.

$$X_{th} + X'_2 \gg R_{th} + \frac{R'_2}{s}$$

- Með því að setja ofangreint skilyrði inn fæst eftirfarandi jafna:
- Hún sýnir að vægið er í öfugu hlutfalli við sleituna við gildi á s sem eru nálægt 1, þ.e. þegar vélin er nálægt kyrrstöðu.

$$T_{mek} \approx \frac{1}{\omega_s} \cdot 3 \frac{V_{th}^2}{(X_{th} + X'_2)^2} \cdot \frac{R'_2}{s}$$



Hámarksvægi spanvélar

- Horft er enn á sömu jöfnu og áður hér til hliðar
- Við getum reiknað út hámarksvægi spanvélar með því að reikna út dT_{mek}/ds og setja = 0.
- Þá fæst eftirfarandi skilyrði fyrir hámarki á væginu T_{mek} .
- Þannig fæst sú sleita sem samsvarar hámarksvægi. **Hún er í beinu hlutfalli við viðnám rótorrásar:**
- Hámarksvægið verður samkvæmt eftirfarandi jöfnu og sést að það er óháð viðnáminu í rótor-rásinni R_2' :

$$T_{mek} = \frac{1}{\omega_s} \cdot 3 \frac{V_{th}^2}{\left(R_{th} + \frac{R_2'}{s}\right)^2 + (X_{th} + X_2')^2} \cdot \frac{R_2'}{s}$$

$$\frac{R_2'}{s_{T \max}} = \left[R_{th}^2 + (X_{th} + X_2')^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$s_{T \max} = \frac{R_2'}{\left[R_{th}^2 + (X_{th} + X_2')^2 \right]^{\frac{1}{2}}}$$

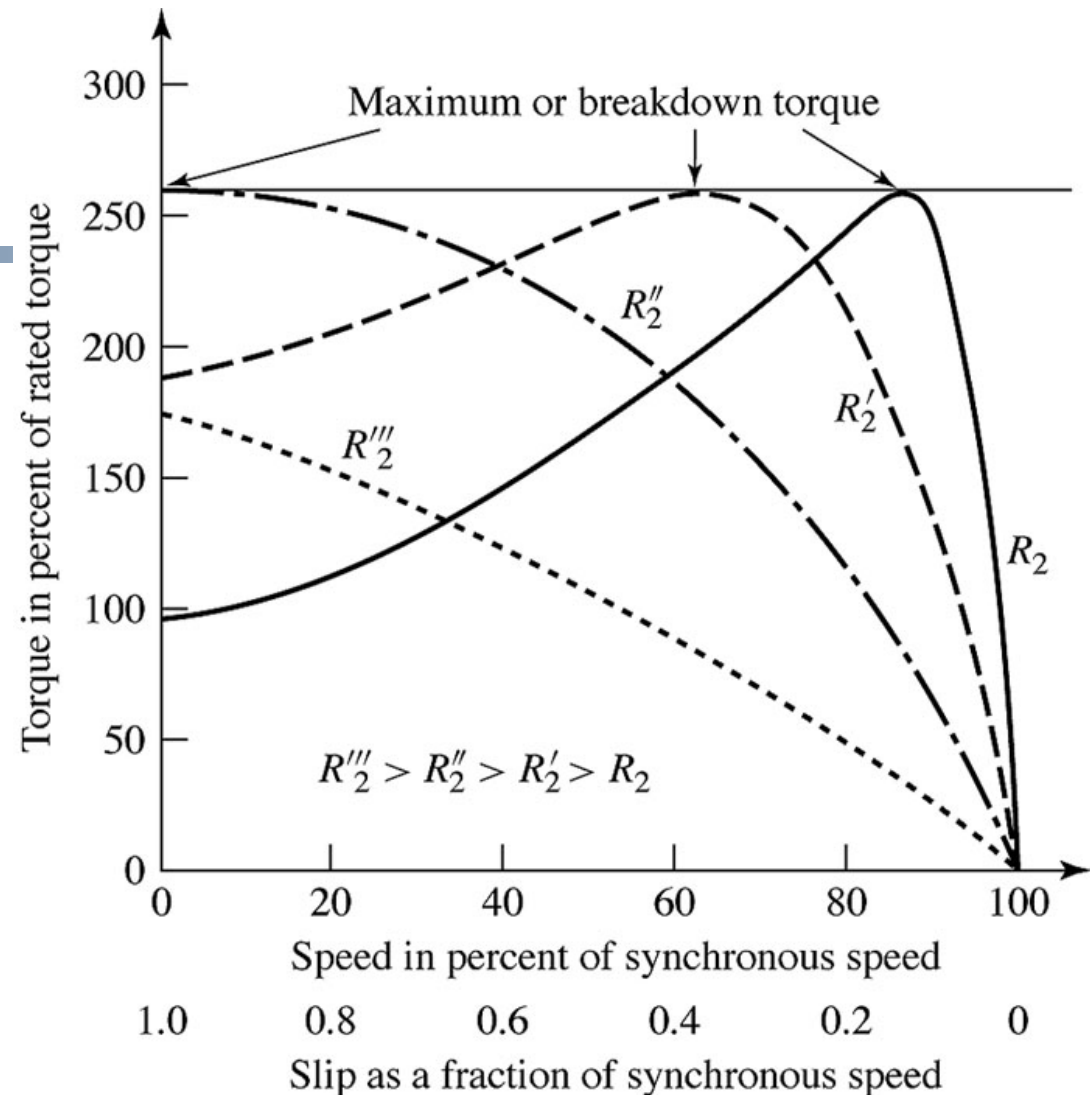
$$T_{mek(\max)} = \frac{1}{2\omega_s} \cdot 3 \frac{V_{th}^2}{R_{th} + \left[R_{th}^2 + (X_{th} + X_2')^2 \right]^{\frac{1}{2}}}$$



Ferlar vægis

UNIVERSITY OF ICELAND

- Jöfnurnar sýna hins vegar að viðnámið í rótorrás segir til um við hvaða hraða hámarksvægið næst.
- Myndin hér til hliðar sýnir mismunandi ferla fyrir mismunandi gildi á viðnámi rótorrásar R_2 þar sem ferlarnir **færast til vinstri við aukið viðnám.**
- Við getum stillt viðnámið þannig að það verði í hámarki í kyrrstöðu, sbr. mynd.
- Þess vegna er viðnám rótorrásar, R_2 mikilvægt tæki til að stýra hegðun spanvélar



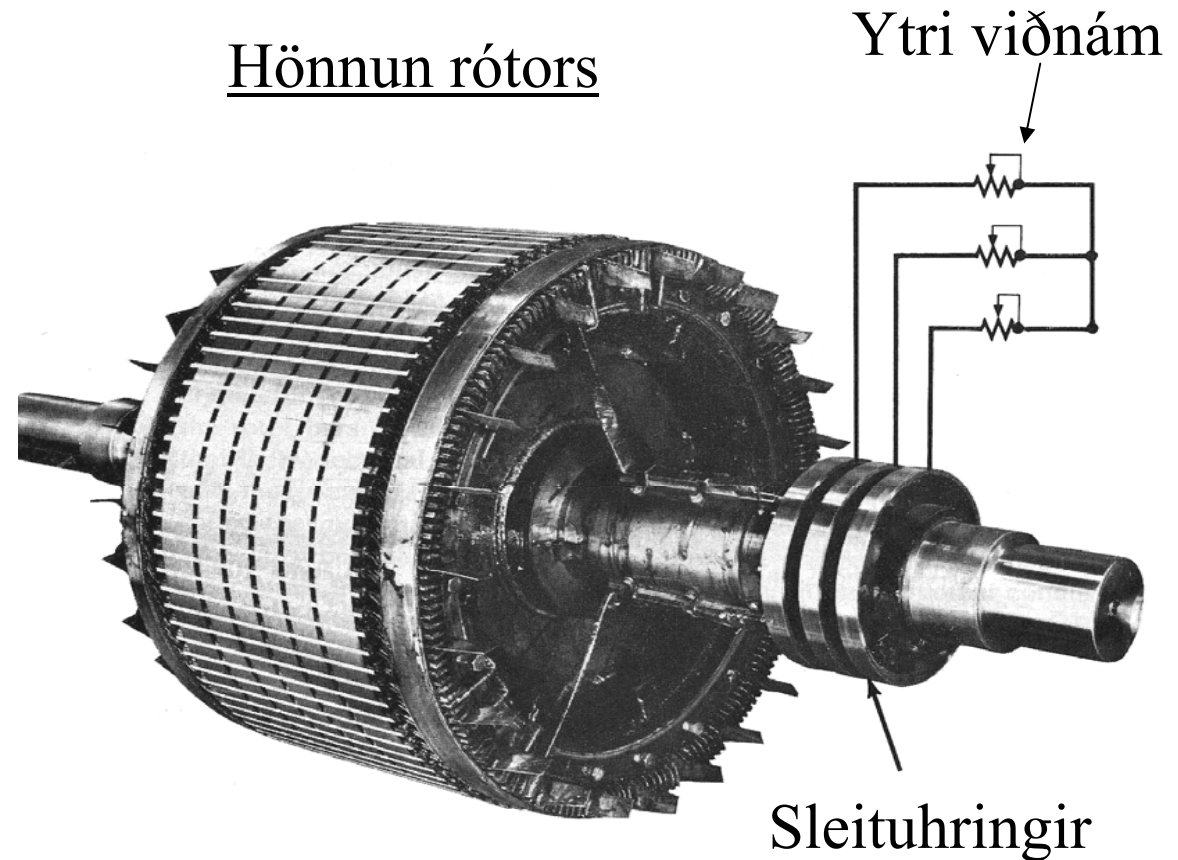


UNIVERSITY OF ICELAND

Spanvél með breytilegu viðnámi rotorrásar

- Þannig er komin ástæða til að nota ytri viðnám, eins og sýnd eru á mynd til að stýra því við hvaða snúningshraða hámarksvægi fæst
- Unnt er að tengja vafinn rótor við ytri viðnám. Þetta er ekki tilfellið við s.k. Íkornabúrs-rótor
- Vafningar og tengiklemmur hvers fasa eru tengdar sleituhringjum og bursta - snertum (slip ring, brush contacts)
- 3 burstasnertur tengja rótorvafningana við ytri viðnám sem eru tengd í Y eða stjörnutengingu

Hönnun rótors

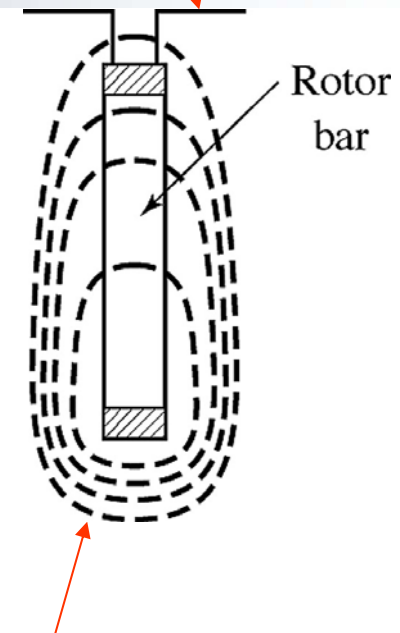




Viðnám rótorrásar með djúpri skinnu (Deep bar)

- Tíðnin á rótorvafninum breytist með snúningshraða rótorsins. Í kyrrstöðu er tíðnin hin sama og á statorvafningum (t.d. 50 Hz). Við hámarksálag er tíðnin um 5-10% eða 2-5 Hz. Þennan breytileika er unnt að nota til að hafa áhrif á viðnám rótorrásarinnar og þar með vægið.
- Myndin sýnir **leka-flæðið** (sem *ekki* umlykur statorinn líka). Lekaflæðið í neðri hluta hinnar leiðandi skinnu er meira en í efri hlutanum (fleiri segullínur). Þess vegna er span og spanviðnám meira fyrir strauminn í neðri hluta skinnunnar. Við tölum um **djúpa skinnu (Deep bar)**
- Þessi munur verður meiri (ohmskt viðnám/spanviðnám) við hærri tíðni og því hækkar viðnámið við hærri tíðni. Við fullt álag er því $R_{ac} = R_{dc}$, en við lágan snúningshraða er mikill munur á R_{ac} og R_{dc}

Yfirborð rótorsins

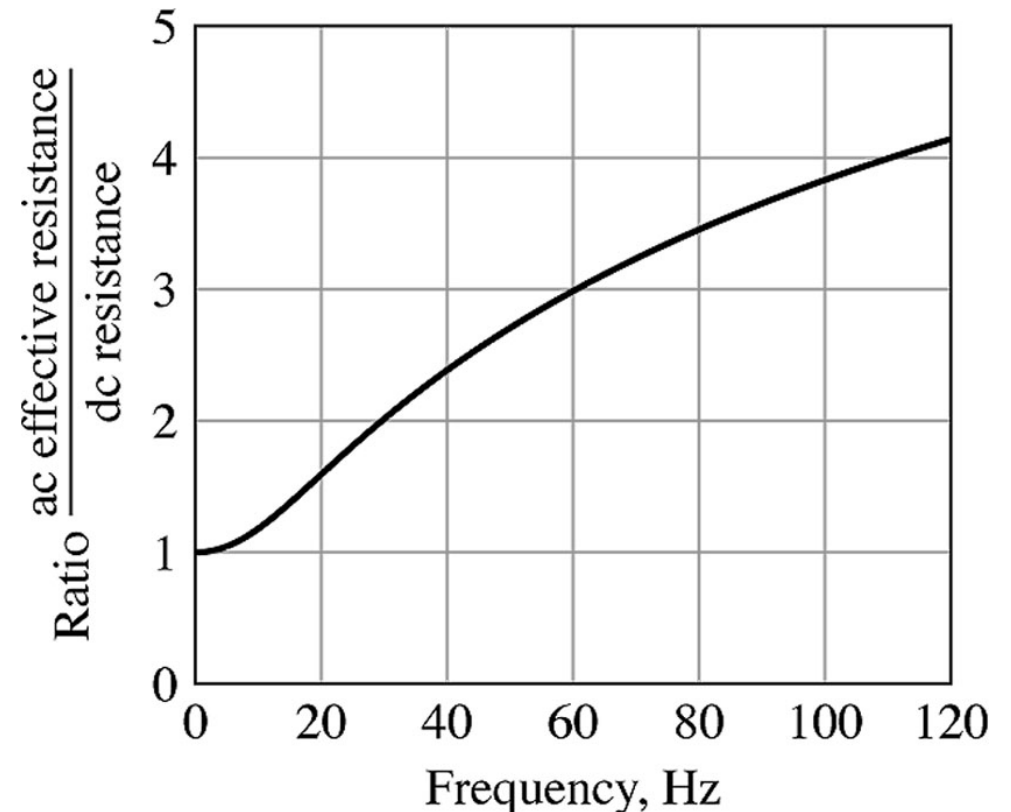


Segulflæðilínur sem aðeins umlykja rótorvafninga og mynda því sk. lekaflæði og spanviðnám þess.



Viðnám rótorrásar með djúpri skinnu (Deep bar)

- Myndin til hliðar sýnir hlutfall virks viðnáms við riðstraum (R_{ac}) og virks viðnáms við jafnstraum (R_{dc}) sem fall af tíðni á rótorrás.
- **Hér sést að viðnám við riðstraum getur verið margfalt viðnámið við jafnstraum vegna lekaflæðis rótors**

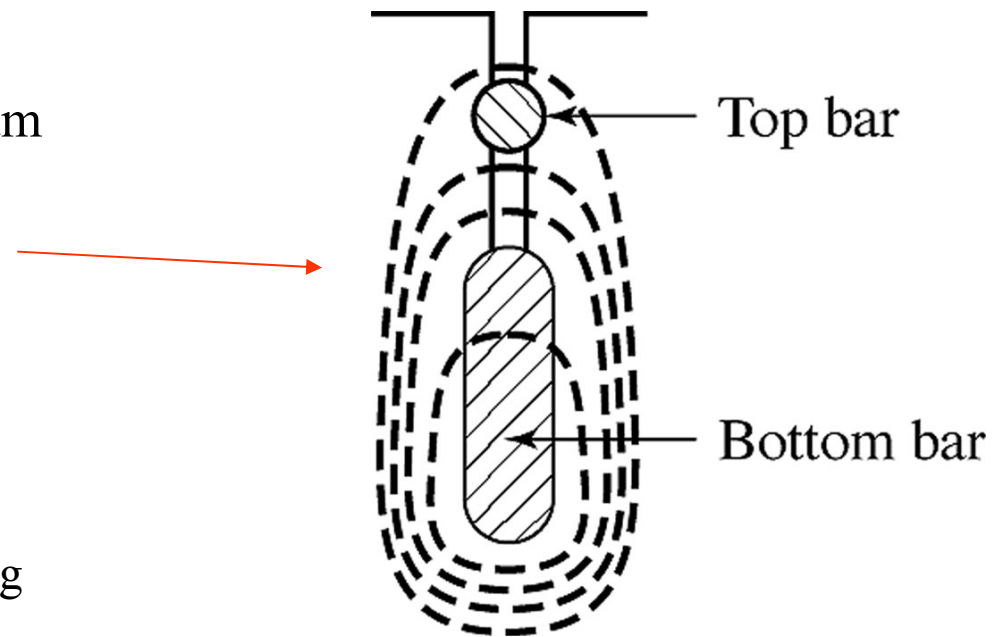




UNIVERSITY OF ICELAND

Viðnám rótorrásar með tvöfaldri skinnu (Double bar)

- Unnt er að ná fram **lágum straumi** í kyrrstöðu og við gangsetningu og þar með **háu viðnámi** og **háu vægi** með tvöfaldri leiðandi skinnu eftir endilöngum rótor, eins og sýnt er á meðfylgjandi mynd
 - Ytri skinnan er grennri og úr efni með hærra eðlisviðnámi en innri skinnan
 - Ytri skinnan hefur því hærra ohmskt viðnám en innri skinnan
 - Raufin er þröng á milli skinnanna þannig að lekaflúxlínurnar fyrir innri skinnuna komast auðveldlega yfir raufina á milli þeirra.
 - Þetta hefur sem sé áhrif á vægi vélarinnar!

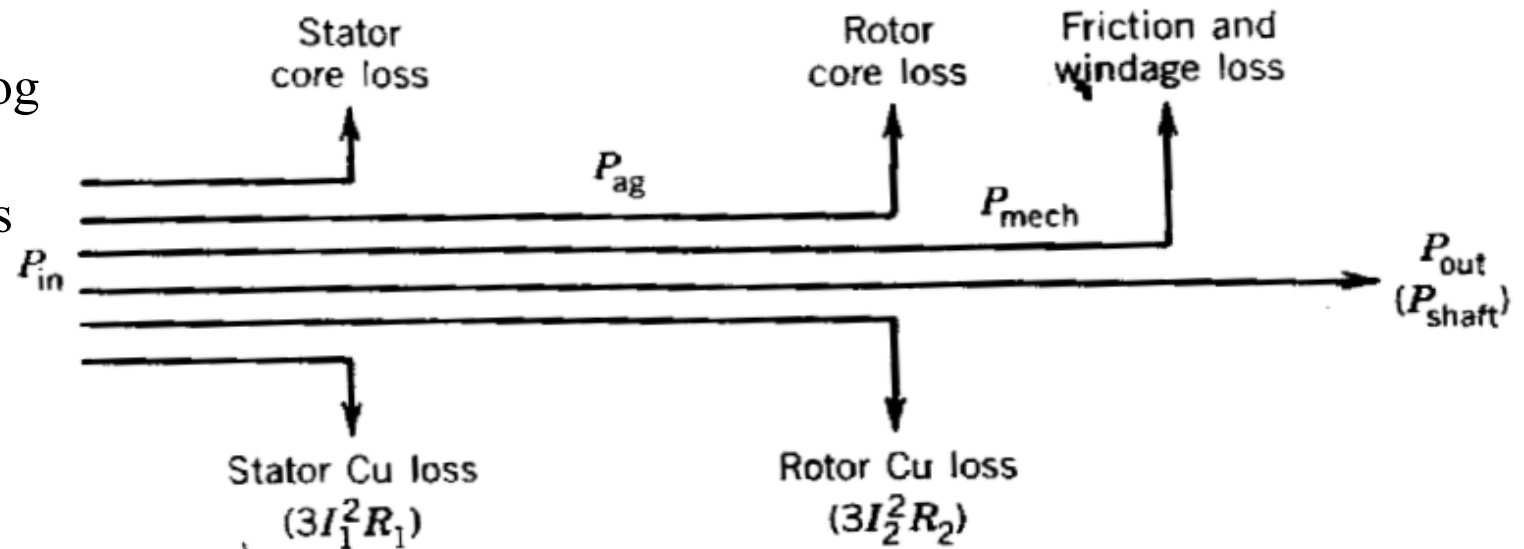




UNIVERSITY OF ICELAND

Aflflæði í mótör-rekstrarhætti

- Við sjáum hér að lokum yfirlit yfir aflflæði í spanvél og hina ýmsu þætti þeirrar orku og afls sem tapast í raunviðnámum vélarinnar.

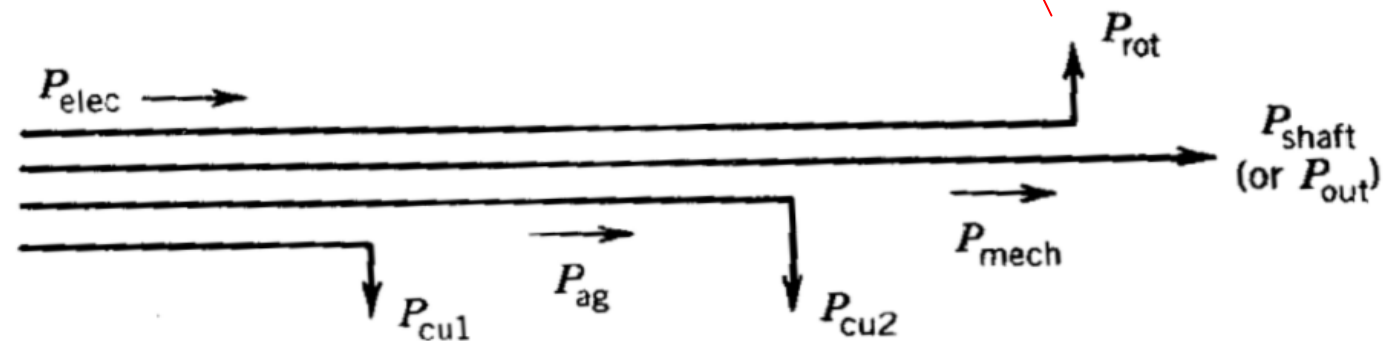




Aflflæði í mótör-rekstrarhætti

- Þessi töp eru hér sýnd með notkun hefðbundins táknmáls....

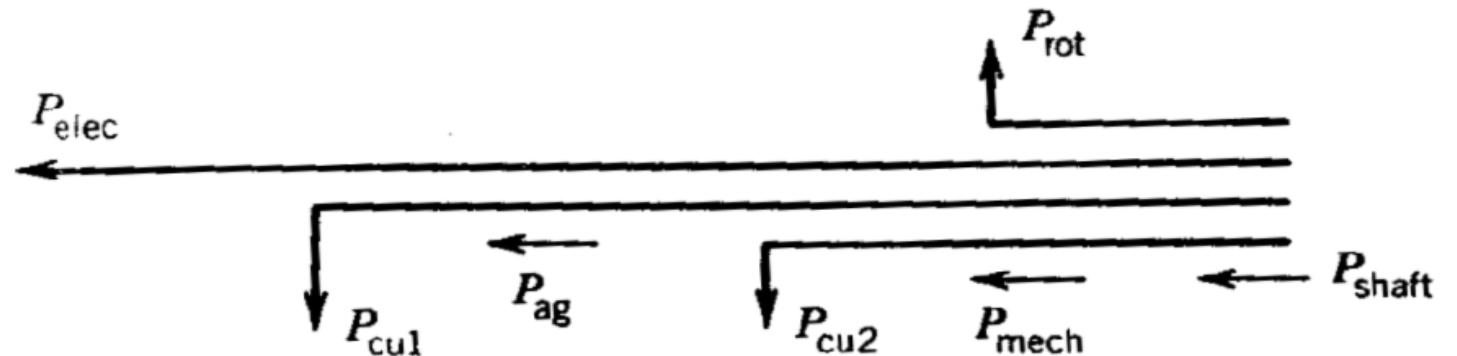
Kjarnatöp í stator og rótor og núningstöp við snúning eru sett undir einn hatt í P_{rot}





Aflflæði í rafala-rekstrarhætti

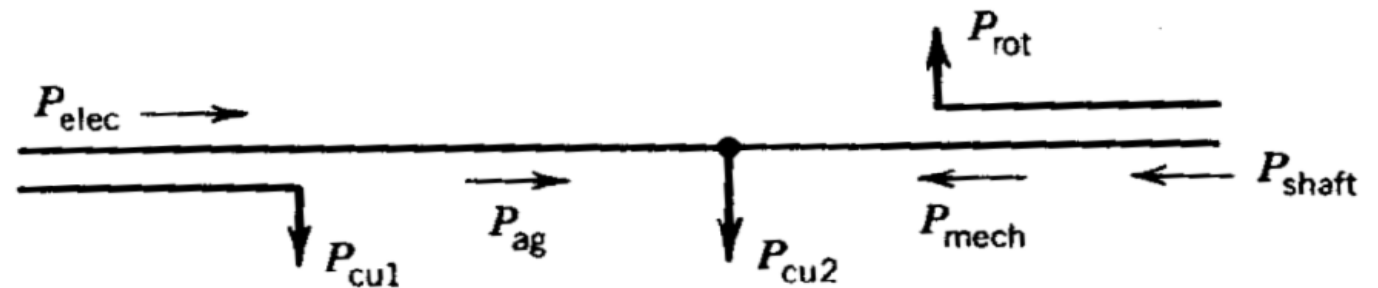
- Svipað gildir fyrir rafala-rekstrarhátt vélarinnar





Aflflæði í bremsu-rekstrarhætti

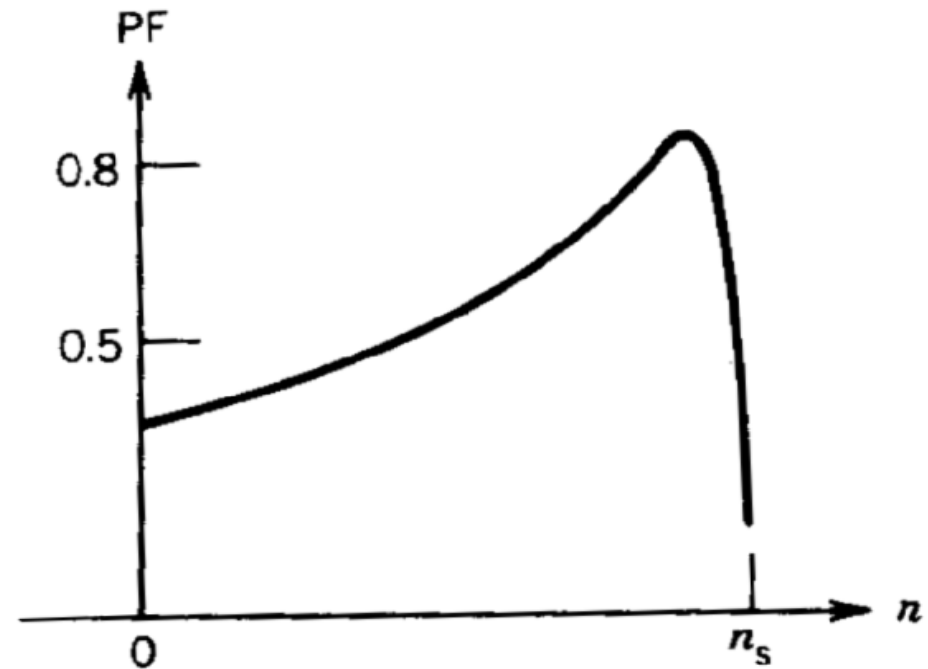
- Að lokum er sýndur bremsuháttur





UNIVERSITY OF ICELAND

Aflstuðull ($PF = \cos \phi$) sem fall af snúningshraða





Nýtni spanvélarinnar

- Nýtni (efficiency) skilgreinist sem hlutfall afls út og inn:

$$Eff = \frac{P_{out}}{P_{in}}$$

- Ef öðrum töpum en ohmskum töpum í rótorrás er sleppt, fæst:

$$P_{ag} = P_{in}$$

$$P_{mek} = P_{ag} (1 - s) = P_{out}$$

- Þá fæst hámarksnýtnin:

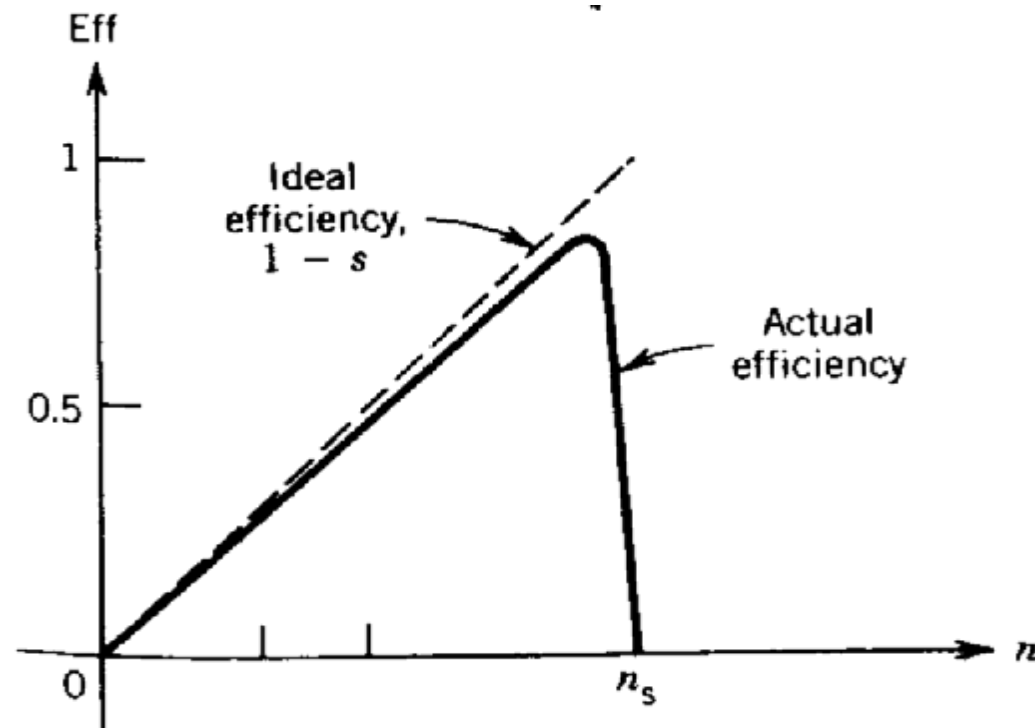
$$Eff_{ideal} = \frac{P_{out}}{P_{in}} = 1 - s$$



Hvernig er nýtni spanvélarinnar háð snúningshraða?

- Hámarks (þ.e. “ideal”) nýtni:
- Raunveruleg nýtni:

$$Eff_{ideal} = \frac{P_{out}}{P_{in}} = 1 - s$$

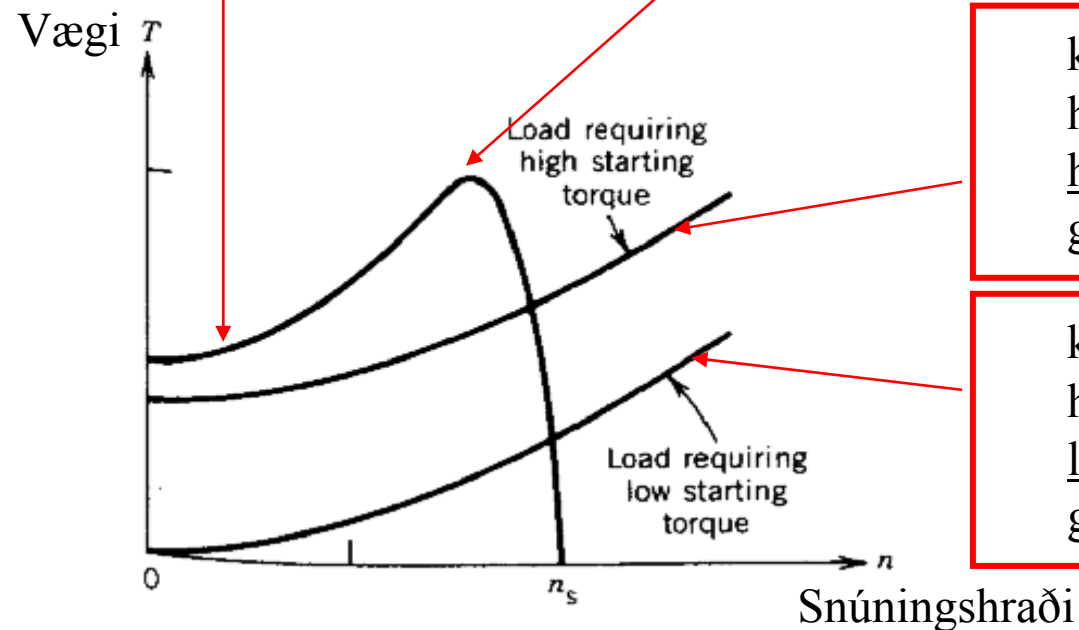




Áhrif rótorviðnáms á hegðun spanvélar

Við ræsingu er vægi lágt, aflstuðull lágur og straumur mikill.

Við fullt álag spanmótors er vægi hátt, aflstuðull hár og nýtni há. → viðnám rotorásar þarf að velja rétt!

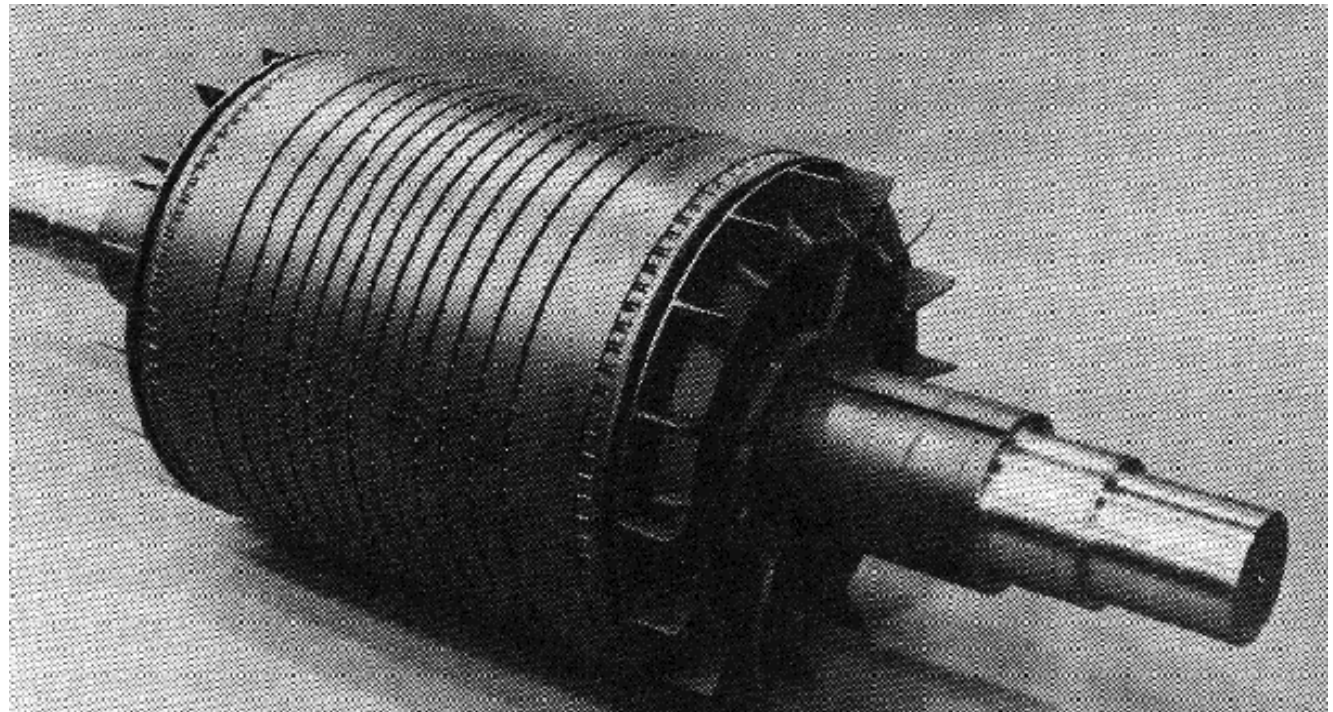


kennilína hreyfiálags með hátt vægi í gangsetningu

kennilína hreyfiálags með lágt vægi í gangsetningu



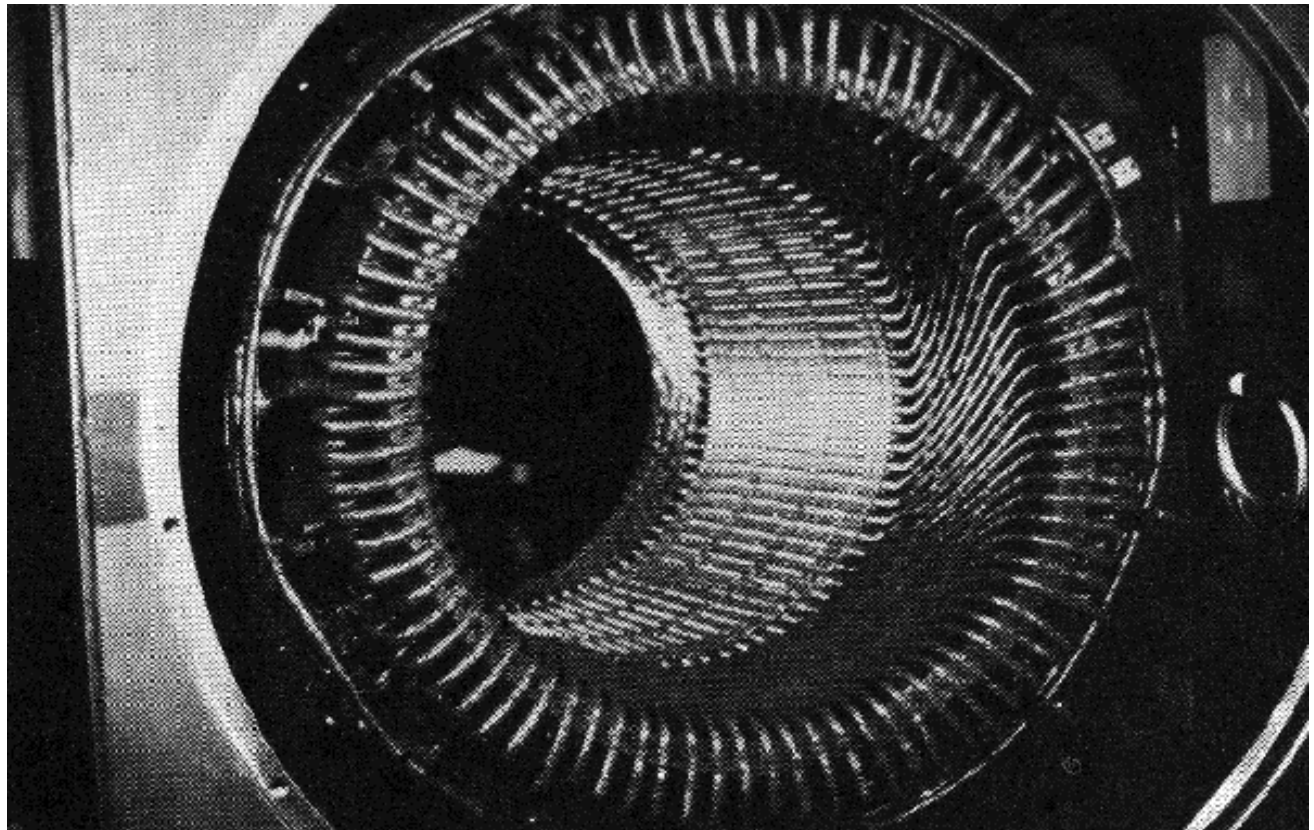
Rótor með búrvafi (Squirrel Cage Rotor)





UNIVERSITY OF ICELAND

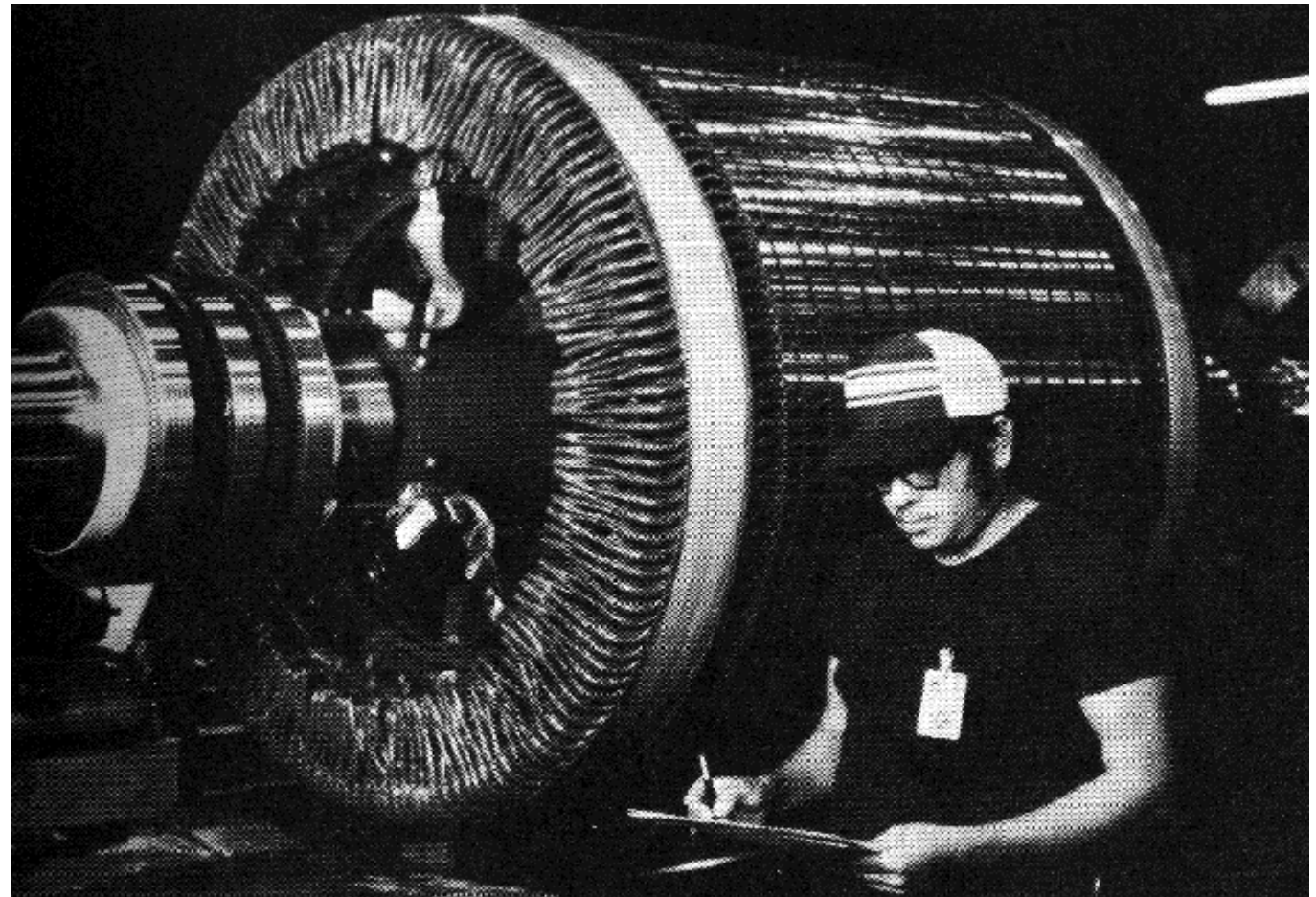
Stator á meðalstórri 3-fasa spanvél





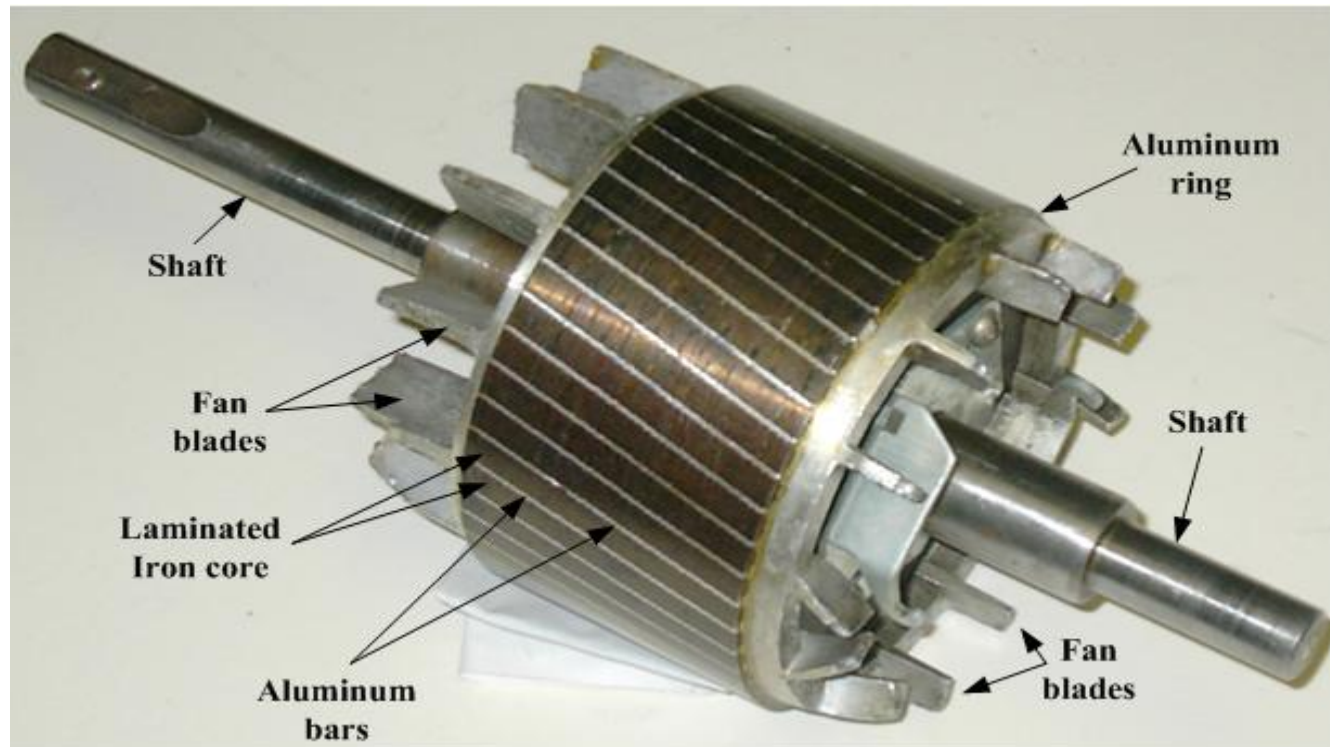
UNIVERSITY OF ICELAND

Vafinn rótor á stórrri 3-fasa spanvél





Single Phase Induction Motor



Squirrel cage rotor



Frekara ítarefni - Tilvísanir - Heimildir

- T. Wildi: “*Electrical Machines, Drives and Power Systems*”, Prentice Hall, 2002
- “*Principles of Electric Machines and Power Electronics*”; höf.: P.C. Sen; 2. útgáfa: John Wiley & Sons, 1997.
- “*Electric Machines, Steady State Theory and Dynamic Performance*”, Höf.: M. S. Sarma, West Publishing Co., 1994
- “*Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*”, 2nd Edition, Höf.: Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff, Wiley/IEEE Press 2002.



Mælingar á kennistærðum rásalíkans

Próf með föstum rótor (Blocked rotor test)

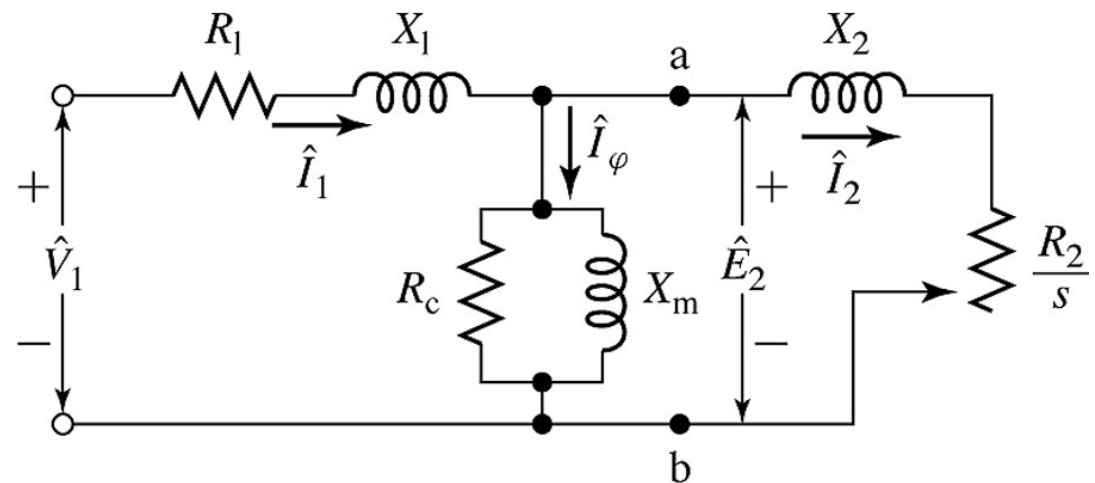
Próf án álags (No load test)

Mæling jafnstraumsviðnáms



Rásalíkan vélarinnar

- Við viljum geta *mælt* eftirfarandi stærðir sem fram koma á meðfylgjandi almennu rásamynd fyrir spanvélinu :
 - Kopartöpin í stator (í viðnámi R_1)
 - Kjarnatöp, (í viðnámi R_c)
 - Lekaspanviðnám (X_1)
 - Lekaspanviðnám (X_2)
 - Segulmögnunarspanviðnám (X_m)
 - Kopartöp í rótor (í viðnámi R_2)
- Þessar mælingar fara fram með prófum á vélinni. Þessum prófum er lýst hér á eftir og þau eru.....

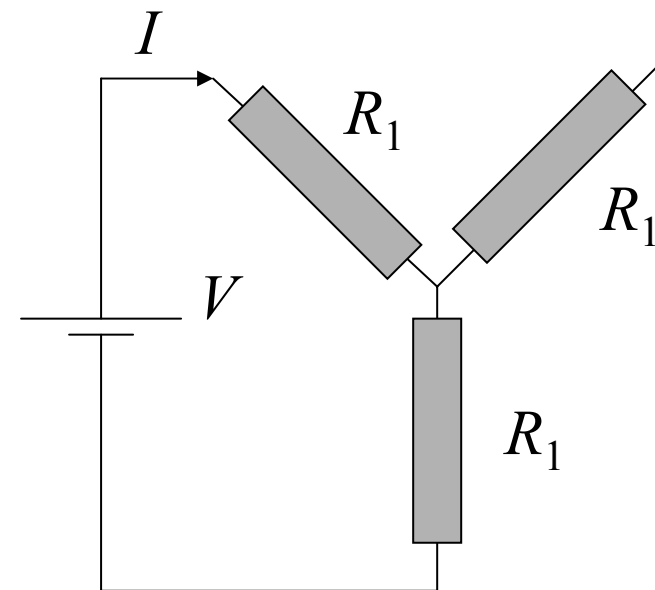


1. Prófun með “kyrrsettan rótor” (Blocked rotor test)
2. Prófun án álags (No load test)
3. Mæling jafnstraumsviðnáms



Jafnstraumspróf fyrir statorvafninga

- Skoðum fyrst síðastnefnda prófið með **jafnstraumsmælingu á viðnámi**
- Unnt er að mæla jafnstraumsviðnám 3 fasa samhverfra Y-tengdra statorvafninga með því að tengja yfir þá jafnstraumsgjafa, V samkvæmt eftirfarandi mynd.
- Þá fæst formúla til að nota við mælinguna



$$I = \frac{V}{2R_1}$$

$$R_1 = \frac{V}{2I}$$



Próf án álags (No load test)

- Skoðum því næst **próf án álags** (No load test).
Prófið felst í að keyra spanvélina sem mótör en án hreyfifræðilegs (mekanísks) álags á öxul
- Prófið gefur upplýsingar um núningstöp á öxli og strauma og spennur sem nauðsynleg eru til að gefa snúningsafl og til segulmögnunar kjarnans/loftbils, þ. e. segulrásarinnar í vélinni
- Prófið (á 3 fasa vél) fer þannig fram að 3 fasa samhverf spenna er sett inn á statorvafninga vélarinnar við máltíðni



Próf án álags (No load test) (2)

- Eftirfarandi stærðir á inntaki vélarinnar eru mældar í þessu prófi:
 - Fasaspenna, $V_{1,nl}$ á inntaki vélarinnar [V]
 - Fasastraumur, $I_{1,nl}$ á inntaki vélarinnar [V]
 - Raunafl, P_{nl} á inntaki vélarinnar [W]
- Í þessu prófi er rótorstraumur lágur og kopartöp (I^2R töp) í rótor eru því hverfandi. Við horfum fram hjá þeim og skoðum þau ekki frekar í þessu prófi
- Athugum að loftbilið veldur hærri segulmögnunarstraumi en t.d. í spennum



Próf án álags (No load test) (3)

- Unnt er nú að reikna út **nálgun að núningstöpum**, P_{rot} með því að draga kopartöpin í stator frá heildarafli, þ.e.

$$P_{rot} = P_{nl} - n_{ph} I_{1,nl} R_1$$

- ...þar sem allar stærðir eru þekktar (gert ráð fyrir að statorviðnámið, R_1 sé þekkt úr fyrra prófi og n_{ph} er fjöldi fasa)
- Hér að ofan er því gert ráð fyrir að öll töp, önnur en kopartöp, þ.e. bæði kjarnatöp (P_{core}) og eiginleg núningstöp (P_{rot}) séu kölluð “núningstöp”.
- Þetta er einföldun eða nálgun, sem má taka tillit til með því að mæla núningstöpin sérstaklega á eftirfarandi hátt:....



Próf án álags (No load test) (4)

- Ef tregðuvægi rótors, J er þekkt, má mæla núningstöpin sérstaklega með jöfnunni:
-þess vegna má mæla hversu hratt vélin hægir á sér, ef straumur til hennar er skyndilega rofinn, og meta P_{rot} úr eftirfarandi jöfnu...:
- Þá má að lokum mæla raunveruleg kjarnatöp með notkun endurbættrar jöfnu...
- Viðnámið í þverleggnum má síðan tákna með eftirfarandi jöfnu.
- Oft er ofangreindri sérgreiningu á P_{core} sleppt í greiningu á kennistærðum vélarinnar

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = -T_{rot} = -\frac{P_{rot}}{\omega_m}$$

$$P_{rot}(\omega_m) = -\omega_m J \frac{d\omega_m}{dt}$$

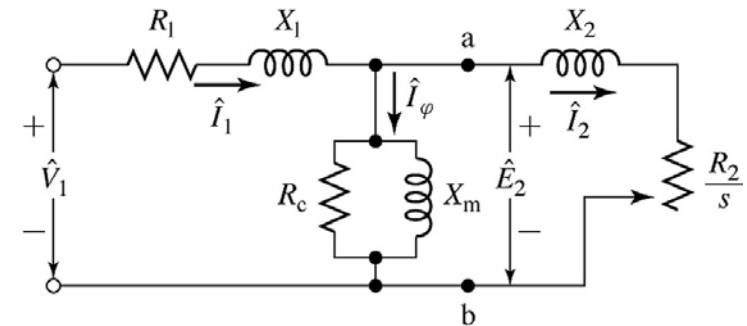
$$P_{core} = P_{nl} - P_{rot} - n_{ph} I_{1,nl} R_1$$

$$R_c = \frac{n_{ph} V_{1,nl}^2}{P_{core}}$$



Próf án álags (No load test) (5)

- Að lokum ætlum við að mæla spanviðnámið X_m með þessu prófi.
- Ef ekkert álag er á rótor er hraði hans rétt neðan við samfasahraða og sleitan s_{nl} er lág. Þetta þýðir að viðnámið R_2/s_{nl} er mjög hátt viðnám. Því má sleppa hægri leggnum í myndinni hér til hliðar og spanviðnámið séð inn á stator er skv. 1. jöfnu t.h. Nú er unnt að reikna spanviðnámið út frá launafli samkvæmt:....
- ... og launaflið Q_{nl} má finna ...
- ...og sýndaraflið, S_{nl} má finna....
- Spanviðnámið, X_{nl} er um það bil.....



$$X_{nl} \approx X_1 + X_m$$

$$X_{nl} = \frac{Q_{nl}}{n_{ph} I_{1,nl}^2}$$

$$Q_{nl} = \sqrt{S_{nl}^2 - P_{nl}^2}$$

$$S_{nl} = n_{ph} V_{1,nl} I_{1,nl}$$

$$X_{nl} \approx \frac{V_{1,nl}}{I_{1,nl}}$$



Próf með föstum rótor (Blocked rotor test) (1)

- 3 og síðasta prófið er **próf með föstum rótor** (Blocked rotor test) Það er hliðstætt og skammhlaupspróf fyrir spennu. Bæði þessi próf gefa aðallega upplýsingar um **lekaspanviðnám** rásarinnar.
- Eins og nafnið bendir til, er gert ráð fyrir að rótorinn sé kyrrstæður og festur þannig að hann geti ekki hreyfst. Þar með er sleitan, $s = 1$. Eins og í fyrra prófi, er 3 fasa samhverf spenna sett inn á statorvafninga vélarinnar við einhverja tíðni, f_{bl} .
- Í þessu prófi fást eftirfarandi mæliniðurstöður:
 - Fasaspenna, $V_{1,bl}$ á inntaki vélarinnar [V]
 - Fasastraumur, $I_{1,bl}$ á inntaki vélarinnar [A]
 - Raunafl, P_{bl} á inntaki vélarinnar [W]
 - Tíðni, f_{bl} á inntaki vélarinnar [Hz]



Próf með föstum rótor (Blocked rotor test) (2)

- Tíðni og stærð spennunnar inn á stator getur verið breytileg eftir aðstæðum. Launaflíð er reiknað út frá sýndarafli og raunafli.
- Spanviðnám er unnt að reikna út frá launafli og spennu og straumi
- Þegar búðið er að reikna stærðirnar X_{bl} og R_{bl} er unnt að reikna út kennistræðir rásalíkansins

$$Q_{bl} = \sqrt{S_{bl}^2 - P_{bl}^2}$$

$$S_{bl} = n_{ph} V_{1,bl} I_{1,bl}$$

$$n_{ph} = 3$$

$$X_{bl} = \left(\frac{f_r}{f_{bl}} \right) \cdot \left(\frac{Q_{bl}}{n_{ph} I_{1,bl}^2} \right)$$

$$R_{bl} = \frac{P_{bl}}{n_{ph} I_{1,bl}^2}$$

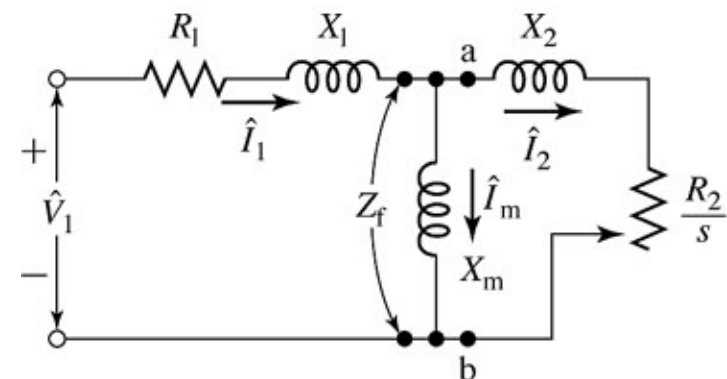


Próf með föstum rótor (Blocked rotor test) (3)

- Unnt er nú að skoða rásamyndina neðst t.h. og fæst þá jafnan t.h.
Við sleituna $s = 1$
- Næsta jafna fæst eftir nokkra útleiðslu
- Unnt er að gera frekari nálganir

$$Z_{bl} = R_1 + jX_1 + (R_2 + jX_2) // jX_m$$

$$Z_{bl} = R_1 + R_2 \left(\frac{X_m^2}{R_2^2 + (X_m + X_2)^2} \right) + j \left(X_1 + \frac{X_m (R_2^2 + X_2 (X_m + X_2))}{R_2^2 + (X_m + X_2)^2} \right)$$



(a)



Próf með föstum rótor (Blocked rotor test) (4)

- Unnt er að gera
frekari nálganir, t.d.
að $R_2 \ll X_m$

$$Z_{bl} = R_1 + R_2 \left(\frac{X_m}{X_m + X_2} \right)^2 + j \left(X_1 + X_2 \left(\frac{X_m}{X_m + X_2} \right) \right)$$



Próf með föstum rótor (Blocked rotor test) (5)

- Úr efri jöfnunum 2 er unnt að leiða út neðri jöfnurnar 2 sem gefa heildar spanviðnámið X_2

$$R_{bl} = R_1 + R_2 \left(\frac{X_m}{X_m + X_2} \right)^2$$

$$X_{bl} = X_1 + X_2 \left(\frac{X_m}{X_m + X_2} \right)$$

$$X_2 = (X_{bl} - X_1) \left(\frac{X_m}{X_m + X_1 - X_{bl}} \right)$$

$$R_2 = (R_{bl} - R_1) \left(\frac{X_2 + X_m}{X_m} \right)^2$$



Próf með föstum rótor (Blocked rotor test) (6)

- Við sameinum efri 2 jöfnurnar og þá fæst innrammaða jafnan
- Ekki er auðvelt að greina á milli hvernig lekaspanviðnámið skiptist á milli stator og rótorrásar. Við fáum töflu sem byggð er á reynslu samkvæmt næstu skyggnu:

$$X_{nl} \approx X_1 + X_m$$

$$X_2 = (X_{bl} - X_1) \left(\frac{X_m}{X_m + X_1 - X_{bl}} \right)$$

$$X_2 = (X_{bl} - X_1) \left(\frac{X_{nl} - X_1}{X_{nl} - X_{bl}} \right)$$

$$X_m = X_{nl} - X_1$$



Próf með föstum rótor (Blocked rotor test) (7)

- Eftirfarandi tafla er fengin úr kennslubók bls 335 (Source: IEEE standard 112)

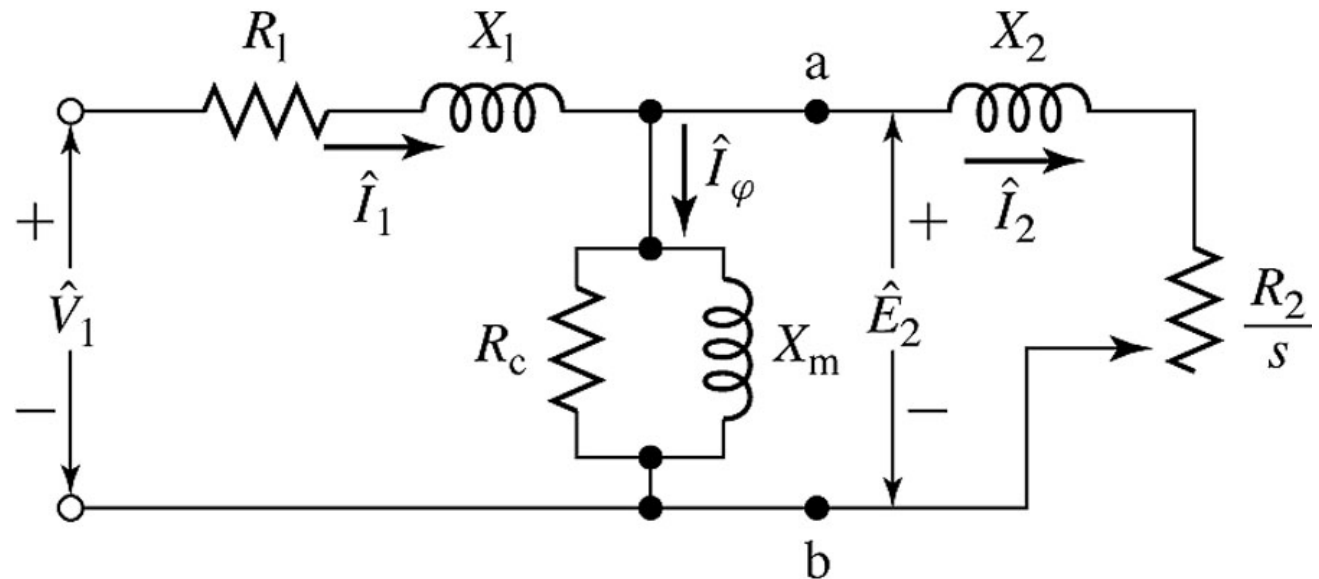
Motor class	Description	X_1 as a fraction of $X_1 + X_2$	X_2 as a fraction of $X_1 + X_2$
A	Normal starting torque, normal starting current	0,5	0,5
B	Normal starting torque, low starting current	0,4	0,6
C	High starting torque, low starting current	0,3	0,7
D	High starting torque, high slip	0,5	0,5
Wound rotor	Performance varies with rotor resistance	0,5	0,5



UNIVERSITY OF ICELAND

Samantekt

- Við höfum því með ofangreindum prófum fundið helstu kennistærðir rásalíkansins samkvæmt meðfylgjandi mynd.





Frekara ítarefni - Tilvísanir - Heimildir

- **KENNSLUBÓK: *Electric Machinery*. Höf: A.E. Fitzgerald, C. Kingsley, S.D. Umans, McGraw-Hill, 2003**
- T. Wildi: “*Electrical Machines, Drives and Power Systems*”, Prentice Hall, 2002
- “*Principles of Electric Machines and Power Electronics*”; höf.: P.C. Sen; 2. útgáfa: John Wiley & Sons, 1997.
- “*Electric Machines, Steady State Theory and Dynamic Performance*”, Höf.: M. S. Sarma, West Publishing Co., 1994
- “*Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*”, 2nd Edition, Höf.: Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff, Wiley/IEEE Press 2002.



Jafnstraumsvélar

(Direct current or DC machines)



UNIVERSITY OF ICELAND

Simple DC Motor

- Á myndinni til hliðar sjást fjölmargar gerðir af mismunandi einföldum jafnstraumsmótorum





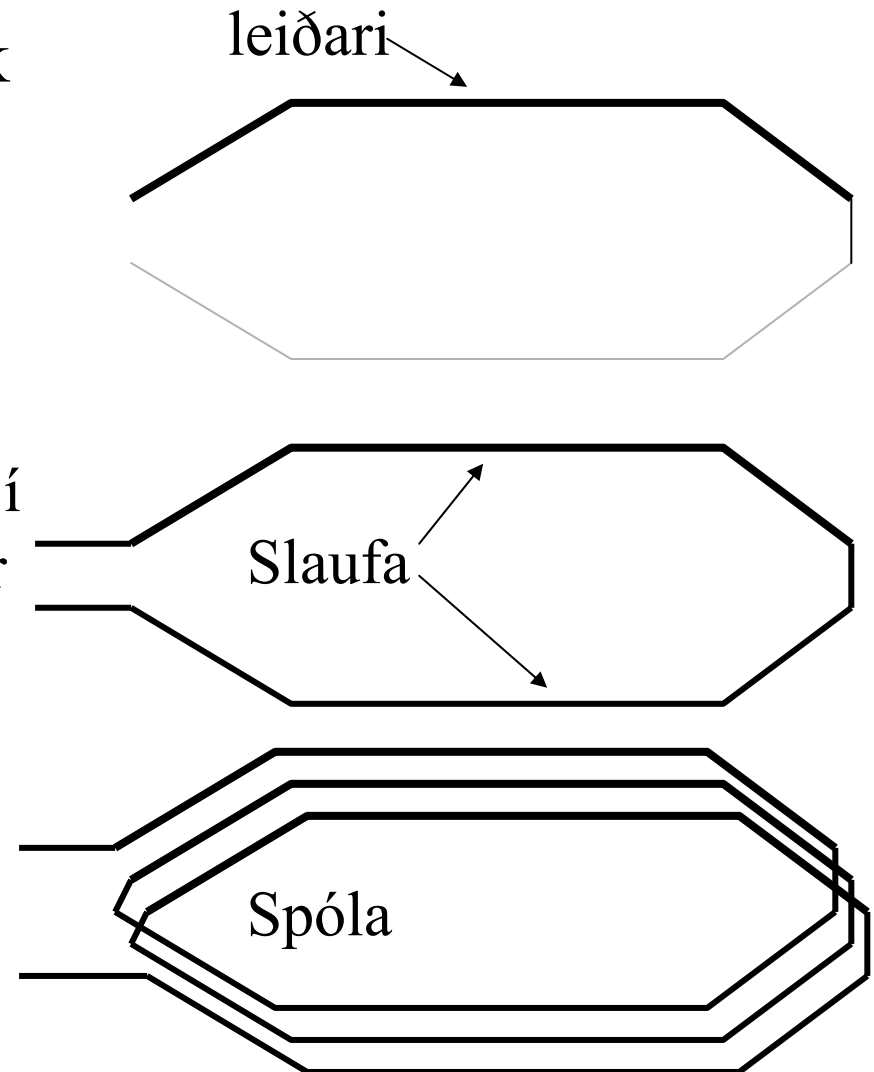
Grunnhegðun jafnstraumsvélar í stöðugu ástandi

(Basic Characteristics of the Direct
Current Machine in Stationary
Operation)



Skilgreining hugtaka á jafnstraumsvél

- Við skilgreinum eftirfarandi hugtök fyrir rótorvafning (akkeri):
 - **Leiðari** (conductor) er önnur hliðin í *slaufu* sem vafin er á rótor jafnstraumsvélar sbr. mynd.
 - **Slaufa** (turn) er samtenging 2 *leiðara* í annan endann á rótor jafnstraumsvélar til að mynda lokaða rás
 - **Spóla** (coil) er raðtenging á mörgum *slaufum*





UNIVERSITY OF ICELAND

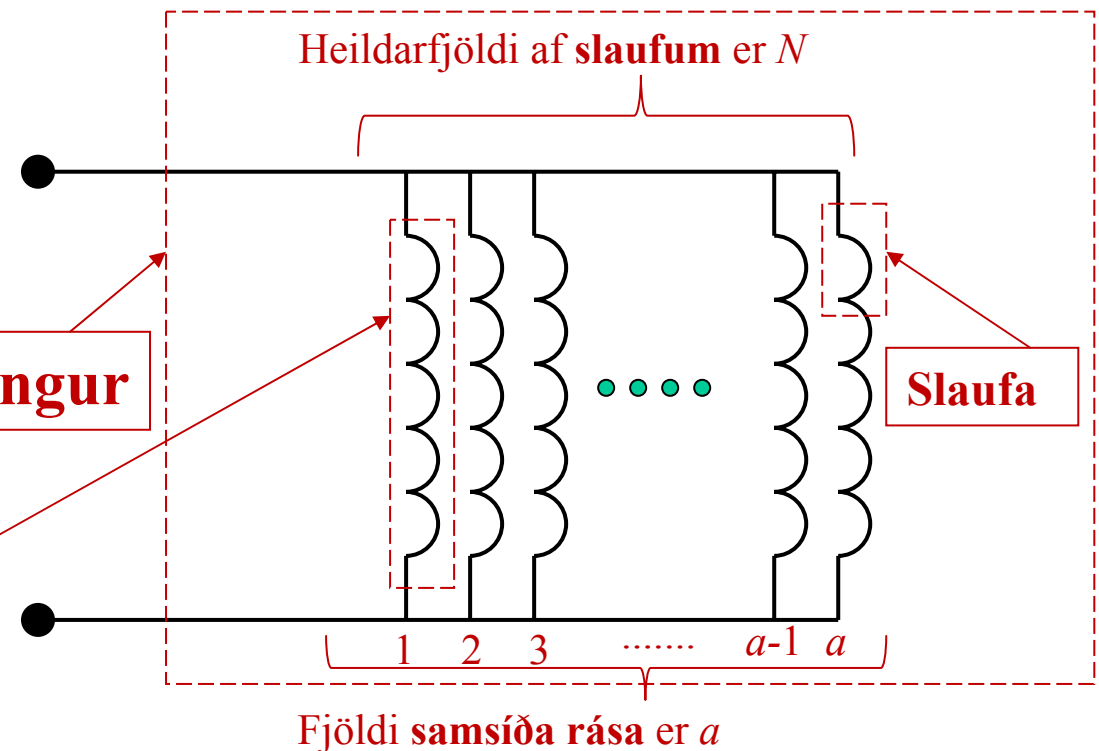
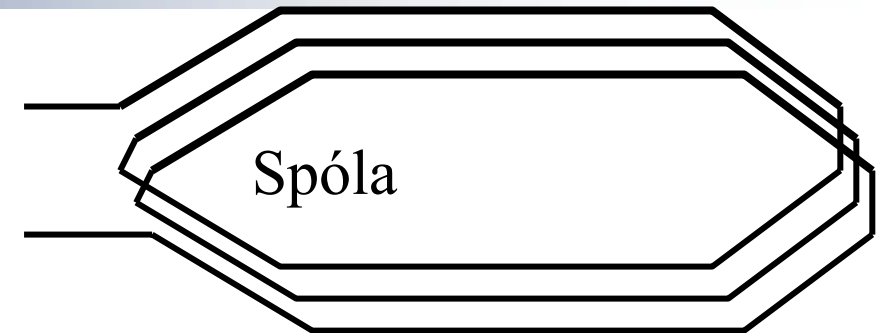
Skilgreining hugtaka (2)

- Viðbótarhugtak:
 - **Vafningur** (windings) er samsíðatenging á mörgum *spólum* í margar *samsíða rásir* á rótor vélarinnar.
 - Fjöldi af **slaufum** í hverri **spólu** er n
 - Fjöldi **samsíða rása** þ.e. Fjöldi **hliðtengdra spóla** er a
 - Þá er fjöldi af slaufum:
 $N = an$

Spóla

Fjöldi af **slaufum** í þessari **spólu** er: N/a

Vafningur

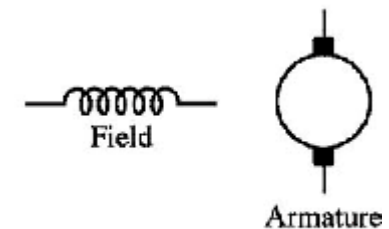
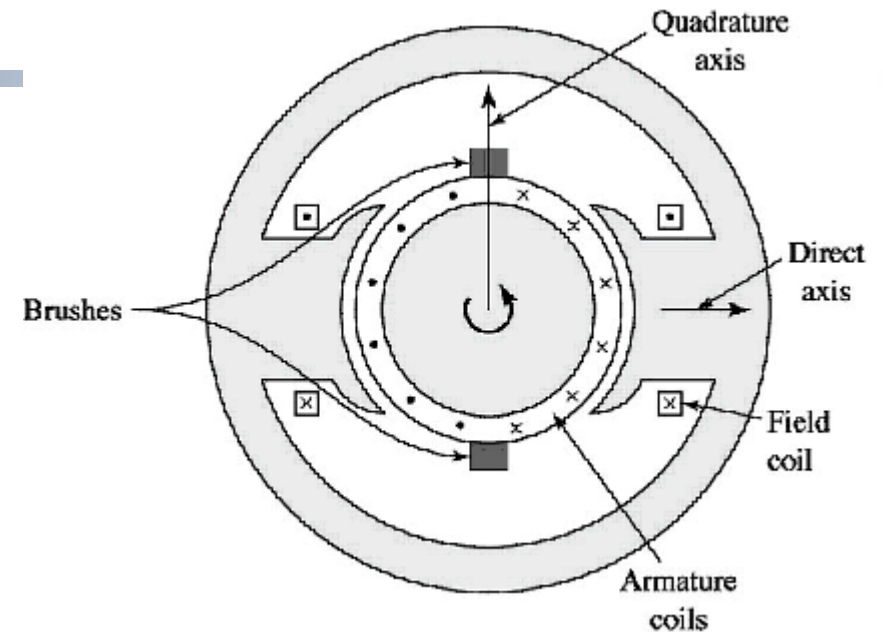




UNIVERSITY OF ICELAND

Skilgreining tákna

- Við stillum upp líkani af jafnstraumsvél og skilgreinum eftirfarandi tákna:
 - E_a er spenna yfir alla akkerisvafninga
 - e er spenna yfir hvern leiðara
 - e_t er spenna yfir hverja slaufu
 - Segulflæðið er Φ á hvern pól
 - l er lengd rótors (akkeris) inn í þverskurðarmyndina
 - x er vegalengd sem segulflæðið sker eftir hringferli í loftbilinu
 - r er rádius rótors
 - B er sviðsstyrkur í loftbilinu
 - Hornhraðinn er ω á snúningi rótors
 - v er hraði á yfirborði rótors
 - p er fjöldi póla
 - A er flatarmál á hvern pól
 - N er fjöldi af slaufum í akkeri
 - a er fjöldi samsíða rása í akkeri





UNIVERSITY OF ICELAND

Líkan af jafnstraumsvél

- Þá fást eftirfarandi jöfnur:

$$e = \frac{d\Phi}{dt} = B \cdot l \cdot \frac{dx}{dt} = B \cdot l \cdot v$$

$$e_t = 2e = 2B \cdot l \cdot v = 2B \cdot l \cdot \omega \cdot r$$

- Nú er

$$A = \frac{2\pi r l}{p}$$

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{\Phi p}{2\pi r l}$$

- Þá fæst

$$e_t = \frac{\Phi p}{2\pi r l} 2l\omega r = \frac{\omega\Phi p}{\pi}$$

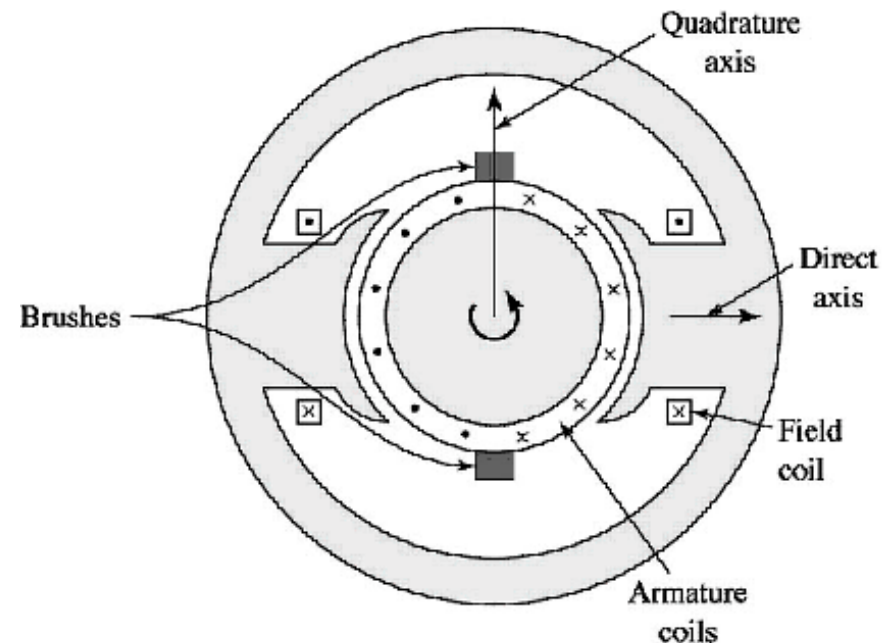
$$E_a = \frac{N}{a} e_t = \frac{N}{a} \cdot \frac{\omega\Phi p}{\pi}$$

- Þar sem

$$K_a = \frac{Np}{\pi a}$$

Þá fæst:

$$E_a = K_a \Phi \omega$$

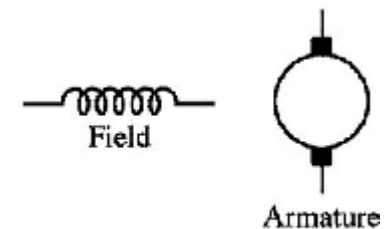
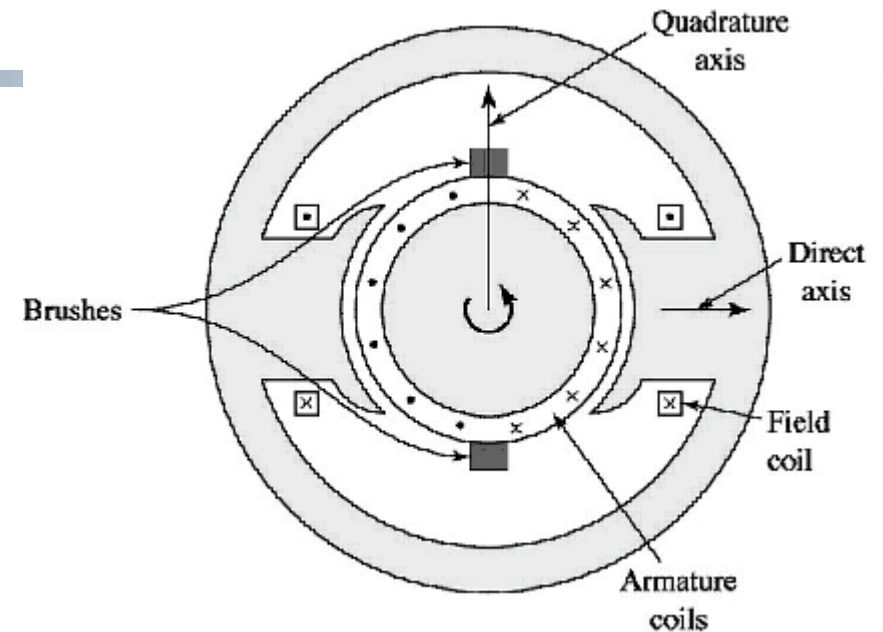




UNIVERSITY OF ICELAND

Skilgreining frekari tákna

- Við skilgreinum til viðbótar eftirfarandi tákna:
 - f_c er kraftur sem verkar á hvern leiðara
 - i_c er straumur í hverri samsíða rás vélarinnar
 - I_a er heildarstraumur í akkerisvafningum
 - T_c er vægi á hvern leiðara
 - T er heildarvægi á rótorinn





UNIVERSITY OF ICELAND

Líkan af jafnstraumsvél

- Við getum einnig skoðað vægið sem fall af straumi vélarinnar:

$$f_c = B \cdot l \cdot i_c$$

- Vægi er “kraftur sinnum armur”

$$T_c = f_c \cdot r = B \cdot l \cdot \frac{I_a}{a} \cdot r$$

- Þar sem

$$i_c = \frac{I_a}{a}$$

- Þar sem

$$A = \frac{2\pi r l}{p} \quad \text{fæst} \quad B = \frac{\Phi}{A} = \frac{\Phi p}{2\pi r l}$$

- Þess vegna er

$$T_c = \frac{\Phi p}{2\pi r l} \cdot \frac{l I_a r}{a} = \frac{I_a \Phi p}{2a\pi}$$

- Nú er $T = 2NT_c = 2N \frac{I_a \Phi p}{2a\pi}$

fæst

$$T = K_a \Phi I_a$$

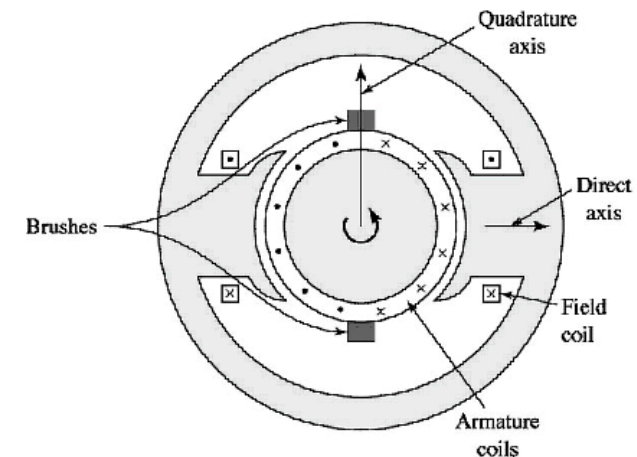
$$k = K_a \Phi$$

- ...og þar sem

$$K_a = \frac{Np}{\pi a}$$

$$T = k I_a$$

$k =$ vægisstuðull (Torque constant)
mælist t.d. fyrir litla mótora í mNm/A





Vægi í jafnstraumsvél

- Vægi í jafnstraumsvél er því beint háð eftirtöldum meginþáttum
 - **Straumnum** I_a í vélinni
 - **Segulflæðinu** Φ í vélinni sem er stýrt sérstaklega af sviðsvafningum og segulmögnunarstraumi
 - **Fasta**, K_a sem er háður víddum og hönnun vélarinnar

$$T = K_a \Phi I_a$$

$$I_a$$

$$\Phi$$

$$K_a$$



Samantekt

UNIVERSITY OF ICELAND

- Við höfum því fengið 2 **meginjöfnur** sem lýsa á einfaldan hátt hegðun vélarinnar í stöðugu ástandi:
 - **Sami fastinn**, K_a gildir í báðum jöfnunum
 - Fyrri jafnan lýsir hegðun vélarinnar sem **jafnstraumsmótor** þ.e. því vægi, T sem verkar á rótor þegar straumur, I_a fer um vafninga hans
 - Seinni jafnan lýsir hegðun vélarinnar sem **jafnstraumsrafala** þegar rótor er snúið með tilteknum hornhraða ω og vafningar rötors verða spennugjafi (E_a)

$$T = K_a \Phi I_a$$

$$E_a = K_a \Phi \omega$$



Lynch motor

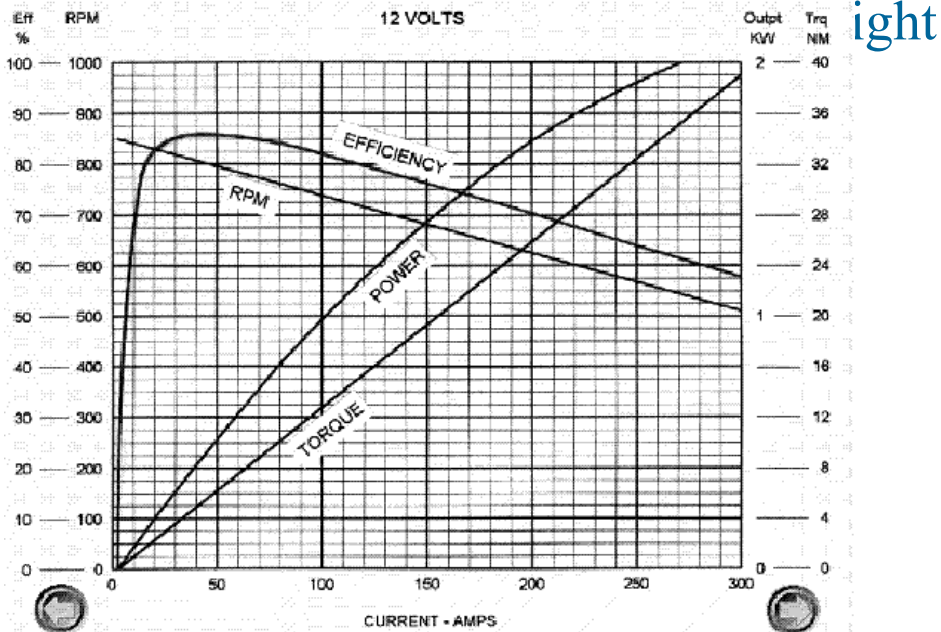
Dæmi um jafnstraumsmótor



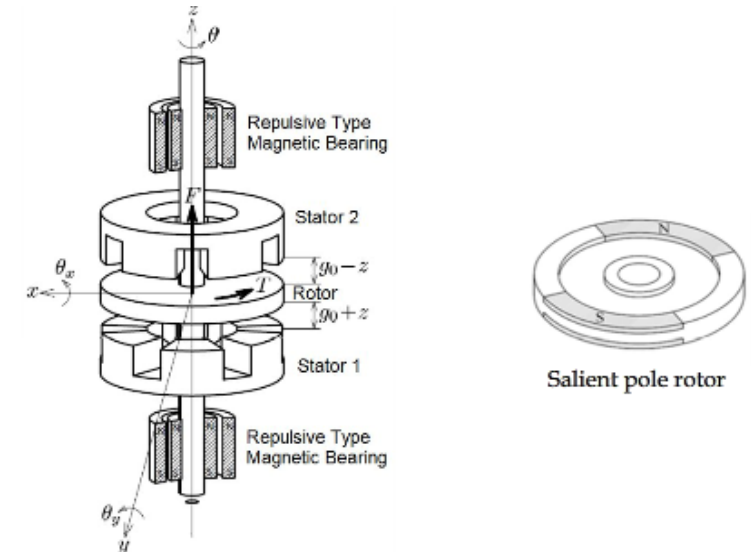
UNIVERSITY OF ICELAND

The Lynch motor

- The **Lynch motor** is a flat (*pancake*) axial gap permanent magnet DC motor invented by Cedric Lynch



light

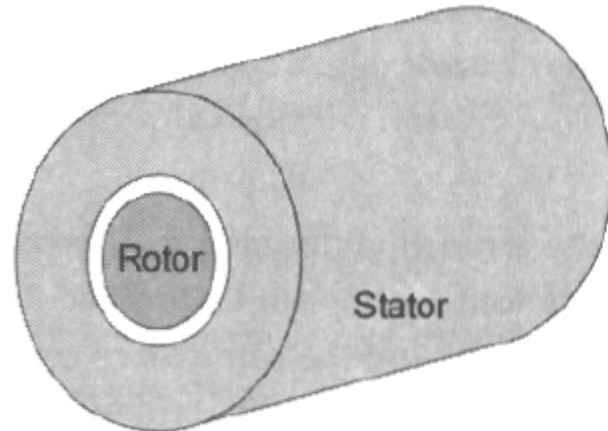




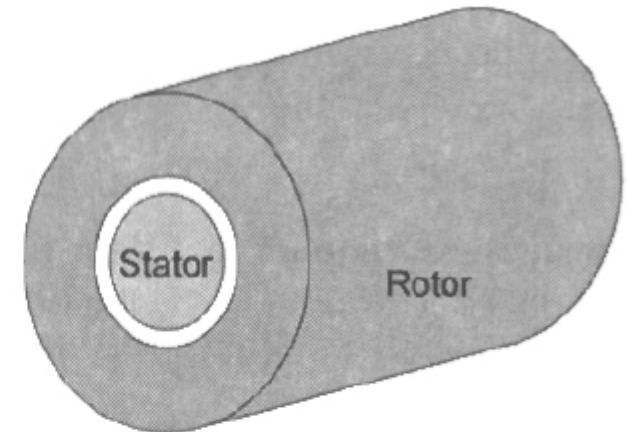
UNIVERSITY OF ICELAND

Helstu möguleikar fyrir snúningshreyfingu rafmagnsvéla

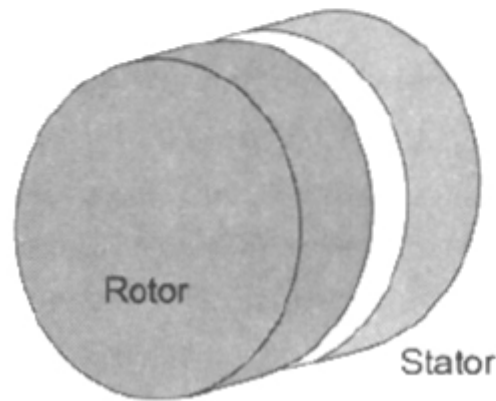
- Myndin sýnir helstu möguleika fyrir snúningshreyfingu rafmagnsvéla
- Tilfelli a er algengasta og almennasta tilfallið
- Hvernig á aflflutningur sér stað um loftbilið milli stators og rótors? Hann fæst með notkun sviðs sem flytur afl og orku milli þessara hluta vélarinnar



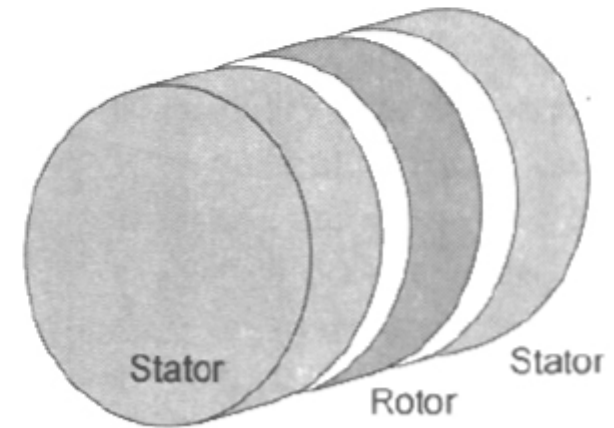
(a)



(b)



(c)



(d)

Heimild: "Brushless permanent motor design" eftir D Hanselman



Rotation speed and torque

- Current in the armature is as follows

$$I_a = \frac{T_e}{K_a \Phi}$$

- We get the following formula for the armature circuit

$$E_a = V_t - I_a R_a$$

$$E_a = K_a \Phi \omega$$

- Therefore

$$\omega = \frac{V_t - I_a R_a}{K_a \Phi}$$

$$T_e = K_a \Phi I_a$$

$$I_a = \frac{T_e}{K_a \Phi}$$

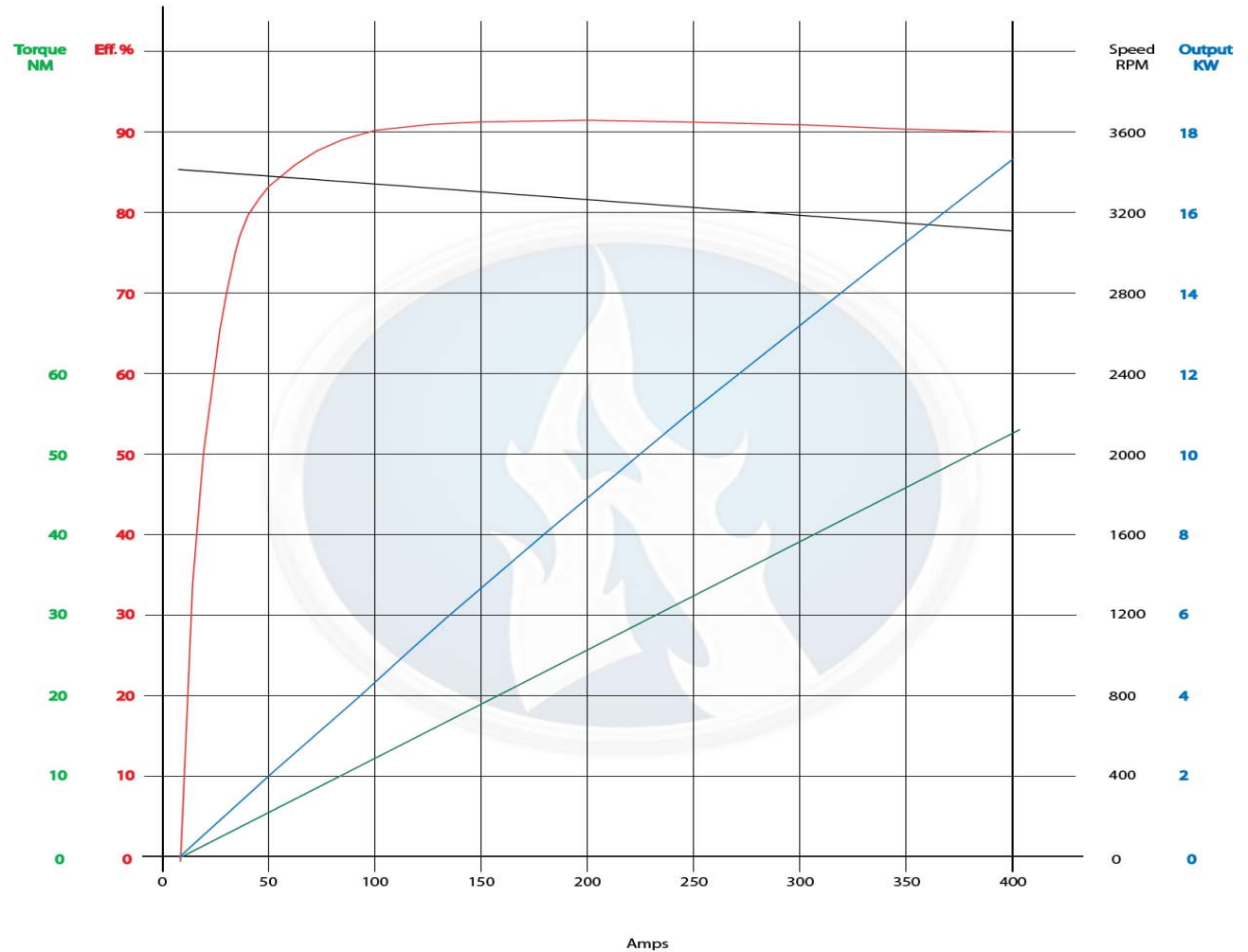
$$\omega = \frac{V_t}{K_a \Phi} - \frac{T_e R_a}{(K_a \Phi)^2}$$

- Therefore we get the following characteristics of the lynch motor



Lynch motor –performance graphs

- 71RPM/Volt at 48V
- This characteristics of the lynch motor are shown at right



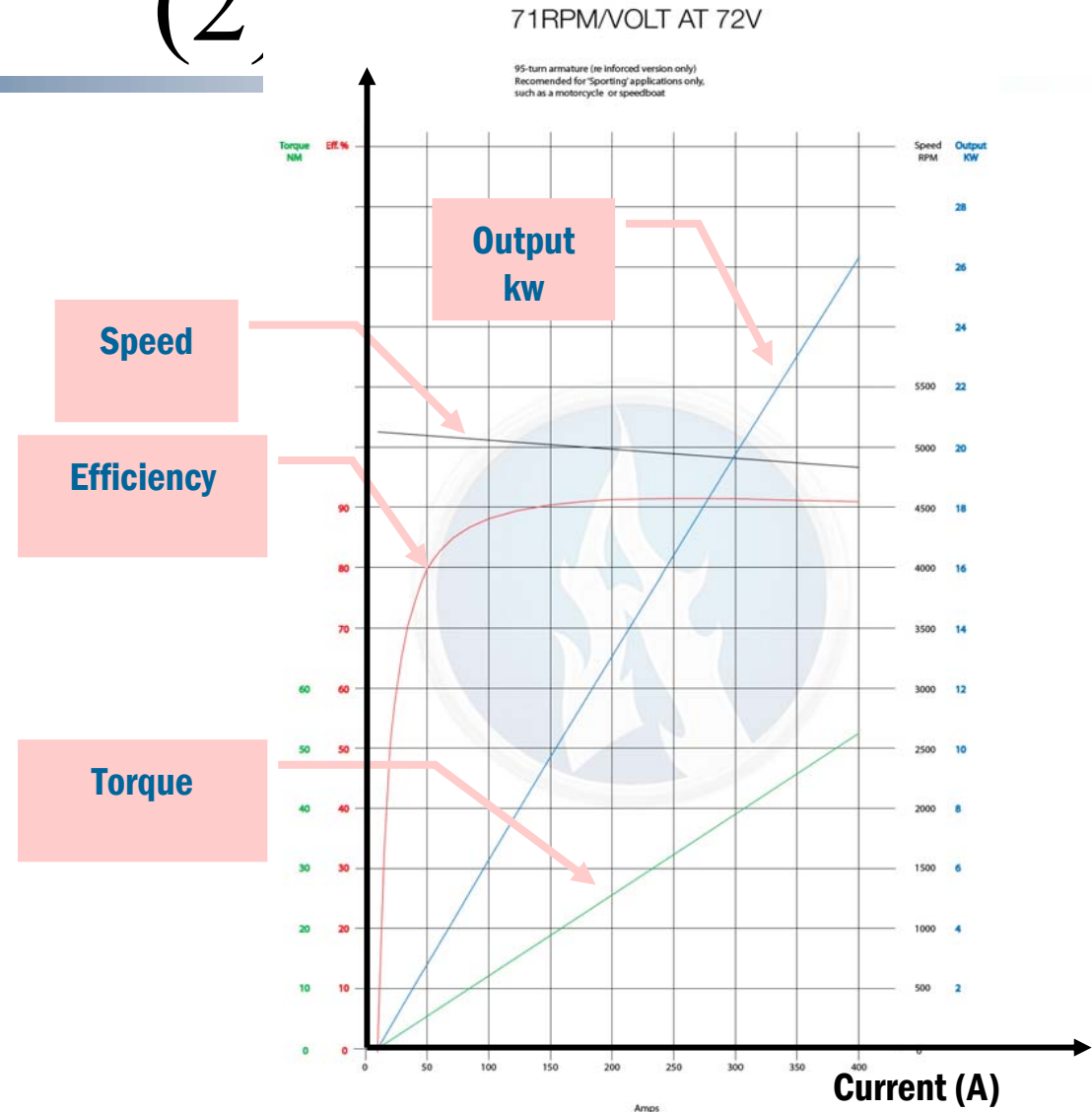


Lynch motor –performance graphs

(2)

UNIVERSITY OF ICELAND

- 71RPM/Volt at 72V
- 6000 rpm max
- 16kW continuous power
- 30kW 5 second peak power





Frekara ítarefni - Tilvísanir - Heimildir

- T. Wildi: “*Electrical Machines, Drives and Power Systems*”, Prentice Hall, 2002
- “*Principles of Electric Machines and Power Electronics*”; höf.: P.C. Sen; 2. útgáfa: John Wiley & Sons, 1997.
- “*Electric Machines, Steady State Theory and Dynamic Performance*”, Höf.: M. S. Sarma, West Publishing Co., 1994
- “*Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*”, 2nd Edition, Höf.: Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff, Wiley/IEEE Press 2002.
- **Salient Pole Permanent Magnet Axial-Gap Self-Bearing Motor , Quang-Dich Nguyen and Satoshi Ueno, Source: Magnetic Bearings, Theory and Applications, Book edited by: Bostjan Polajzer, ISBN: 978-953-307-148-0, Publisher: InTech, Publishing date: October 2010**




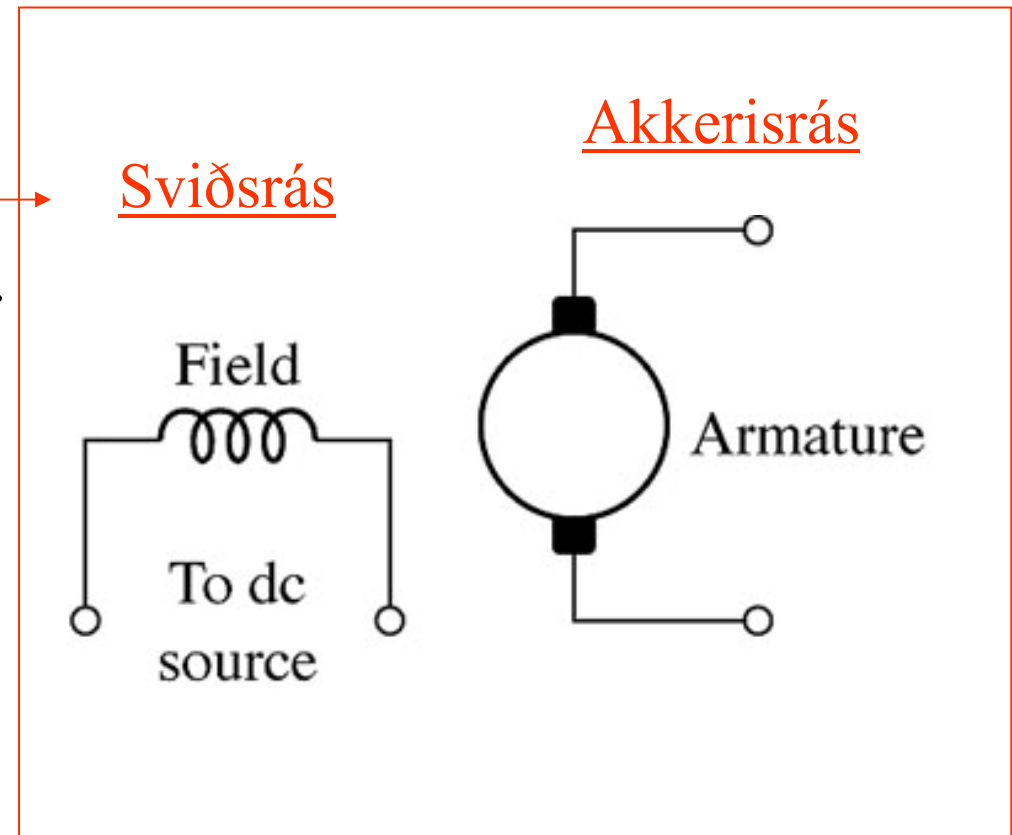
SEGULMÖGNUN JAFNSTRAUMSVÉLA

(Magnetization of Direct Current
Machines)



Einföld rásamynd af jafnstraumsvél

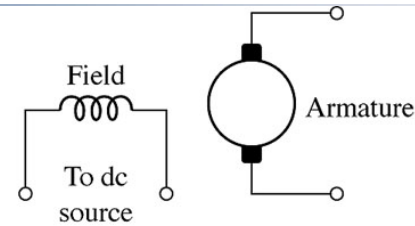
- Einföld rásamynd af jafnstraumsvél lítur þannig út: 
- Rásamyndin samanstendur úr 2 hlutum:
 - Sviðsrás (Field circuit)
 - Akkerisrás (Armature circuit)
- Þessar rásir er unnt að tengja saman með ýmsu móti til segulmögnunar vélarinnar, sbr. næstu skyggnu



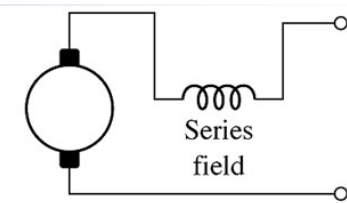


Mismunandi aðferðir við segulmögnun jafnstraumsvélar

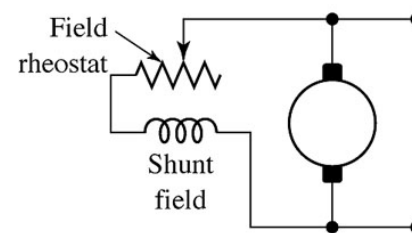
- Jafnstraumsvélar eru:
 - Sérsegulmagnaðar
 - Sjálfsegulmagnaðar
 - Samsíða segulmögnun (“shunt”)
 - Seríusegulmögnun
 - Samsett segulmögnun (compounded machine)
 - “Long shunt”
 - “Short shunt”



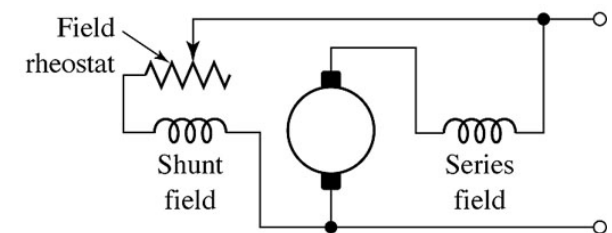
Sérsegulmögnun



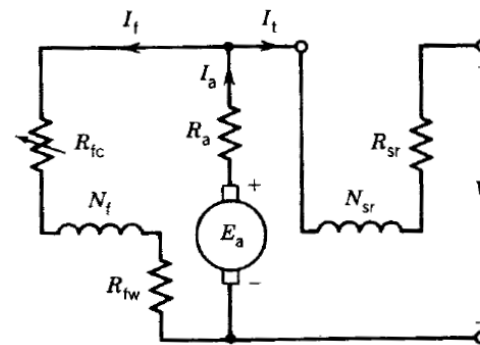
Seríusegulmögnun



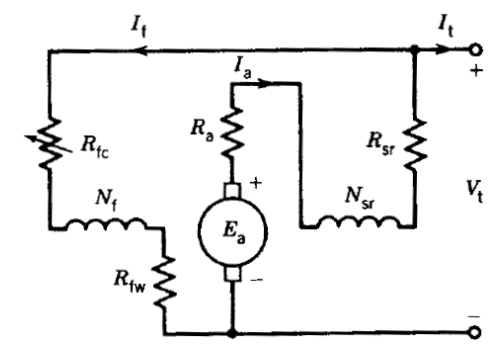
Samsíða segulmögnun



Samsett segulmögnun



“Short shunt”



“Long shunt”

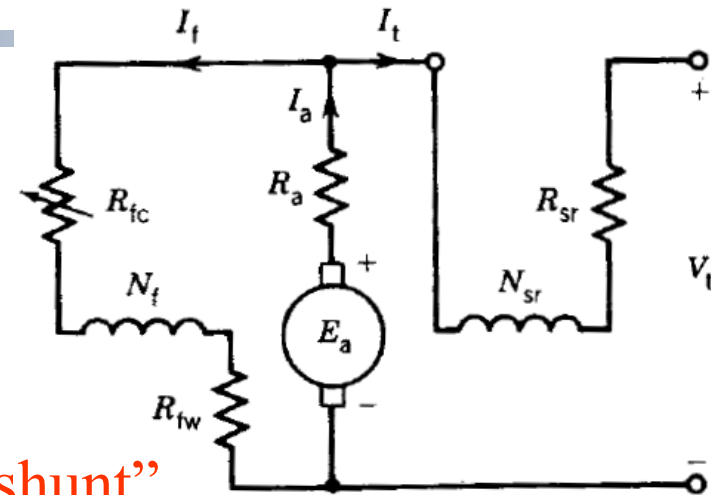


Segulmögnun jafnstraumsvélar

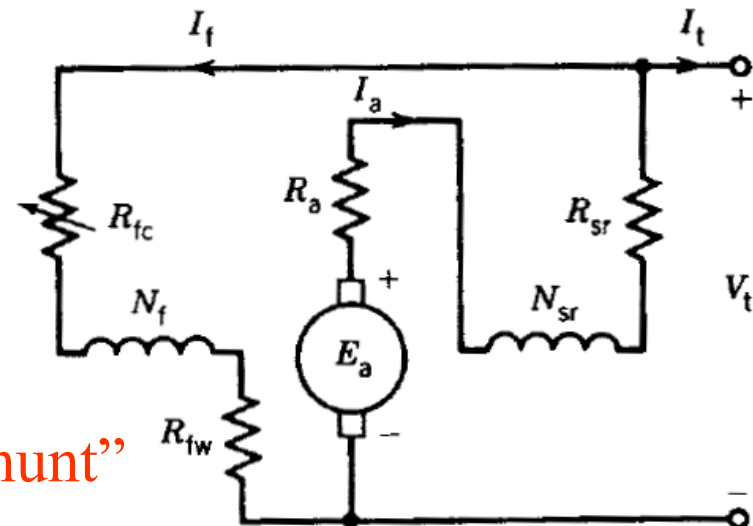
- Í jafnstraums-vél með samsetta segulmögnun (compounded machine) getur **seríu**vafningurinn hjálpað -- eða -- unnið á móti **samsíða** vafningnum eftir því hvort vafningastefnurnar eru í **sömu átt** eða **gagnstæða átt**.

Við tölum um:

- **Cumulative** compound machine
- **Differential** compound machine



“Short shunt”



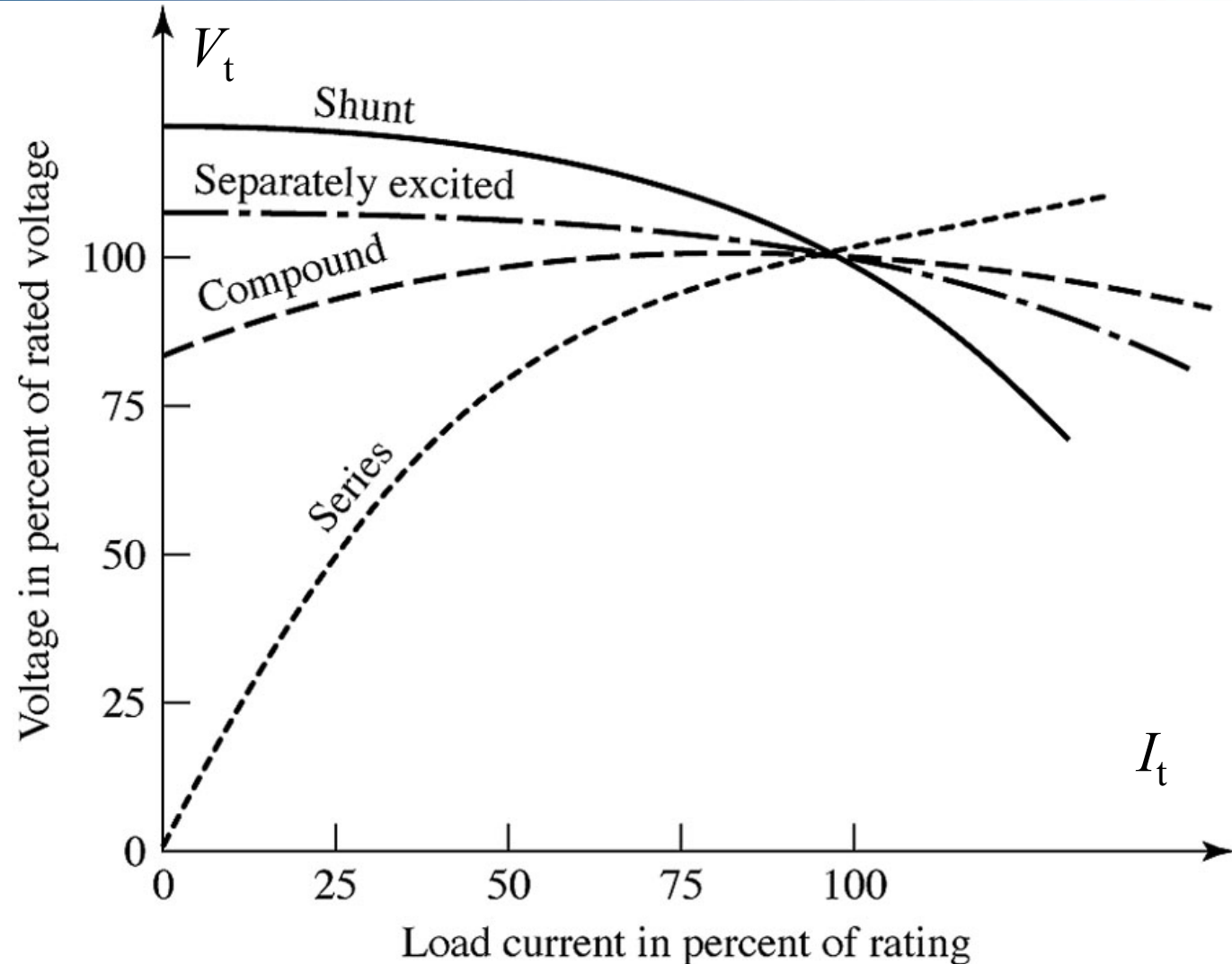
“Long shunt”



UNIVERSITY OF ICELAND

Kennilínur fyrir úttakið á jafnstraumsvélinni

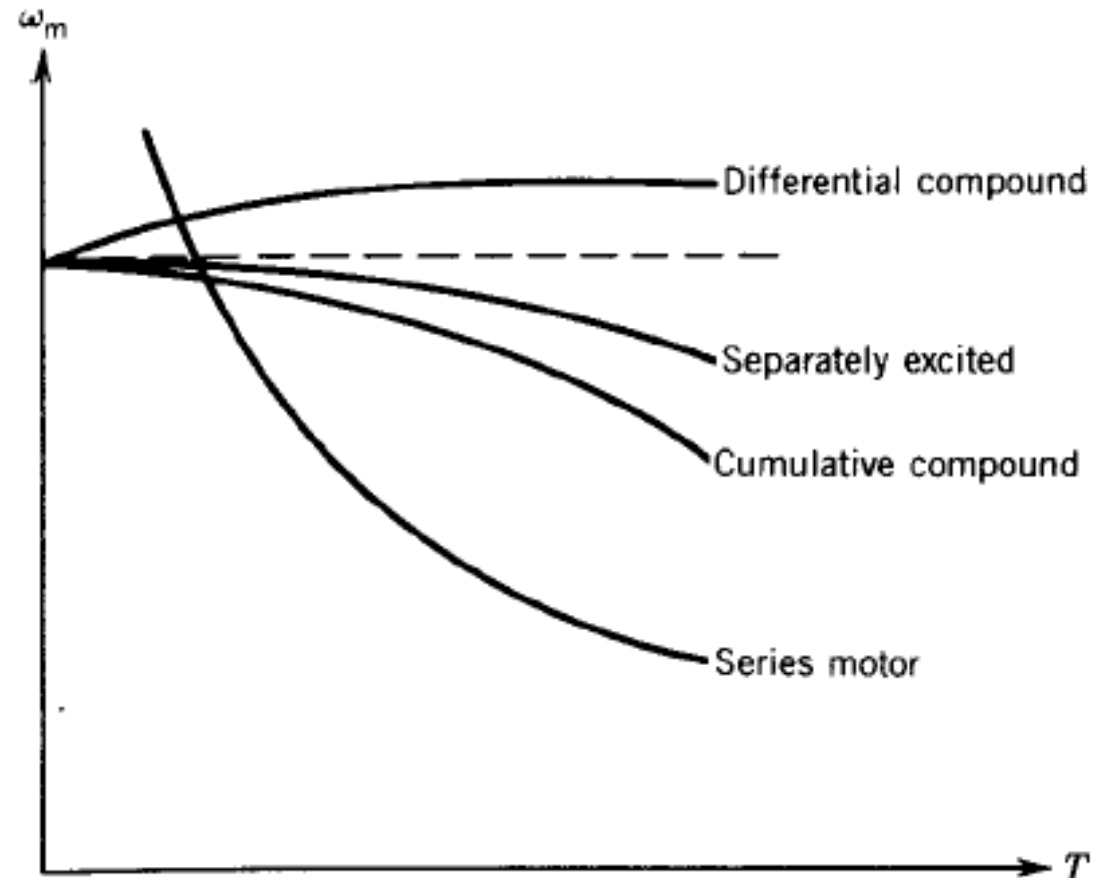
- Almennt geta kennilínur er tengja saman **straum** (I_t) og **spennu** á útgangi vélarinnar (miðað við málstærðir) V_t litið út með mismunandi móti:
 - Shunt
 - Separate exited
 - Compound
 - Series





Samband vægis og snúningshraða fyrir samsetta segulmögnun

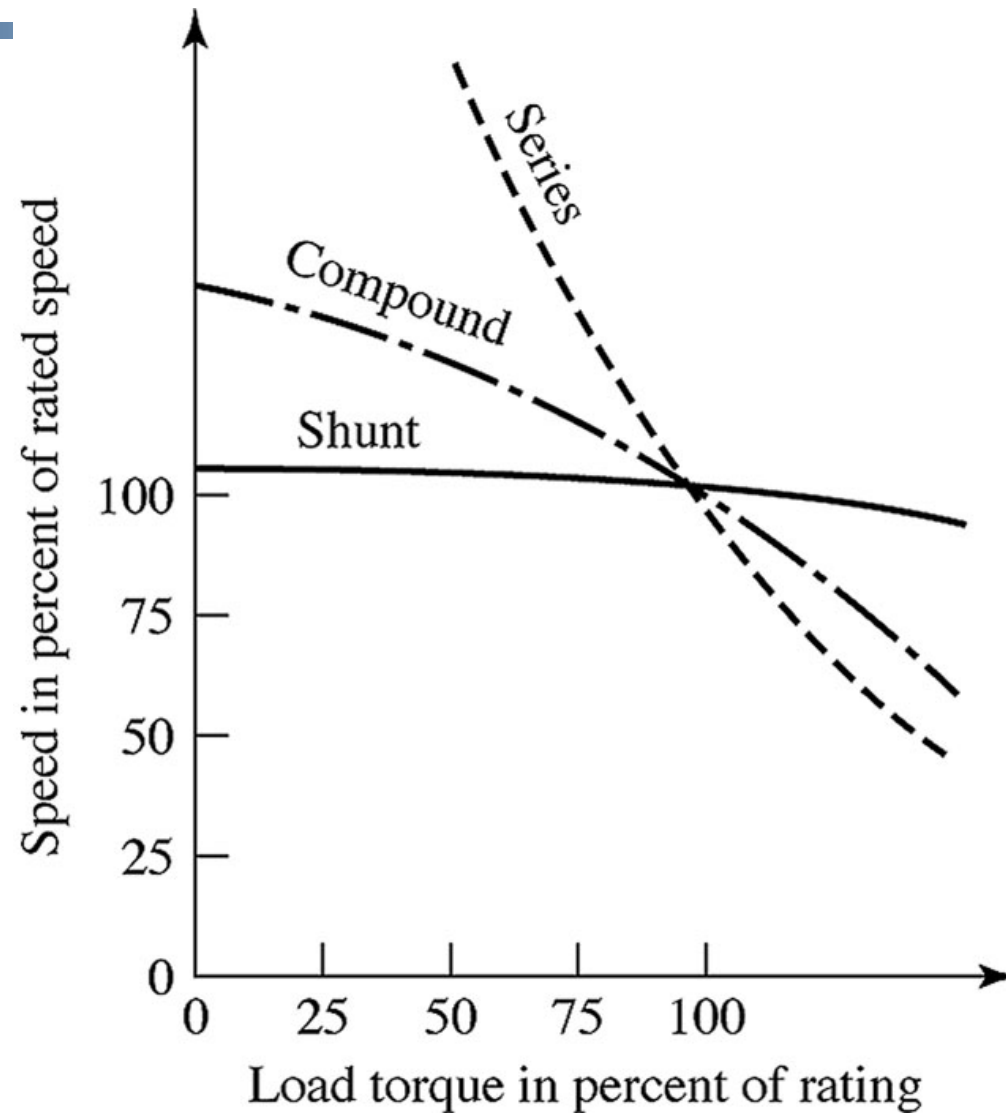
- Samsett segulmögnun hefur einnig áhrif á **kennilínu vægis og snúningshraða:**
 - Differential Compound
 - Separately excited
 - Cumulative Compound
 - Series motor





Jafnstraumsvélin

Hliðstæð mynd (úr kennslubók, FKU) og á fyrri skyggnu

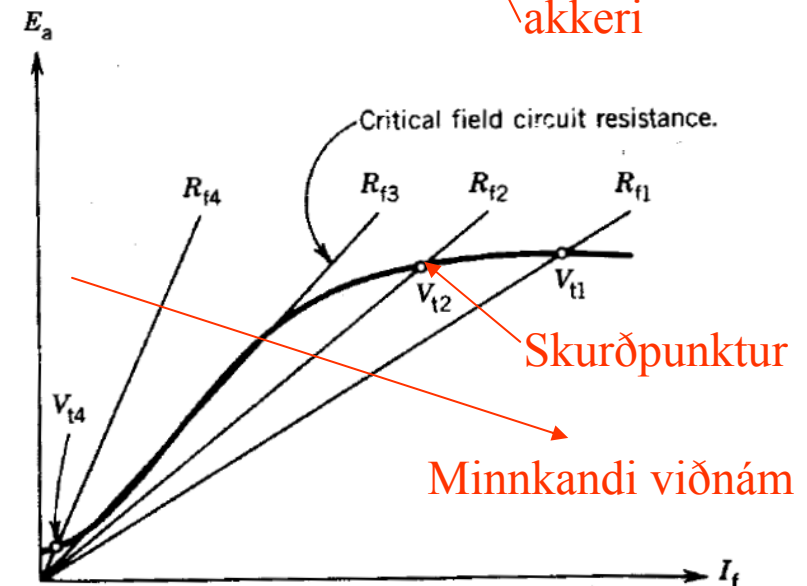
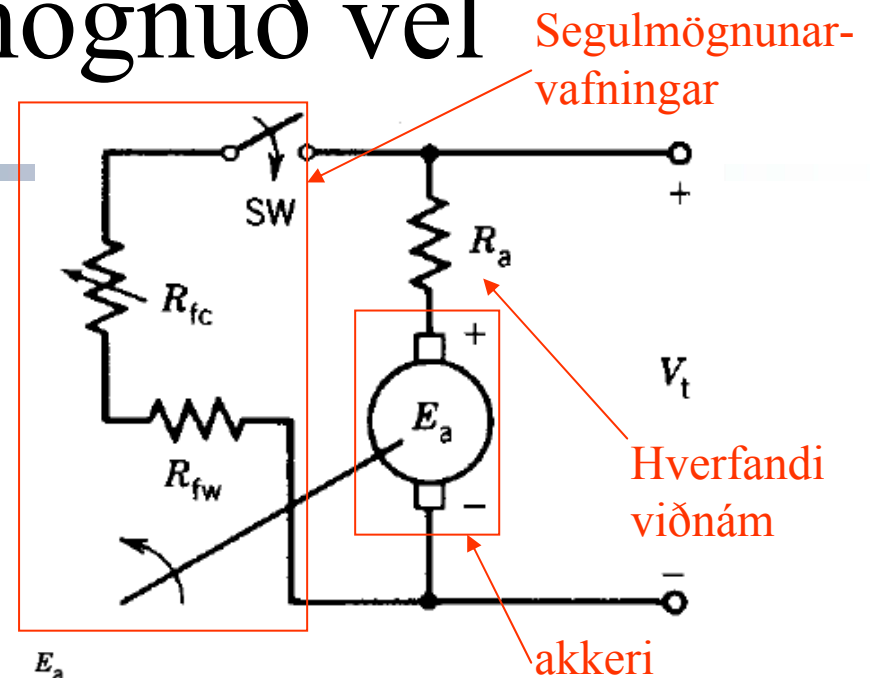




UNIVERSITY OF ICELAND

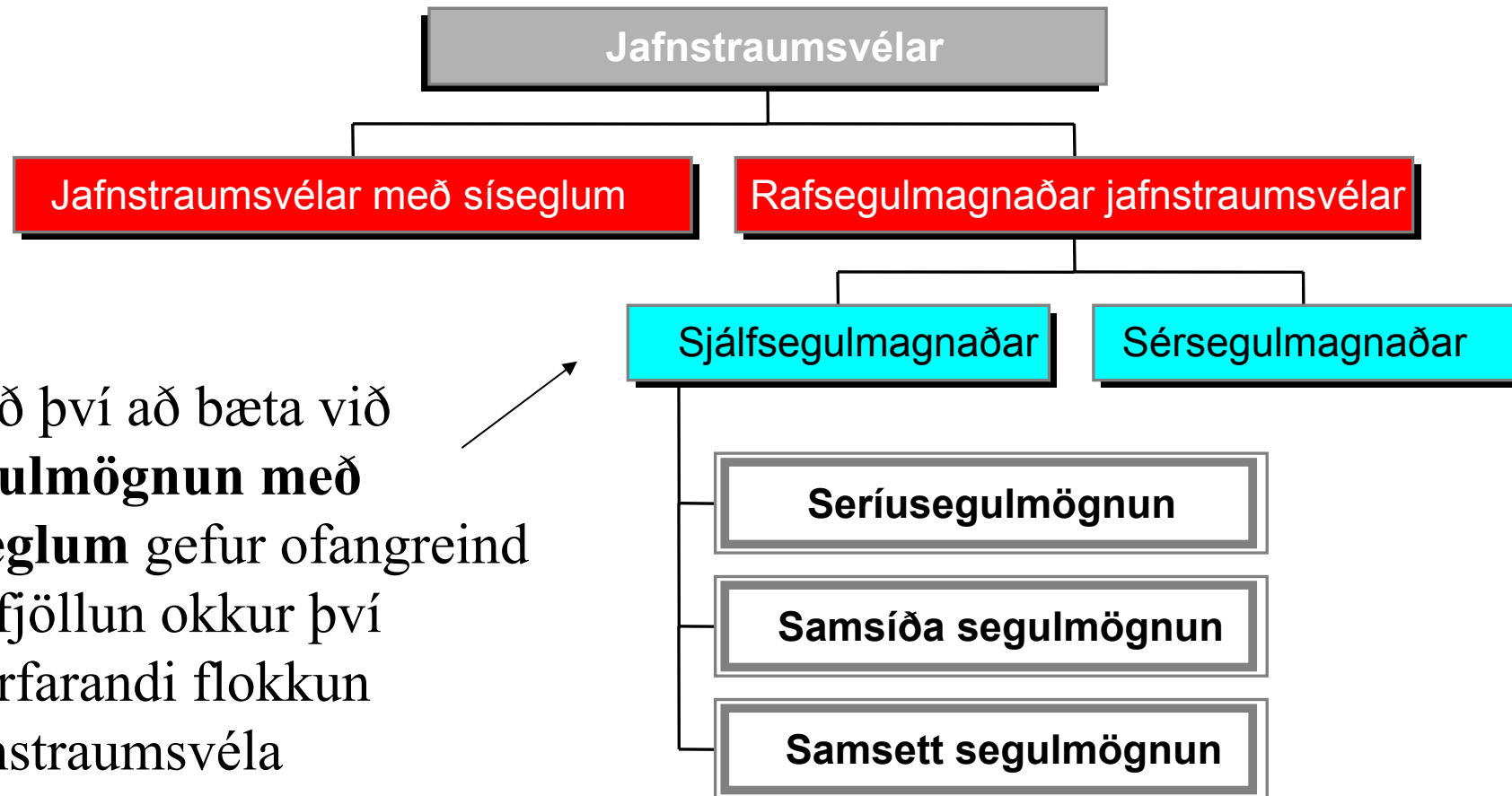
Sjálfssegulmögnuð vél

- Rásamynd fyrir sjálfssegulmagnaða vél er sýnt efst t.h.
- Gerum ráð fyrir að **akkerisviðnámið**, R_a sé **hverfandi** miðað við viðnámið í **segulmögnunarfvingum** vélarinnar enda afluð og straumurinn til að ná fram segulmögnun margfalt minna en afluð í gegnum **akkerið**
- Myndin neðst t.h. sýnir kennilínur annars vegar fyrir akkerið (sveigð lína) og hins vegar fyrir segulmögnunarrásina (bein lína). Vinnupunkturinn er **skurðpunktur** þessara ferla og honum má breyta með breytilega viðnáminu í segulmögnunarrásinni. Við sjáum skilgreiningu s.k. **Krítískt sviðsrásaviðnáms (Critical Field Circuit Resistance)** sem er það **hámarksviðnám** sem má vera í rásinni til að ná upp segulmögnun fyrir vélin.





Flokkun jafnstraumsvéla





Einfalt ástandslíkan af jafnstraumsvél

(A simple mathematical state-space model of a direct current machine)



A Two Pole DC Motor

- Jafnstraumsvélin getur haft 2 eða fleiri póla. Vafningarnir á statornum mynda sviðið. Myndin sýnir 2 póla vél

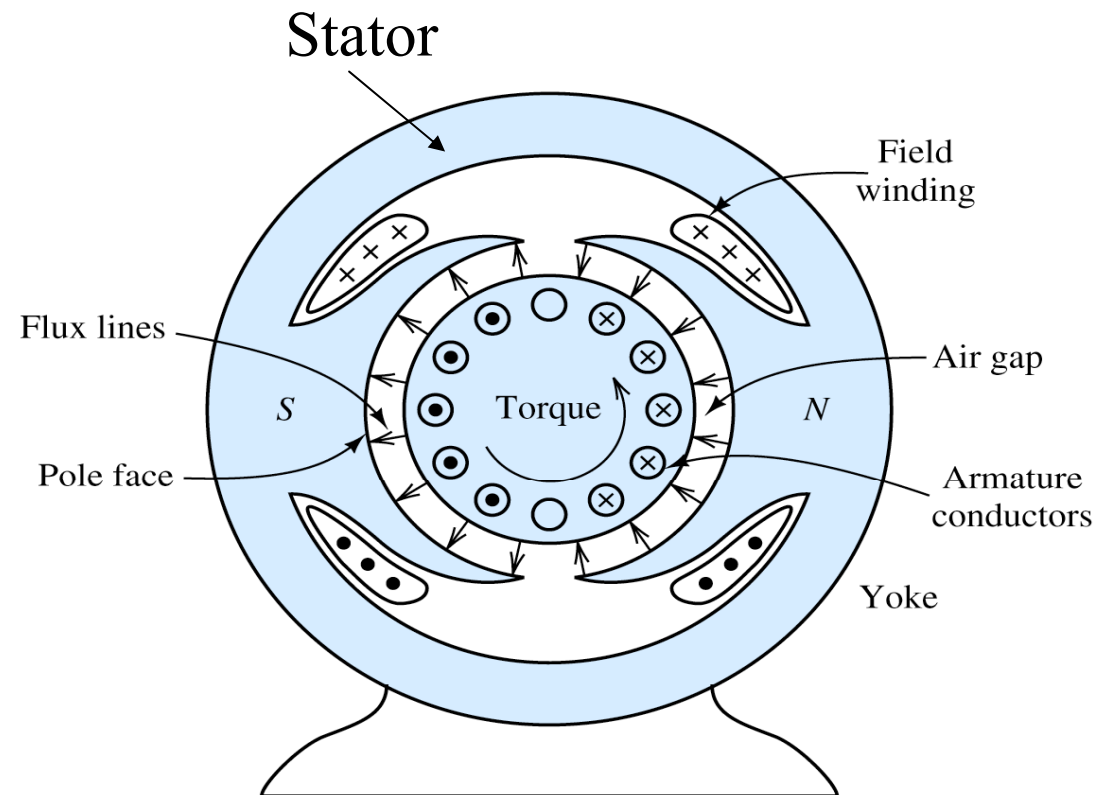


Figure 16.10 Cross section of a two-pole dc machine.



4 póla jafnstraumsvél (A Four Pole DC Motor)

- Hliðstæð mynd fyrir 4 póla vél

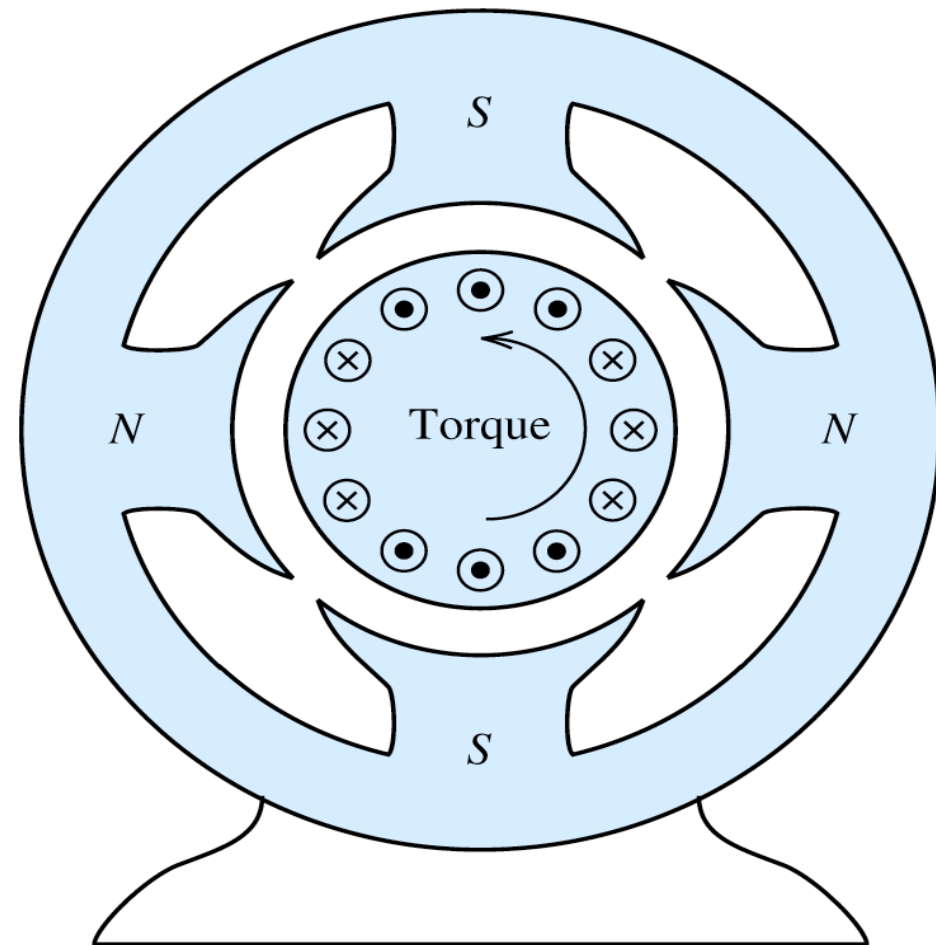


Figure 16.11 Cross section of a four-pole dc machine.



Ástandslíkan af sérsegulmagnaðri vél í stöðugu ástandi

- Myndin t.h sýnir rásamynd (ástandslíkan í stöðugu ástandi) fyrir **sér-segulmagnaða jafnstraumsvél**. Þá er sérstakur spennugjafi notaður til að segulmagna vélin og segulmögnunarrásin er aðskilin frá akkerisrásinni
- Við getum skrifað jöfnur (sem áður voru leiddar út) er lýsa þessum rásum og þar með vélinni í stöðugu ástandi:

- Fyrir akkerisrásina fæst:

$$E_a = K_a \Phi \omega = k\omega$$

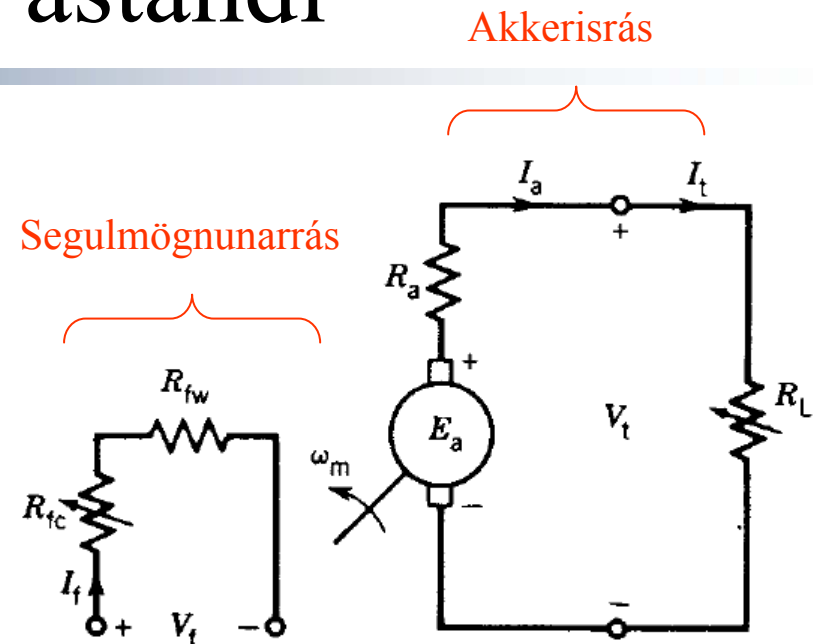
$$E_a + I_a R_a = V_t$$

$$T = K_a \Phi I_a = kI_a$$

- Fyrir segulmögnunarrásina fæst:

$$V_f = R_f I_f$$

$$R_f = R_{fc} + R_{fw}$$



Fastarnir í jöfnunum eru:

$$K_a = \frac{Np}{\pi a}$$

$$k = K_a \Phi = \frac{Np\Phi}{\pi a}$$



Hreyfifræðilegt ástandslíkan af sérsegulmagnaðri vél

- Líkanið fyrir stöðugt ástand breytist lítillega þegar tekið er tillit til **hreyfifræðilegra** fyrirbæra í vélinni:
- Í fyrsta lagi þarf að taka tillit til spans, L , í akkerisrásinni þar sem straumur er ekki lengur fasti. Þá verður jafnan fyrir akkerisrásina þessi:
- Í öðru lagi þarf að taka tillit til **hreyfihegðunar** akkerisins, sem hefur tiltekinn massa og tregðuvægi (Moment of inertia). Þá fæst eftirfarandi jafna
- Sömu jöfnur og áður gilda um
 - samband spennu og hraða
 - samband vægis og straums
- Fastarnir K_a og k í jöfnunum eru sömu og áður
- Þessar 4 jöfnur lýsa hegðun vélarinnar þegar hún er sérsegulmögnuð og segulflæðið, Φ er fasti. Þær mynda því **hreyfifræðilegt ástandslíkan**.
- (T_m er hér vægi frá álagi og B er dempunarstuðull. J er tregðuvægi og ω snúningshraði. Nú heitir vægið frá vélinni, T_e í stað T)

$$E_a + I_a R_a + L \frac{dI_a}{dt} = V_t$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = T_e - T_m - B \cdot \omega$$

$$E_a = K_a \Phi \omega = k \omega$$

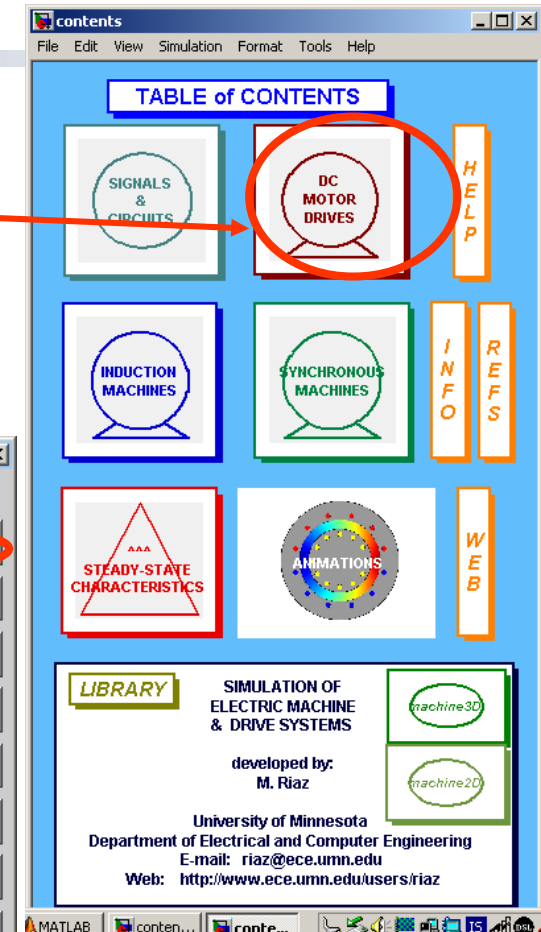
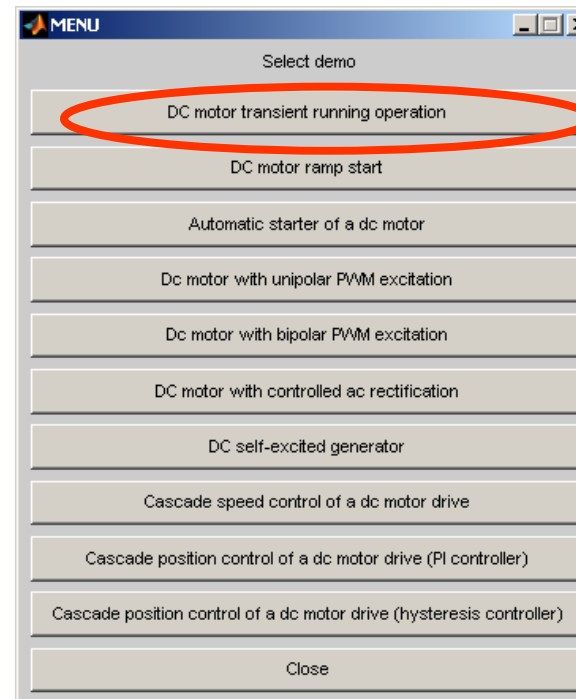
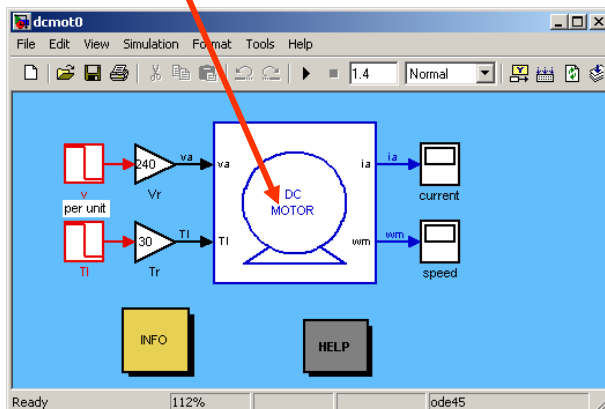
$$T_e = K_a \Phi I_a = k I_a$$



UNIVERSITY OF ICELAND

SIMULINK-hermun

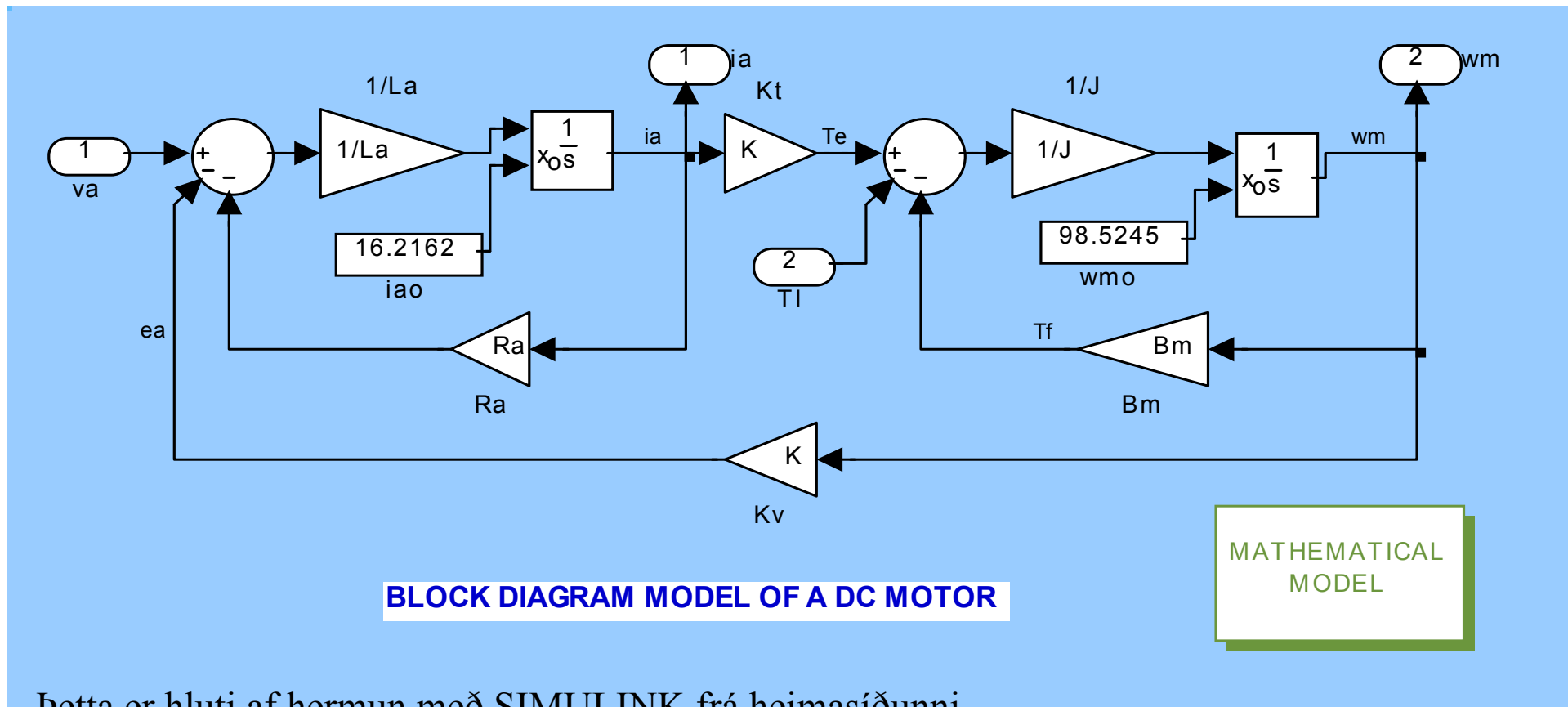
- Notum SIMULINK og setjið MATLAB pakkann frá <http://www.ece.umn.edu/users/riaz/> inn á tölvu ykkar til að líkja eftir vélinni og smellið á “DC Motor drives” í glugganum t.h.
- Veljið fyrstu hermunina samkvæmt glugganum hér að neðan
- Þá birtist líkanið sem sýnt er hér á eftir. Hægrismellið á “DC motor” og veljið “Look under mask”





Simulink-líkan af jafnstraumsvél

Þá birtist hreyfifræðilegt ástandslíkani sem er sett fram sem blokk-mynd:



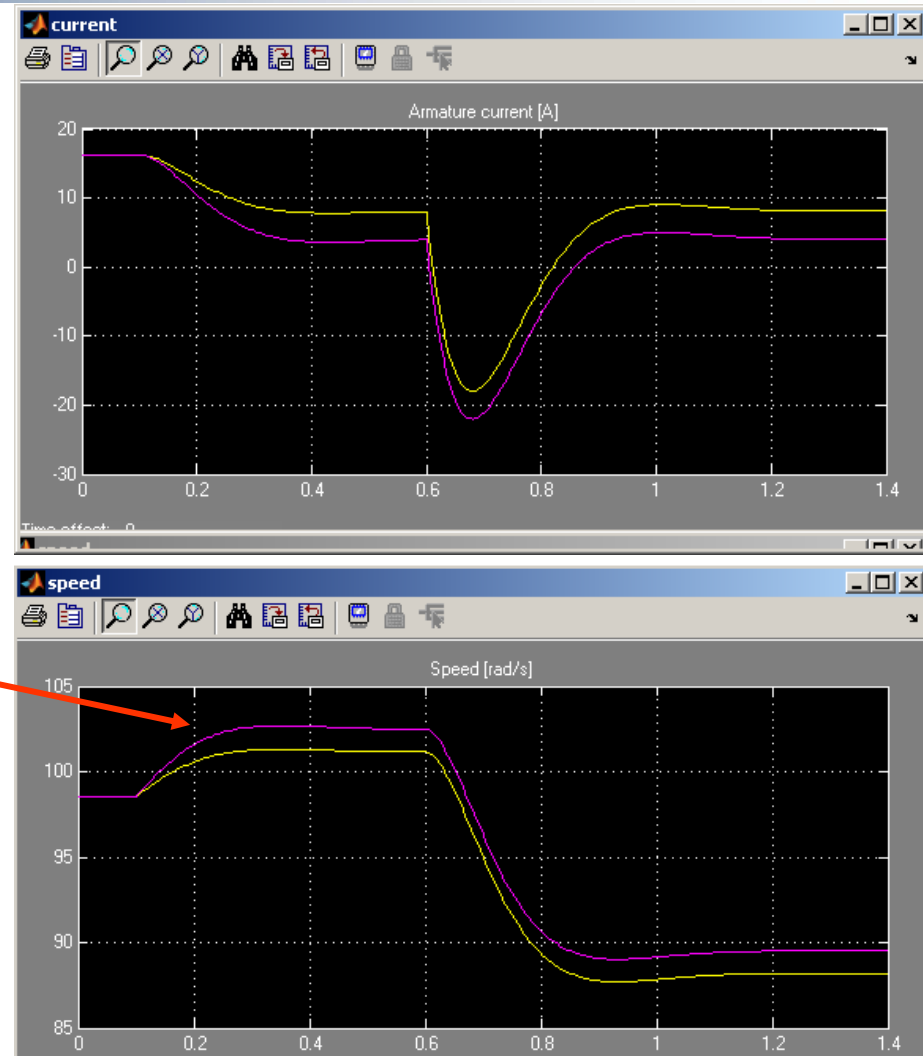
Þetta er hluti af hermun með SIMULINK frá heimasíðunni
<http://www.ece.umn.edu/users/riaz/>



UNIVERSITY OF ICELAND

SIMULINK-hermun DC-vélar

- Hermunin byggist á að athuga breytingu á vægi frá álagi við tímann $t = 0,1$ sek þar sem það minnkar úr 1 einingu í $\frac{1}{4}$ eða $\frac{1}{2}$ einingu. (2 tilfelli breytinga við $t = 0,1$ sek)
- Þá fást eftirfarandi myndir af straumnum og snúningshraða sem fall af tíma fyrir fyrstu 1,4 sek
- Hraðinn eykst þegar álagið minnkar með tilteknum tímafasta.
- Við tímann $t = 0,6$ sek minnkar spennan V_t úr 0,8 einingum í 0,7 einingar. Þá minnkar straumurinn snögglega en eykst síðan aftur. Hvers vegna!!?
- Hraðinn minnkar varanlega. Hvers vegna!!?





Stýring vélarinnar og samband snúningshraða og vægis

- **Samband snúningshraða, ω og vægis, T_e** er áhugavert út frá þörfinni til að stýra vélinni þannig að hún gegni sínu hlutverki við tiltekna aðstæður, snúist á réttum hraða og gefi rétt vægi:

- Skoðum jöfnu úr ástandslíkani vélarinnar við stöðugt ástand

$$E_a = V_t - I_a R_a$$

- Nú gildir eftirfarandi samband

$$\omega = \frac{V_t - I_a R_a}{K_a \Phi}$$

- ..og því fæst.

- Einnig gildir eftirfarandi jafna um vægið,

$$T_e = K_a \Phi I_a$$

- ...þ.e.a.s

$$I_a = \frac{T_e}{K_a \Phi}$$

- Þessari jöfnu er stungið inn í fyrri jöfnu og þá fæst jafna sýnir **samband snúningshraða og vægis** sem við getum teiknað upp á næstu skyggnu:

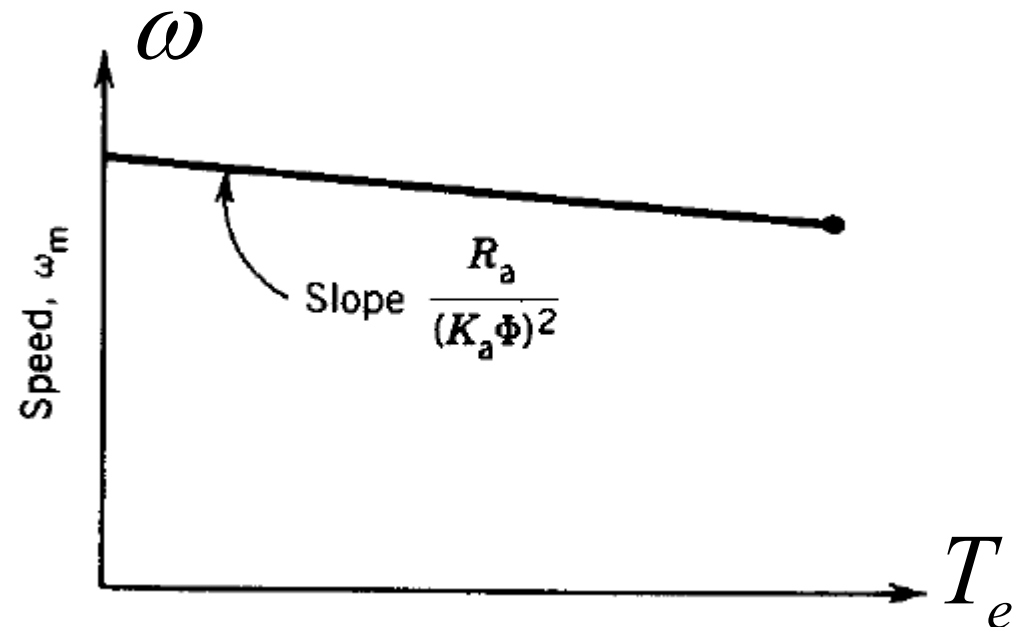
$$\omega = \frac{V_t}{K_a \Phi} - \frac{T_e R_a}{(K_a \Phi)^2}$$



Stýring vélarinnar og samband snúningshraða og vægis

- Samband snúningshraða og vægis er sýnt með meðfylgjandi jöfnu og á myndinni fyrir neðan.
- Jafnan sýnir að hraði minnkar þegar vægið eykst, þar sem allir liðir jöfnunnar (V_t, Φ, R_a, K_a) eru jákvæðar stærðir
- Einnig sést að það eru 3 möguleikar til að stýra jafnstraumsvél, t.d. með aflrafeindatækni, þ.e. með því að breyta eftirfarandi stærðum:
 - Spenna, V_t
 - Segulflæði, Φ
 - Viðnám akkerisrásar, R_a
- Þetta verður nánar skoðað síðar í þessu námskeiði

$$\omega = \frac{V_t}{K_a \Phi} - \frac{T_e R_a}{(K_a \Phi)^2}$$

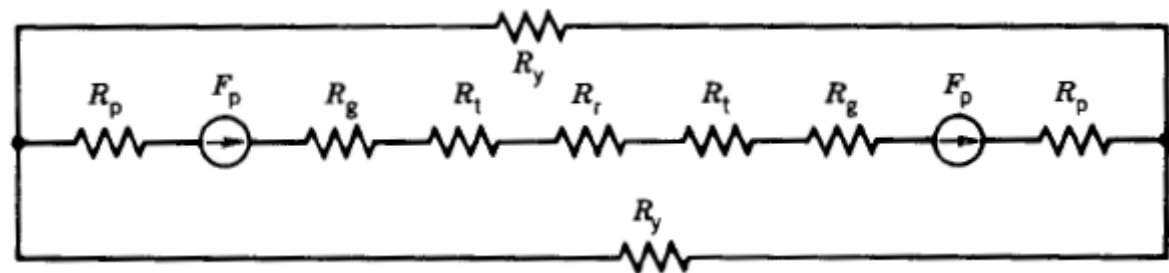
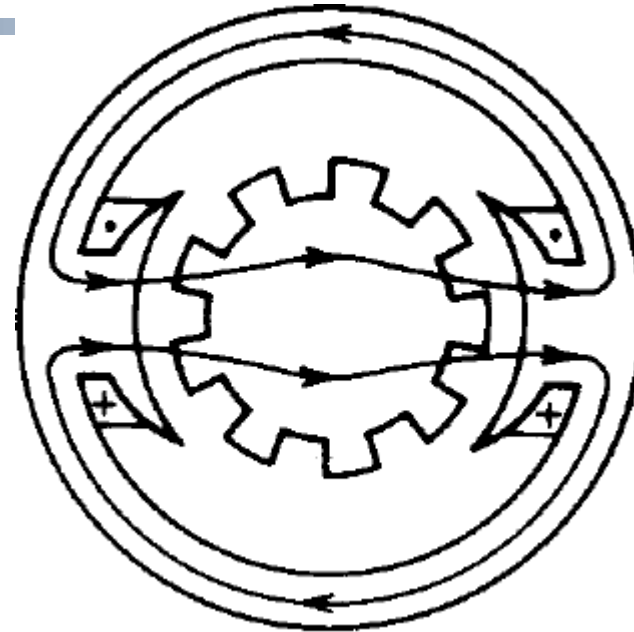




UNIVERSITY OF ICELAND

Jafnstraumsvélin sem segulrás

- Efst sjáum við lauslega skissu af jafnstraumsvélinni
- Neðst sjáum við segulrás fyrir þessa vél með 2 loftbilum, hvort með segulviðnáminu R_g auk segulviðnáma fyrir hvern hluta kjarnans



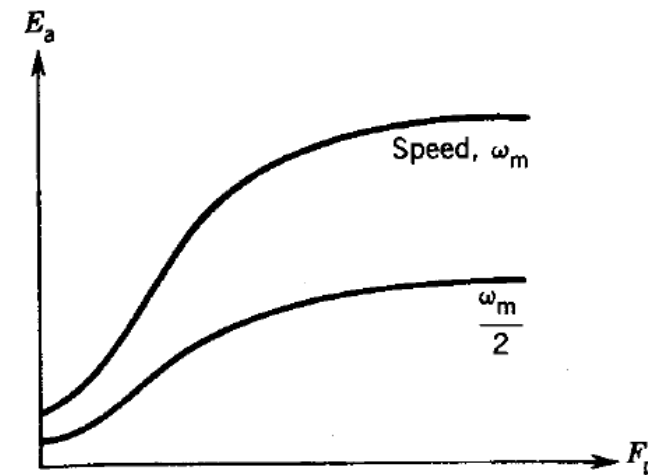
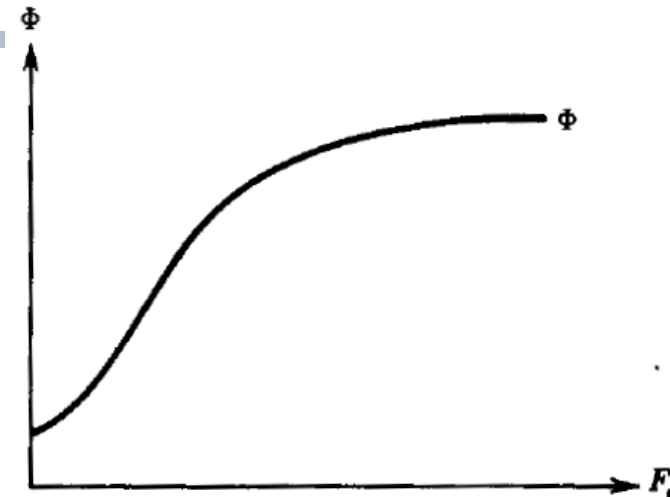
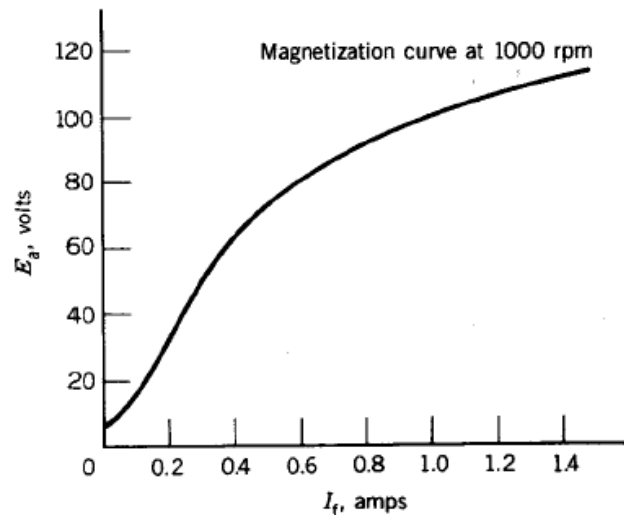


UNIVERSITY OF ICELAND

Mettun í segulrás jafnstraumsvélar

3 mismunandi framsetningar

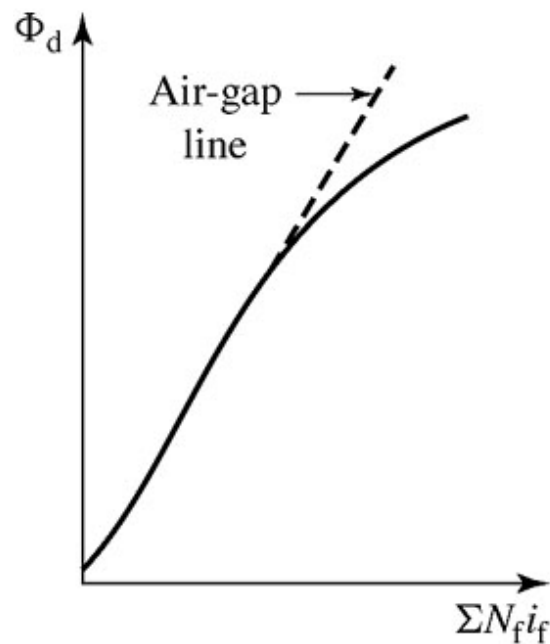
- Efsta myndin sýnir mettunarferil í sambandi segulflæðis (Φ) og segulkrafts, (F_p)
- Á myndinni t.h þar fyrir neðan hefur mettunarferlinum verið breytt í samband spennu frá akkeri (E_a) og segulkrafts (F_p)
- Neðsta myndin sýnir E_a og I_f



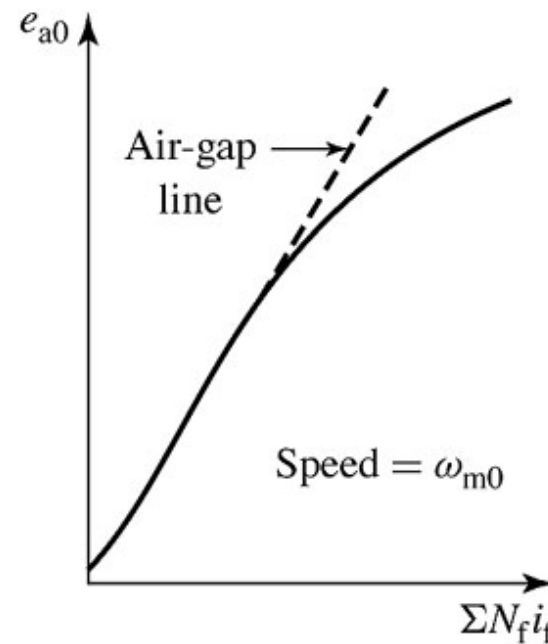


Mettun í segulrás jafnstraumsvélar

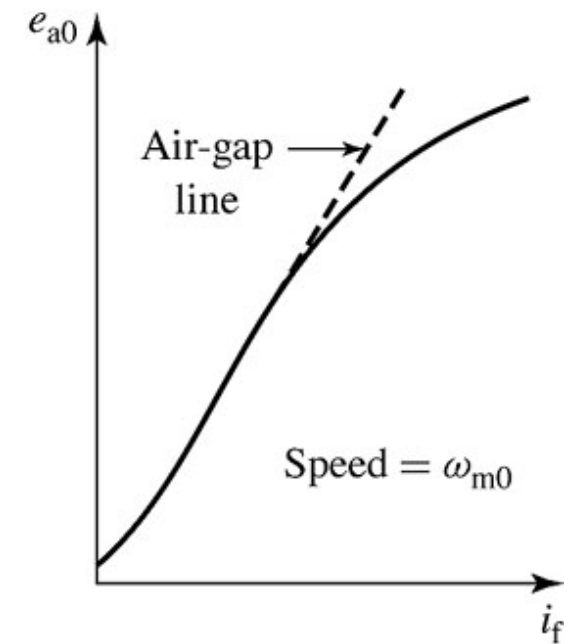
- Myndirnar hér á eftir sýna hliðstæða ferla en með s.k. **loftbilslínu**, (air gap line), þ.e. línu sem sýnir samband stærðanna ef kjarninn hefur alltaf sömu (óendanlegu) leiðni og loftbilið eitt hefur áhrif á samband stærðanna



(a)



(b)



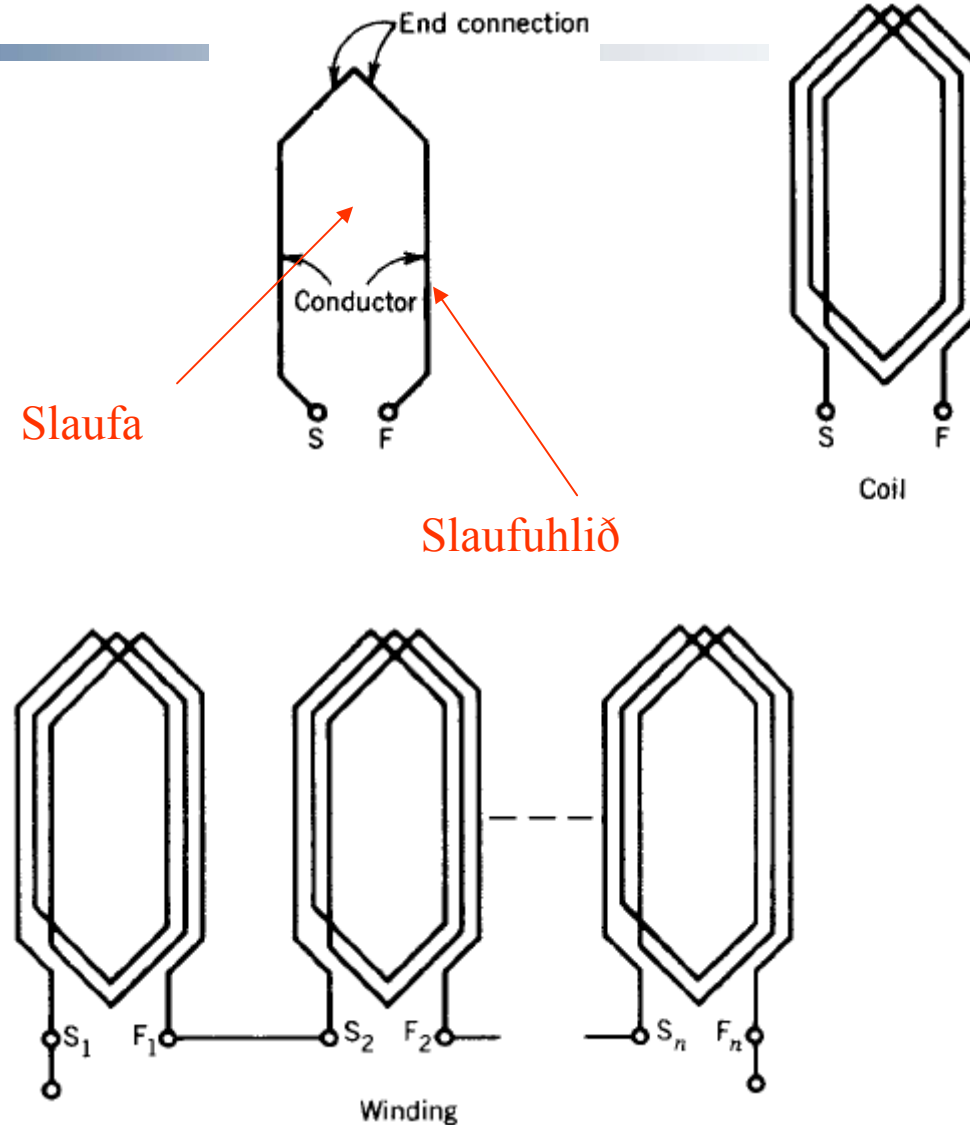
(c)



UNIVERSITY OF ICELAND

Slaufa, spóla og vafningar

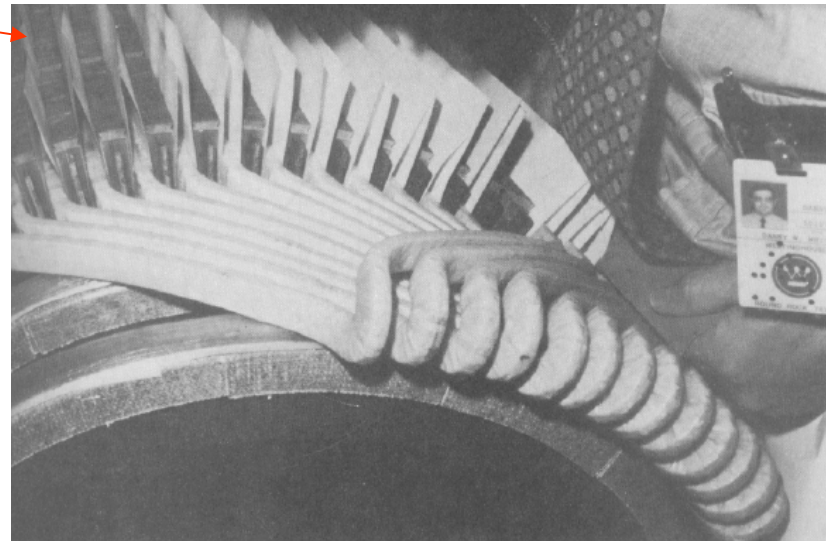
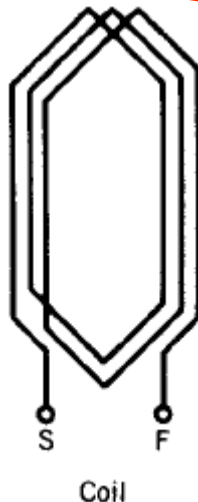
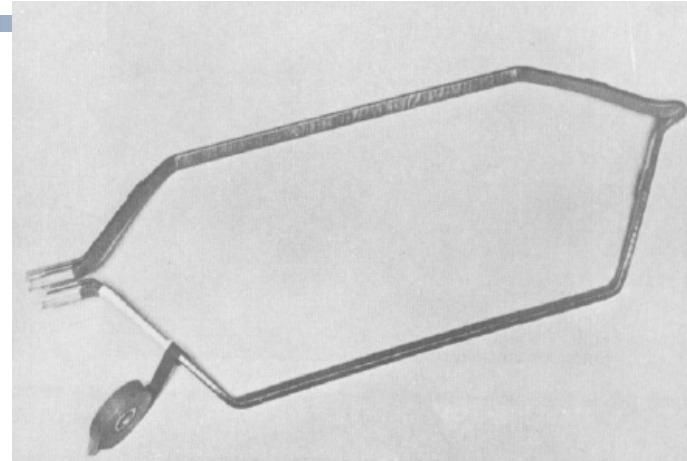
- Rifjum upp lykilhugtök
 - Leiðari eða slaufuhlið (Conductor. Turn side)
 - Slaufa (Turn)
 - Spóla (Coil)
 - Vafningar (Windings)
- Þessi hugtök mynda n.k. stigveldi í hönnun og greiningu þessa hluta jafnstraumsvélarinnar





Slaufa, spóla og vafningar

- Mynd af spólu er samanstendur af nokkrum slaufum eða samsíða leiðurum
- Hér sést vafningur á jafnstraumsvél samsettur úr mörgu spólum

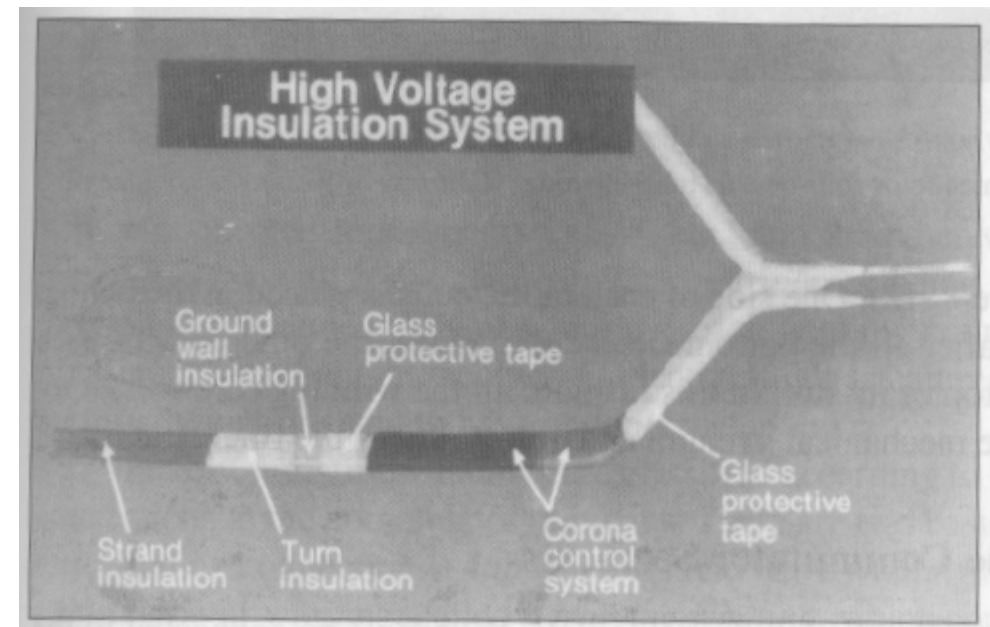
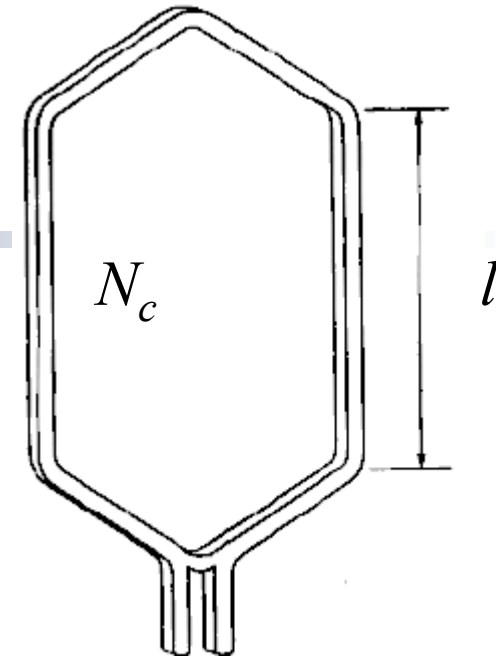




UNIVERSITY OF ICELAND

Spólur í jafnstraumsvél

- l er lengd spólunnar fram hjá pólsvæðinu (pole face)
- N_c er fjöldi af slaufum í spólunni. Slaufurnar eru einangraðar hver frá annarri.
- Spólurnar eru vafðar með mismunandi lögum af einangrandi og verndandi efni

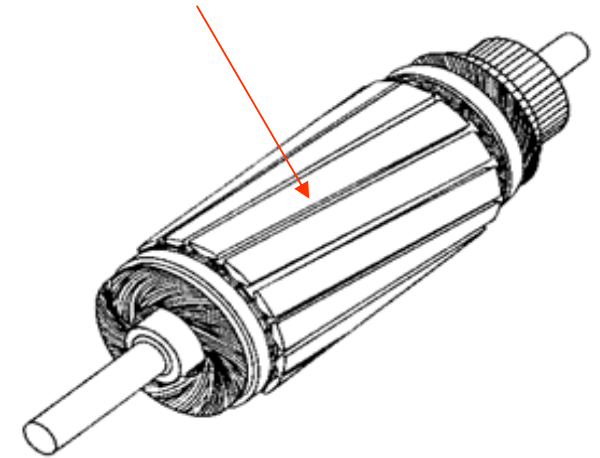
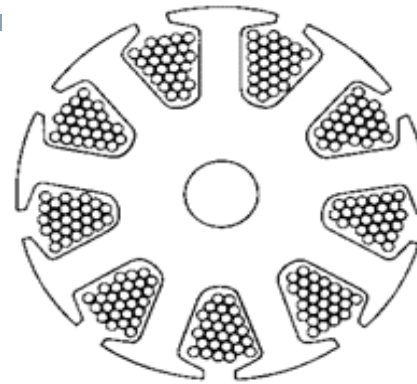




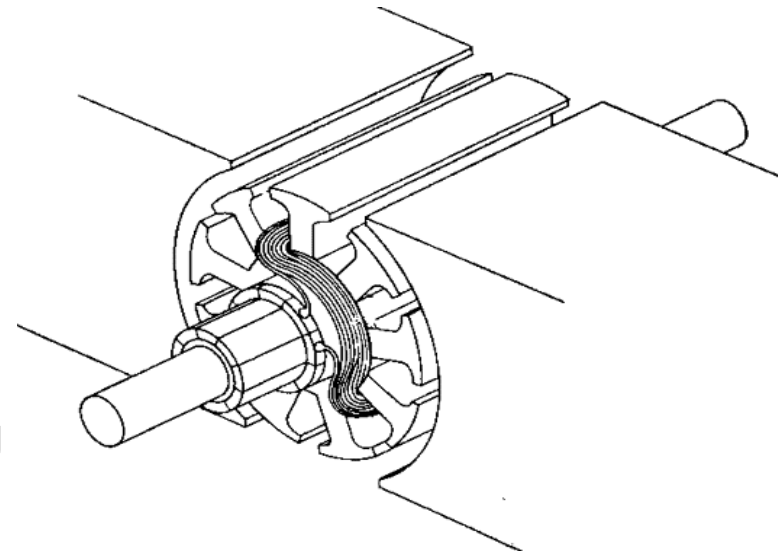
Akkerið

Halli (skewing)

- Traditional method: stacked steel laminations; slotted armature
- Slots are not parallel to the motor shaft - skewing or skew winding



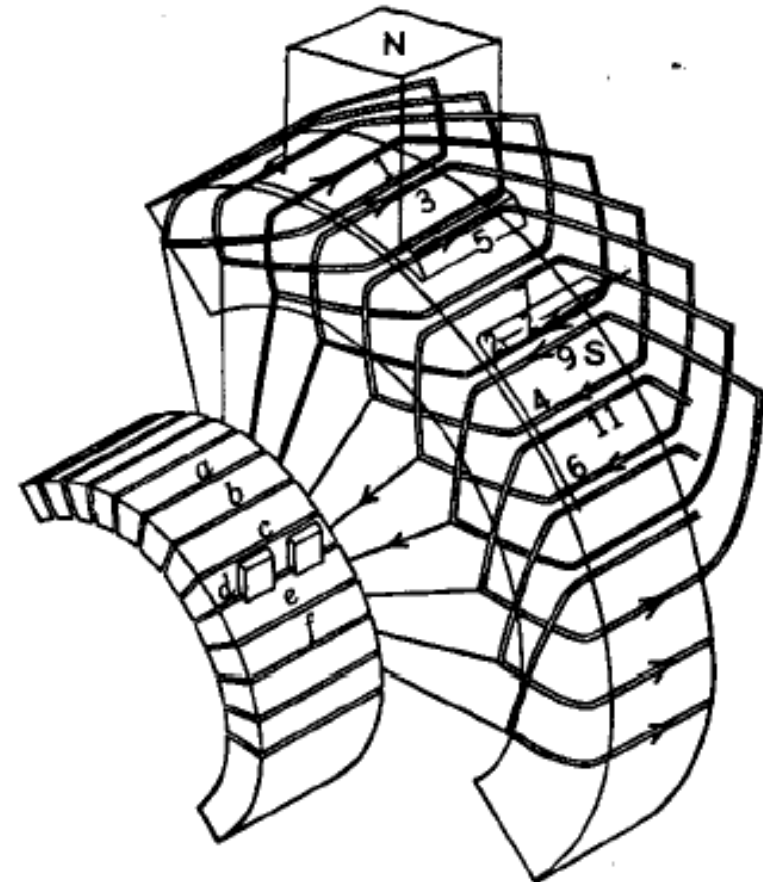
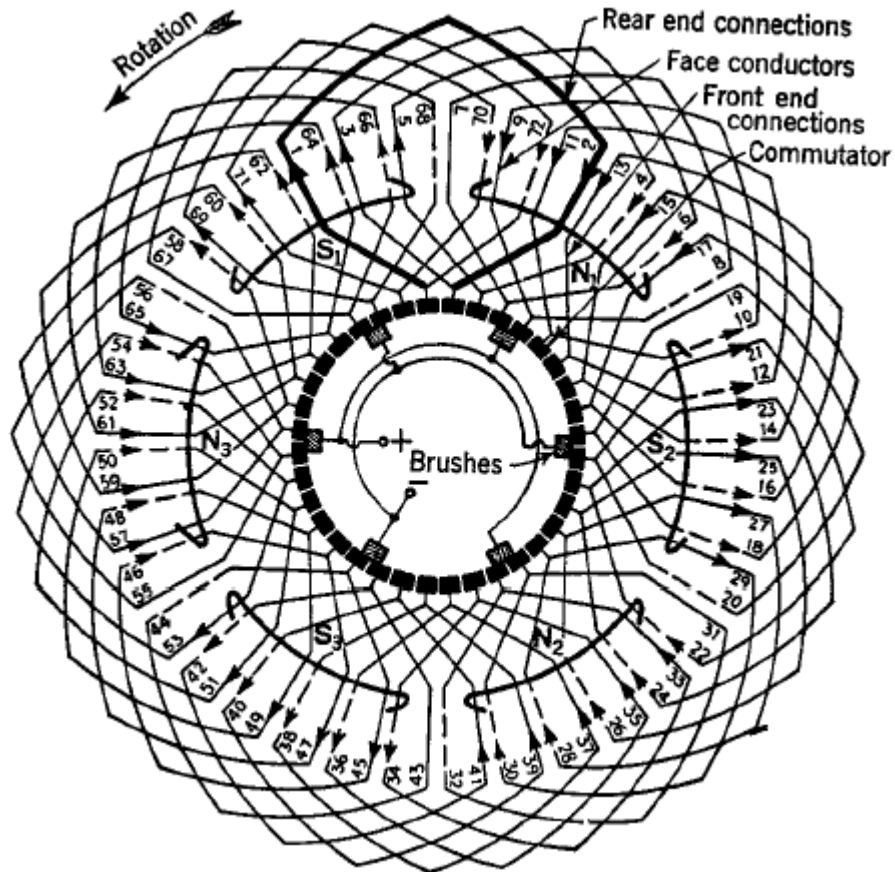
One winding





UNIVERSITY OF ICELAND

Lykkjuvöf





Frekara ítarefni - Tilvísanir - Heimildir

- T. Wildi: “*Electrical Machines, Drives and Power Systems*”, Prentice Hall, 2002
- “*Principles of Electric Machines and Power Electronics*”; höf.: P.C. Sen; 2. útgáfa: John Wiley & Sons, 1997.
- “*Electric Machines, Steady State Theory and Dynamic Performance*”, Höf.: M. S. Sarma, West Publishing Co., 1994
- “*Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*”, 2nd Edition, Höf.: Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff, Wiley/IEEE Press 2002.
- Heimasíða frá University of Minnesota:
<http://www.ece.umn.edu/users/riaz/>



Samsetning á vafningum og straumskipti í jafnstraumsvélum

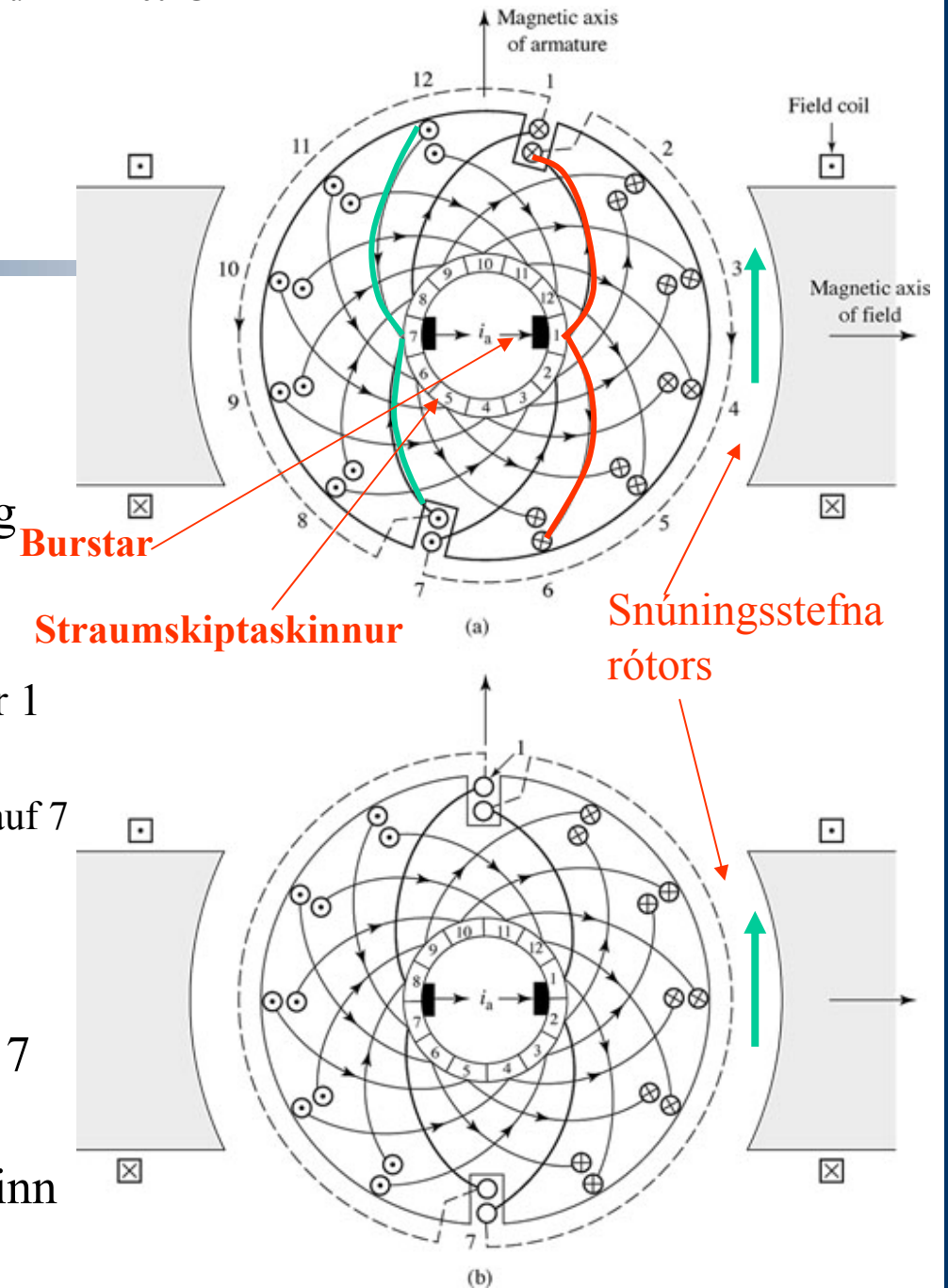
(Windings and commutation in DC
machines)



UNIVERSITY OF ICELAND

Straumskiptar

- Raunveruleg jafnstraumsvél hefur flóknari uppbyggingu vafninga en skissurnar í fyrri einföldum “skólabókardæmum”
- **Efri myndin** (Sjá bls 364 FKU) sýnir hvernig straumur fer frá **burstum** í gegnum **straumskiptaskinnur** inn á 2 samsíða rásir,
 - Straumur fer fyrst inn á straumskiptaskinnu nr 1 en klofnar í 2 rásir
 - Önnur rásin fer í innri spólu í rauf 1 og út úr rauf 7
 - Hin fer í ytri spólu í rauf 6 og kemur út úr ytri spólu í rauf 12
 - Báðir straumar koma saman í skinnu nr 7
- Á **neðri myndinni** hafa spólur í raufum 1 og 7 verið skammhleyptar.
- Á næsta augnabliki þar á eftir snýst straumurinn við í þessum spólum.

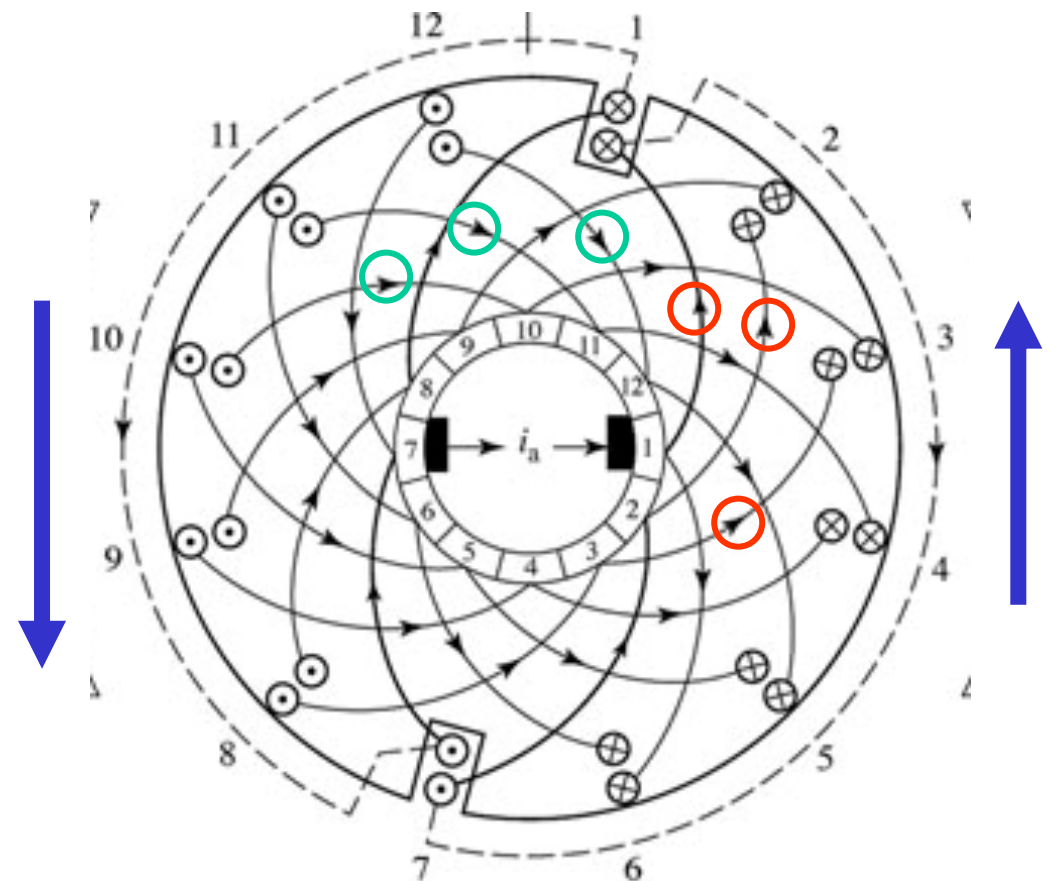




Straumskiptar

UNIVERSITY OF ICELAND

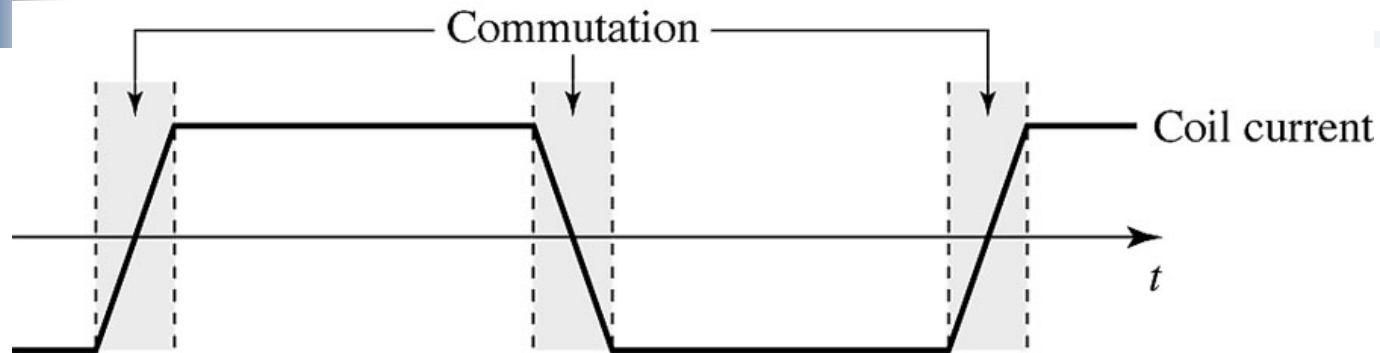
- Við sjáum t.d. á efri myndinni að stefna straumanna t.d. milli **skinna nr 1,2,3,... í átt til raufa 1,2,3** er **gagnstæð** miðað við
- ... stefnu straumanna milli **skinna nr 10,11,12 og raufa 10,11,12**
- **Hvað gerist þegar rótorinn snýst í gefna snúningsstefnu?**





UNIVERSITY OF ICELAND

Jafnstraumsvélin



- Á fyrri skyggnum sáum við strauminn snúast við í tilteknum spólum á stuttum tíma og þetta getur valdið háum spanstraumum skv. lögmáli Faradays

$$v = L \frac{di}{dt}$$

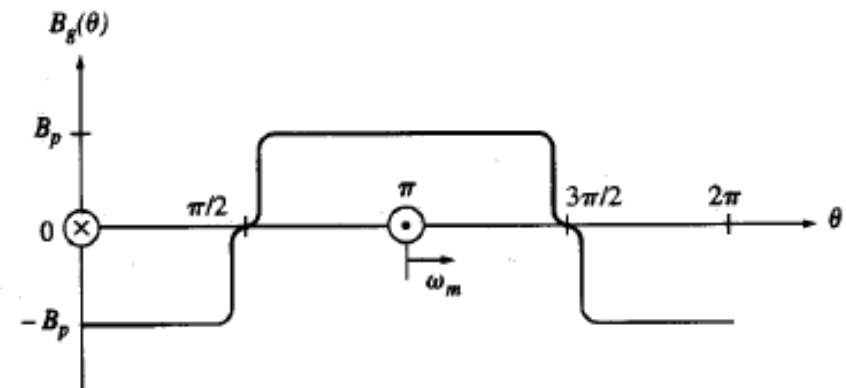
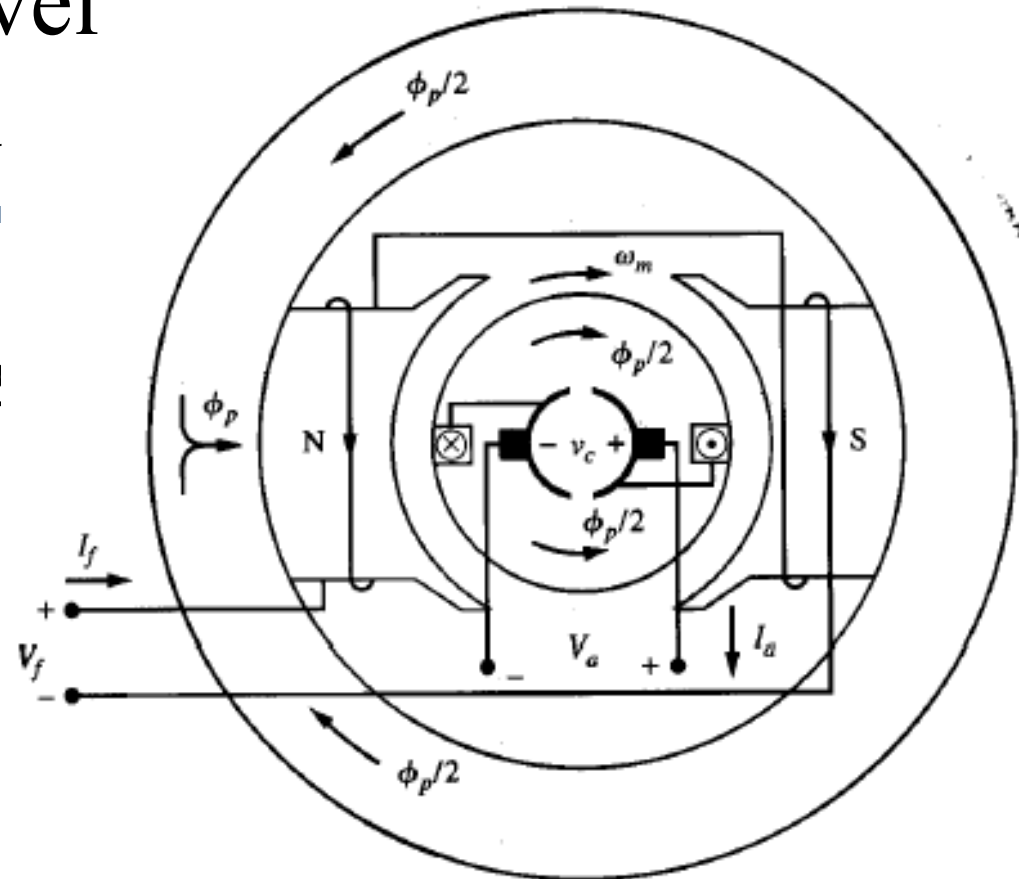
- Myndin sýnir hvernig straumar skipta um stefnur og grá svæðið er sá tími þegar spólurnar eru skammhleypar. Þessi tími má ekki vera meiri en svo að breytingin á straumnum á sek valdi ekki hárrí spennu yfir spólurnar og hugsanlegu neistaflugi samkvæmt jöfnunni:



UNIVERSITY OF ICELAND

Einföld 2 póla vél með 1 slaufu

- Skoðum nú aðeins aðra uppbyggingu vafninga. Efri myndin sýnir einfalda vél með 2 pólum og **einni slaufu** á rótor
- V_f er segulmögnunarspennan sem umvefur pólana
- v_c er spennan yfir slaufuna
- V_a er spennan sem kemur eftir straumskipti
- Φ_p sýnir flúxinn sem fer um kjarnann og loftbilið
- Neðri myndin sýnir sviðsstyrkinn sem umlykur spóluna. Þetta leiðir til spennu..





UNIVERSITY OF ICELAND

Straumskiptir

- Við “fletjum út” yfirborð rótors skv. mynd
- Spennan milli skinna þ.e. yfir vafninga, v_c er samsett úr v_1 og v_2 , þ.e.

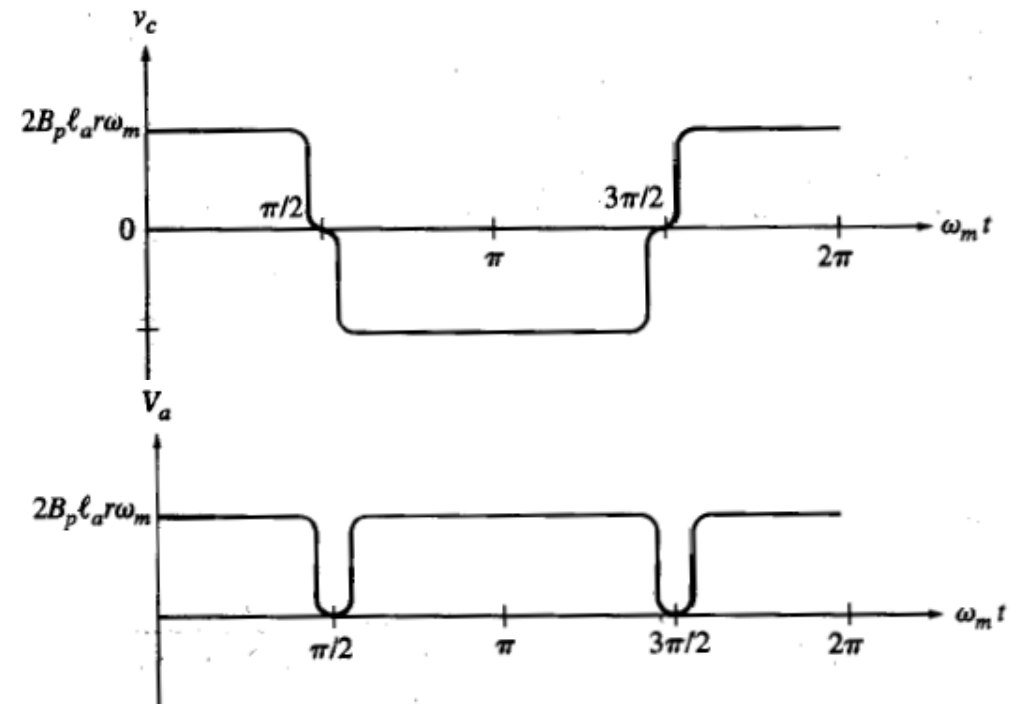
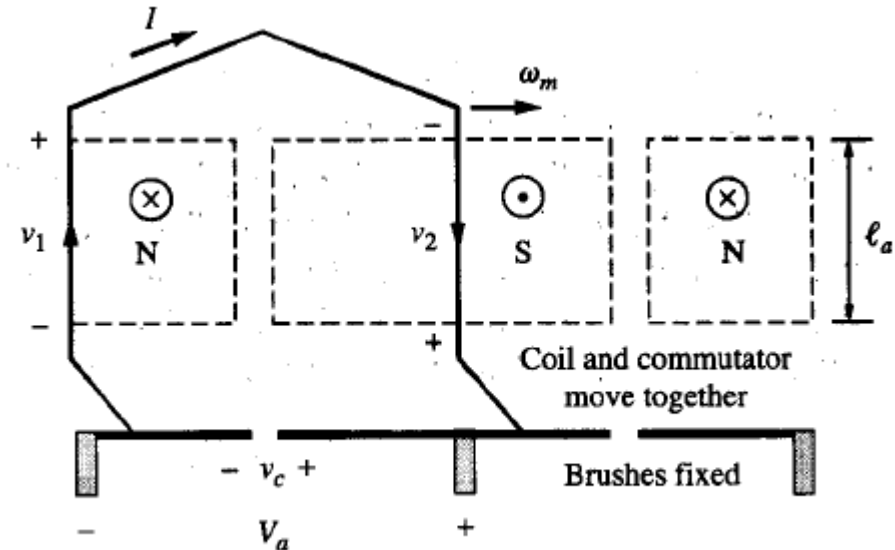
$$v_c = v_1 + v_2$$

- Vegna straumskiptisins verður:

$$V_a = v_c \quad 0 < \omega_m t < \frac{\pi}{2}$$

$$V_a = -v_c \quad \frac{\pi}{2} < \omega_m t < \frac{3\pi}{2}$$

$$V_a = v_c \quad \frac{3\pi}{2} < \omega_m t < 2\pi$$

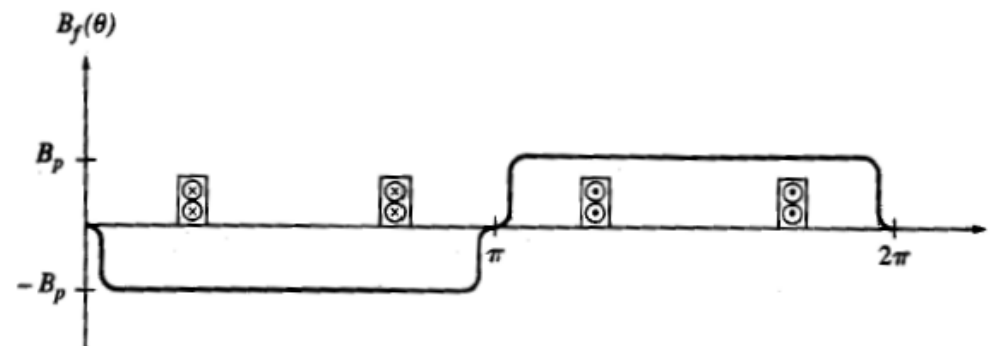
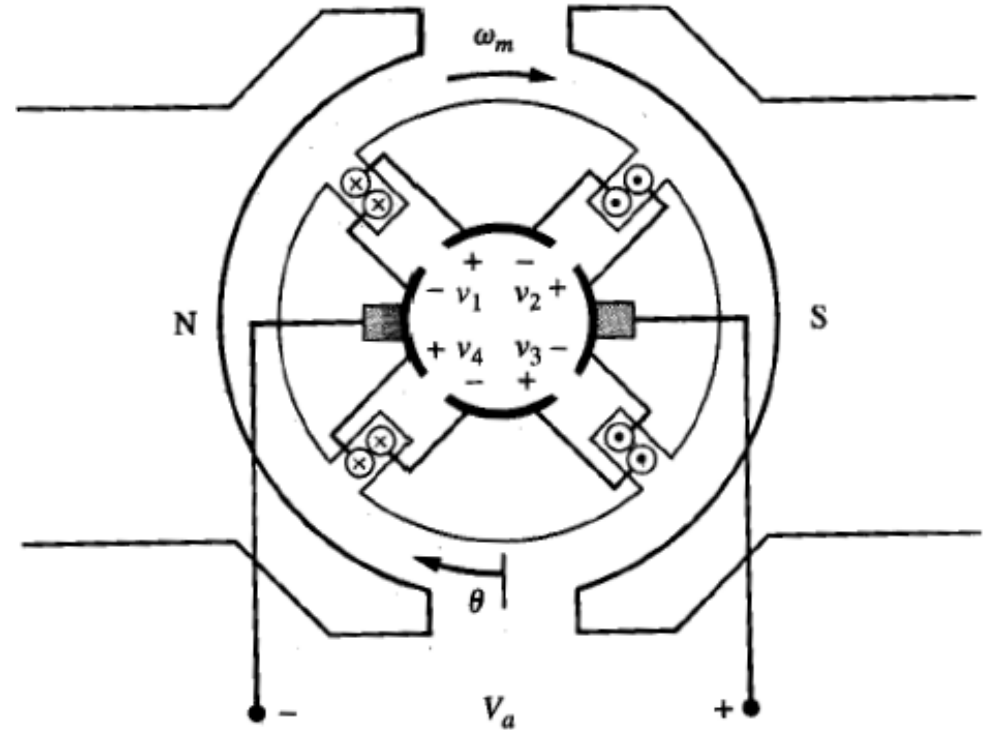




UNIVERSITY OF ICELAND

2 póla vél með 2 slaufum

- Við skoðum nú vél með 2 pólum og 4 skinum með mynd til h.
- Efri myndin sýnir þessa einföldu vél **2 samsíða slaufum** á rótor
- v_c er spennan yfir vafninga sem samsett er úr v_1, v_2, v_3 og v_4
- V_a er spennan sem kemur eftir straumskipti
- Neðri myndin sýnir sviðsstyrkinn sem umlykur slaufurnar

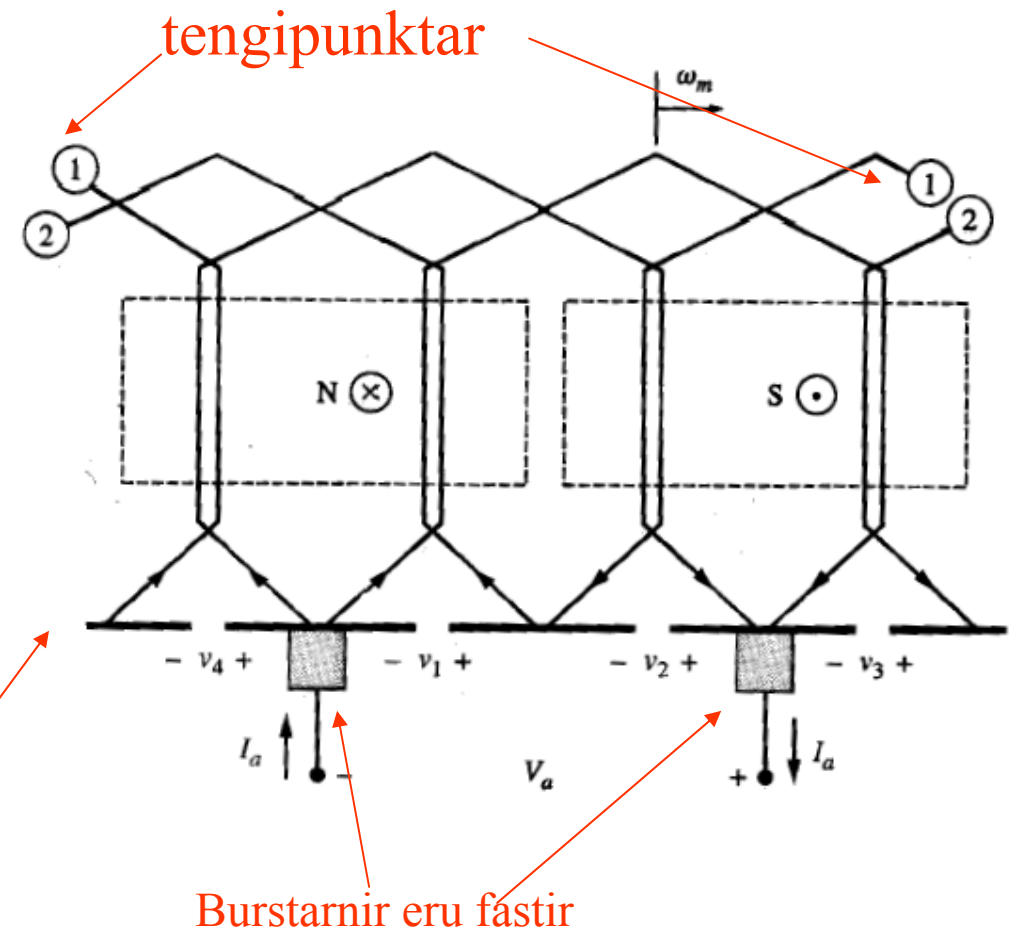




Straumskiptir á ofangreindir vél

- Tengimynd vafninganna er sýnd á myndinni til hægri sem hafa nú 2 samsíða rásir
- Spennan milli bursta, V_a er nú samsett úr v_1, v_2, v_3 og v_4 . Hver af þessum spennum er samsett úr þáttum fyrir hverja spóluhlið

Straumskiptaskinnurnar og vafningar (spólur)
hreyfast saman með hornhraðanum ω_m





UNIVERSITY OF ICELAND

Straumskiptir

- Vegna straumskiptisins verður:

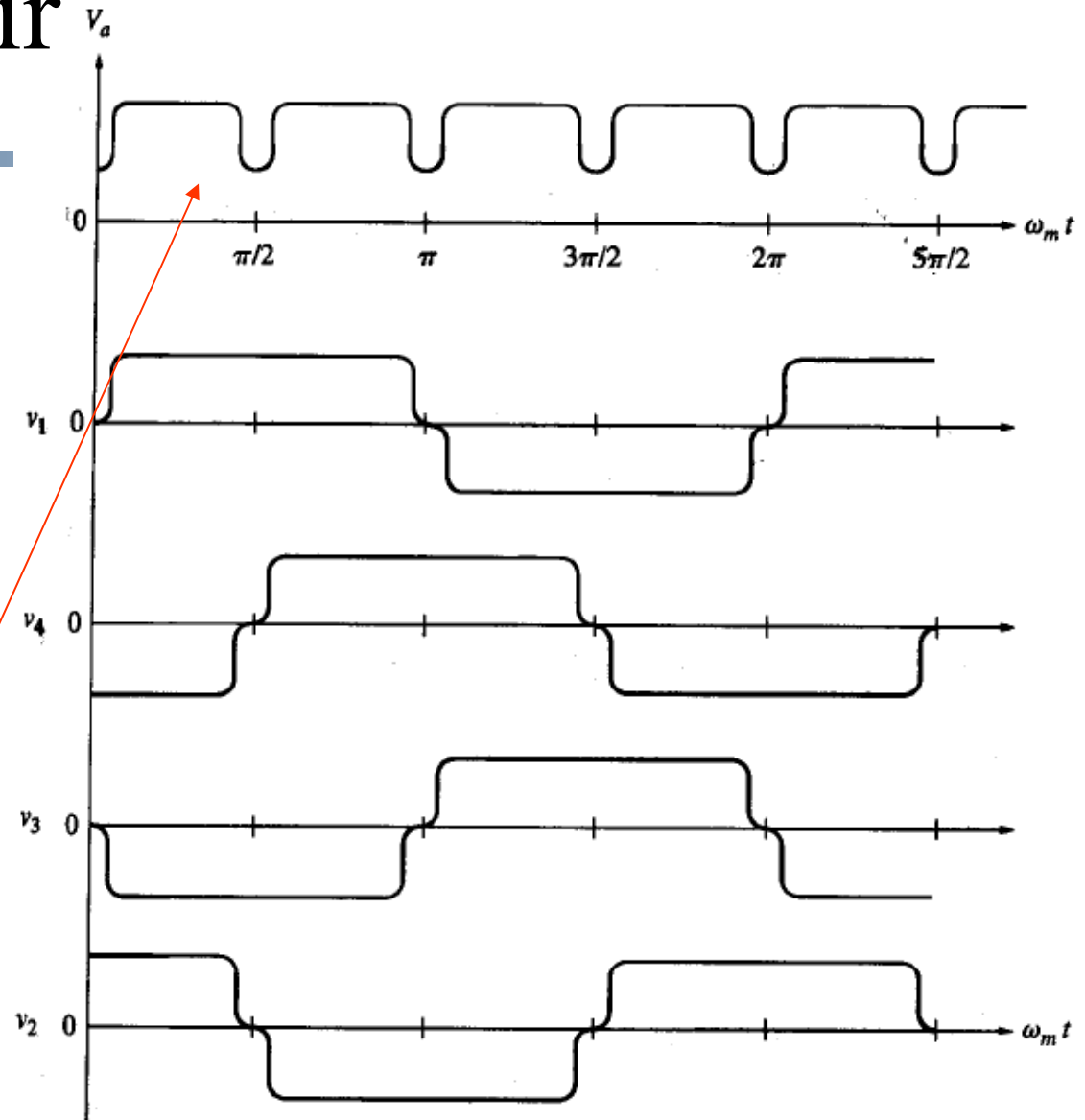
$$V_a = v_1 + v_2 \quad 0 < \omega_m t < \frac{\pi}{2}$$

$$V_a = v_4 + v_1 \quad \frac{\pi}{2} < \omega_m t < \pi$$

$$V_a = v_3 + v_4 \quad \pi < \omega_m t < \frac{3\pi}{2}$$

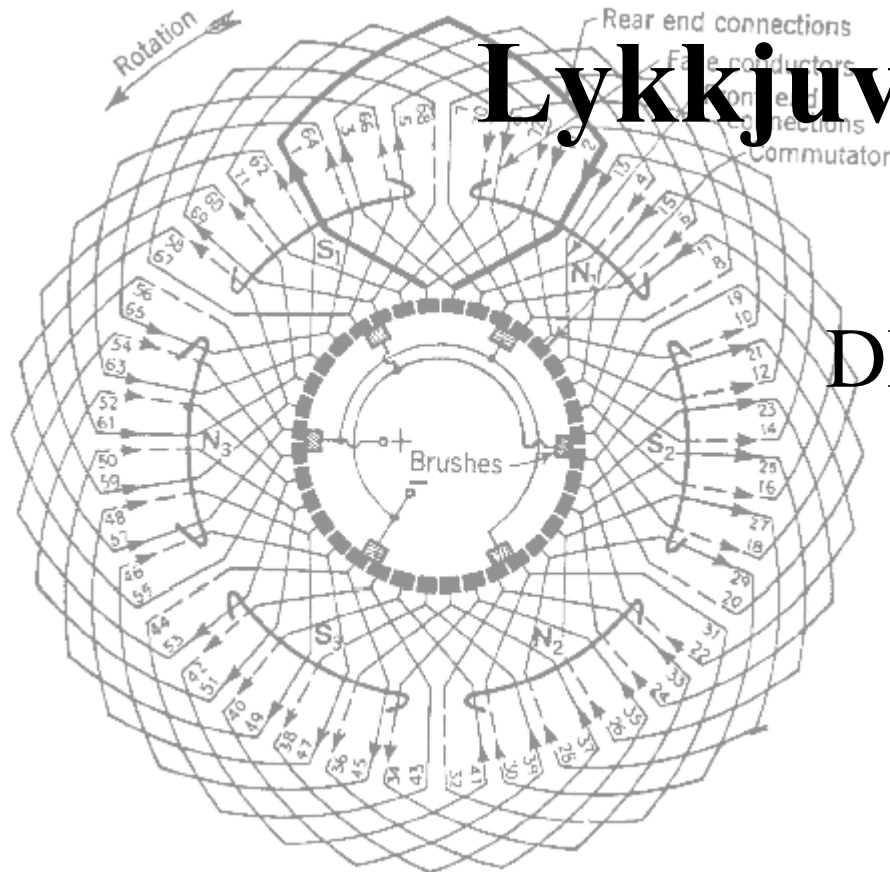
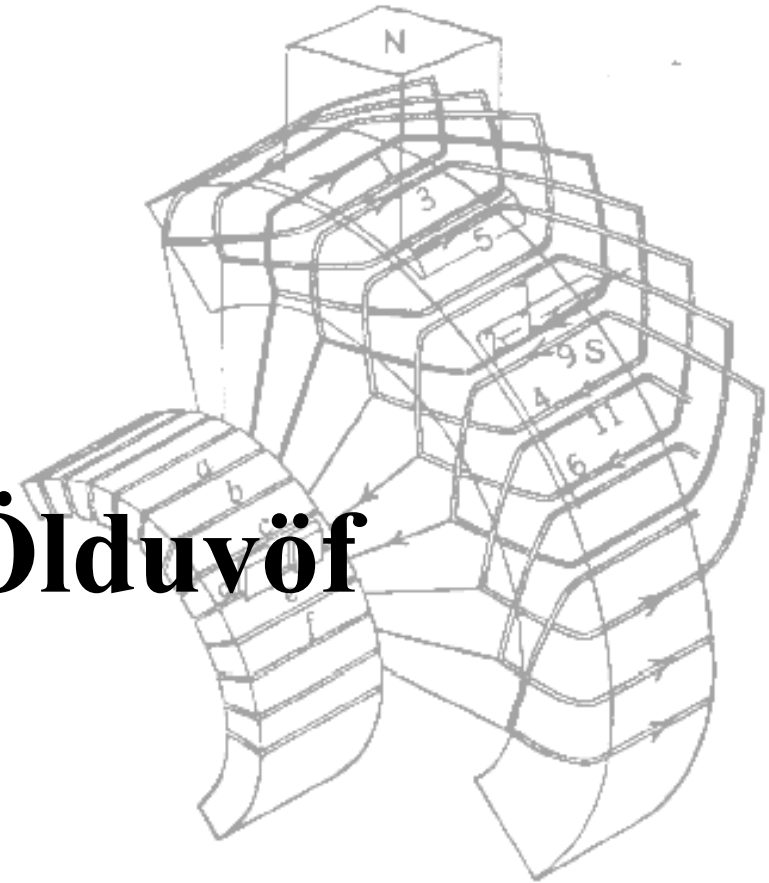
$$V_a = v_2 + v_3 \quad \frac{3\pi}{2} < \omega_m t < 2\pi$$

- Efsta línuritið verður niðurstaðan





UNIVERSITY OF ICELAND



Lykkjuvöf/Ölduvöf

DRÖG

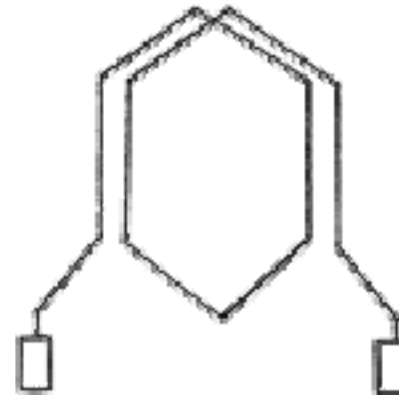
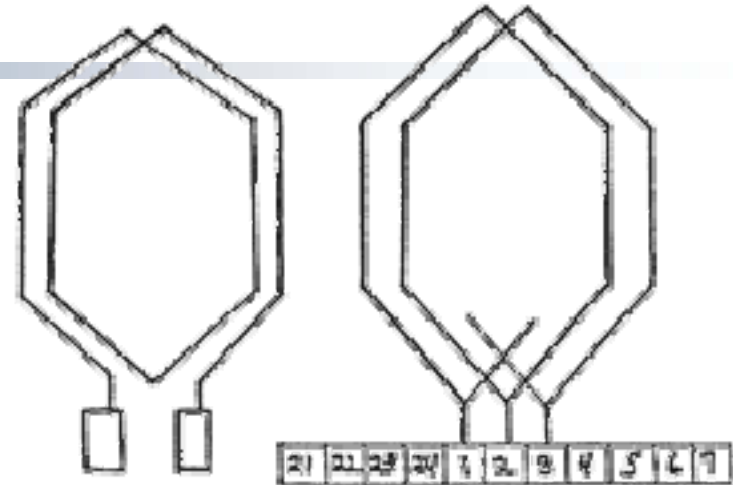


UNIVERSITY OF ICELAND

Lykkjuvöf/ölduvöf

- **Skoðum helstu möguleika við að setja saman vafninga á rótor:**
 - **Lykkjuvöf** (Lap winding) koma til baka í “lykkjum” í næstu skinnu á rötornum eins og myndin sýnir, óháð fjölda póla
 - **Ölduvöf** (Wave winding) fara eins og bylgja eða alda eftir yfirborði rötorsins (sbr. mynd)
 - Einnig til s.k. “**frog-leg winding**” er sameinar á vissan hátt lykkjuvöf/ölduvöf

Lykkjuvöf

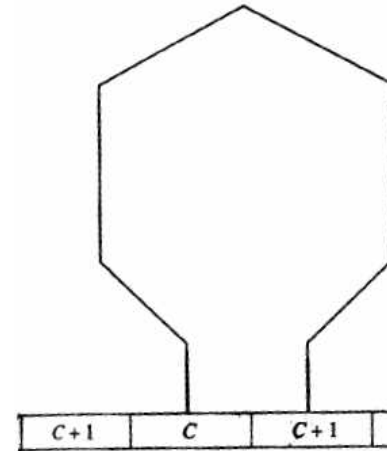


Ölduvöf

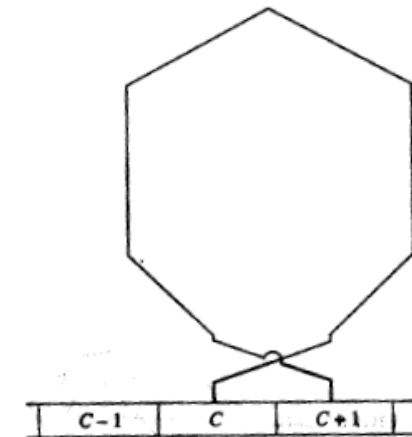


Framsækinn/baksækinn vafningur í lykkjuvöfum

- Ef lykkjan er tengd næsta vafningi **áfram** miðað við þann vafning sem lykkjan byrjaði í er talað um **framsækinn vafning** (progressive winding)
- Ef lykkjan er tengd næsta vafningi fyrir aftan þann vafning sem lykkjan byrjaði í er talað um **baksækinn vafning** (retrogressive winding)

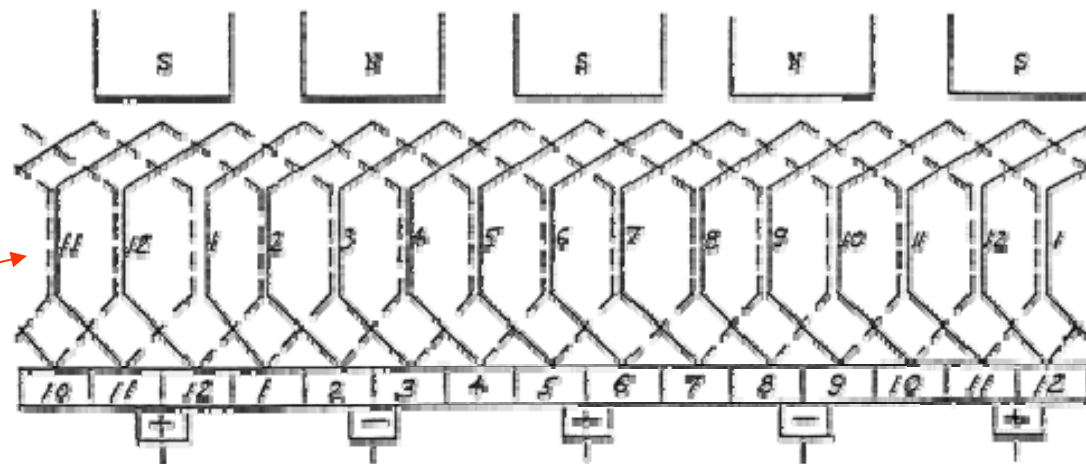


Framsækinn vafningur
("progressive winding")



Baksækinn vafningur
("retrogressive winding")

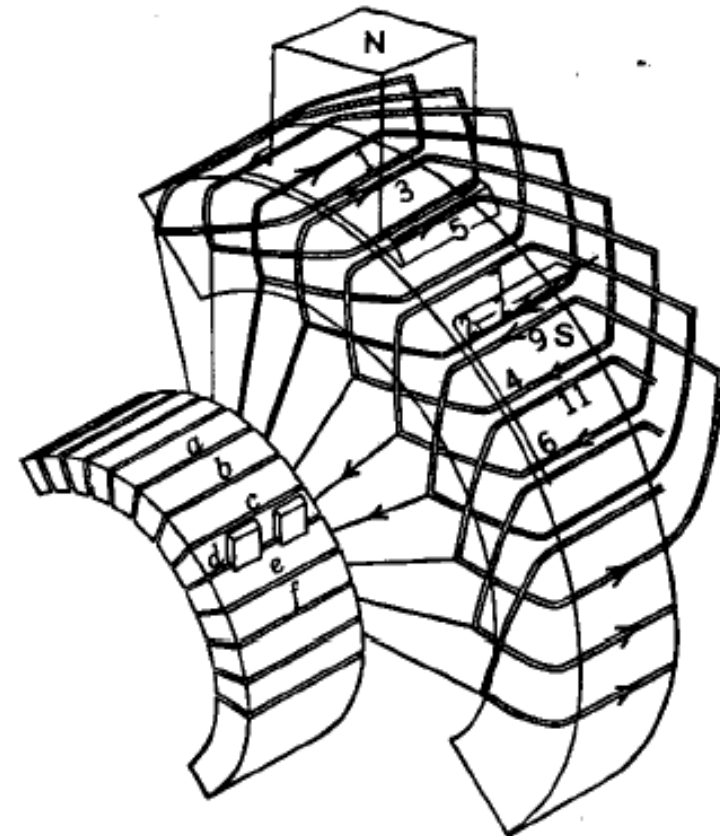
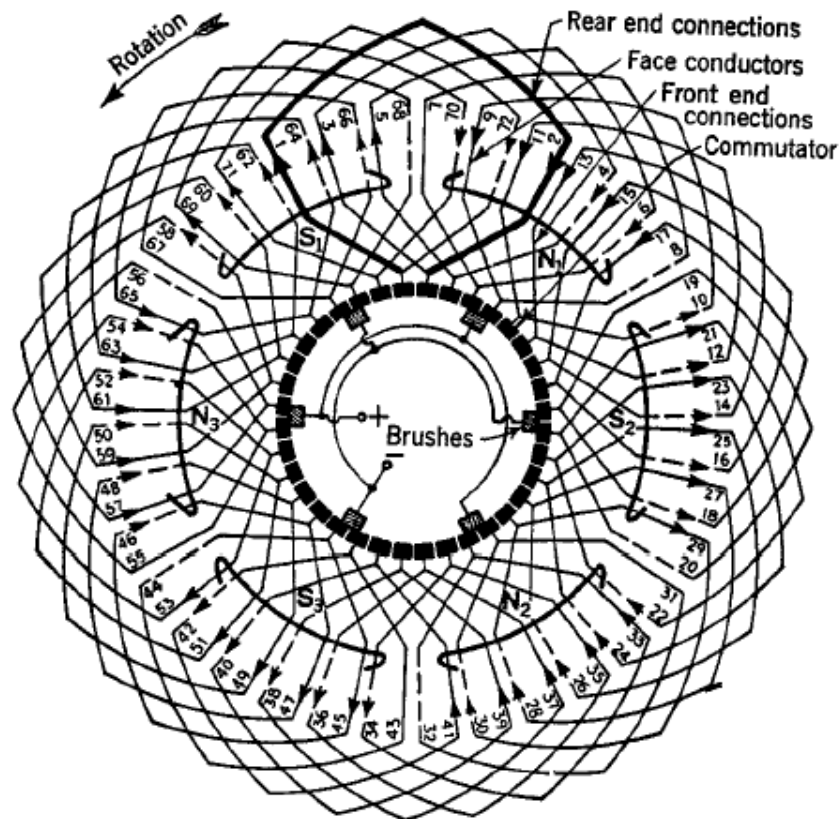
Framsækinn vafningur
("progressive winding")





Dæmi um lykkjuvöf

Athugum einstakar slaufur og samsetningu þeirra og hvernig lykkjurnar færast eftir hringferlinum. Myndin t.v. sýnir 6 póla vél (Pólarnir eru nefndir: S1, N1, S2, N2, S3, N3)

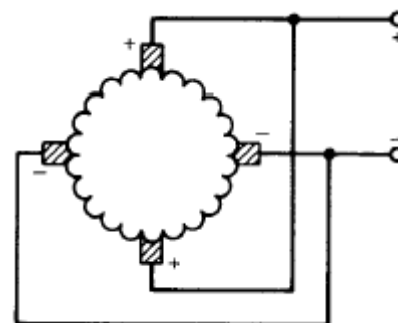
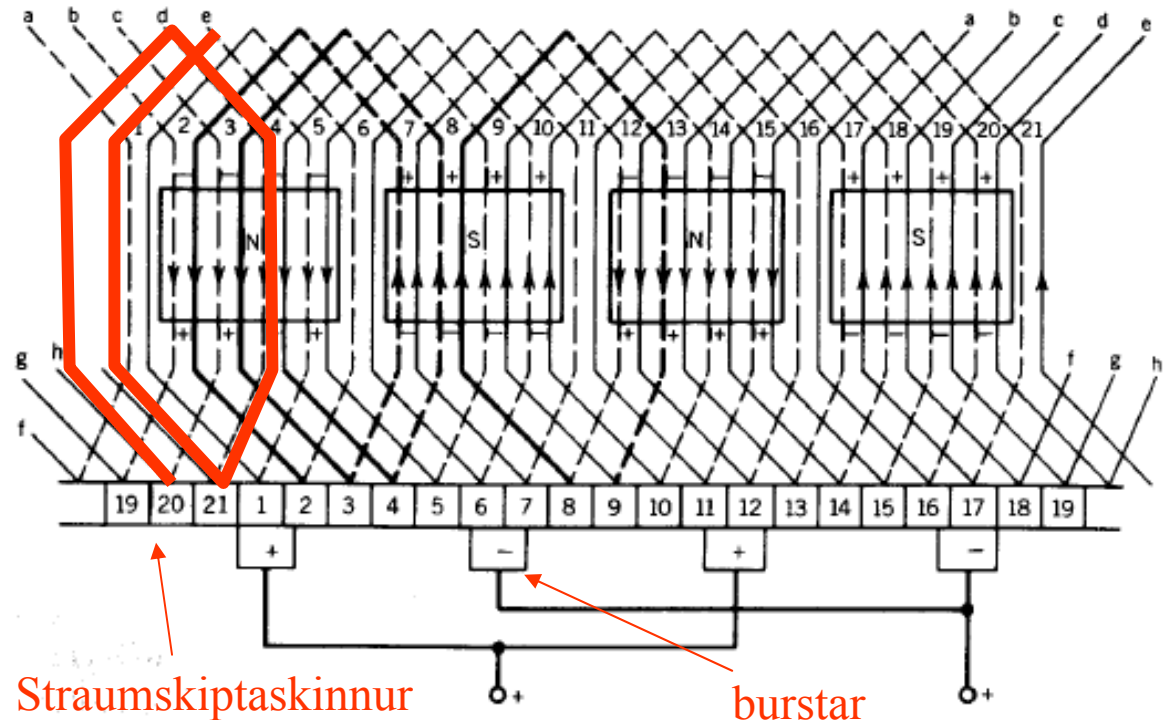




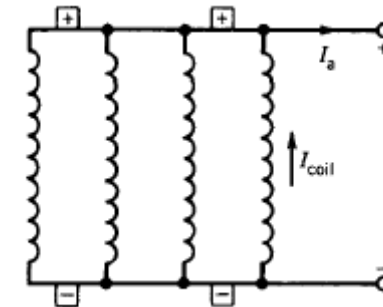
UNIVERSITY OF ICELAND

Lykkjuvöf (Lap windings)

- Gerum ráð fyrir fjölda póla = p
- (Á myndinni er $p = 4$, nefndir S,N,S,N)
- **Lykkjuvöf** fara “til baka” í lykkju og tengjast næstu skinnu við hlið upprunalegu skinnunnar
- Öllum slaufunum er skipt í svæði milli bursta og milli + og – eru $1/p$ -ti hluti allra slaufa.
- **Fjöldi samsíða rása fyrir rótor með lykkjuvöfum er jafn fjölda póla (= 4 hér)**



Táknmynd



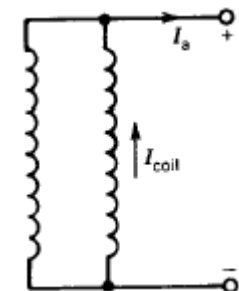
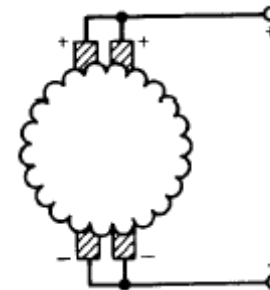
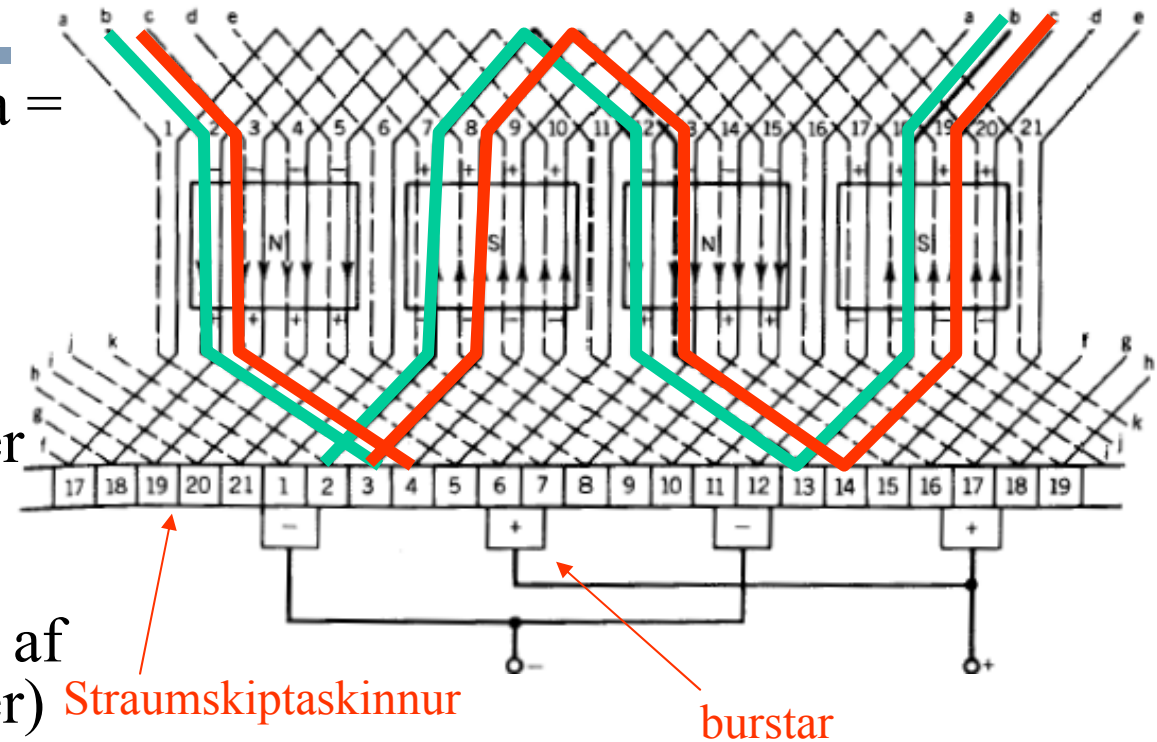
4 pólar og samsíða rásir



UNIVERSITY OF ICELAND

Ölduvöf (Wave windings)

- Gerum enn ráð fyrir fjölda póla = p (Á myndinni er $p = 4$)
- **Ölduvöf** vefjast áfram eins og bylgja eftir hringferlinum
- Milli 2 skinna eru $p/2$ spólur tengar í seríu (Græni ferillinn er $4/2=2$ spólur, rauði ferillinn einnig)
- Milli 2 bursta er alltaf $1/p$ hluti af **straumskiptaskinum** ($1/4$ hér)
- Fjöldi af spólum milli bursta er því alltaf $(p/2)(1/p)=1/2$, þ.e. helmingur allra spóla.
- **Fjöldi samsíðra rása fyrir rótor með ölduvöfum er því alltaf 2 !!**

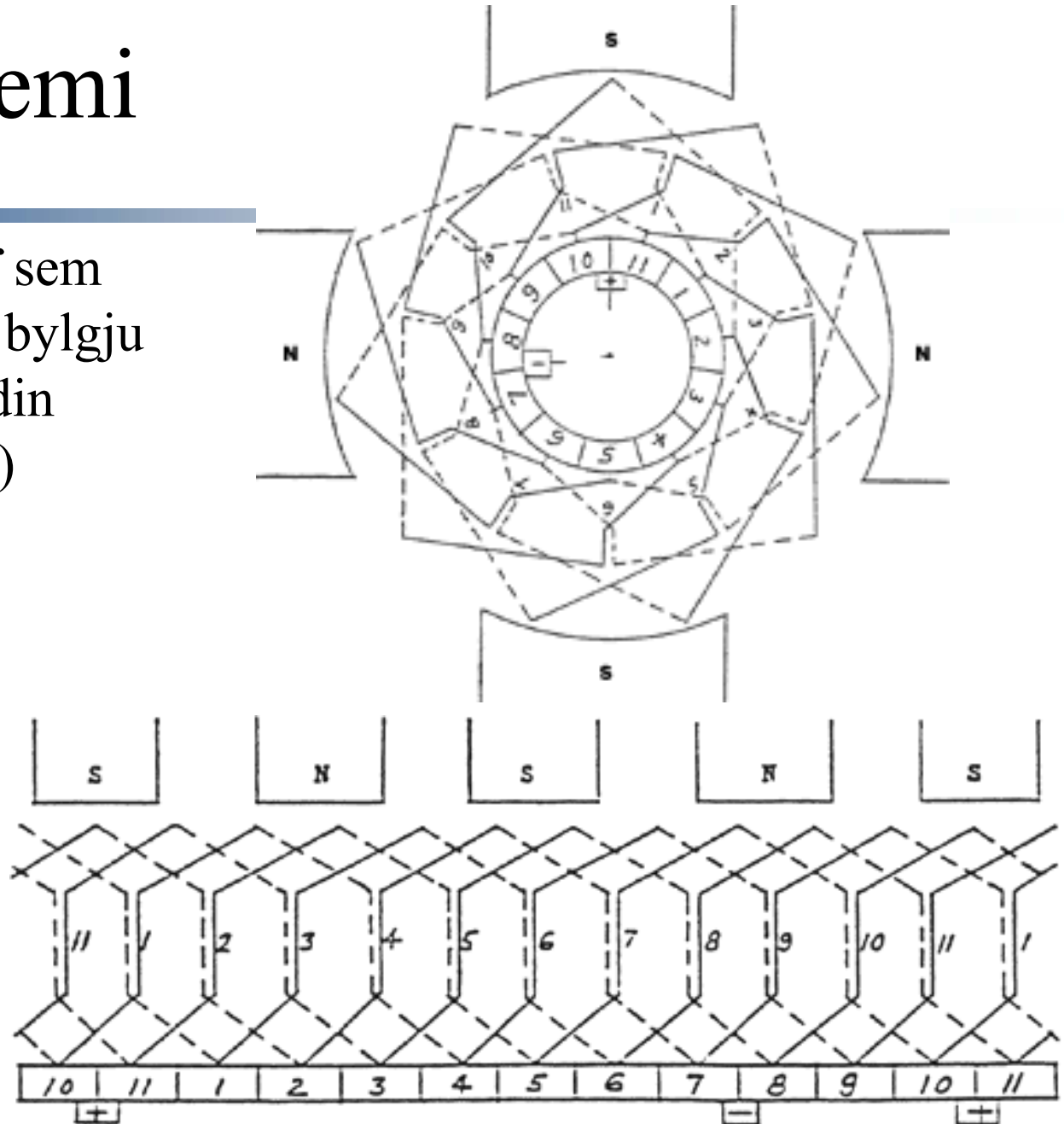




Ölduvöf-dæmi

UNIVERSITY OF ICELAND

- Annað dæmi um **ölduvöf** sem sýnir hvernig þau mynda bylgju eftir hringferlinum. Myndin sýnir 4 póla vél (N,S,N,S)

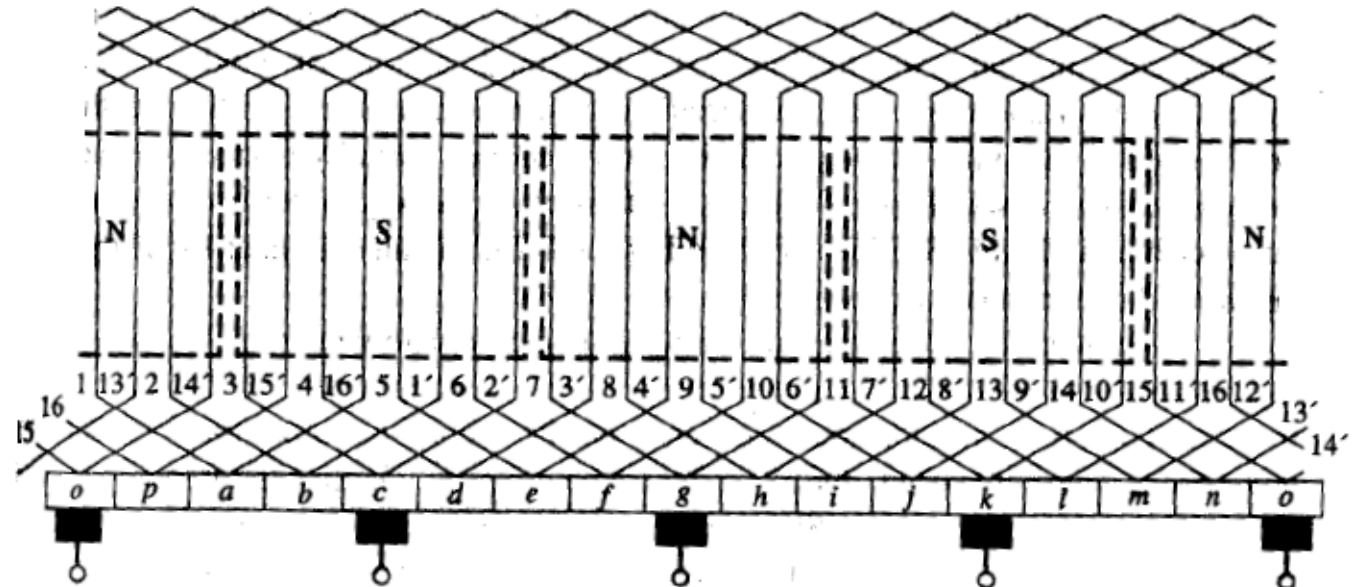
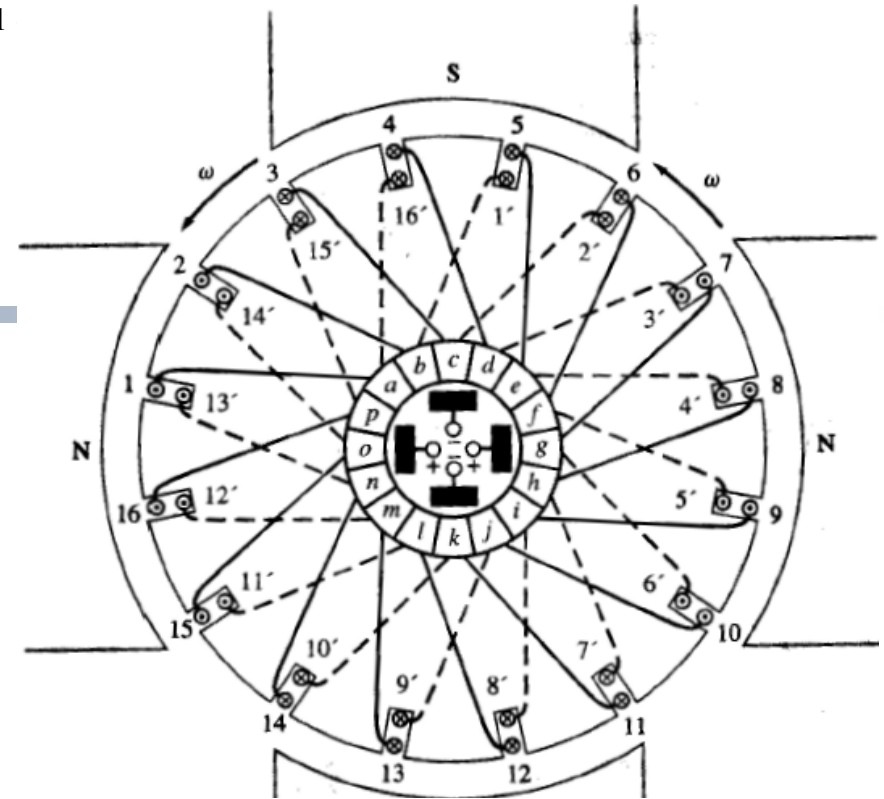




UNIVERSITY OF ICELAND

Lykkjuvöf-dæmi

- Annað dæmi um 4 póla lykkjuvafinn rótor. Þar sem um lykkjuvöf er að ræða, er fjöldi póla=fjöldi samsíða rása. **Hér eru því 4 samsíða rásir** sbr næstu mynd og á þessar rásir er unnt að setja **jöfnunarskinnur (Equalizer bars)**

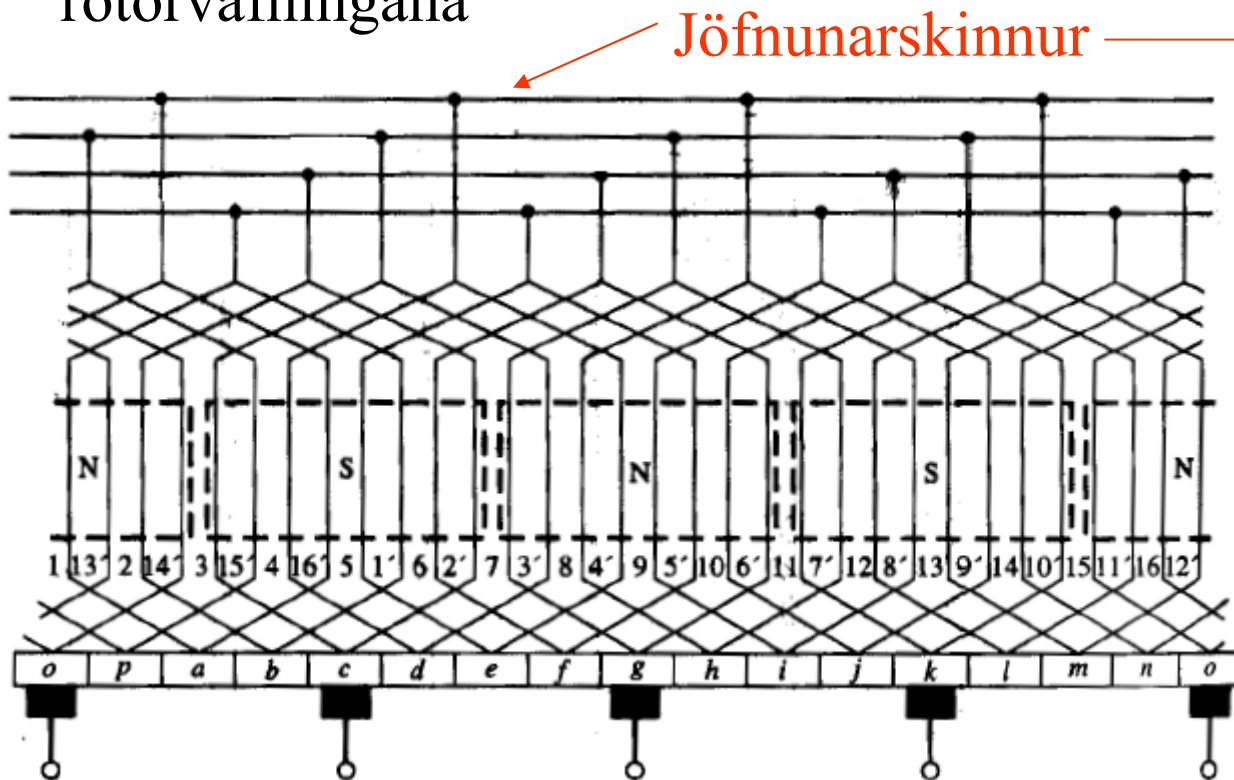




UNIVERSITY OF ICELAND

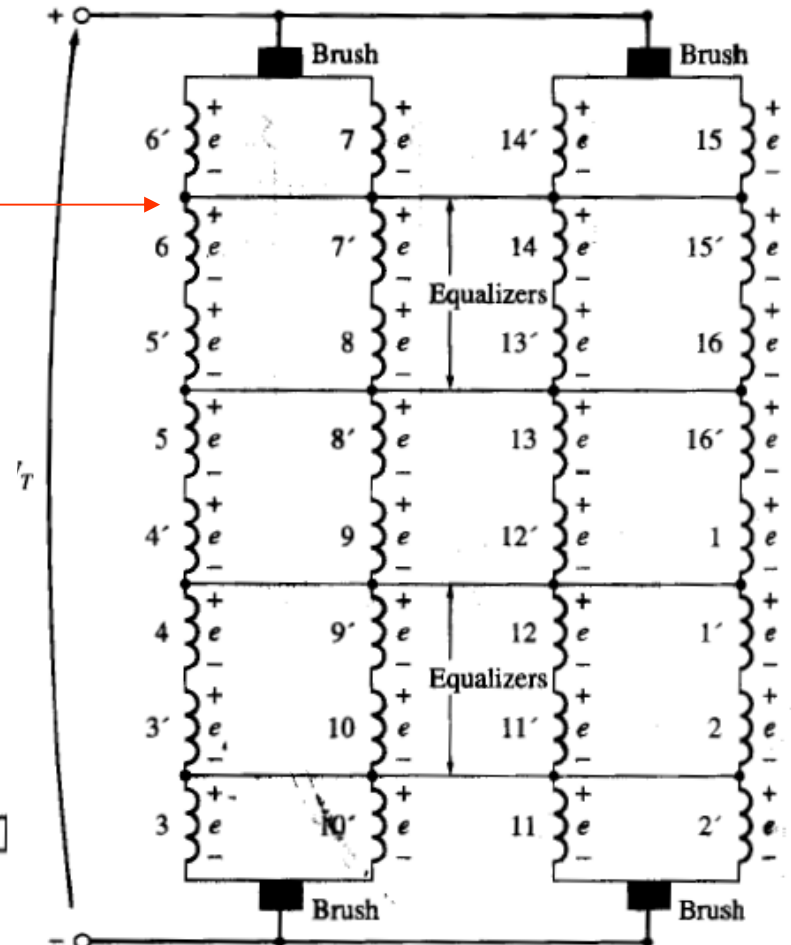
Lykkjuvöf-dæmi

- **Jöfnunarskinnur** (equalizer bars) í lykkjuvafinni jafnstraumsvél til að jafna straum og spennufall yfir rótorvafningana



Jöfnunarskinnur

- Rásamynd fyrir rótor með jöfnunarskinnum





Frekara ítarefni - Tilvísanir - Heimildir

- **J.J Cathey:** “*Electric Machines, Analysis and Design Applying Matlab*”, McGraw-Hill, 2001
- **T. Wildi:** “*Electrical Machines, Drives and Power Systems*”, Prentice Hall, 2002
- “*Principles of Electric Machines and Power Electronics*”; höf.: P.C. Sen; 2. útgáfa: John Wiley & Sons, 1997.
- “*Electric Machines, Steady State Theory and Dynamic Performance*”, Höf.: M. S. Sarma, West Publishing Co., 1994
- “*Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*”, 2nd Edition, Höf.: Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff, Wiley/IEEE Press 2002.
- **Heimasíða frá University of Minnesota:**
<http://www.ece.umn.edu/users/riaz/>
- **S.J.Chapman:** “*Electric Machinery Fundamentals*” 4th ed., McGraw-Hill, 2005



Straumskipti í jafnstraumsvél, frh.

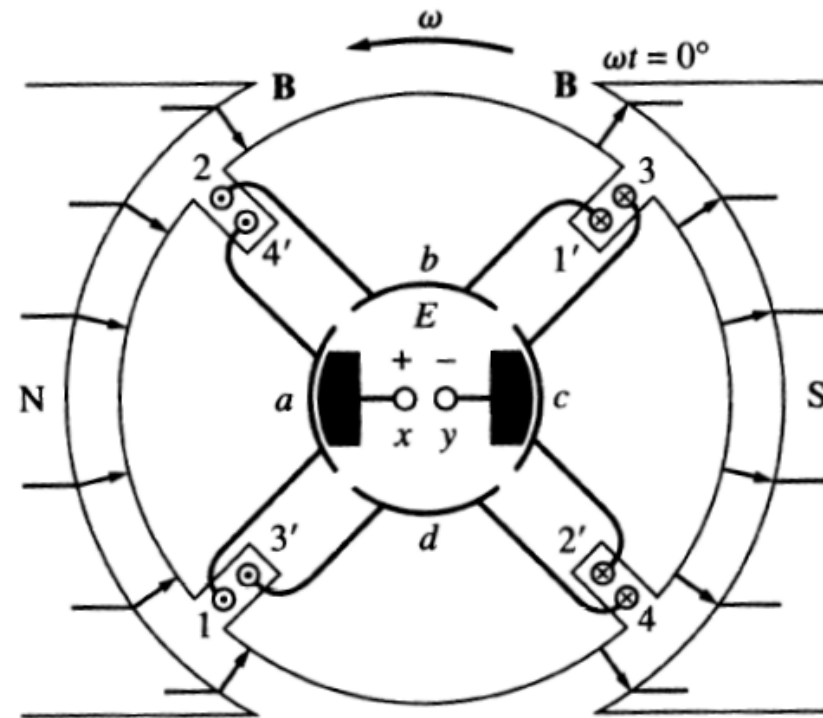
(Commutation in DC machines)

Skoðum dæmi um straumskipti og sjáum hvernig spennan yfir akkerið fellur við straumskipti.



Dæmi um straumskipti (1)

- Við skoðum hér dæmi um vél sem hefur 2 póla (merktir N,S), 4 raufar í akkeri, 4 slaufur og 2 samsíða rásir, sbr mynd
- Slaufurnar fjórar eru merktar:
 - 1 til 1'
 - 2 til 2'
 - 3 til 3'
 - 4 til 4'
- Straumskiptaskinnur eru 4 og merktar a,b,c,og d
- Burstarnir eru merktir x og y og milli þeirra er spennan E , sbr myndina

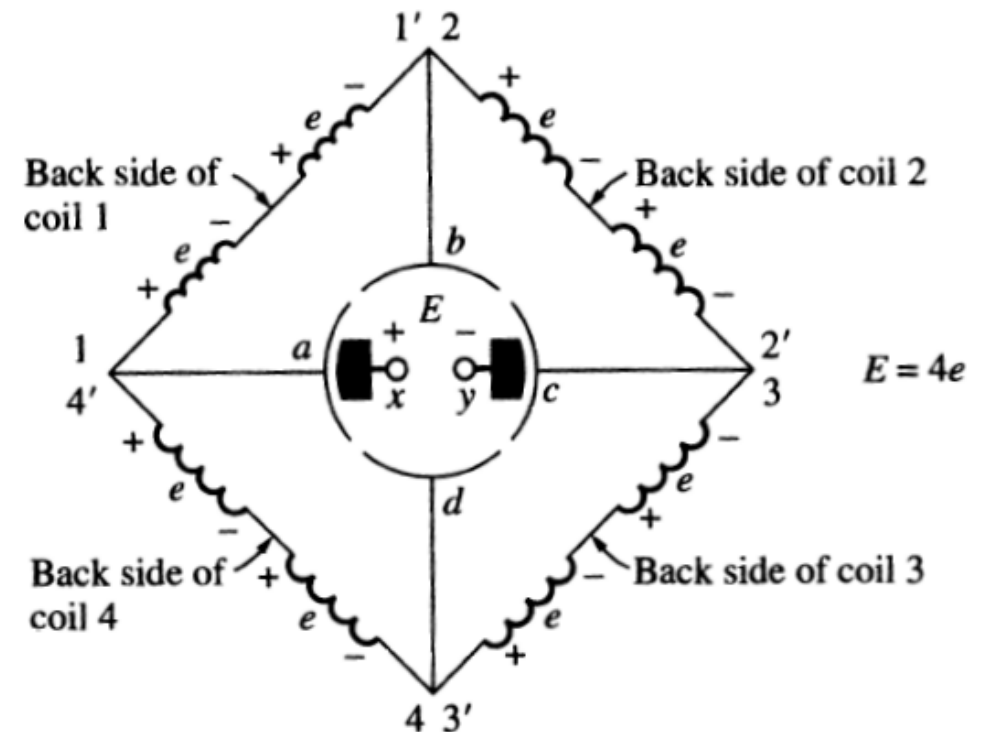


Við búum til einfalda rásamynd eða skýringarmynd til að lýsa þessari vél. Sjá næstu skyggnu.



Dæmi um straumskipti (2)

- Rásina í þessari vél er þannig unnt að sýna með meðfylgjandi skýringarmynd
- Myndin sýnir 2 samsíða rásir milli bursta sem á tilteknu augnabliki tengjast skinum a og c
- Straumskiptaskinnur b og d eru ekki tengdar burstum, eru í “lausu lofti” á þessu augnabliki
- Spenna yfir hverja slaufu er $2e$ og yfir hverja slaufuhlið (turn side) er hún e . Við sjáum að spennan milli bursta er $E = 4e$

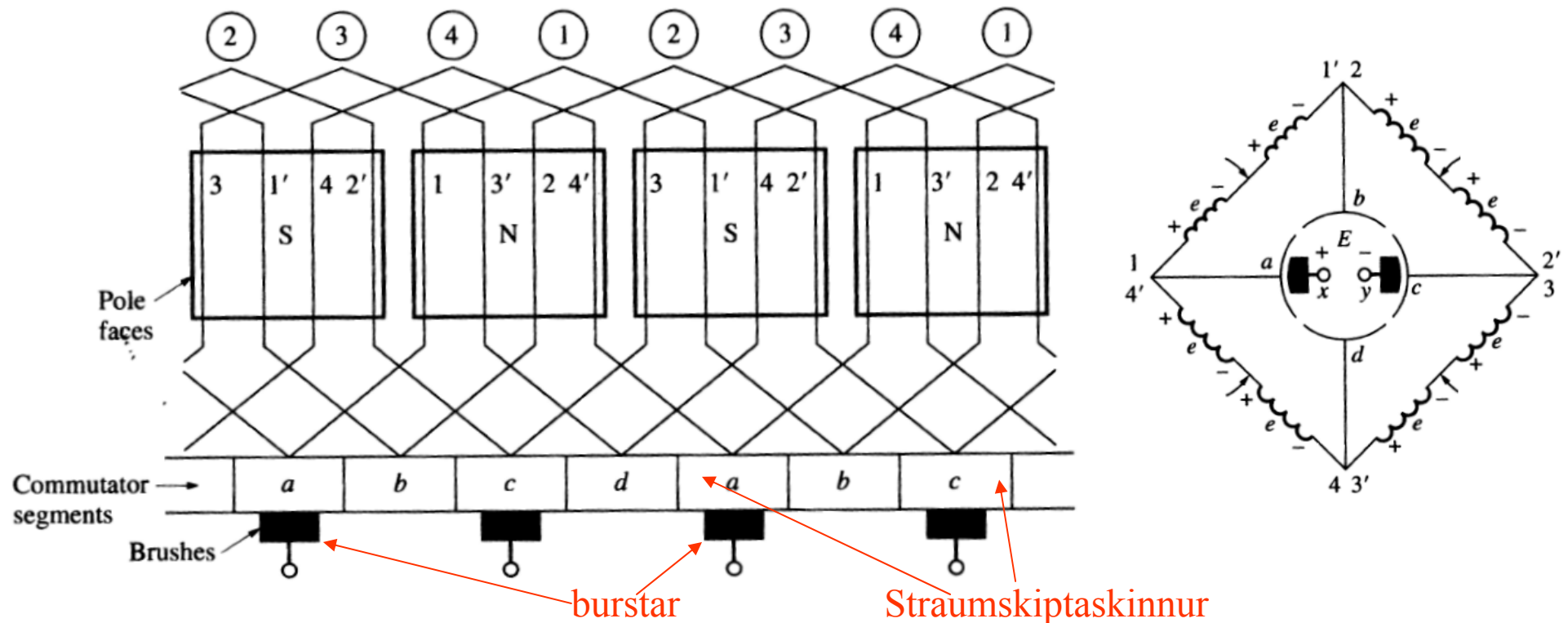




UNIVERSITY OF ICELAND

Dæmi um straumskipti (3)

- Hér er tengimynd um fyrirkomulag vafninga í þessu dæmi, þegar rótor hefur verið “flattur út”. Þessa tengimynd er kunnugleg mynd sem lýsir **ölduvöfum** (eins og áður hefur verið lýst)

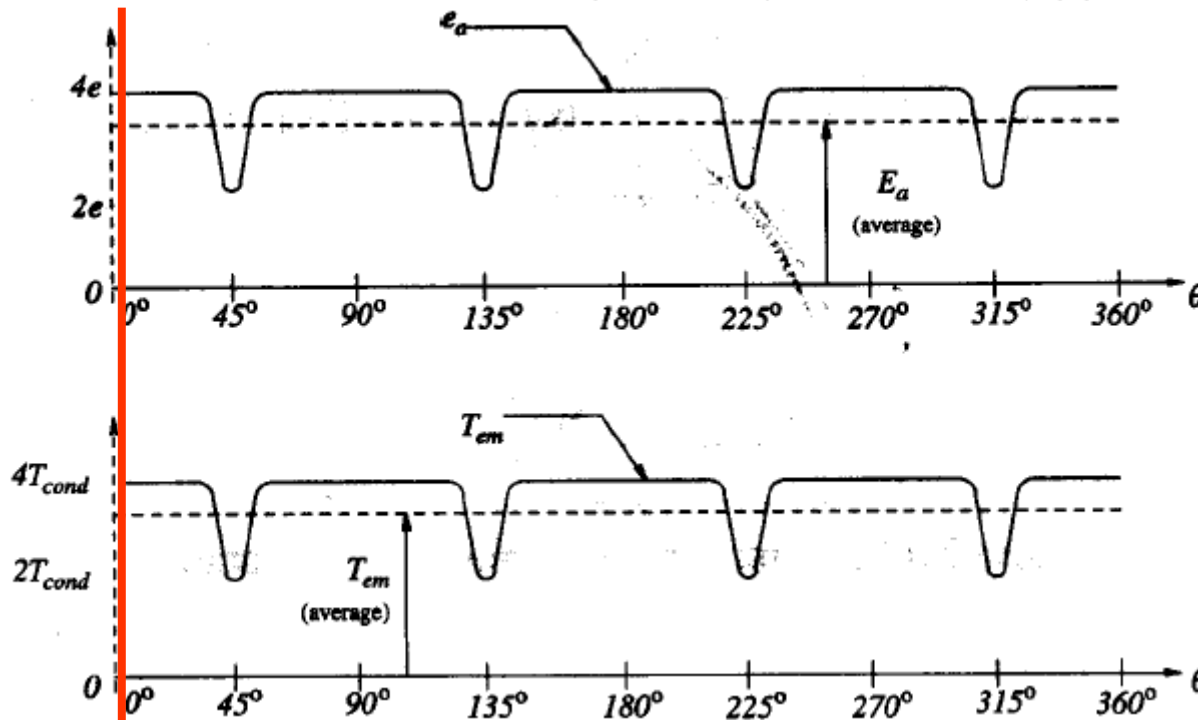
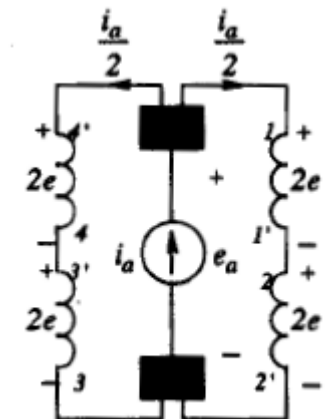
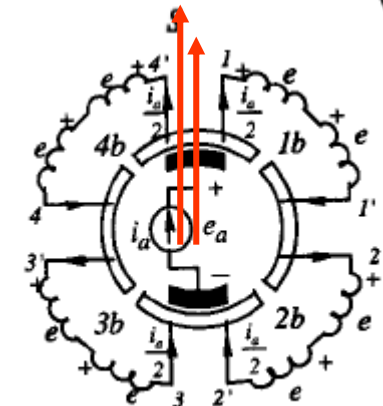
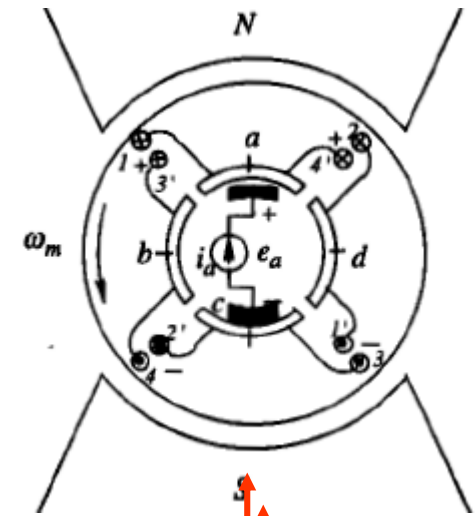




Dæmi um straumskipti

(4)

- Við skoðum nú nánar 3 augnablik í snúningi fyrir vélina.** Ath. að 4 raufar eru á rótor, hver með 2 leiðurum. **Hornið sem lýsir snúningi rótors er hér $\theta = 0$ gráður.** Spennan $e_a (=E)$ er nú $4e$ þar sem e er spenna yfir leiðara (slaufuhlið). **Spennan á eftir að snúast við í slaufum 1;1' og 3;3' (sjá næstu skyggjur)**



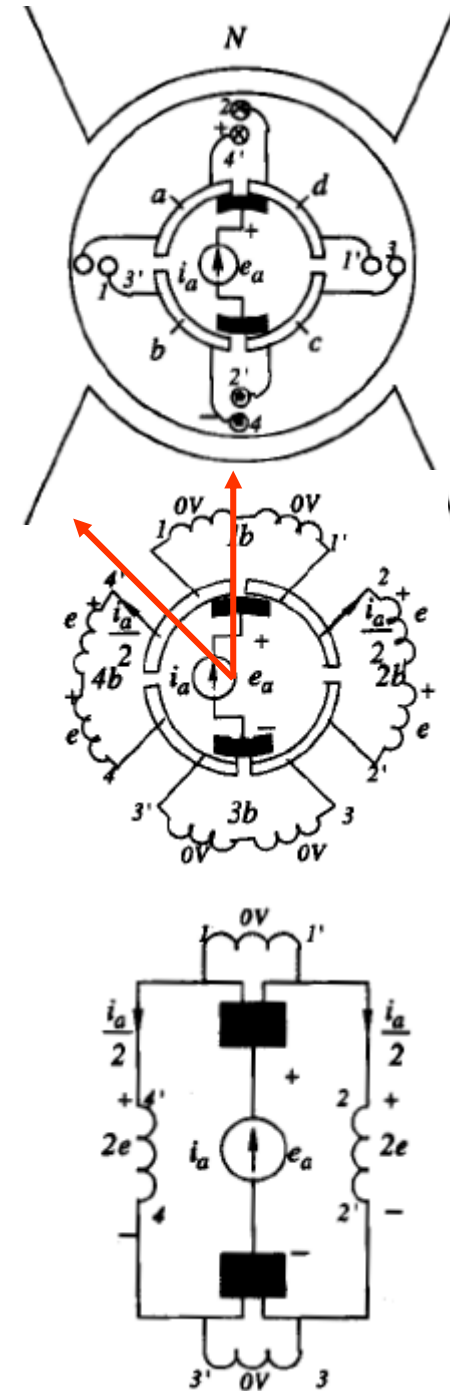
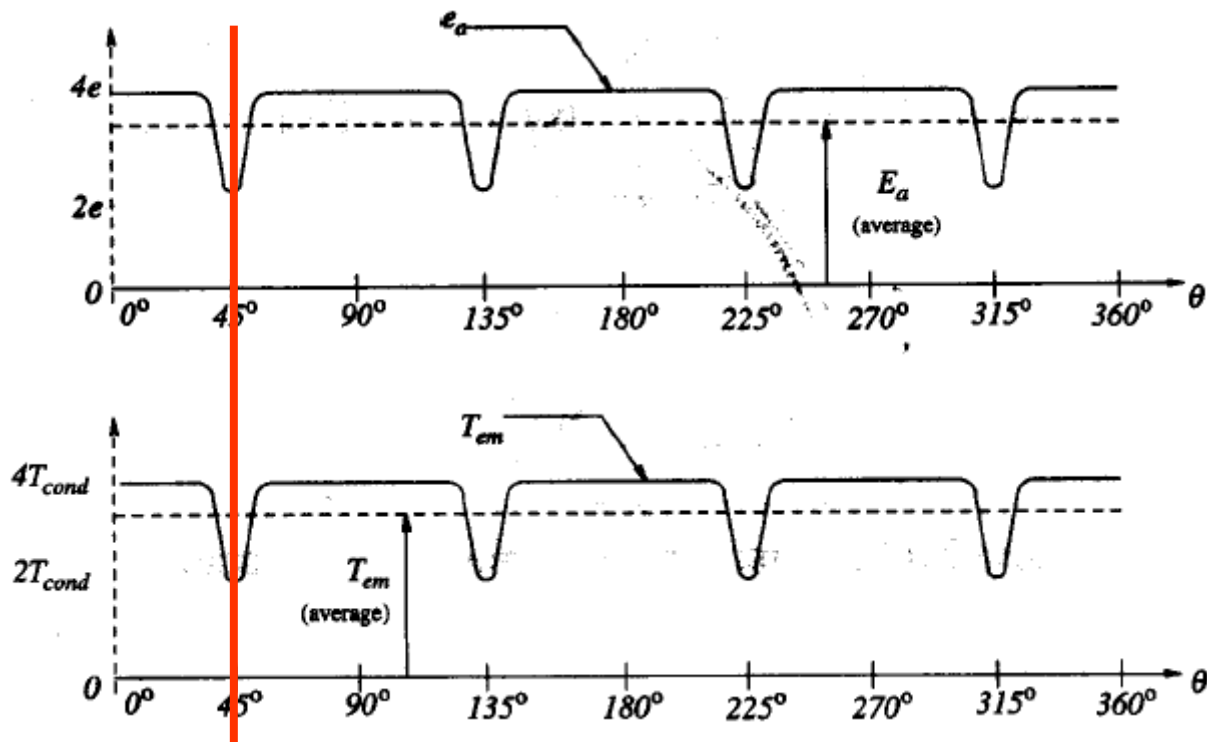


UNIVERSITY OF ICELAND

Dæmi um straumskipti

(4)

- Myndin hér til hliðar sýnir augnablik, þegar hornið er $\theta = 45$ gráður. Athugum að spennan e_a hefur fallið í 50% þ.e. er nú $2e$ (í stað $4e$)

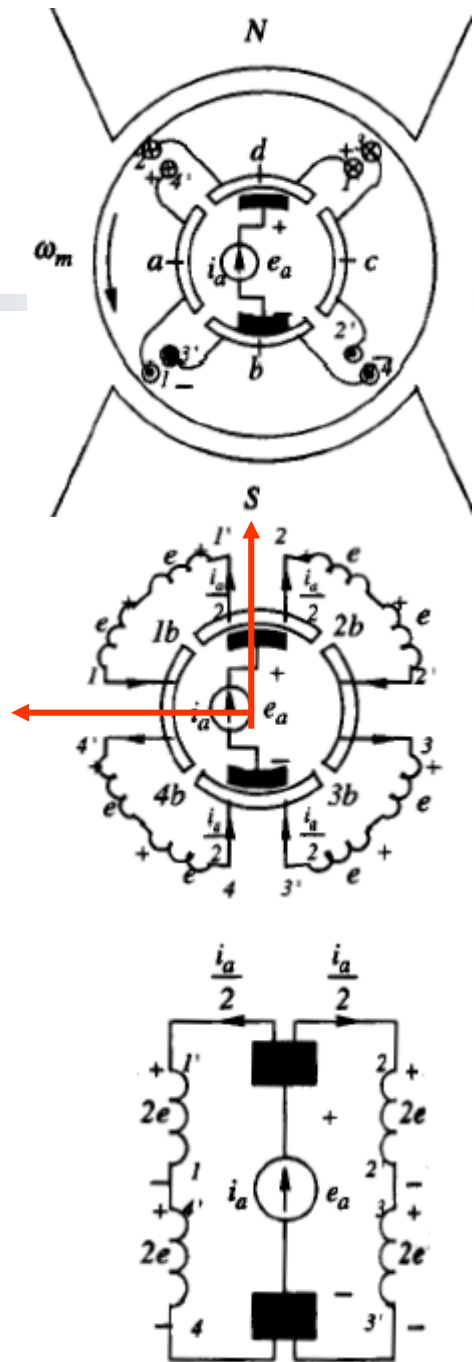
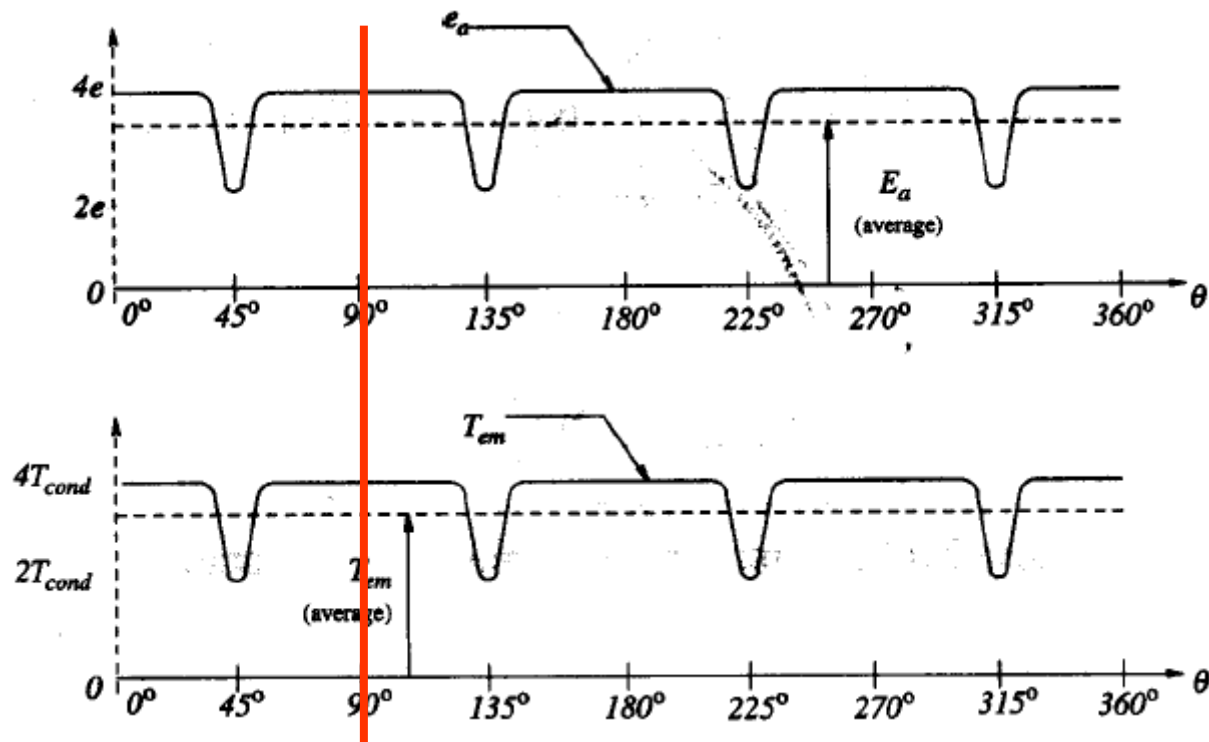




Dæmi um straumskipti

(5)

- Nú er hornið orðið $\theta = 90$ gráður og spennan er aftur orðin $4e$ þ.e. Sama og upprunalegt gildi





Jafnstraumsvél

- Kostir
 - Einfalt líkan
- Ókostir:
 - Burstarnir!!
- **Spáð hefur verið oft að tími jafnstraumsvélarinnar sé liðinn! Hefur ekki staðist!!**



UNIVERSITY OF ICELAND

Fjórþætt virkni mótors

$$E_a = K_a \Phi \omega$$

$$T = K_a \Phi I_a$$

Rafalabremsun í
jákvæða snúningsstefnu
(Regenerative braking)

$$(\omega > 0) \quad (T < 0)$$

Mótor í **jákvæða**
snúningsstefnu

$$(\omega > 0) \quad (T > 0)$$

Mótor í **neikvæða**
snúningsstefnu

$$(\omega < 0) \quad (T < 0)$$

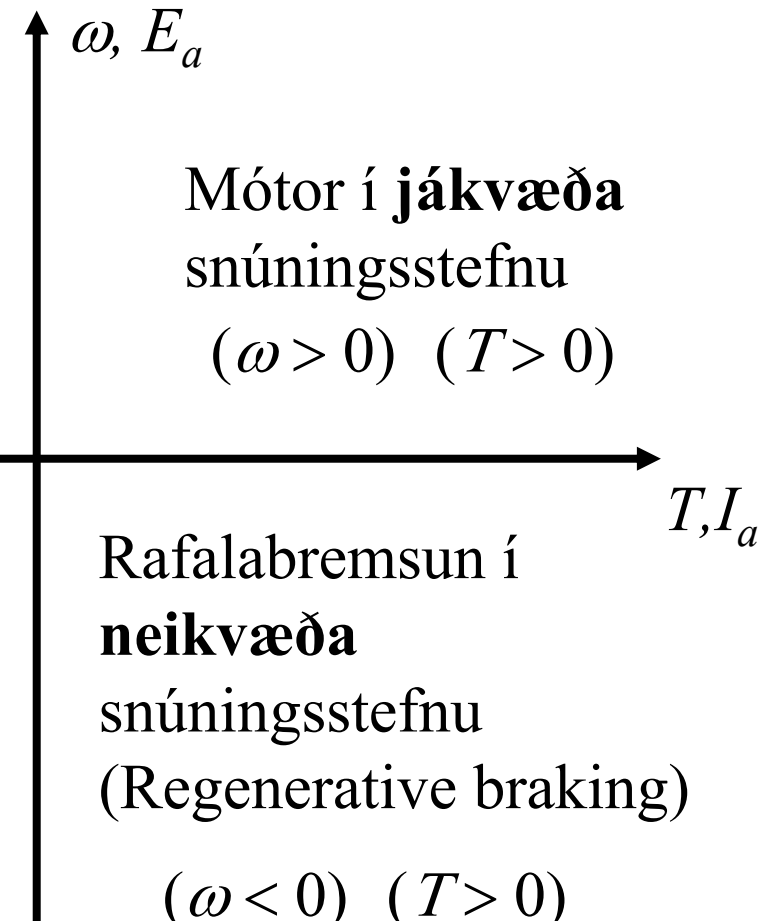
Rafalabremsun í

neikvæða

snúningsstefnu

(Regenerative braking)

$$(\omega < 0) \quad (T > 0)$$





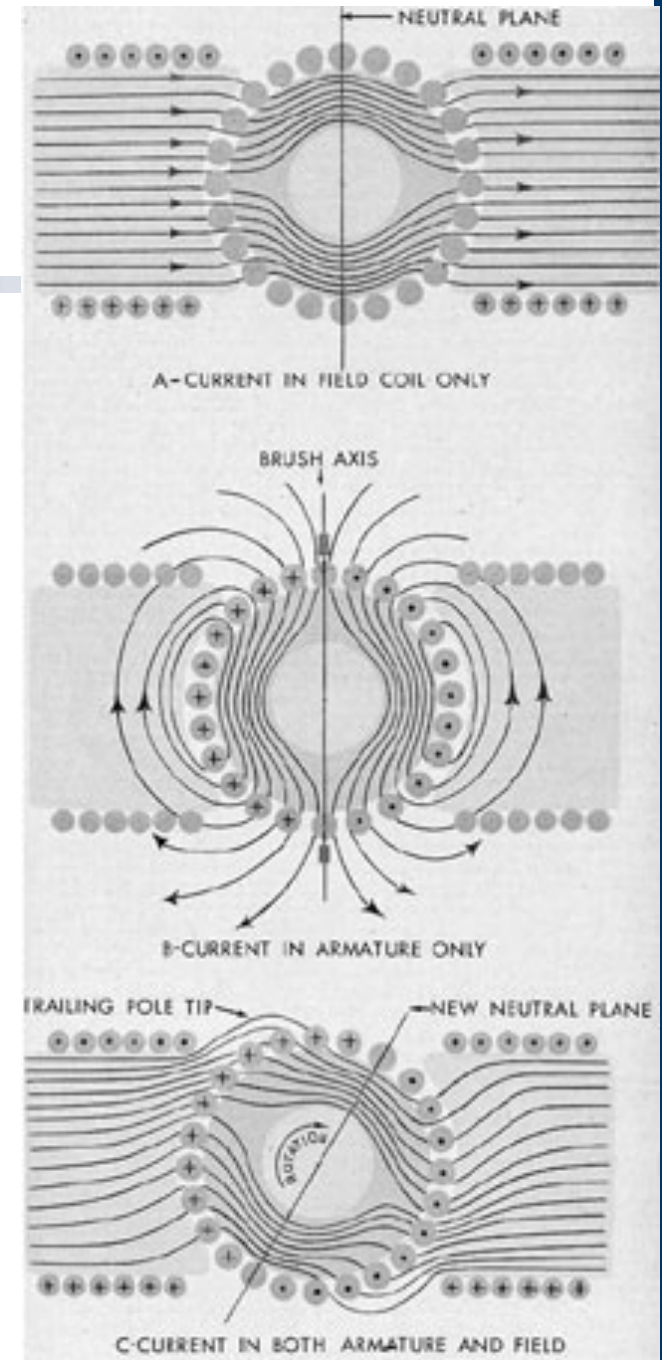
Jafnstraumsvélin - nokkrar ályktanir

- Innri straumar í jafnstraumsvélinni eru riðstraumar (AC) en séð utan frá byggir vélin á jafnspennum/jafnstraumi (DC) vegna áhrifa straumskiptanna sem eru nk. “mekanískir afriðlar”.
- Straumskiptarnir eru í raun af- eða áriðlar er byggja á vélfræðilegum (mekanískum) aðferðum og umbreyta milli jafn- og riðstraums (AC/DC). (Sbr. nútímaaðferðir við af/áriðlun með rafeindatækni)
- Grunngerð vélarinnar er mjög einföld en hönnun raunverulegrar vélar er flókin og einföld grunngerð villir okkur e.t.v. sýn á hvernig vélin vinnur
 - Fyrirkomulag vafninga og samsetning þeirra er flókið fyrirbæri í raunverulegir vél
 - Straumskiptarnir, áhrif þeirra og hvernig þeir vinna og virka getur verið flókið fyrirbrigði í raunverulegri jafnstraumsvél
- Samspil sviðsstrauma og akkerisstrauma veldur einnig að vélin er flóknari en virðist við fyrstu sýn. Þetta samspil kallast **akkerisáhrif (Armature reaction)**. Rifjum það upp og útvíkkum hér á eftir.



Akkerisáhrif í jafnstraumsvélum (Upprifjun og nánari umfjöllun)

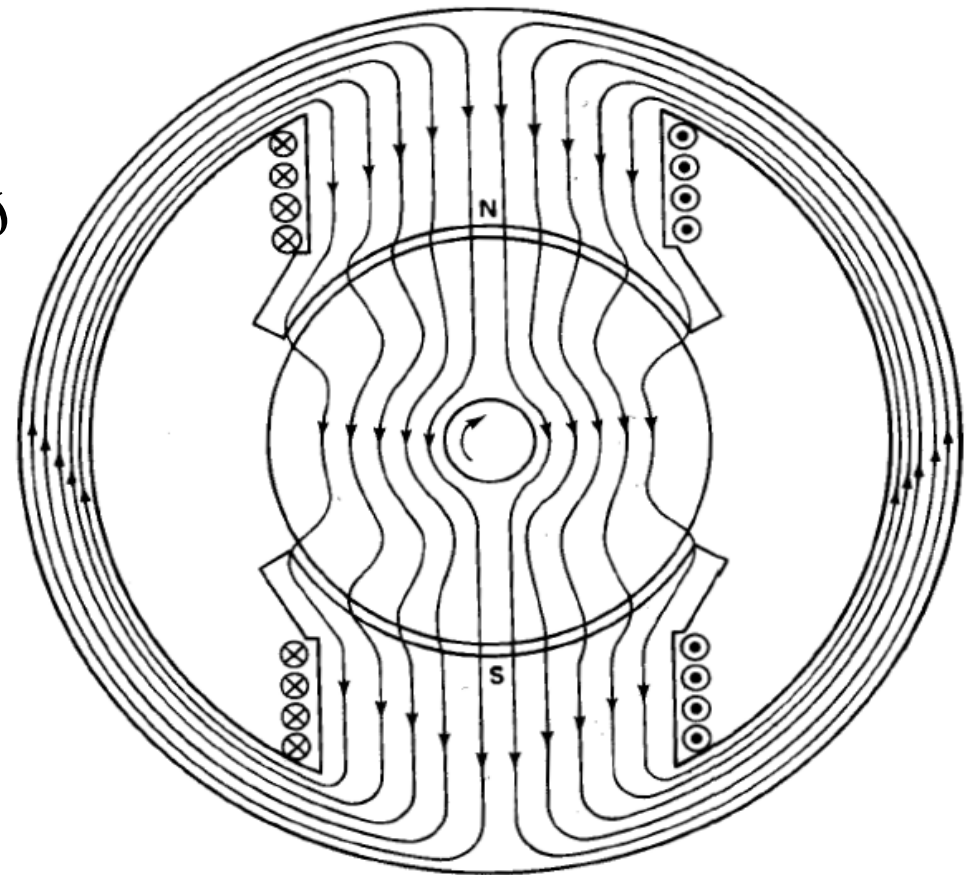
Armature reaction in DC
machines





Akkerisáhrif í jafnstraumsvél (Dæmi nr 1)

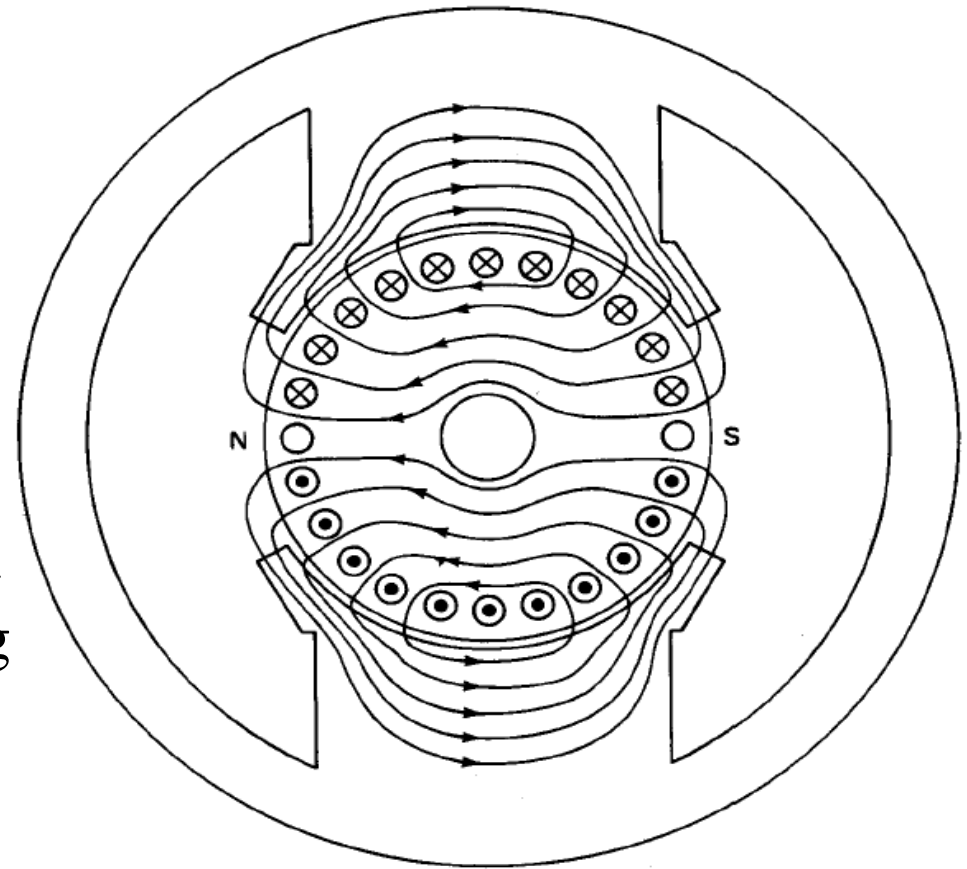
- Dæmi um segulsviðslínur og dreifingu segulflæðis í jafnstraumsvél er sýnt á meðfylgjandi mynd. Hún sýnir sviðið sem myndast vegna straums í sviðsvafningum eingöngu
- Vélin er hönnuð þannig að sviðið í loftbilinu verði með tiltekna lögun eftir hringferlinum
- Ekki má hins vegar gleyma því að straumur fer einnig um vafninga á rótor (akkerisvafninga) og sá straumur veldur einnig sérstöku sviði





Magnetic flux distribution due to armature excitation only

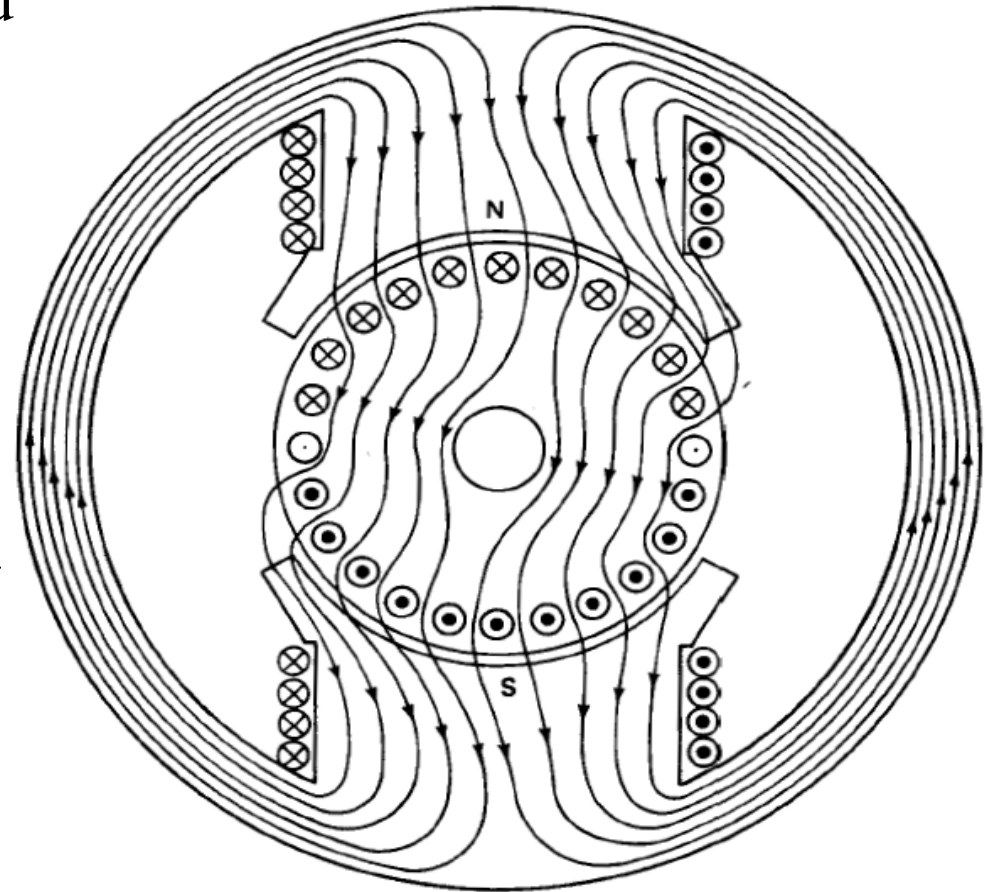
- Myndin hér til hliðar sýnir þannig sviðið sem myndast vegna straums í akkerisvafningum eingöngu
- Við sjáum að sviðið gengur þvert á upprunalega sviðið og styrkir það á sumum svæðum innar vélarinnar og veikir það á öðrum svæðum.
- Samanlögð áhrif vegna upprunalega sviðsins er sviðsvafningar mynda og viðbragðanna er verða til við strauminn í akkerisvafningum nefnast akkerisáhrif (**armature reaction**)





Combined magnetic flux distribution due to armature and field

- Heildaráhrif beggja strauma eru sýnd á myndinni hér til hliðar er sýnir þannig sviðið sem myndast vegna **beggja strauma**, þ.e. í **akkerisvafningum** og **sviðsvafningum**
- Akkerisáhrifin hafa áhrif á rekstur vélarinnar. Hvernig þessi áhrif verða nákvæmlega verður síðar komið að.
- Munum eftir þessu mikilvæga hugtaki þ.e.: **Akkerisáhrif** (**Armature Reaction**)





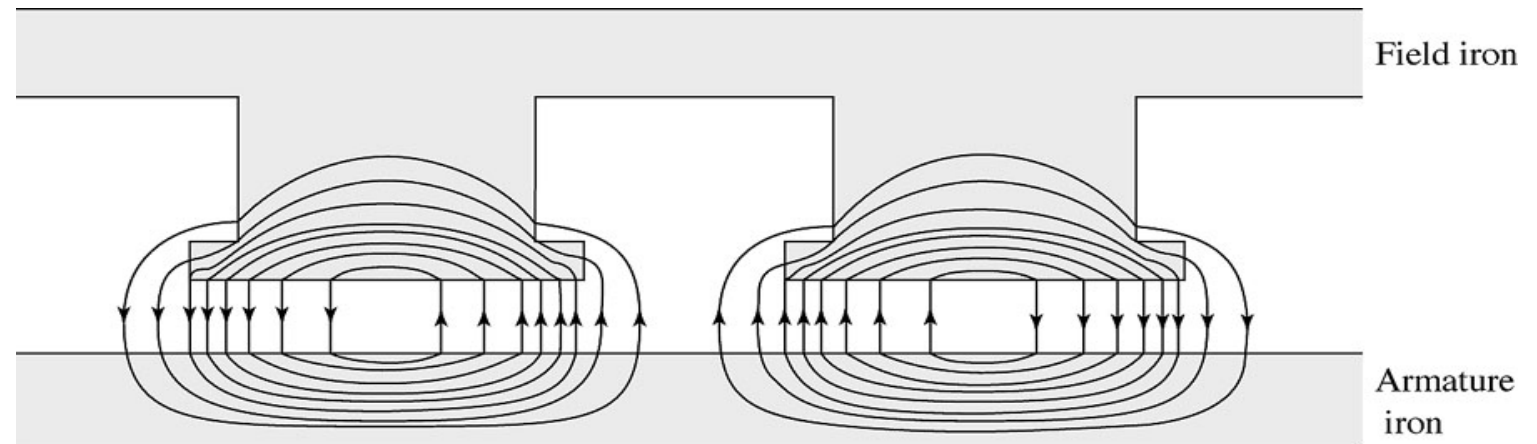
UNIVERSITY OF ICELAND

Flux with only the armature excited and brushes on neutral. (Mynd 7.10 FKU)

- Myndin hér til hliðar (Mynd 7.10 FKU) sýnir sömu áhrif vegna akkerisstrauma eða rótorvafninga eingöngu og sýnir hvernig sviðið dreifist eftir hringferlinum á yfirborði rótors þegar hann hefur verið fluttur út.
- Ef akkerisáhrifin eru í sömu stefnu og sviðið vegna sviðsvafninga styrkist heildarsviðið, annars veikist það

Stator

Rótor

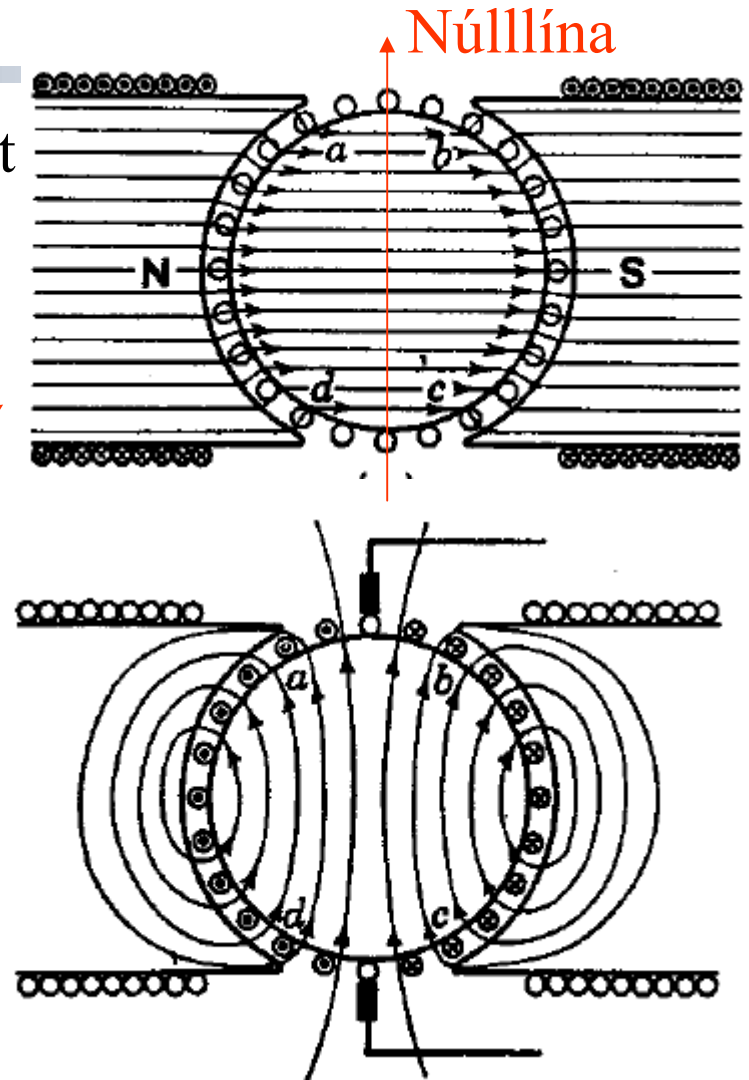




UNIVERSITY OF ICELAND

Akkerisáhrif í jafnstraumsvél (Dæmi 2)

- Myndin **efst** til hliðar sýnir sviðið sem myndast vegna straums í sviðsvafningum eingöngu.
- Við sjáum að segulflæði “streymir” vinstra megin inn á rótorinn frá norðurpólnum á stator og að segulsviðið er þvert á loftbilið!
- Segulflæði streymir til hægri frá rótor inn á suðurpólinn hægra megin á stator
- Við getum dregið “núllínu” sem aðskilur flæðið inn og út af rótor
- Myndin **neðst** til hliðar sýnir hins vegar sviðið sem myndast vegna straums í akkerisvafningum eingöngu.

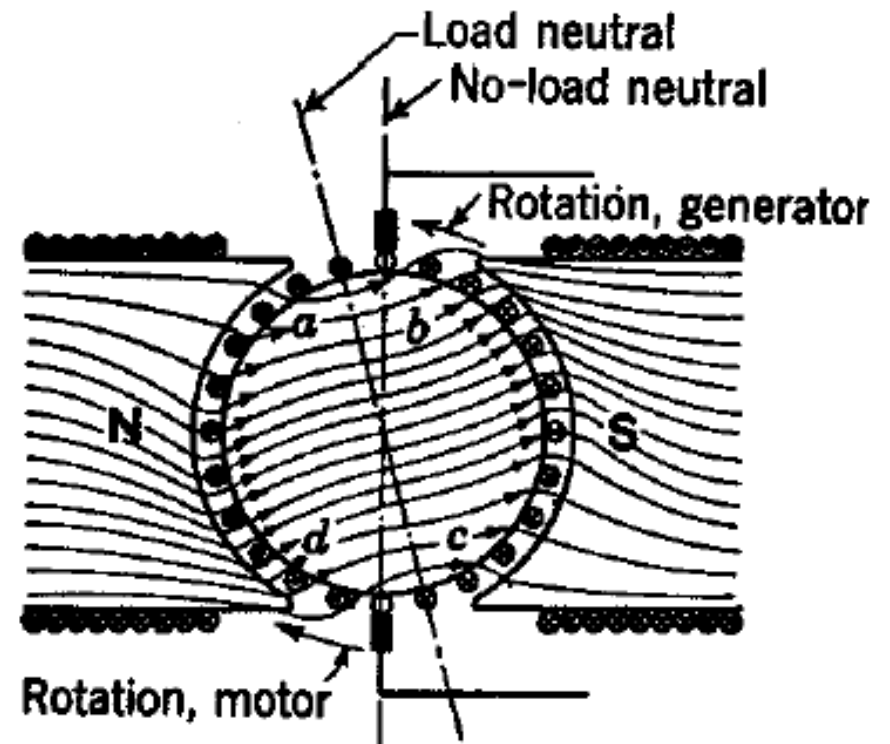




UNIVERSITY OF ICELAND

Akkerisáhrif í jafnstraumsvél (Dæmi 2)

- Myndin sýnir samanlögð áhrif bæði sviðsvafninga og akkerisvafninga og sést að núlllínán sem aðskilur inn- og úttak segulflæðis inn og út hefur snúist til vinstri.
- Burstarnir eru stundum færðir til, til að þeir séu sem næst núlllínunni
- Einnig má sjá þennan snúning á fyrri skygnum



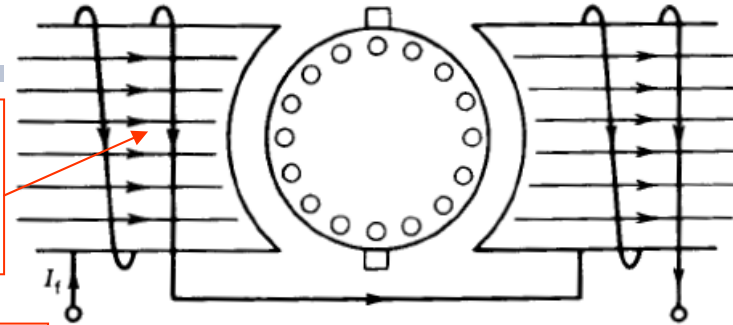


UNIVERSITY OF ICELAND

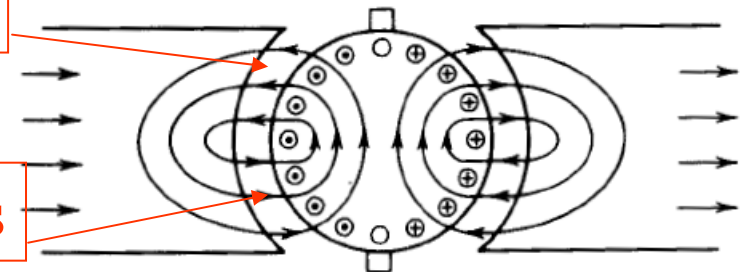
Akkerisáhrif og mettnun

- Við sjáum hvernig sviðið styrkist við neðri hluta pólsins og veikist við hinn hluta hans vegna akkerisáhrifanna
- **Skýrkingin sviðsins, B er minni en veikingin vegna mettnar mv. sömu breytingu í F og því þarf að auka sviðsstrauminn til að halda sömu segulmögnun**

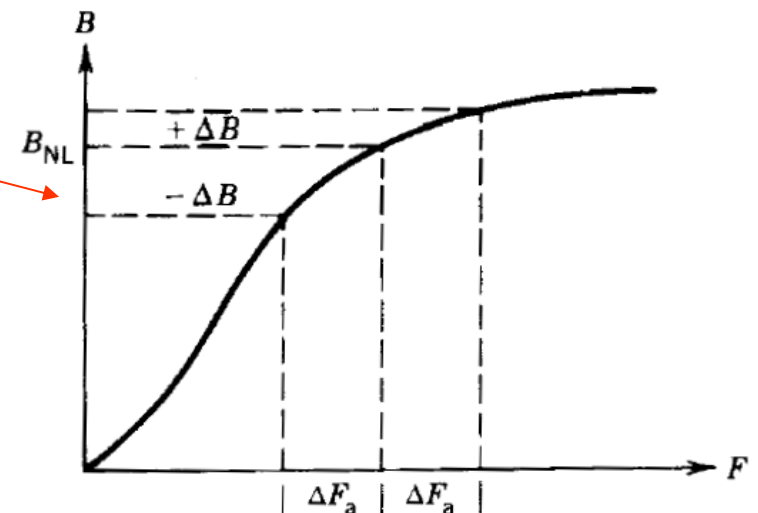
Upprunalegt svið



veiking sviðs



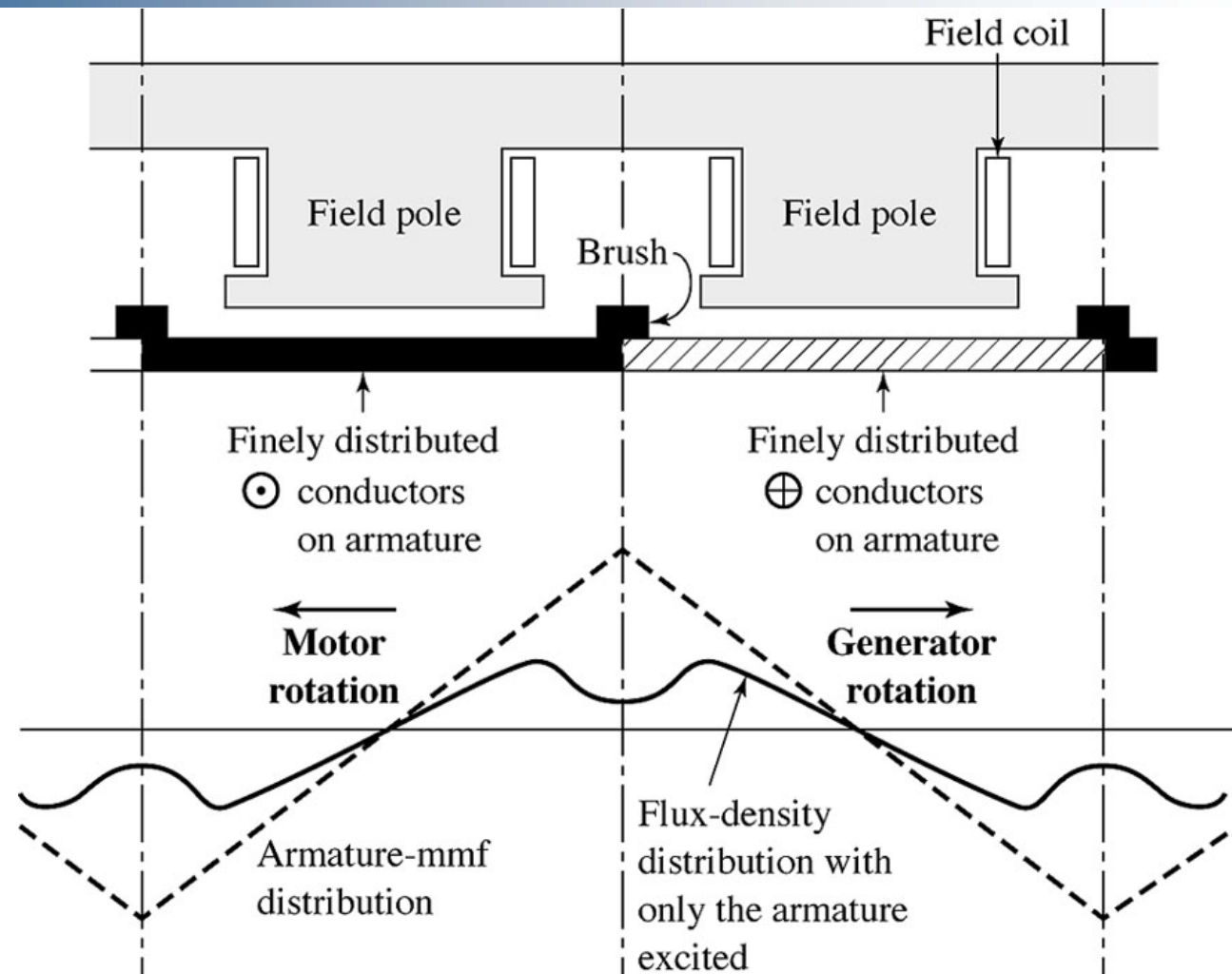
styrking sviðs





Akkerisáhrif í jafnstraumsvél

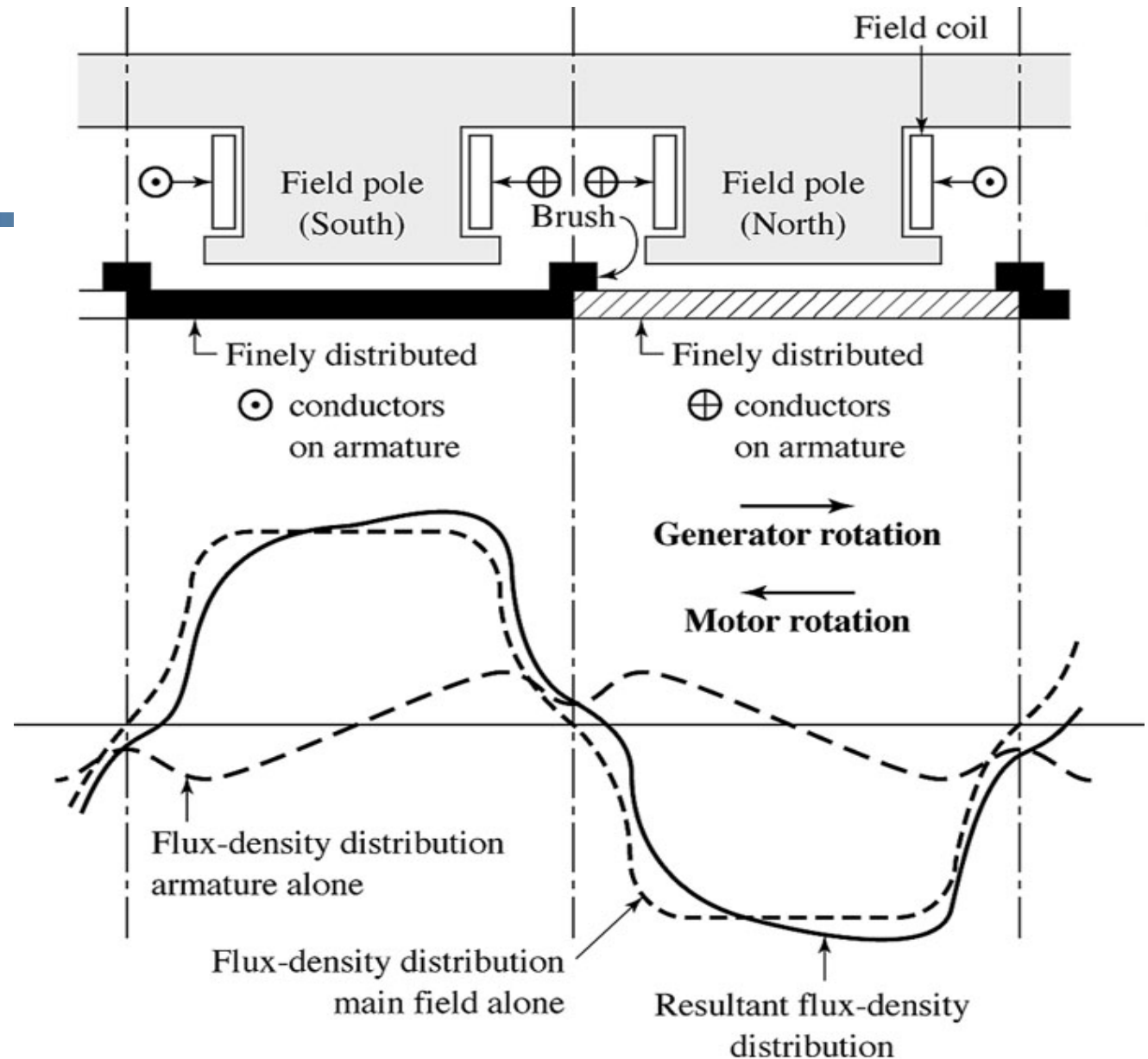
- Við sjáum hér svipaðar myndir úr kennslubók (FKU)
- Armature-mmf and flux-density distribution with brushes on neutral and only the armature excited





UNIVERSITY OF ICELAND

- Armature, main-field, and resultant flux-density distributions with brushes on neutral.
- Mynd 7.11 FKU. Við sjáum í heildregnu línunni að sviðið styrkist við aðra hlið pólsins en veikist við hina!





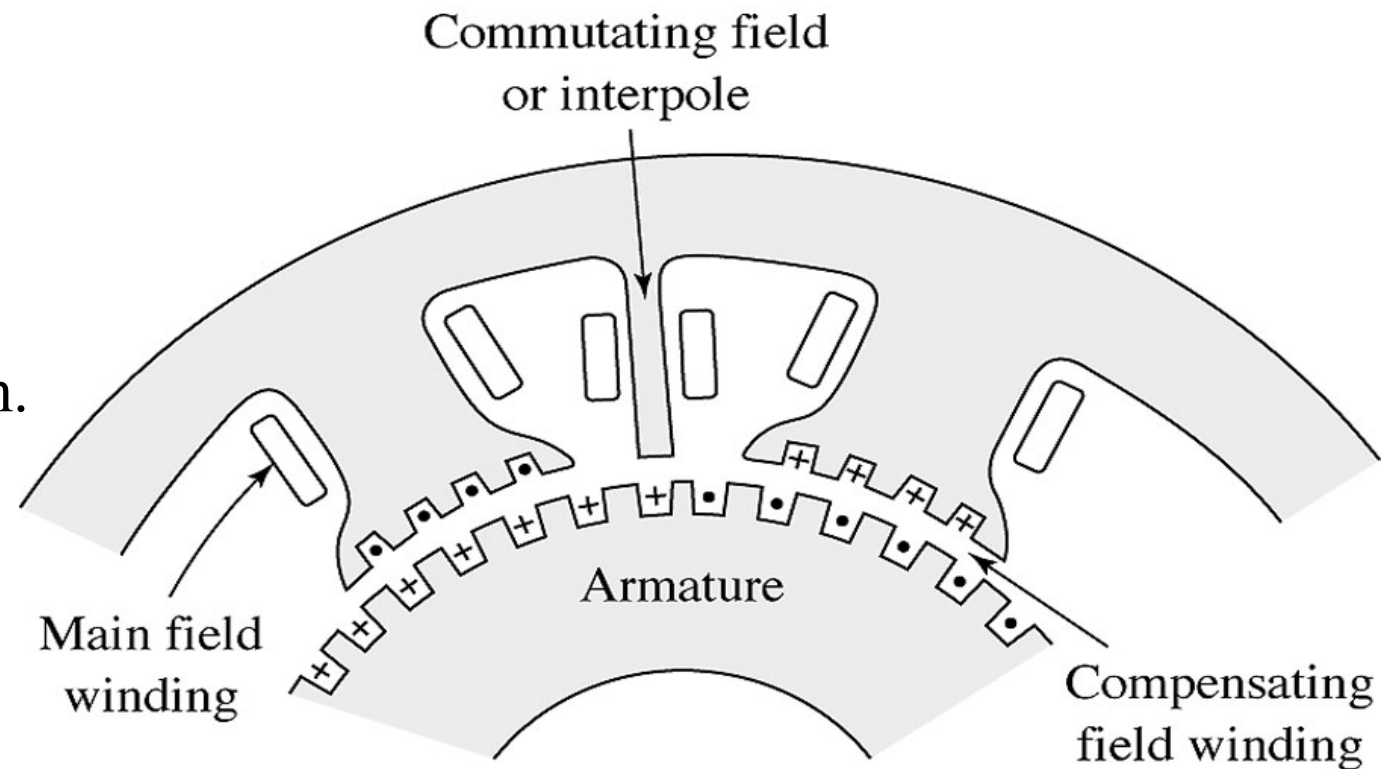
Hjálparvöf og millipólar í jafnstraumsvél

Compensating windings and interpoles
in DC machines



Section of dc machine showing compensating winding. (Mynd 7.22, FKU)

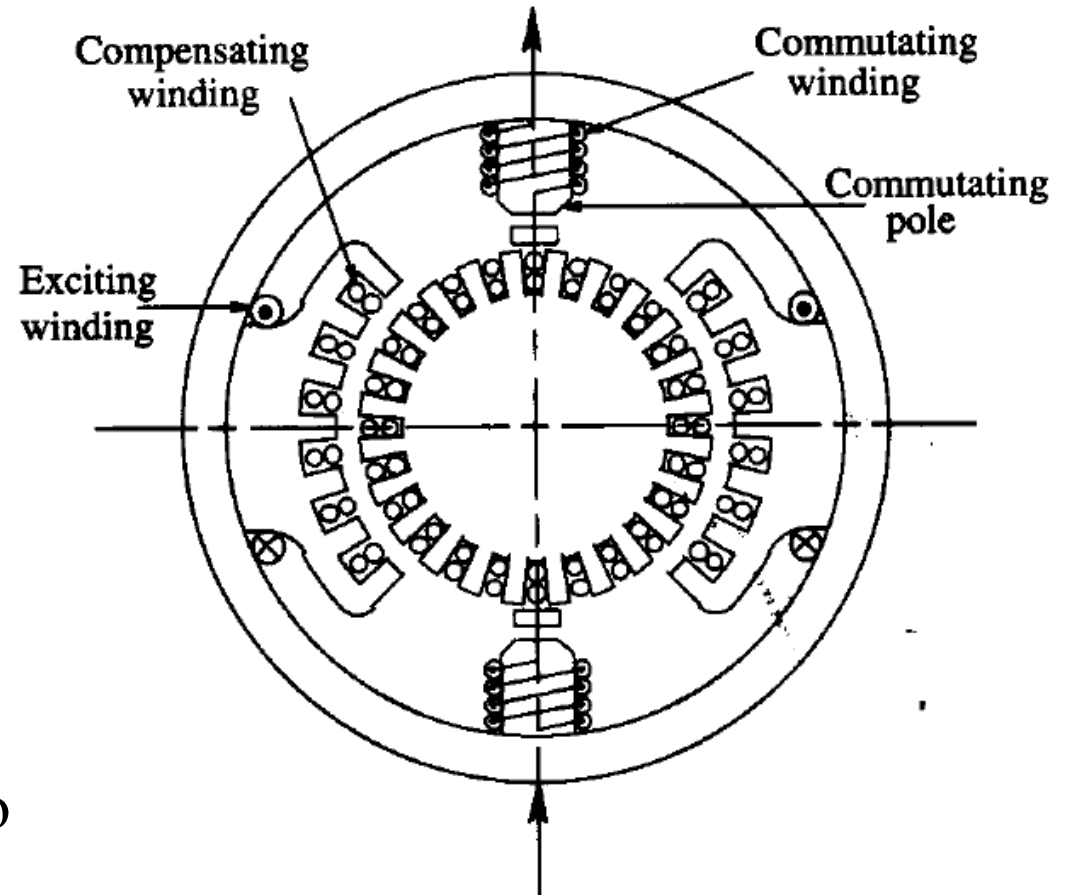
- **Hjálparvöf** (compensating winding) eru á yfirborði pólsins gagnstætt akkerisvafningunum.





Hjálparvöf og millipólar

- **Hjálparvöf** (Compensating winding) eru til að milda akkerisáhrifin og þá metnun og ólínuleg áhrif sem frá þeim stafa
- **Millipólarnir** (Commutating windings) eru til að draga úr akkerisáhrifunum á straumskiptin og neistaflugi og öðrum óæskilegum áhrifum svo sem færslu burstann nálægt pólunum

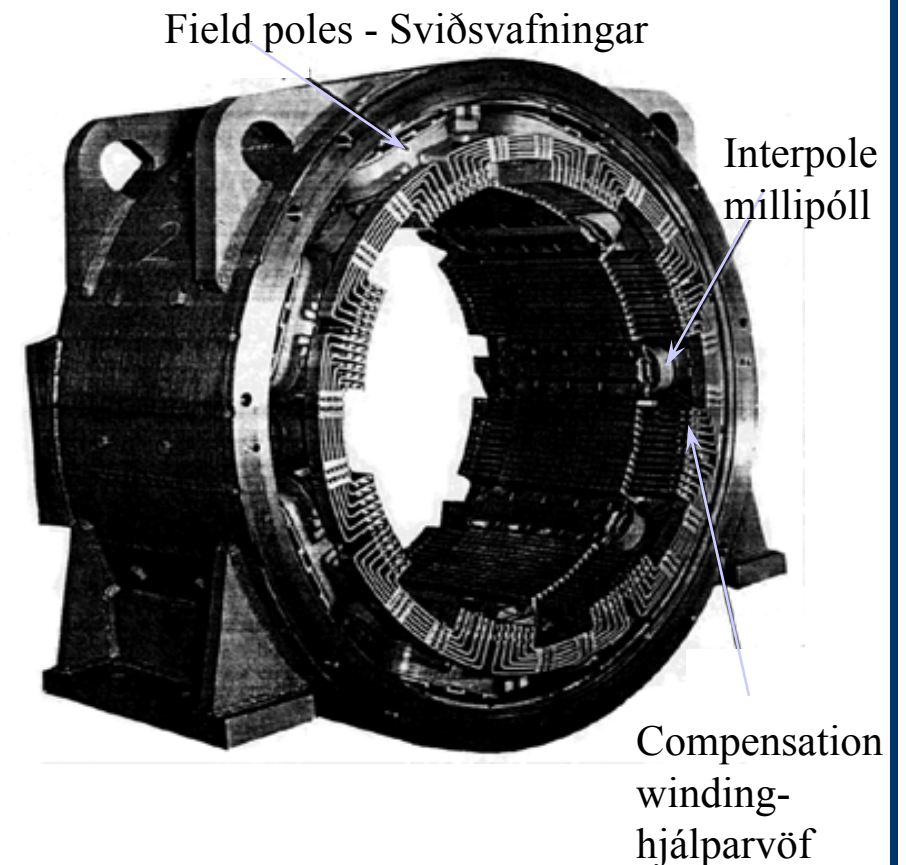




Jafnstraumsvélin

- Uppbygging jafnstraumsvélar
 - Myndin sýnir stator jafnstraumsvélar með nokkrum pólum
 - Ath að s.k. **millipólar** (Interpoles, Commutating windings)) eru milli meginpólanna. Þessir millipólar bæta hegðun straumskiptisins og minnka neistaflug
 - **Hjálparvöf** (Compensating windings) eru settar á meginpólana til að auka sviðið við mikið álag.
 - Járnkjarninn er styrktur með ramma eða grind úr steypujárni.

- Uppbygging stators á jafnstraumsvél





UNIVERSITY OF ICELAND

Hjálparvöf

- Hjálparvöf eru á yfirborði póla

Sviðsvöf

Hjálparvöf



(c)

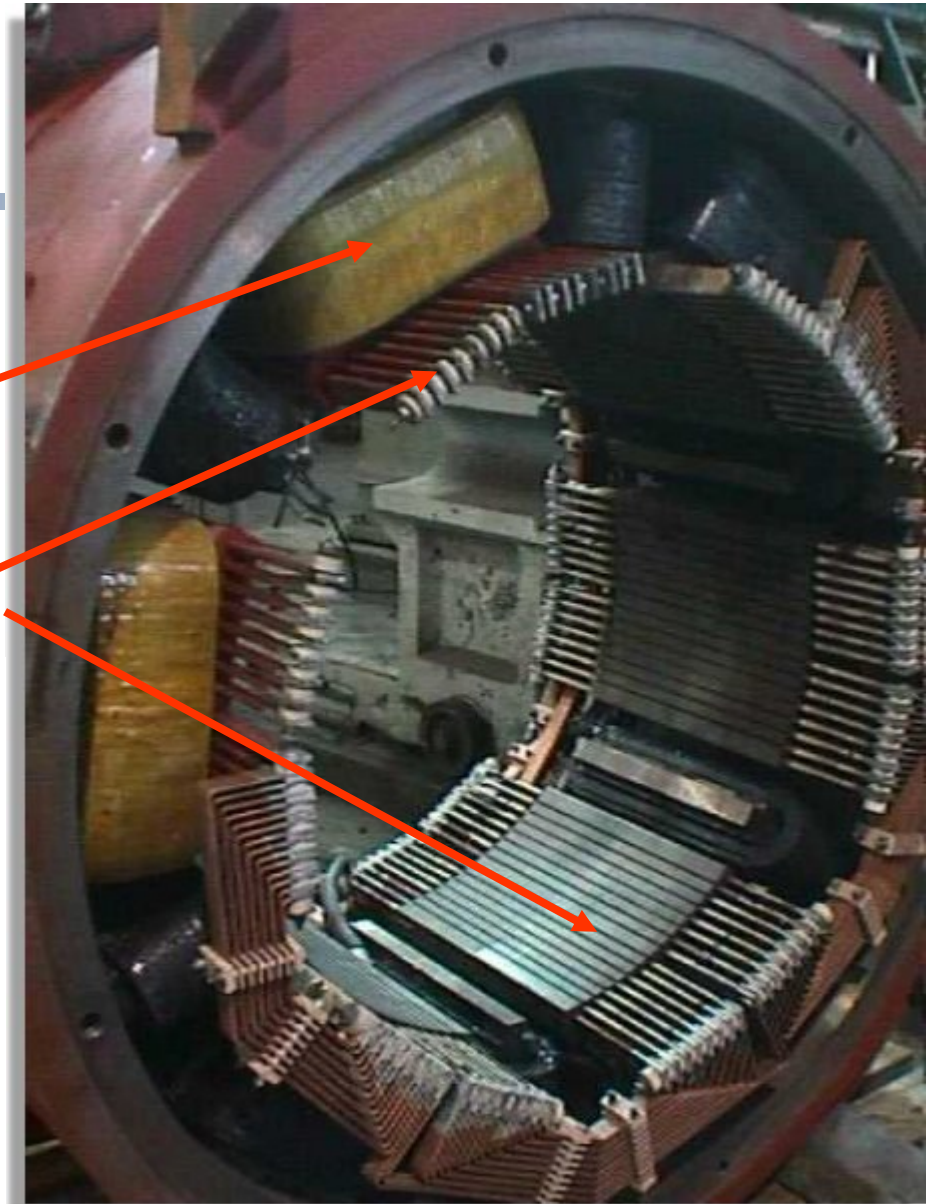


FIGURE 4.33 Compensating winding. (a) Developed diagram. (b) Schematic diagram. (c) Photograph. (Courtesy of General Electric Canada Inc.)

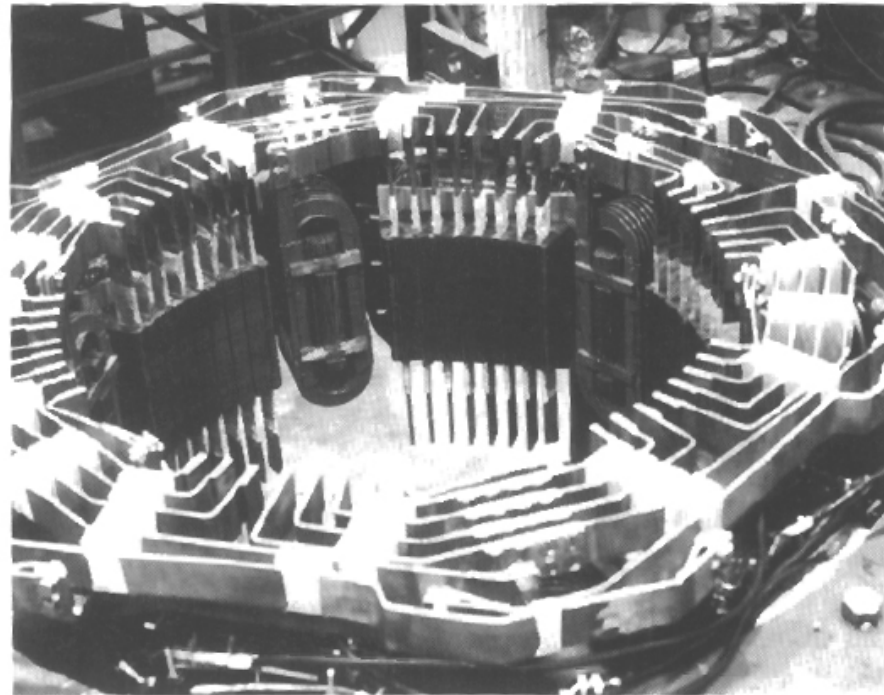
Mynd úr: Principles of Electric Machines and Power Electronics"; höf.: P.C. Sen; 2. útgáfa: John Wiley & Sons 1997.



Mynd af stator með millipólum og hjálparvafningum

- Enn dæmi á mynd um hjálparvöf

Figure 8-19 | The stator of a six-pole DC machine with interpoles and compensating windings. (Courtesy of Westinghouse Electric Company.)

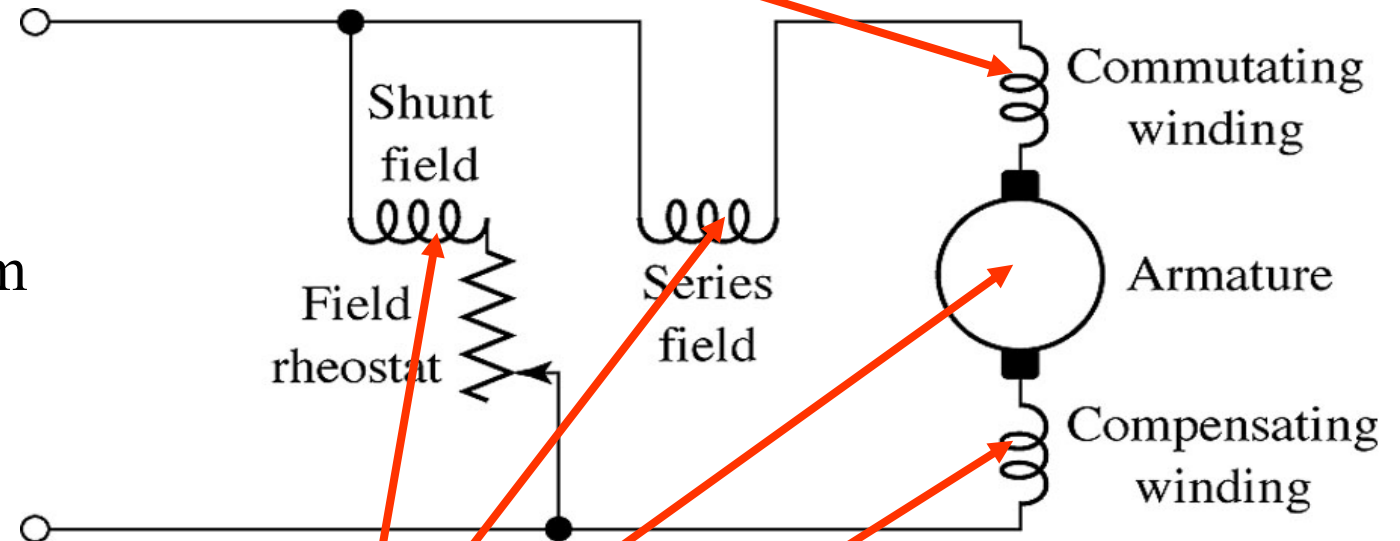




Schematic connection diagram of a dc machine. (Mynd 7.24 FKU)

Vöf á millipól, til að minnka vandamál við straumskipti (commutation)

Við sjáum hér að lokum tengimynd vélarinnar með öllum áður nefndum vafningum



Sviðsvöf

Akkerisvöf

Hjálparvöf

Hjálparvöf



UNIVERSITY OF ICELAND



Jafnstraumsvélar með síseglum

Permanent magnet DC machines
(PMDC)



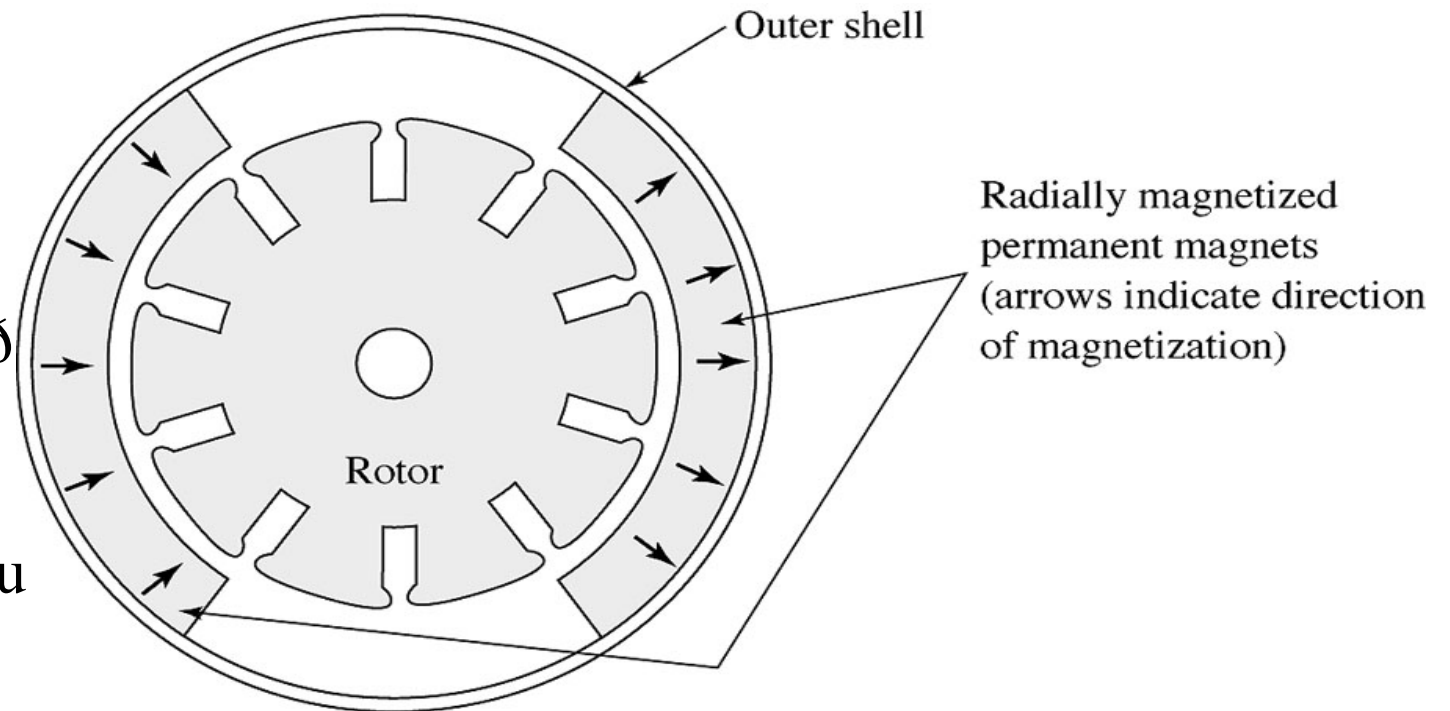
<http://www.maxonmotorusa.com/>



Cross section of a typical permanent-magnet motor. Arrows indicate the direction of magnetization in the permanent magnets.

(Mynd 7.17, FKU)

- Í jafnstraumsvélum með síseglum eru **engir sviðsvafningar á stator** heldur er sviðið búið til með sísegli. Myndin sýnir stefnu sviðsins í loftbilinu og raufar fyrir akkerisvafninga á rótor



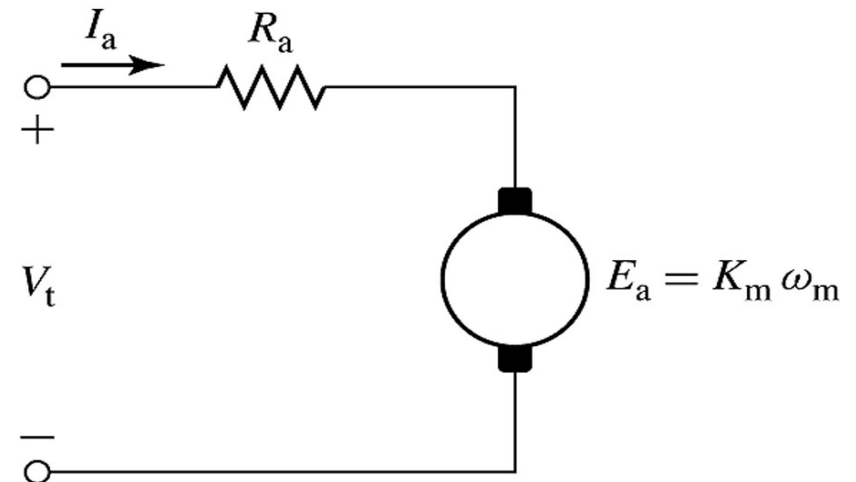


Equivalent circuit of a permanent-magnet dc motor. (Mynd 7.20, FKU)

- Myndin sýnir rásamynd eða jafngildismynd fyrir vél með sísegli í stað sviðsvafninga og eru þeir nú **horfnir úr jafngildismyndinni**
- Sviðið og segulflæðið, Φ er ekki lengur breytilegt og háð straumi í sviðsvafningum **heldur er fasti**. Því breytast vinnujöfnur vélarinnar:

$$E_a = K_a \Phi \omega = K_m \omega$$

$$T = K_a \Phi I_a = K_m I_a$$





UNIVERSITY OF ICELAND

PMDC motor

- Myndin sýnir nokkrar jafnstraumsvélar með síseglum. (Engir sviðsvafningar á stator).



- Mynd úr bókinni: William H. Yeadon, P.E. and Alan W. Yeadon, P.E. (Eds); "HANDBOOK OF SMALL ELECTRIC MOTORS", McGraw-Hill, 2001



Jafnstraumsvél með sísegli

- Statorinn er yfirleitt ekki með útstandandi pólum eins og í “venjulegum” jafnstraumsvélum.

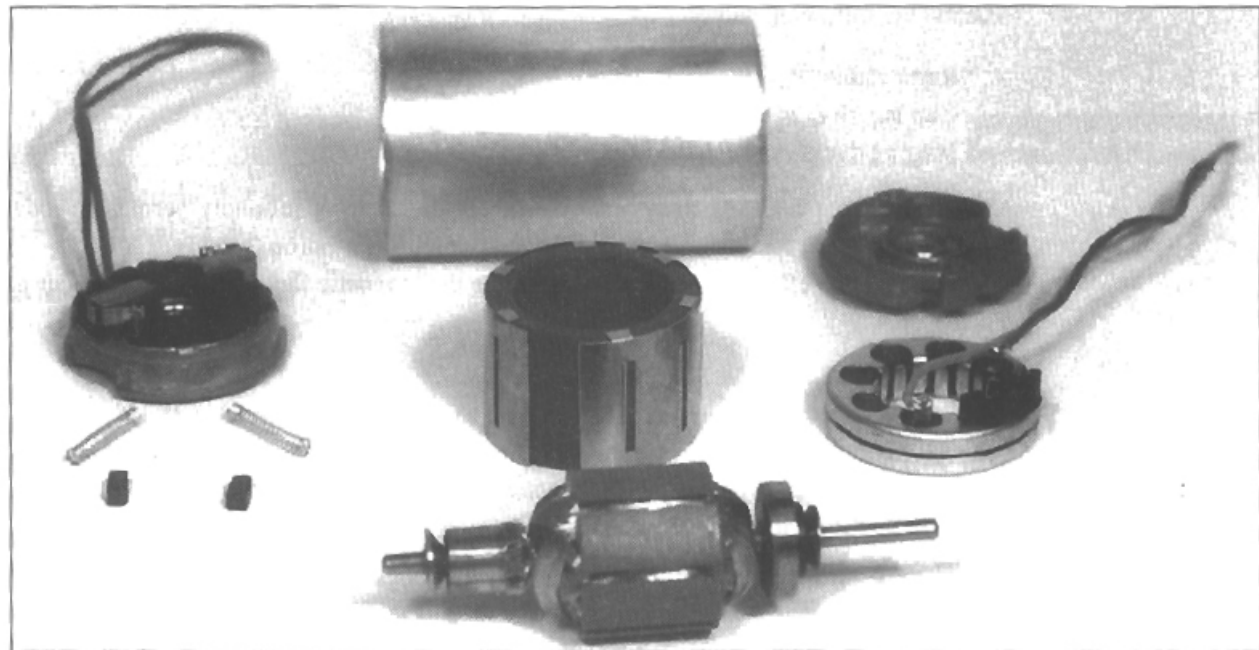


Figure 7.16 Disassembled permanent-magnet dc motor. A permanent-magnet ac tachometer is also included in the same housing for speed control. (*Buehler Products Inc.*)



Jafnstraumsvélar með sísegglum

- Á ensku: “Permanent Magnet DC Motor (PMDC)”
- Mjög vinsæl í þeim tilfellum þar sem þörf er á lágu snúningsvægi og góðri nýtni á því rými sem vélin tekur
- Segulsviðið er myndað á stator með notkun sísegla er mynda segulskaut með viðeigandi staðsetningu í vélinni og úr sérstöku járnsegulmögnuðu efni
- Engin þörf fyrir sviðsvafninga
- Vægisstuðull (Torque constant) K_{PM} er m.a. háður stærð og lögun mótorsins.



Jafnstraumsvélar með síseglum

Kostir:

- Minni og léttari vél en þegar sviðsvafningar eru notaðir
- Hátt vægi við gangsetningu vegna minni akkerisáhrifa
- Betri nýtni þar sem engin orkutöp eru í sviðsvafningum
- Samband vægis og hraðar (torque-speed) er u.þ.b. línulegt og þar með er auðvaldara að stýra vélinni

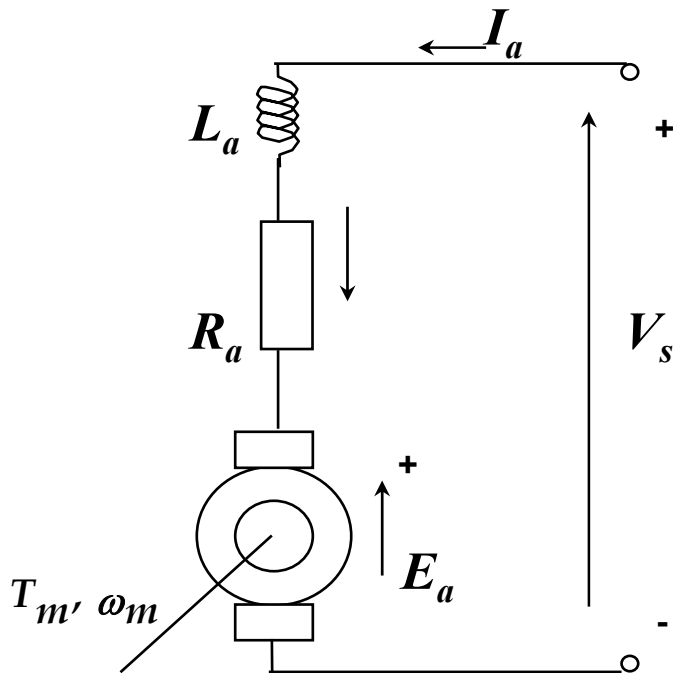
Gallar:

- Vélin getur afsegulmagnast!
- Afköst breytast á milli einstakra véla



Jafnstraumsvélar með sísegnum

- Rásalíkan í stöðugu ástandi



- Fyrir rásina gildir út frá straumlögmáli Kirchoffs:

$$V_s = E_a + R_a I_a$$

$$E_a = K_{aPM} \omega \quad T = K_{TPM} I_a$$

$$V_s = K_{aPM} \omega + R_a I_a$$

$$V_s = K_{aPM} \omega + R_a \frac{T}{K_{TPM}}$$

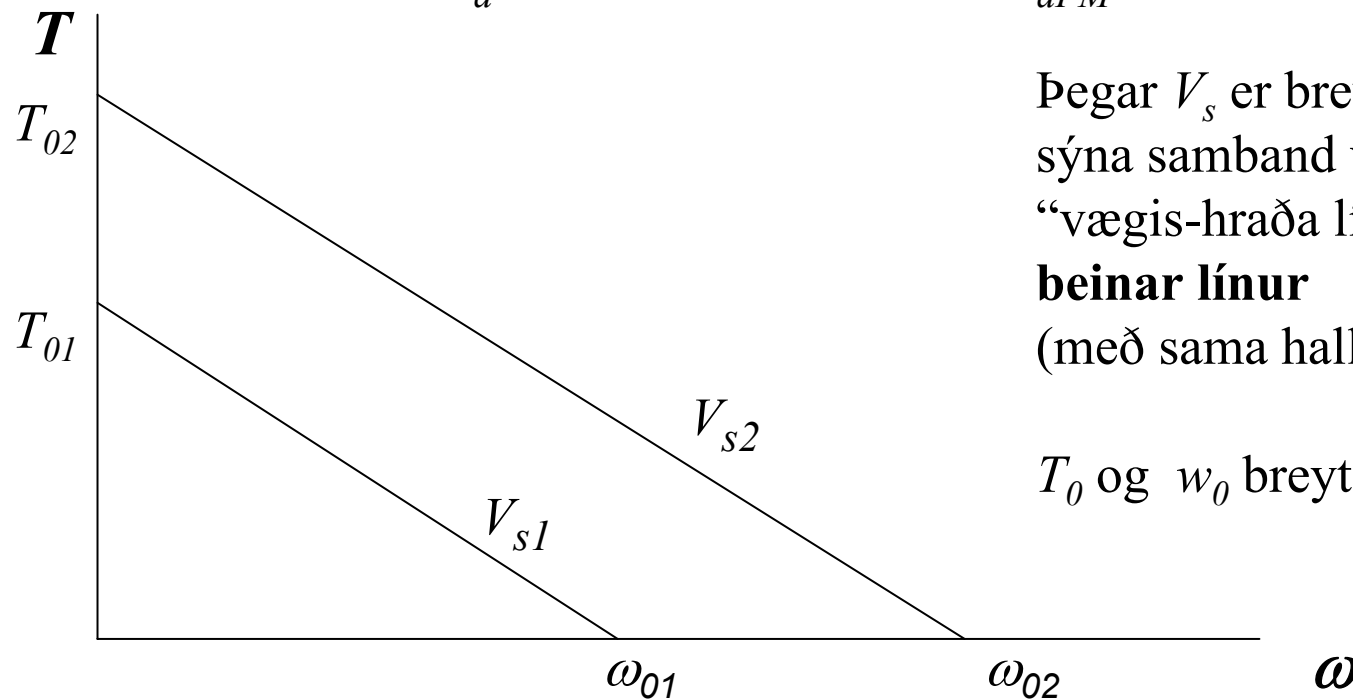
$$\omega = \frac{V_s}{K_{aPM}} - \frac{R_a}{K_{aPM} K_{TPM}} T$$



Jafnstraumsvélar með síseglum

- Vægi í kyrrstöðu, T_0 , og hraði án vægis, ω_0 eru:

$$T_0 = \frac{V_s}{R_a} K_{TPM} ; \quad \omega_0 = \frac{V_s}{K_{aPM}}$$



Þegar V_s er breytilegt, eru línur sem sýna samband vægis og hraða (þ.e. “vægis-hraða línurnar”) **samsíða beinar línur** (með sama halla)

T_0 og ω_0 breytast í samræmi við það



UNIVERSITY OF ICELAND

Printed Circuit Board (PCB) Motors

- PCB mótör er dæmi um PMDC mótör.
- Rótor (akkeri) er gerður úr einangrandi plötu þar sem koparleiðarar eru prentaðir á hringlaga plötuna
- Burstar eru á innri hlið rótorsins nálægt öxli
- Sitt hvoru megin við prentplötuna (rótor) eru nokkri sísegjar sem mynda tiltekinn fjölda póla.
- Segulflæðið og sviðið er í sömu stefnu og öxull en straumstefnan á rótor er frá öxli og út.
- Tregðuvægi rótors er lágt og hraði getur aukist hratt (0-4000 rpm á 10 ms) og afl er brot úr hestafli (“Fractional horsepower motor”)
- Notkun t.d í róbotum, lesurum o.sv.frv

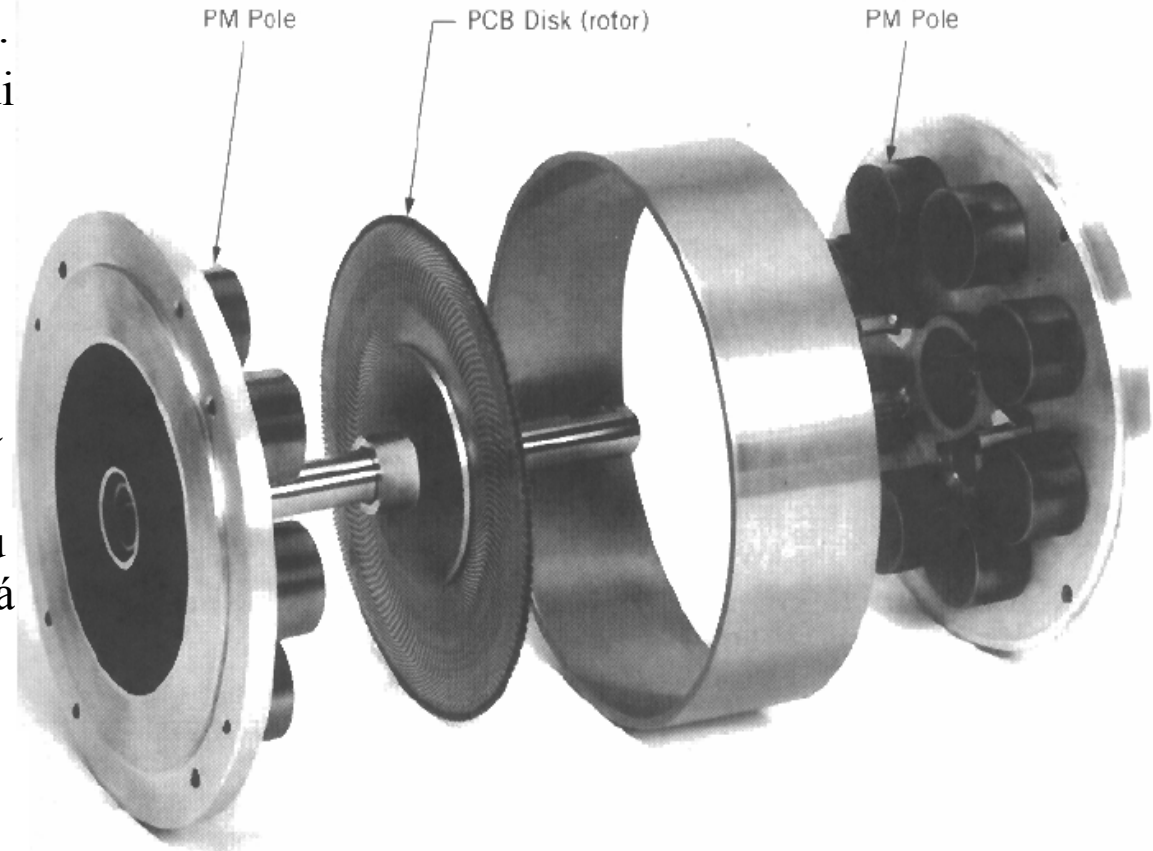


FIGURE 4.66 PCB motor assembly. (Courtesy of PMI Motion Technologies.)



Nýtni í jafnstraumsvél

DC machine efficiency



Nýtni í jafnstraumsvél

- Nýtni, η , tiltekinnar einingar eða tiltekins tæknikerfis er ávallt skilgreind þannig:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\%$$

- P_{in} er **aflinntak** kerfisins
- P_{out} er **aflúttak** kerfisins

- Nýtnina má einnig skilgreina:

$$\eta = \frac{P_{in} - P_{loss}}{P_{in}} \times 100\%$$



Nýtni í jafnstraumsvél

- Töp, P_{loss} í jafnstraumsvél eru aðallega eftirfarandi:
 - Kopartöp (eða I^2R töp), P_{cu}
 - Burstatöp, P_{br}
 - Kjarnatöp, P_{core}
 - Vélfræðileg töp (eða núningstöp), P_{mek}
 - Ýmis töp (Stray losses), P_{stray}
- Þ.e.....

$$P_{loss} = P_{cu} + P_{br} + P_{core} + P_{mek} + P_{stray}$$



Kopartöp (eða I²R töp)

- Kopartöp eru bæði í sviðsvafningum og akkerisvafningum
 - P_A eru töp í akkeri
 - P_F eru töp í sviðsvafningum
 - I_A er straumur í akkeri
 - I_F er straumur í sviðsvafningum
 - R_A er viðnám í akkeri
 - R_F er viðnám í sviðsvafningum

$$P_A = I_A^2 R_A$$

$$P_F = I_F^2 R_F$$

$$P_{cu} = P_F + P_A$$



Burstatöp (Brush losses)

- Burstatöp felast í því afli sem tapast vegna spennufalls milli bursta og straumskinna vegna akkerisstraumsins
 - P_{br} eru burstatöp
 - I_A er straumur í akker
 - V_{br} er spennufall milli bursta og straumskiptaskinnu

$$P_{br} = V_{br} I_A$$



Kjarnatöp (Core losses)

- Kjarnatöp felast í
 - Hvirfilstraumatöpum
 - Segulheldnitöpum (Hysteresis losses)



Vélfraeðilegtöp (Núningstöp)

- Vélfraeðilegtöp felast í tvennu
 - Núningstöpum (Friction losses)
 - Loftmótstöðutöp (windage losses)



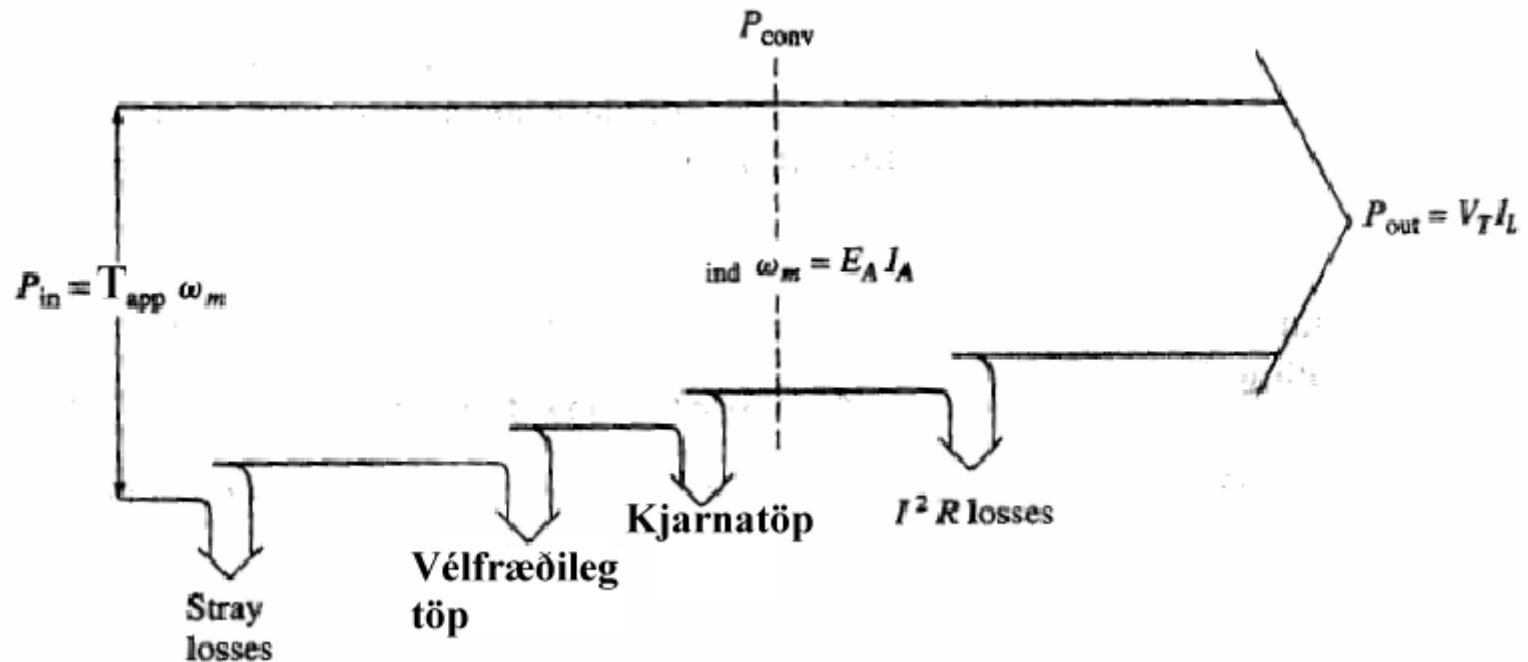
Ýmis töp (Stray losses)

- Ýmis töp felast í því sem ekki er unnt að mæla þegar ofangreindir þættir hafa verið metnir og mældir eins vel og unnt er



Nýtni í jafnstraumsvél sem rafali

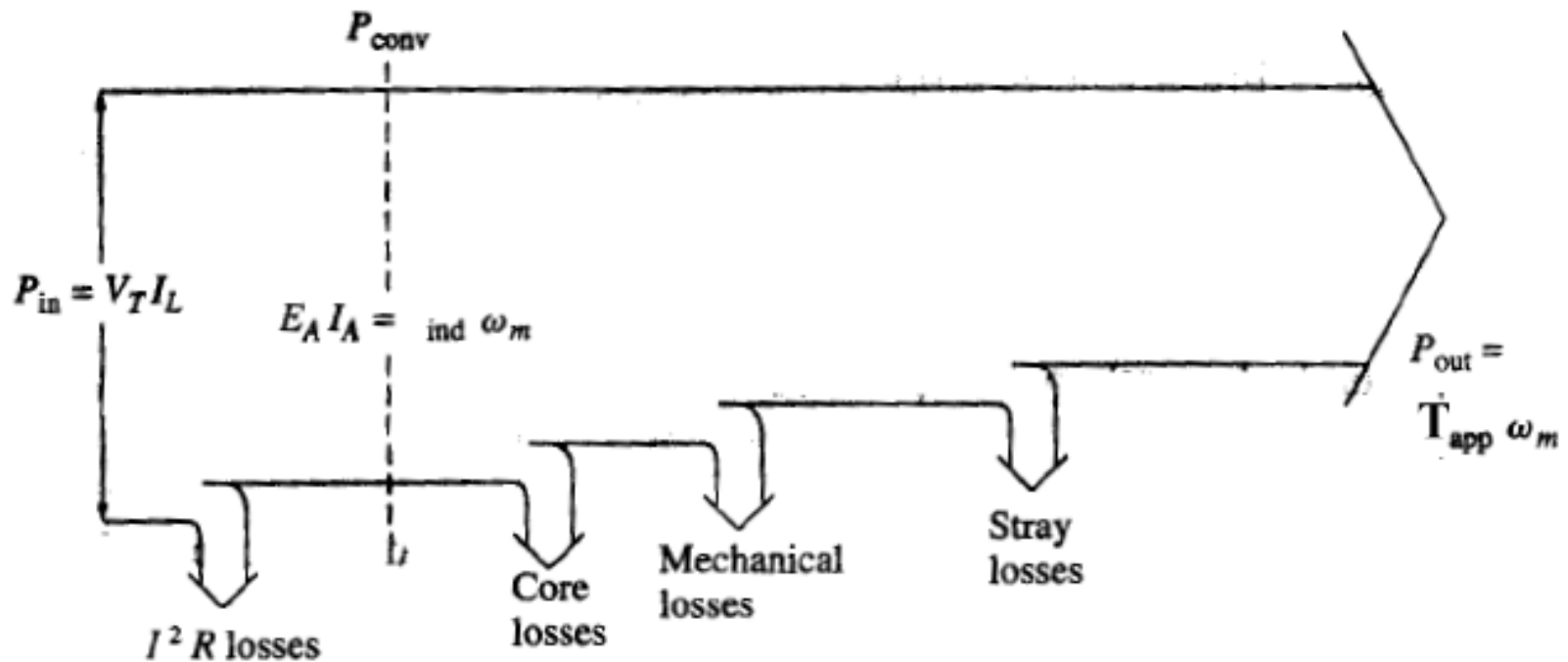
- Nýtni í jafnstraumsvélinni sem **rafala**





Nýtni í jafnstraumsvél sem mótör

- Nýtni í jafnstraumsvélinni sem **mótör**





Frekara ítarefni fyrir utan kennslubók

- **J.J Cathey:** “*Electric Machines, Analysis and Design Applying Matlab*”, McGraw-Hill, 2001
- **T. Wildi:** “*Electrical Machines, Drives and Power Systems*”, Prentice Hall, 2002
- “*Principles of Electric Machines and Power Electronics*”; höf.: P.C. Sen; 2. útgáfa: John Wiley & Sons, 1997.
- “*Electric Machines, Steady State Theory and Dynamic Performance*”, Höf.: M. S. Sarma, West Publishing Co., 1994
- “*Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*”, 2nd Edition, Höf.: Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff, Wiley/IEEE Press 2002.
- **Heimasíða frá University of Minnesota:**
<http://www.ece.umn.edu/users/riaz/>
- **S.J.Chapman:** “*Electric Machinery Fundamentals*” 4th ed., McGraw-Hill, 2005
- **N. Mohan:** “*Electric Drives, an Integrated Approach*”, MNPERE, Minneapolis, USA, 2003



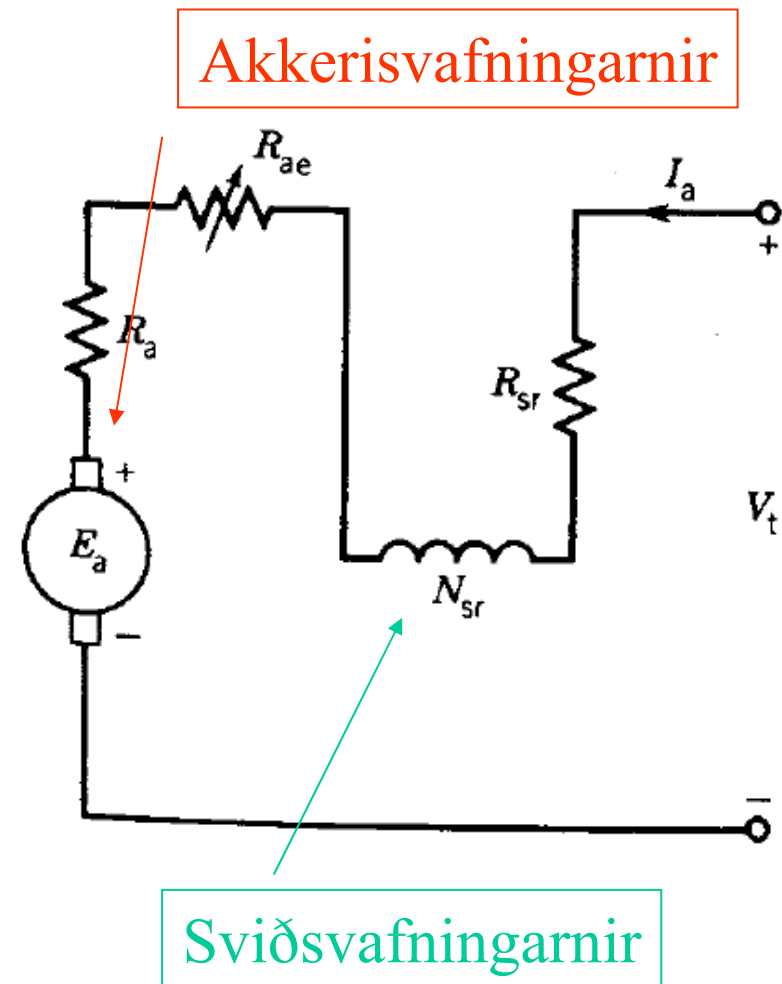
Seríumótor

Series Universal Motor (SUM)



Seríumótör (1)

- **Seríumótör** er heiti á jafnstraumsvél þar sem sviðsvafningarnir eru tengdir í seríu við akkerisvafningana og sami straumur, I_a fer því um báða vafninga
- Hann er nefndur “**alhliða seríumótör**” (Series Universal Motor, SUM) þar sem unnt er að nota hann bæði við jafn- og riðstraum, eins og rakið verður.

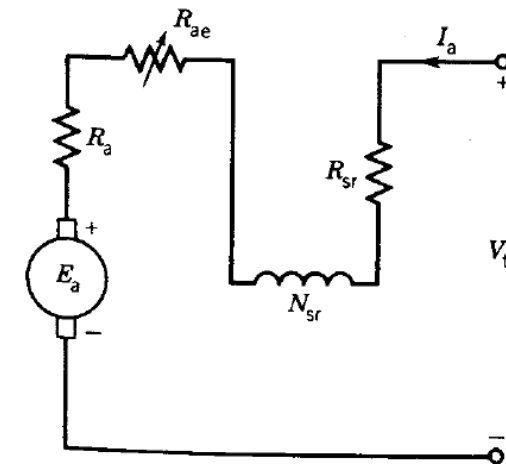
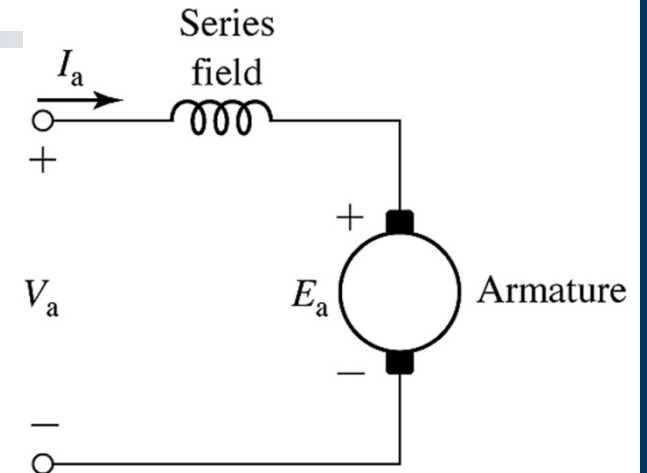




UNIVERSITY OF ICELAND

Seríumótor (2)

- Fyrir venjulega jafnstraumsvél gildir jafnan, þar sem ω_m er vélrænn snúningshraði:
- **Í seríumótor** er segulmögnun, Φ í hlutfalli við akkerisstrauminn, I_a :
- Þá fæst um fastann K_m :
- ...svo og um akkerisspennunar E_a :

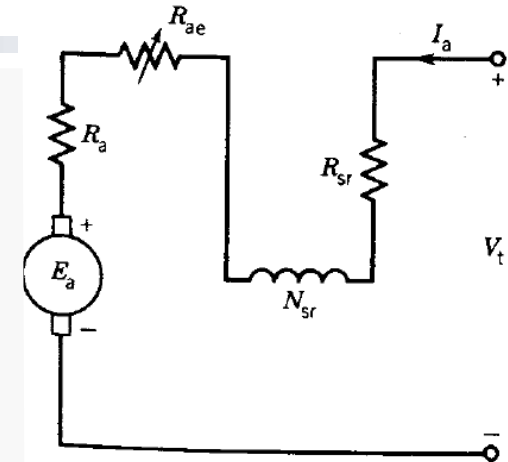




UNIVERSITY OF ICELAND

Seríumótor (3)

- Nú gildir um vægið í jafnstraumsvél ...
- ...og við sjáum að vægið, T er alltaf jákvætt þótt straumurinn, I_a skipti um formerki. Hér er I_a hins vegar **jafnstraumur**
- Samband akkersstraums, I_a og vægis, T verður þá:
- Við skrifum nú upp jöfnu fyrir vélina, þ.e. rásina til hægri
- Með því að sameina ofangreindar jöfnur fæst **samband snúningshraða og vægis**





Seríumótör (4)

- Ef þessi seríumótör er nú segulmagnaður með riðstraumi, $i_a(t)$ sem breytist með tíma, t , verður akkerisspennan, $e_a(t)$ tímafall og einnig vægið, $T(t)$ samkvæmt jöfnum á fyrri skyggnu, þar sem segulflæðið, $\Phi(t)$ er tímafall.
- Gerum nú ráð fyrir að vélin sé segulmögnuð með cosínus löguðum riðstraumi, þar sem I_{dm} er **sveifluhæðin** og $I_{a(AC)}$ er **RMS gildi** riðstraumsins.
- Þá fæst einnig segulflæði, $\Phi(t)$ sem er í hlutfalli við strauminn, $i_a(t)$, þar sem Φ_{dm} er **sveifluhæð segulflæðisins** og Φ_d er **RMS gildi** þess. Við sameinum nú þessar jöfnur:

$$e_a(t) = K_a \Phi(t) \omega_m$$

$$T(t) = K_a \Phi(t) i_a(t) = K_{sr} i_a^2(t)$$

$$i_a(t) = I_{dm} \cos \omega t$$

$$I_{a(AC)} = \frac{I_{dm}}{\sqrt{2}}$$

$$\Phi(t) = \Phi_{dm} \cos \omega t$$

$$\Phi_d = \frac{\Phi_{dm}}{\sqrt{2}}$$



Seríumótor (5)

- Þá fæst riðspenna , $e_a(t)$ samkvæmt eftirfarandi jöfnu með RMS gildi

$$e_a(t) = K_a \Phi_{dm} \omega_m \cos \omega t$$

$$E_{a(AC)} = K_a \frac{\Phi_{dm}}{\sqrt{2}} \omega_m = K_a \Phi_d \omega_m$$

$$T(t) = K_a \Phi(t) i_a(t) = K_a \Phi_{dm} I_{dm} \cos^2 \omega t$$

- Augnabliksvægið verður þá

$$T(t) = \frac{K_a \Phi_{dm} I_{dm}}{2} (1 + \cos 2\omega t)$$

- Meðalvægið við riðstraum verður þá

$$T_{\text{meðal}(AC)} = \frac{K_a \Phi_{dm} I_{dm}}{2} = K_a \Phi_d I_{a(AC)}$$

- ..þar sem

$$I_{a(AC)} = \frac{I_{dm}}{\sqrt{2}} \quad \text{og} \quad \Phi_d = \frac{\Phi_{dm}}{\sqrt{2}}$$



Seríumótor (6)

- Þessi vél er stundum kölluð “**series universal motor**” (SUM) þar sem hún er alhliða, þ.e. vinnur bæði á riðstraumi og jafnstraumi sbr. jöfnuna:

$$T = K_a \Phi I_a = K_{sr} I_a^2$$

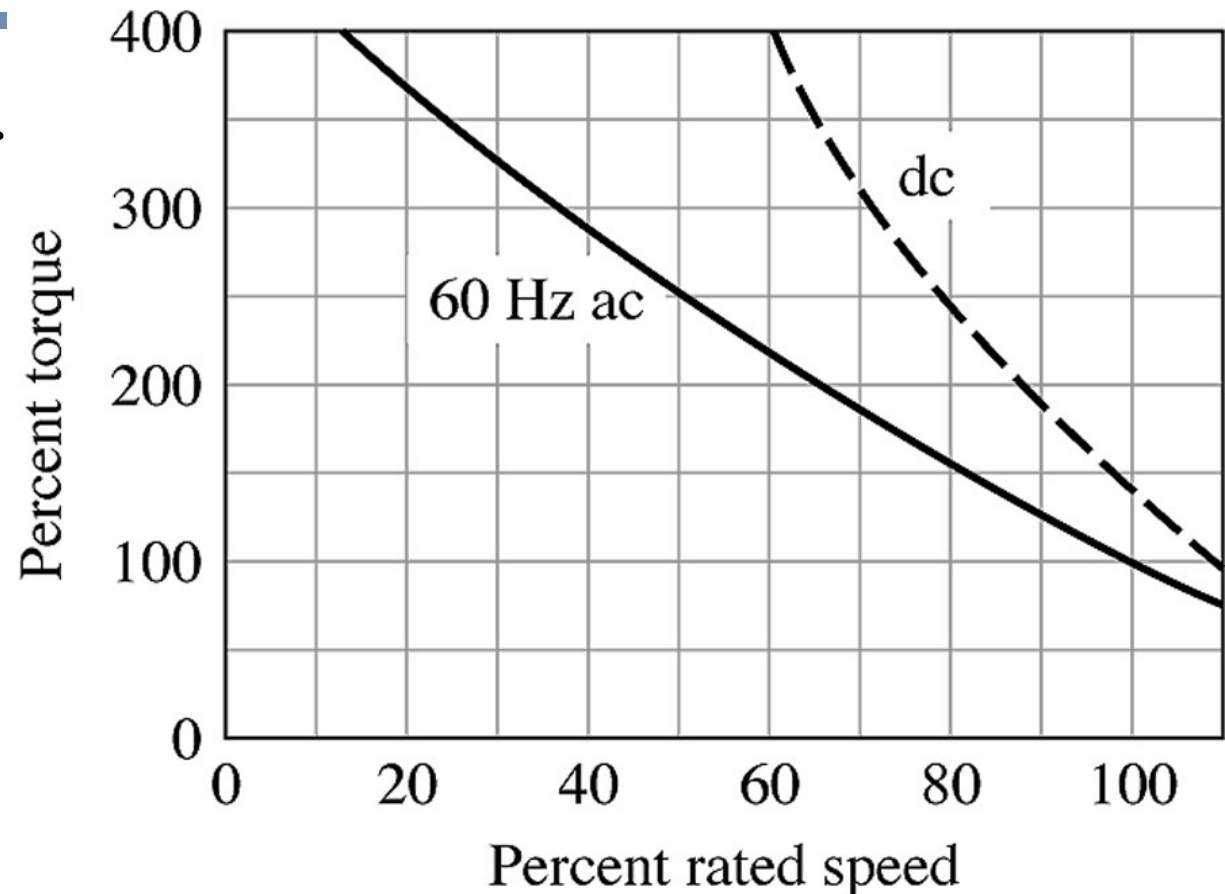
- Við fáum jákvætt vægi bæði fyrir jafnstraum og riðstraum og sömu stærðir fyrir straum og flúx
- Vélin (SUM) er algeng og oft notuð í rafeindatækni til stýringa



UNIVERSITY OF ICELAND

Seríumótör (7)

- Myndin til hliðar (úr kennslubók, FKU) sýnir þetta samband snúningshraða og vægis bæði ef settur er jafnstraumur og einnig ef settur er riðstraumur inn á akkerisrás vélarinnar





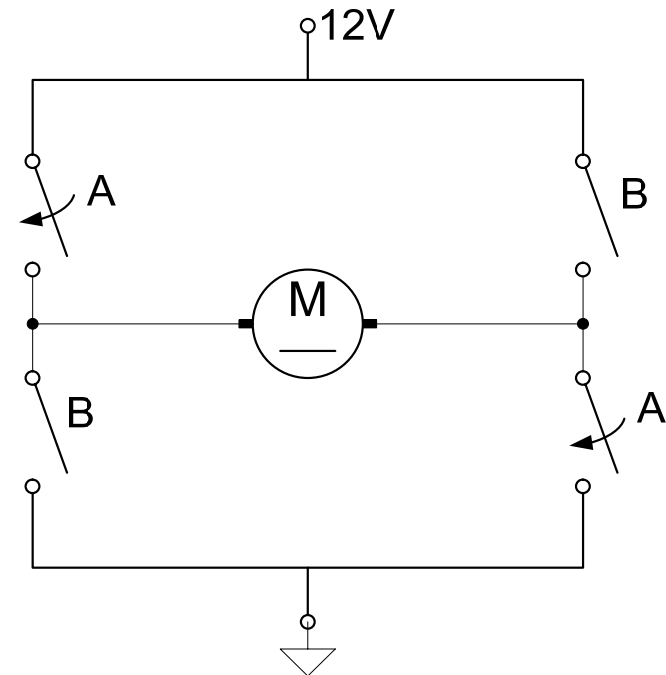
Hraðastýring jafnstraumsvéla

(DC machine speed control)



DC motor control – H-bridge

- Switches control direction
 - “A” switches closed for clockwise
 - “B” switches for counter-clockwise
- PWM for speed control
 - “A’s” duty cycle for clockwise speed
 - “B’s” duty cycle for counter-clockwise speed
- Can be configured to brake
 - Bottom “B” and “A” to brake





Hraðastýring jafnstraumsvéla

- Í fyrirlestri 22 var leidd út jafnan hér til hliðar um samband snúningshraða og vægis. Á jöfnunni sést að það eru í meginatriðum 3 leiðir til að stýra hraða jafnstraumsvélar:
 - Stýring með **akkerisspennu** V_t . (Við sjáum að hraðinn eykst þegar spennan V_t eykst)
 - Stýring með **sviði** (frá sviðsvafningum), Φ . Við sjáum að hraðinn minnkar þegar sviðsstyrkur og segulflæði, Φ eykst)
 - Stýring með **akkerisviðnámi**, R_a

$$\omega = \frac{V_t}{K_a \Phi} - \frac{T_e R_a}{(K_a \Phi)^2}$$

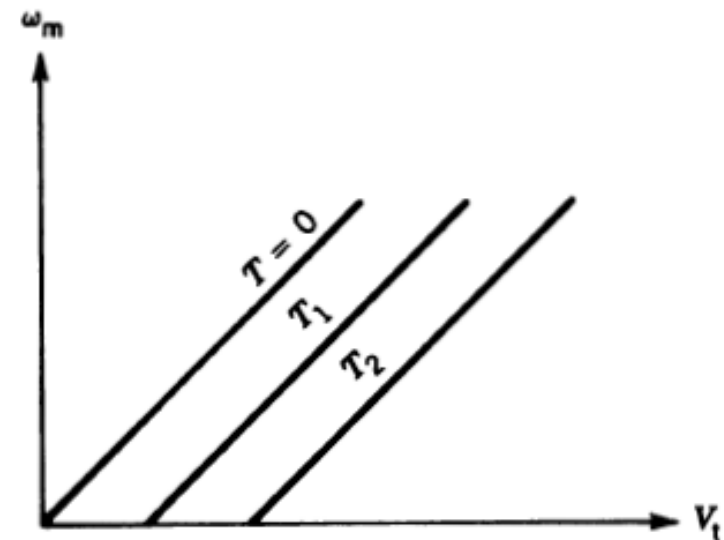


Stýring með akkerisspennu

- Við getum umskrifað þessa jöfnu þar sem fastarnir K_1 og K_2 eru skilgreindir:
- Með föstu álagsvægi (t.d. Álag lyftu eða krana) breytist hraðinn, ω_m línulega með spennu, V_t , samanber meðfylgjandi línurit þar sem hraðinn vex með vaxandi V_t .
Við fáum beinar línur fyrir mismunandi gildi á T_e

$$\omega = K_1 V_t - K_2 T_e$$

$$K_1 = \frac{1}{K_a \Phi} \quad K_2 = \frac{R_a}{(K_a \Phi)^2}$$



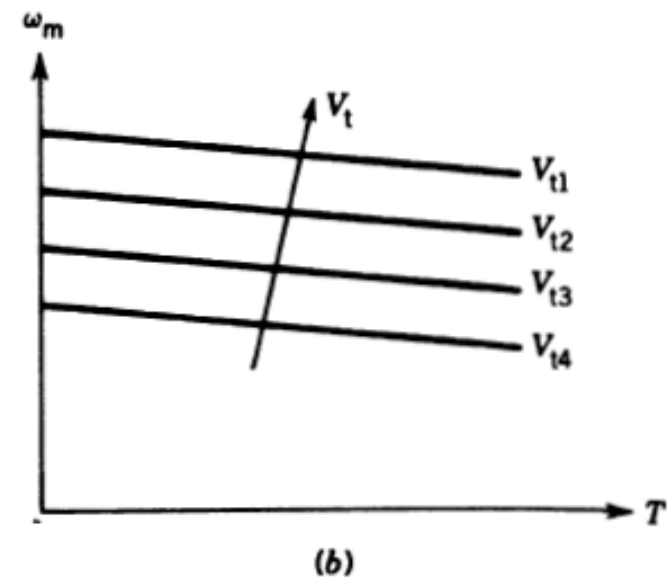
(a)



Stýring með akkerisspennu (2)

- Ef spennunni er haldið fastri breytist hraðinn ω_m línulega og minnkar með vaxandi vægi T_e . Við getum bætt við fastri hraðaaukningu með breytilegu V_t samkvæmt myndinni til hliðar. **Við fáum beinar línur fyrir mismunandi gildi á V_t**

$$\omega = K_1 V_t - K_2 T_e$$





Stýring með akkerisspennu (3)

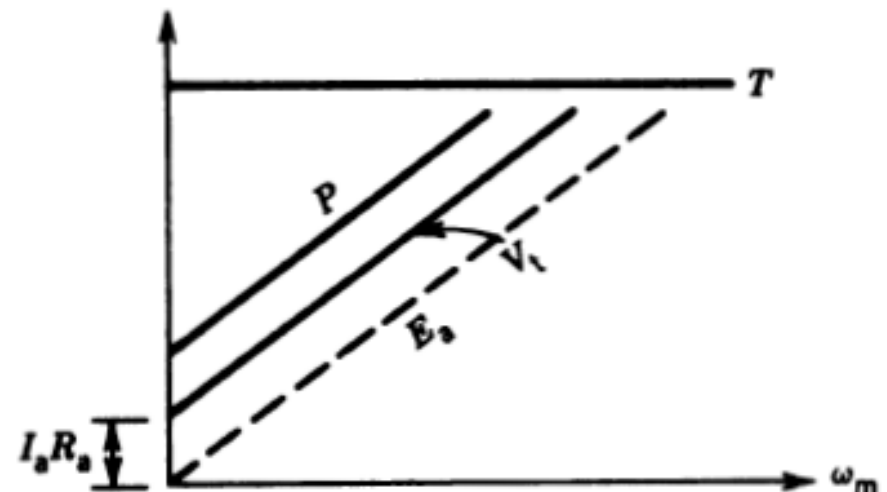
- Nú er samband V_t og I_a : \longrightarrow
- Ef spennunni V_t er breytt, til að breyta hraðanum, er einnig möguleiki að halda straumnum, I_a föstum (þetta þarfnast sértakrar lokaðrar stýrirásar). Þá breytist akkerisspennan, E_a í hlutfalli við V_t (mismunur $I_a R_a$ sbr mynd) og einnig í hlutfalli við hraðann ω . Aflið, $P = V_t I_a$ breytist eins og V_t
- Við fáum línuritið til hliðar:
- Þar sem I_a er fasti er T einnig fasti, sbr.:

$$T = K_a \Phi I_a$$

$$E_a = V_t - I_a R_a$$

$$E_a \propto V_t \text{ ef } I_a \text{ er fasti}$$

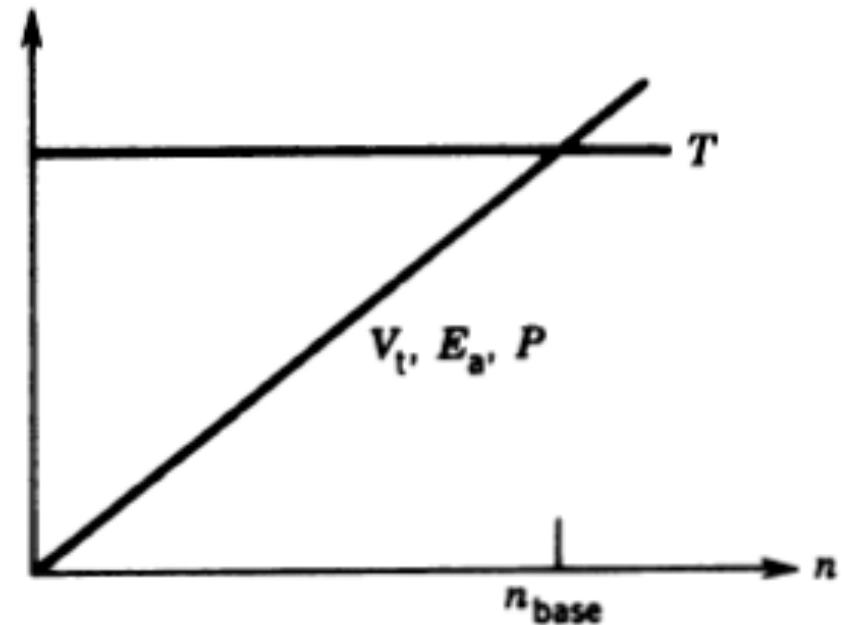
$$E_a \propto \omega_m$$





Stýring með akkerisspennu (4)

- Ef horft er framhjá áhrifum akkerisviðnámsins, R_a , þ.e. $I_a R_a = 0$, fæst meðfylgjandi mynd um samband hraða, og spennu, V_t , akkerisspennu, E_a og afls, P . Þessar stærðir renna saman í feril í gegnum núllpunktinn



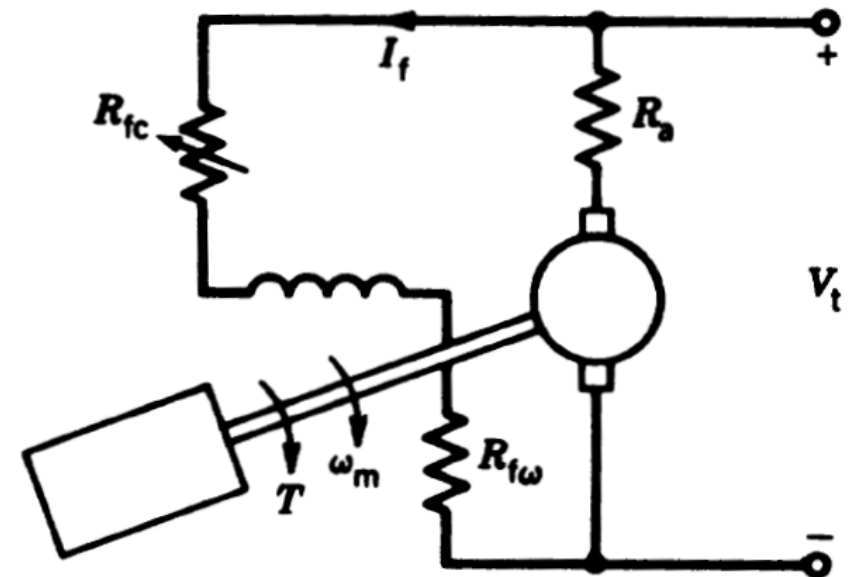


Stýring með segulsviði (1)

- Spennu og akkerisviðnámi er haldið föstu við þess stýriaðferð
- Sviðsstraumi, I_f og segulflæði er stýrt með breytilegu viðnámi, R_{fc} , sbr. Mynd
- Með línulegri segulrás er sviðið í hlutfalli við sviðsstrauminn, þ.e.:

$$K_a \Phi = K_f I_f$$
- Við setjum þetta inn í fyrri jöfnum hraða/vægi

$$\omega = \frac{V_t}{K_f I_f} - \frac{T_e R_a}{(K_f I_f)^2}$$



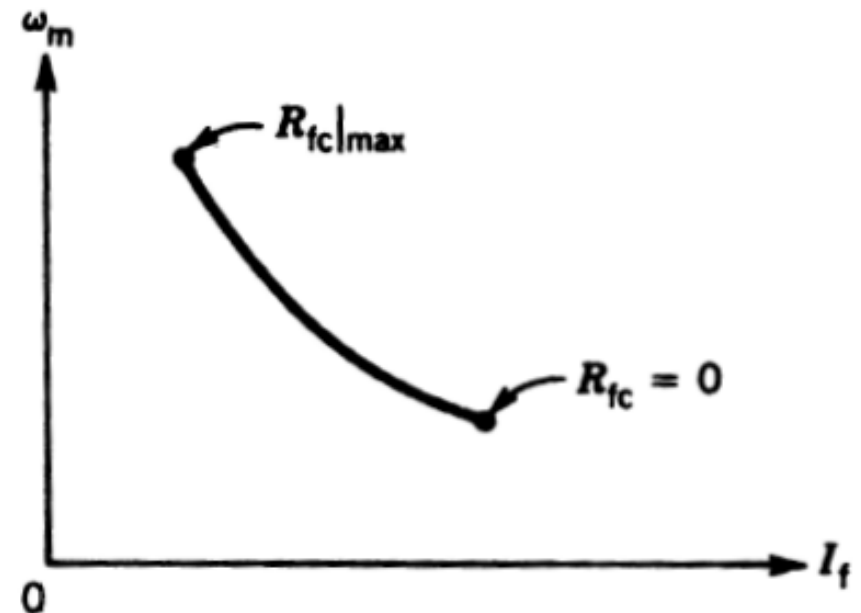


Stýring með segulsviði (2)

- Ef vægið, T_e er lítið þ.e. þegar ekkert álag er á vélinni, fæst

$$\omega \approx \frac{V_t}{K_f I_f}$$

- Við fáum samband milli hraða og sviðs eins og myndin sýnir:





Stýring með segulsviði (3)

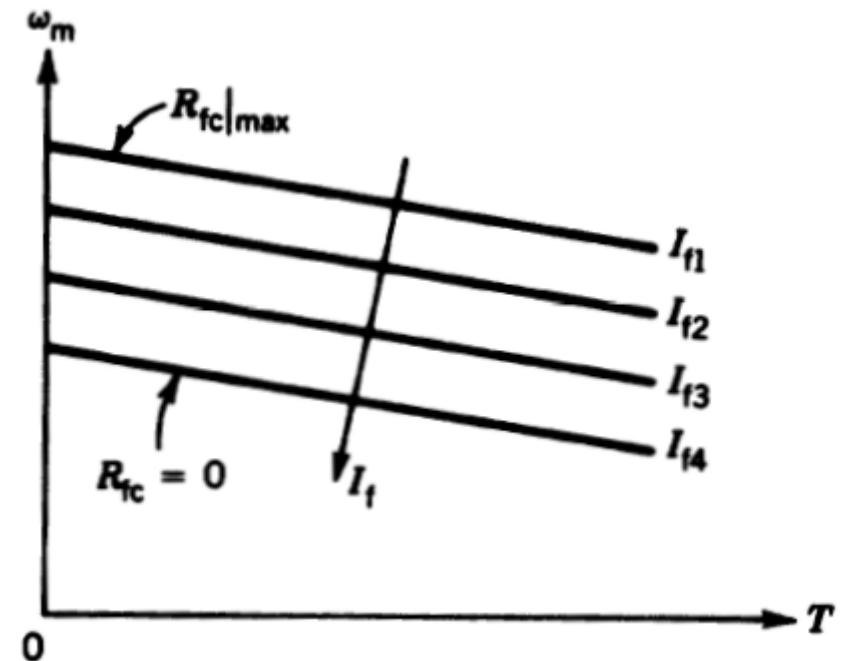
- Fyrri jöfnu er unnt að endurskrifa með skilgreiningu fasta:

$$\omega = K_3 - K_4 T_e$$

- ...þar sem fastarnir eru skilgreindir:

$$K_3 = \frac{V_t}{K_f I_f} \quad K_4 = \frac{R_a}{(K_f I_f)^2}$$

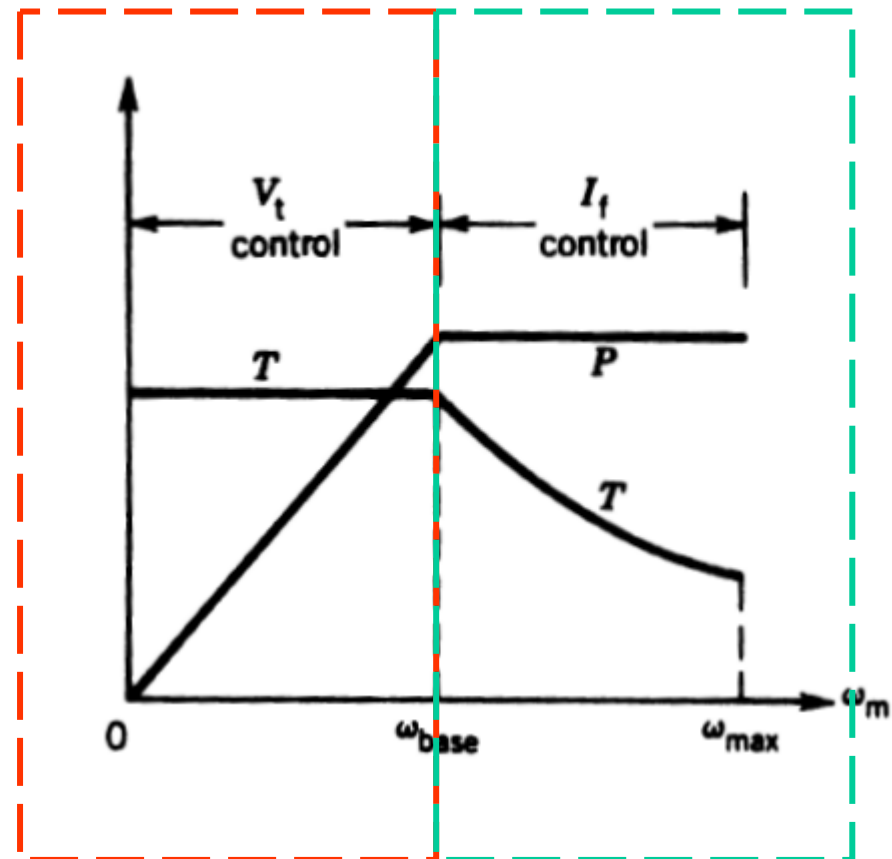
- Við fáum ferla samkvæmt meðfylgjandi mynd sem sýnir mögulega breytingu í hraða svipað og með spennustýringaraðferðinni





Stýring með segulsviði (4)

- Hraðastýring vélarinnar frá kyrrstöðu að málhraða fer venjulega fram með spennustýringu akkerisspennu sbr. vinstri hluta myndarinnar (V_t - stýring, sbr mynd)
- Hraðastýring fyrir ofan þann hraða fer fram með stýringu sviðs sbr. hægri hluta myndarinnar (field weakening) (I_f - stýring, sbr mynd)





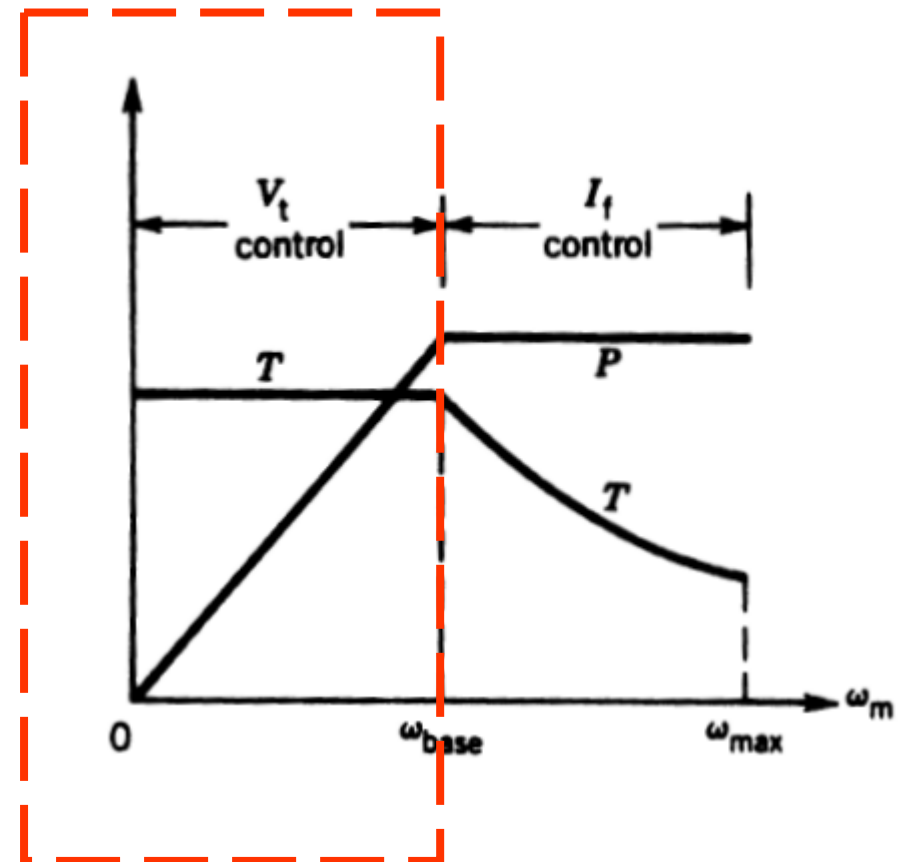
UNIVERSITY OF ICELAND

V_t stýring

- Með V_t – stýringunni er spennunni, V_t breytt, og þá breytist E_a en straumnum I_a er haldið föstum með sérstakri stýrislaufu.
- Þá er einnig vægið fasti:

$$T = K_a \Phi I_a$$

- ...en aflið, P breytist línulega





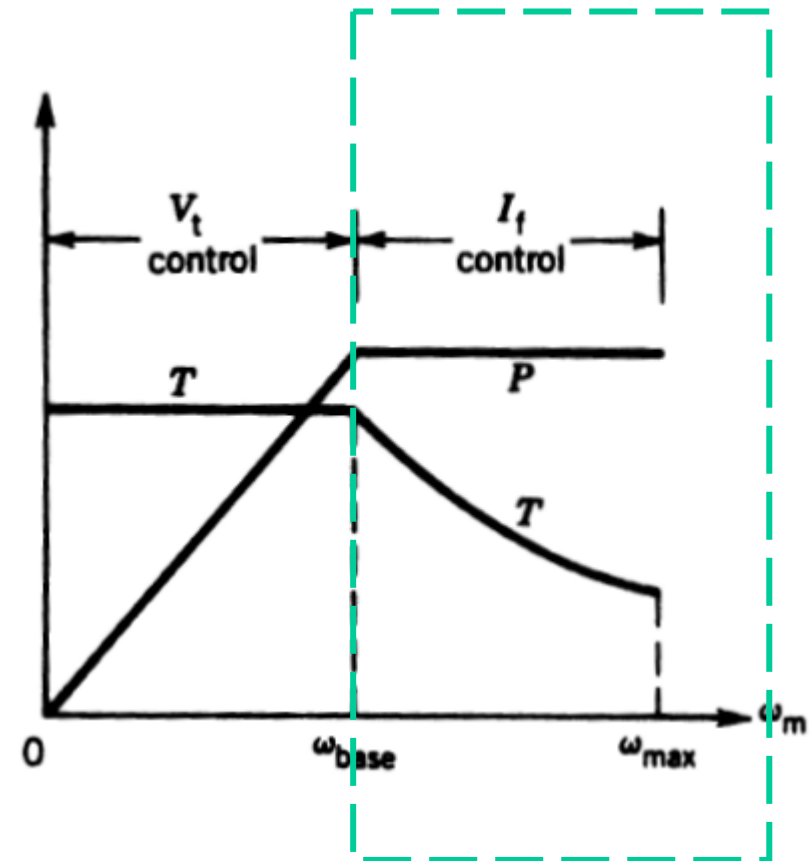
UNIVERSITY OF ICELAND

I_f stýring

- Skipt er í I_f - stýringu þegar spenna, V_t hefur náð málgildi sínu. Þá eru bæði V_t og I_a á málgildi og stýring umfram þennan vinnupunkt felur í sér fast afl.
- Sviðsstraumurinn er minnkaður (I_f -stýring, “field weakening”)
- Þar sem aflið er fasti verða ferlarnir á **hægri hluta myndarinnar** :

$$P = V_t I_a = \text{fasti}$$

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{\text{fasti}}{\omega}$$

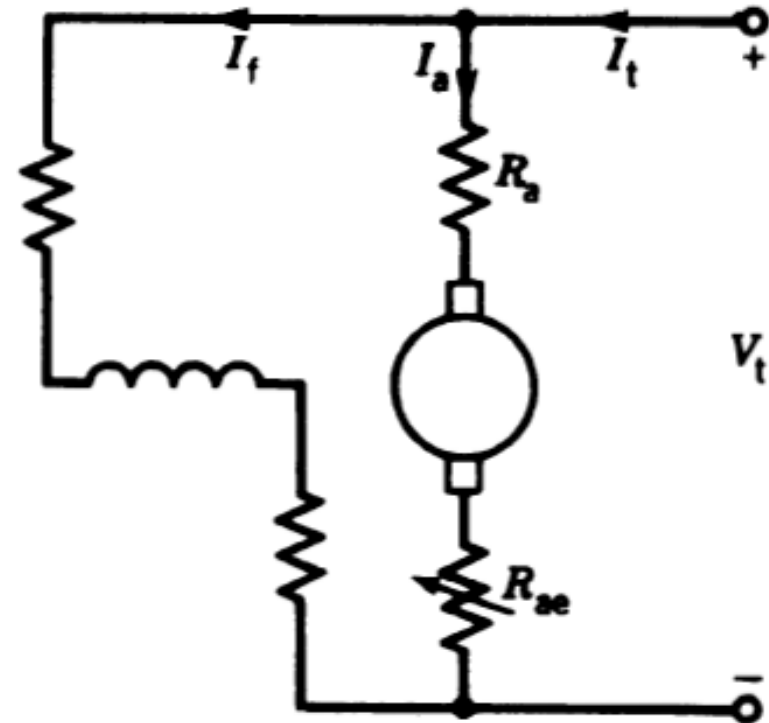




Stýring með akkerisviðnámi (1)

- 3. og síðasta aðferðin sem lýst er við stýringu vélarinnar er að bæta við breytilegu viðnámi, R_{ae} inn í akkerisrásina eins og sýnt er á mynd.
- Þá verður jafna um samband hraða og vægis:

$$\omega = \frac{V_t}{K_a \Phi} - \frac{T_e (R_a + R_{ae})}{(K_a \Phi)^2}$$



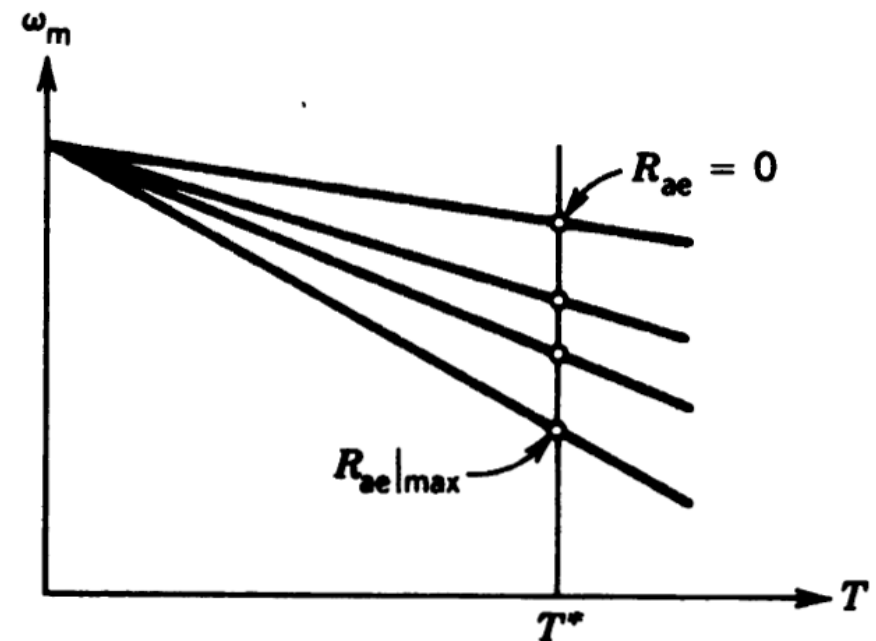


Stýring með akkerisviðnámi (2)

- Jafnan ...

$$\omega = \frac{V_t}{K_a \Phi} - \frac{T_e (R_a + R_{ae})}{(K_a \Phi)^2}$$

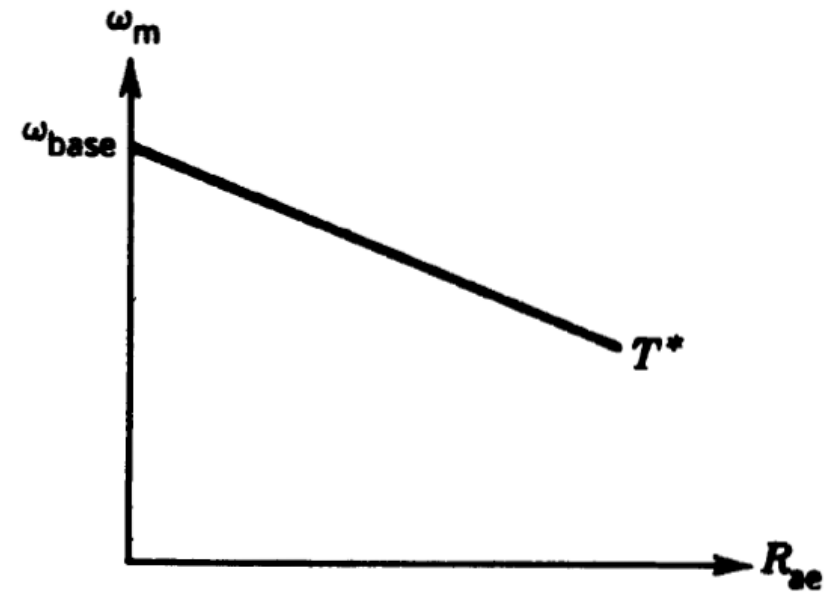
- ...sýnir að samband hraða og vægis með breytilegu R_{ae} er eins og myndin sýnir.
- Fyrri liður jöfnunnar er óháður R_{ae}
- Seinni liður jöfnunnar er háður R_{ae}
- Við skoðum þversnið fyrir fast gildi á T , þ.e. T^*





Stýring með akkerisviðnámi (3)

- Hægt er að teikna upp samband hraðans, ω_m og breytilega viðnámsins, R_{ae} (með því að skoða skurðpunkta við lóðréttu línuna á myndinni á síðustu skyggnu) við tiltekið gildi á væginu, T^*
- Myndin sýnir þetta samband

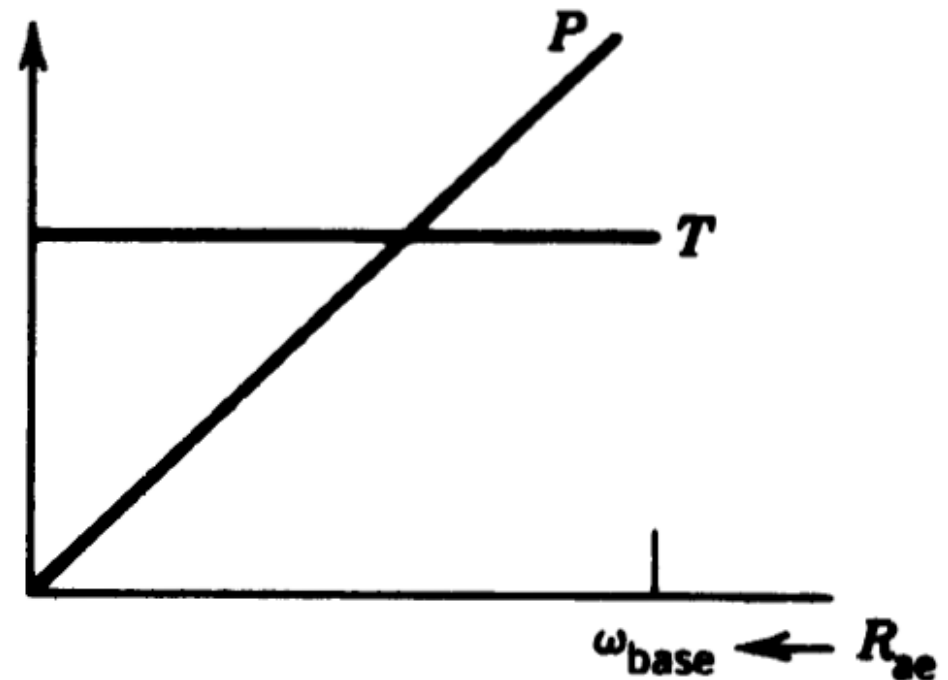




Stýring með akkerisviðnámi (4)

- Unnt er að breyta hraðanum úr núlli í málhraða, ω_{base} með því að breyta viðnáminu, R_{ae} við fast vægi. Myndin sýnir einnig hvernig aflið breytist, sbr. jöfnu:

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{\text{fasti}}{\omega}$$



$$\omega = \frac{V_t}{K_a \Phi} - \frac{T_e (R_a + R_{ae})}{(K_a \Phi)^2}$$



Stýring með akkerisviðnámi (5)

- Gallinn við stýringu með breytilegu akkerisviðnámi eru m.a. orkutöpin í viðnáminu.
- Þannig fer notkun þessarar stýriaðferðar minnkandi



Samantekt

- Við höfum fjallað um hinar 3 megingerðir klassískra rafmagnsvéla:
 - Spanvélina
 - Samfasavélina
 - Jafnstraumsvélina
- Í framhaldinu munum við fjalla um ýmsar afleiddar gerðir sem stundum kallast “nú tímalegar” rafmagnsvélar og eða “rafdrif” (electric drives)



Frekara ítarefni - Tilvísanir - Heimildir

- **J.J Cathey:** “*Electric Machines, Analysis and Design Applying Matlab*”, McGraw-Hill, 2001
- **T. Wildi:** “*Electrical Machines, Drives and Power Systems*”, Prentice Hall, 2002
- “*Principles of Electric Machines and Power Electronics*”; höf.: P.C. Sen; 2. útgáfa: John Wiley & Sons, 1997.
- “*Electric Machines, Steady State Theory and Dynamic Performance*”, Höf.: M. S. Sarma, West Publishing Co., 1994
- “*Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*”, 2nd Edition, Höf.: Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff, Wiley/IEEE Press 2002.
- **Heimasíða frá University of Minnesota:** <http://www.ece.umn.edu/users/riaz/>
- **S.J.Chapman:** “*Electric Machinery Fundamentals*” 4th ed., McGraw-Hill, 2005
- **N Mohan:** “*Electric Drives an Integrated Approach*”, MNPERE, Minneapolis, USA, 2003
- **William H. Yeadon, P.E. and Alan W. Yeadon, P.E. (Eds);** “*HANDBOOK OF SMALL ELECTRIC MOTORS*”, McGraw-Hill, 2001



Ýmsar gerðir véla

Ýmsar “núttímalegar” gerðir véla til viðbótar við þær klassísku 3 gerðir véla, sem fjallað hefur verið um til þessa í námskeiðinu



Ýmsar “nútímlegar” gerðir véla

- Burstalausir jafnstraumsmótorar (BLDC =Brushless DC machine)
 - Brushless on a printed circuit board (BlS 295 FKU)
- Coreless armature PMDC motor
- PM Stepper motors, ofl
- Vélar með breytilegu segulviðnámi (Variable reluctance motors, VRM),
 - Marghluta skrefmótorar (“Multi-stack”)
- Samsettir skrefmótorar (Hybrid stepping motors)
- Línulegar vélar (spanvélar, samfasavélar)



Burstalausar jafnstraumsvélar (BLDC)

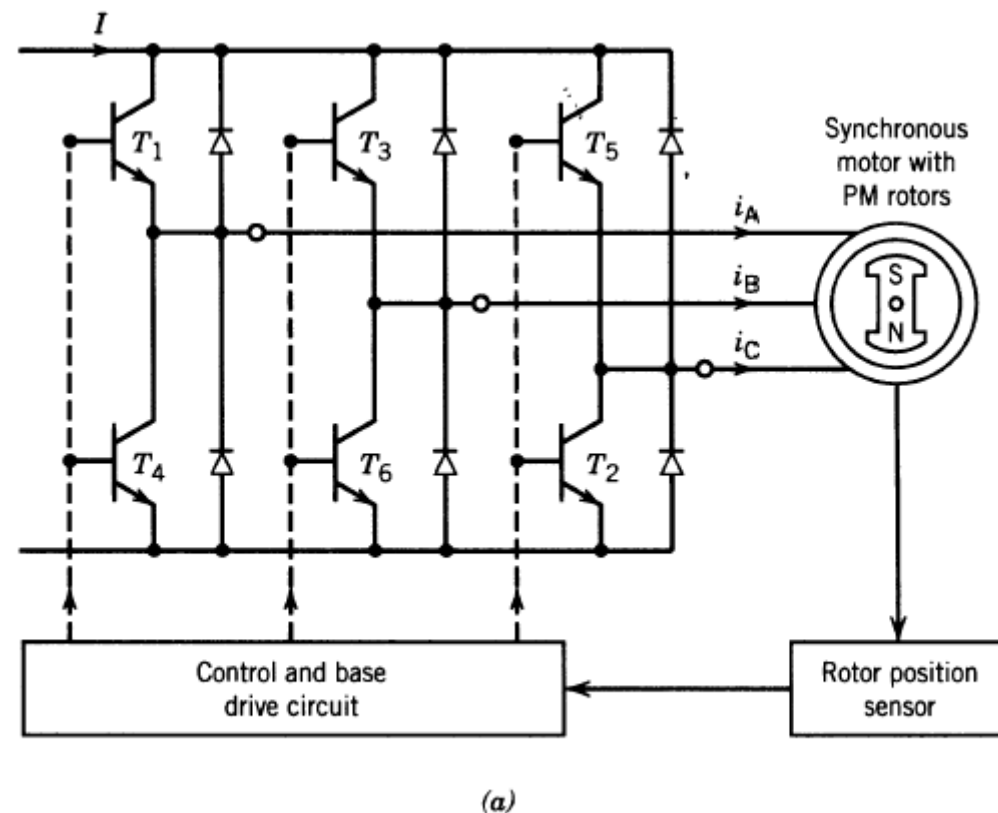
Brushless Direct Current (BLDC) motors



UNIVERSITY OF ICELAND

Burstalaus jafnstraumsvél (BLDC)

- Stýribúnaður sem tengdur er við skynjara um stöðu rótors, **heldur horninu á milli sviðs rótors og stators í 90°** , eins og í venjulegri jafnstraumsvél.
- Áriðillinn fær orku frá jafnstraumsgjafanum (frá vinstri á myndinni).





Burstalausar jafnstraumsvélar (BLDC)

UNIVERSITY OF ICELAND

- Í venjulegum jafnstraumsvélum gegna burstar og straumskiptar (brushes & commutators) því hlutverki að vera **vélrænir rofar** (mechanical switches) er stýra straumnum um leiðara akkerisins á rotor
- Ef rafeindarofar (semiconductor switches) koma í stað vélrænu rofanna verður til burstalaus jafnstraumsvél (**brushless DC motor=BLDC motor**)
- Það er einfaldara að hafa rofana kyrrstæða og þess vegna er **víxlað hlutverki stators og rótors**. Búið að “hafa endaskipti” á vélinni!
- **Rótorinn býr til sviðið með sísegli og akkerisvafningarnir eru á stator. Þetta er svipað og í samfasavélum.**
- Rafeindarofar (venjulega **transistorar**) snúa við straumnum í akkerinu á réttu augnabliki eftir því sem sviðið snýst.
- Þess vegna er nauðsynlegt að hafa skynjara, sem skynja stöðu rótors og eru notaðir til að stýra rafeindarofunum.



Burstalausar jafnstraumsvélar (BLDC)

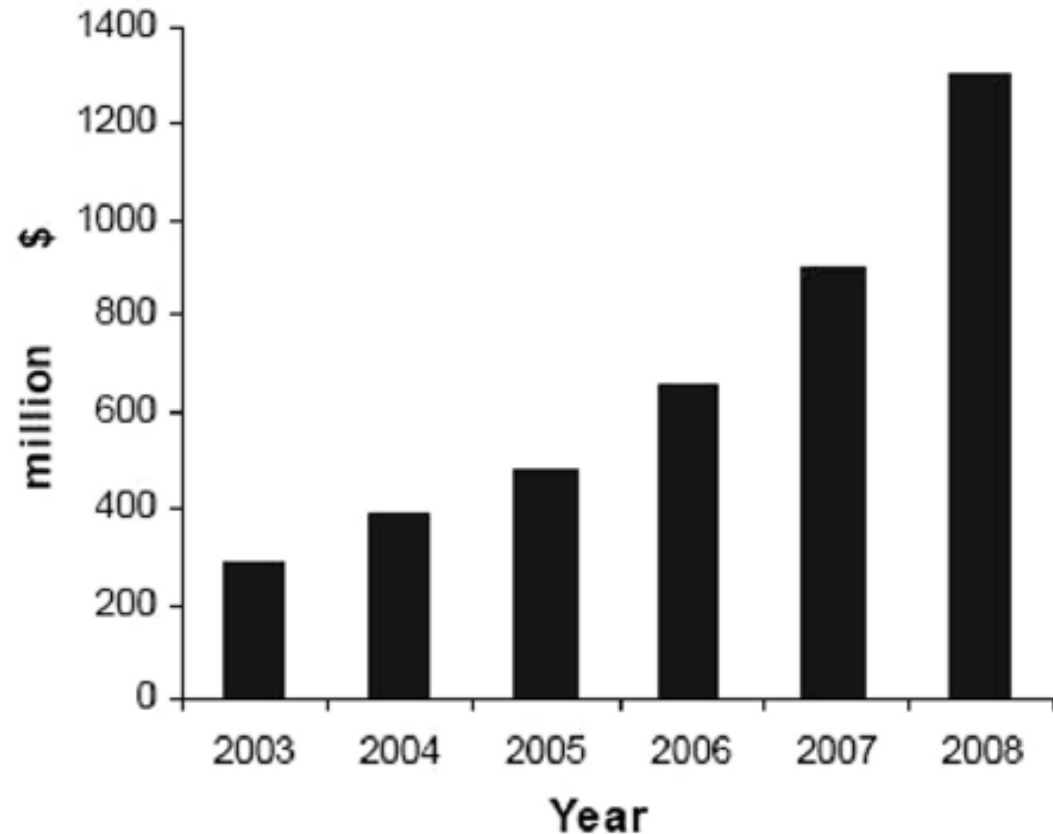
- BLDC er sem sé tiltekin útfærsla á samfasavél þar sem statorvafningar flytja riðstraum, sem býr til snúningssvið sem er “samfasa” rötornum
- Þær hafa hins vegar svipaðar kennilínur og klassíkar jafnstraumsvélar
- Þær eru dýrari í framleiðslu en gefa meira afl á útgangi fyrir tiltekna stærð vélar og hafa hærri nýtni
- Með því að losna við burstana er unnt að ná hærri áreiðanleika og minna viðhaldi
- Þar sem ekkert neistaflug er á burstum henta þær vel t.d. við erfiðar og eldfimar aðstæður.



UNIVERSITY OF ICELAND

Growth of d.c. brushless motor market

- Markaður fyrir burstalausar vélar hefur vaxið mjög á síðustu árum



Growth of d.c. brushless motor market. Source: ARC Advisory Group.

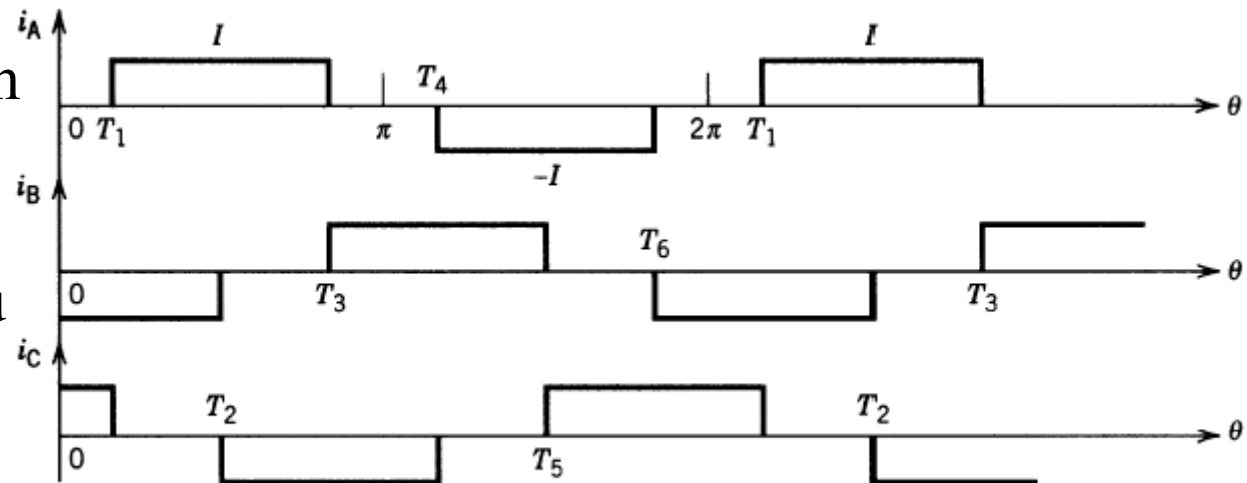
Jacek F. Gieras: **Advancements in Electric Machines**
Springer 2008



UNIVERSITY OF ICELAND

Burstalaus jafnstraumsvél (BLDC)

- Kveikt er á transistorum á 60 gráðu fresti (sbr. skyggnu hér á undan)
- Nánari útfærsla á næstu skyggnu



(b)

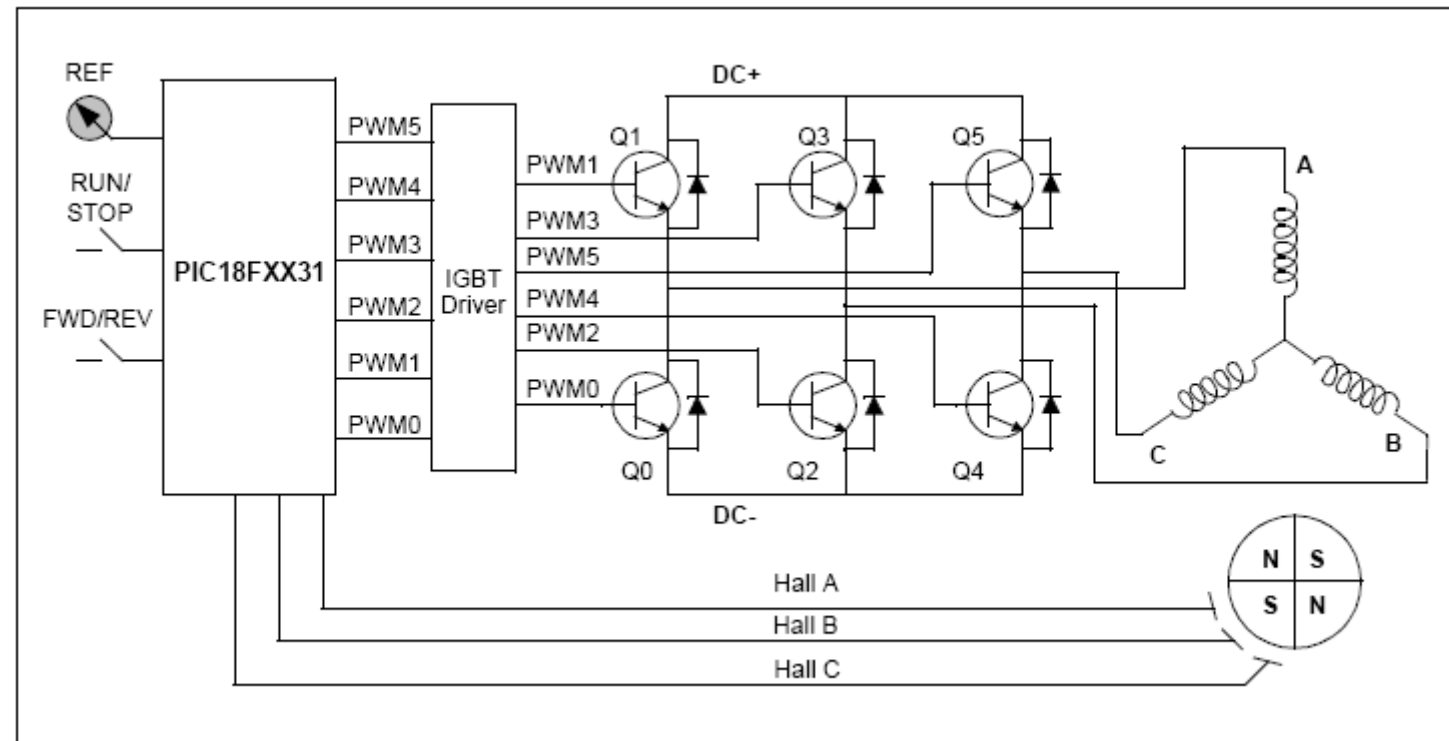


UNIVERSITY OF ICELAND

Burstalaus jafnstraumsvél (BLDC)

- Stýribúnaður frá Microchip.com sem notar Hall-skynjara sem inntak fyrir stýrirás er stýrir straumi inn á statorvafninga BLDC vélar

FIGURE 9: CONTROL BLOCK DIAGRAM



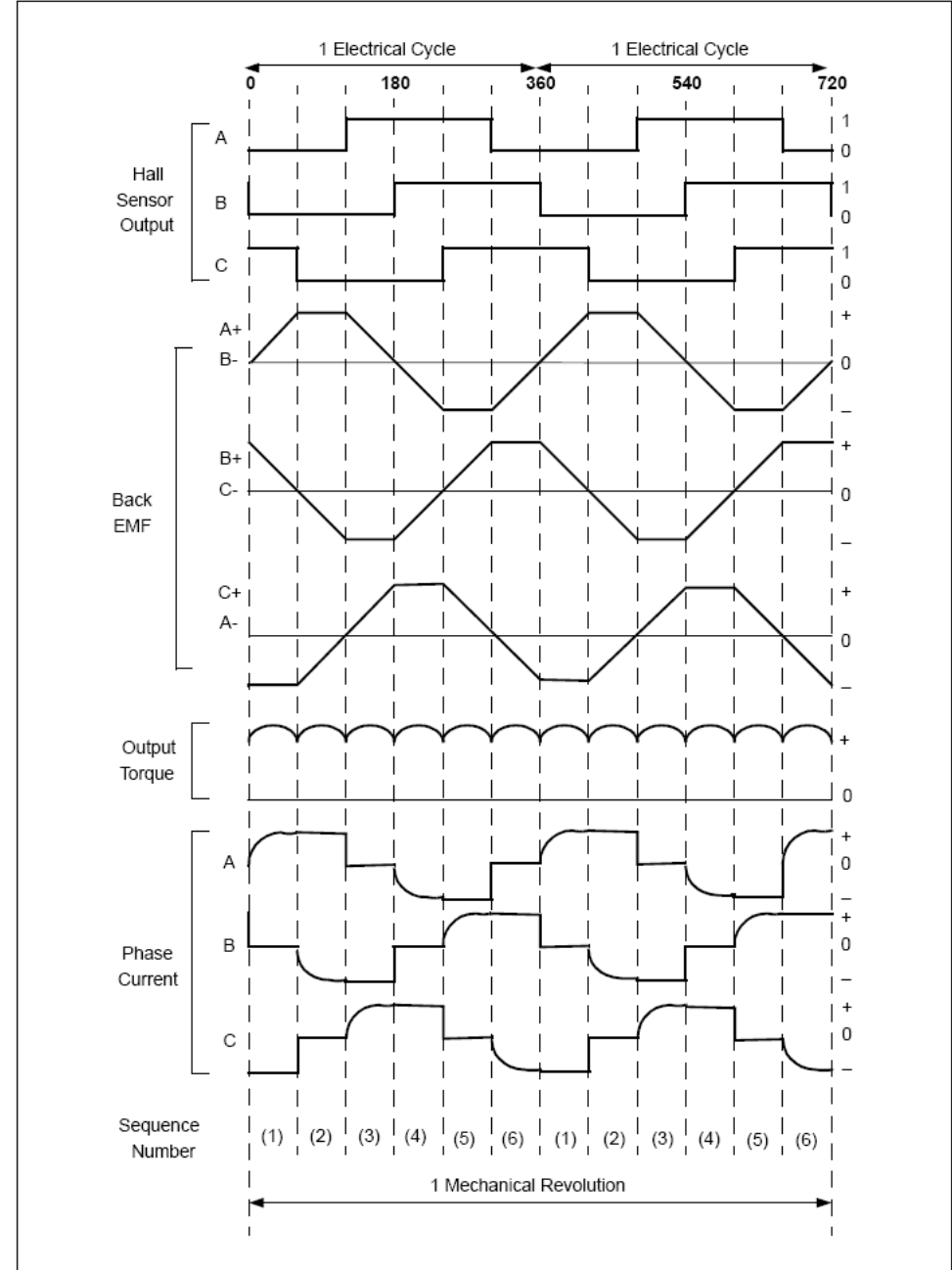
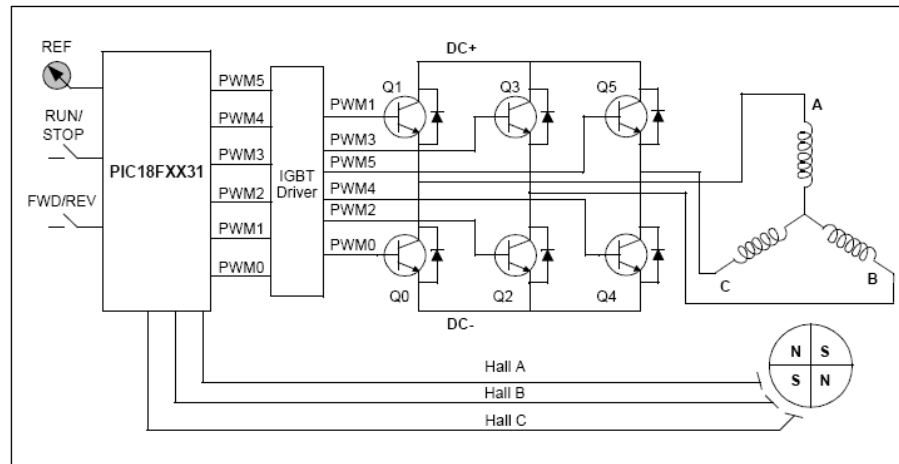


BLDC

UNIVERSITY OF ICELAND

- Stýribúnaður frá Microchip.com sem notar Hall-skynjara sem inntak fyrir stýrirás er stýrir straumi inn á statorvafninga BLDC vélar

FIGURE 9: CONTROL BLOCK DIAGRAM



“P Yedamale: “Brushless DC (BLDC) Motor Fundamentals” (Bæklingur) Microchip Technology Inc., 2003
 (<http://www.microchip.com>).

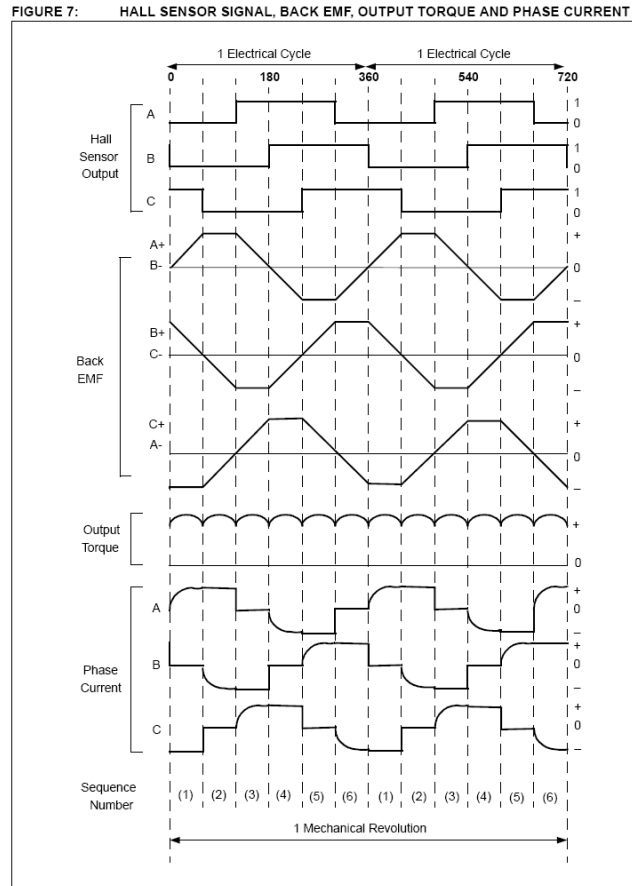


FIGURE 8: WINDING ENERGIZING SEQUENCE WITH RESPECT TO THE HALL SENSOR

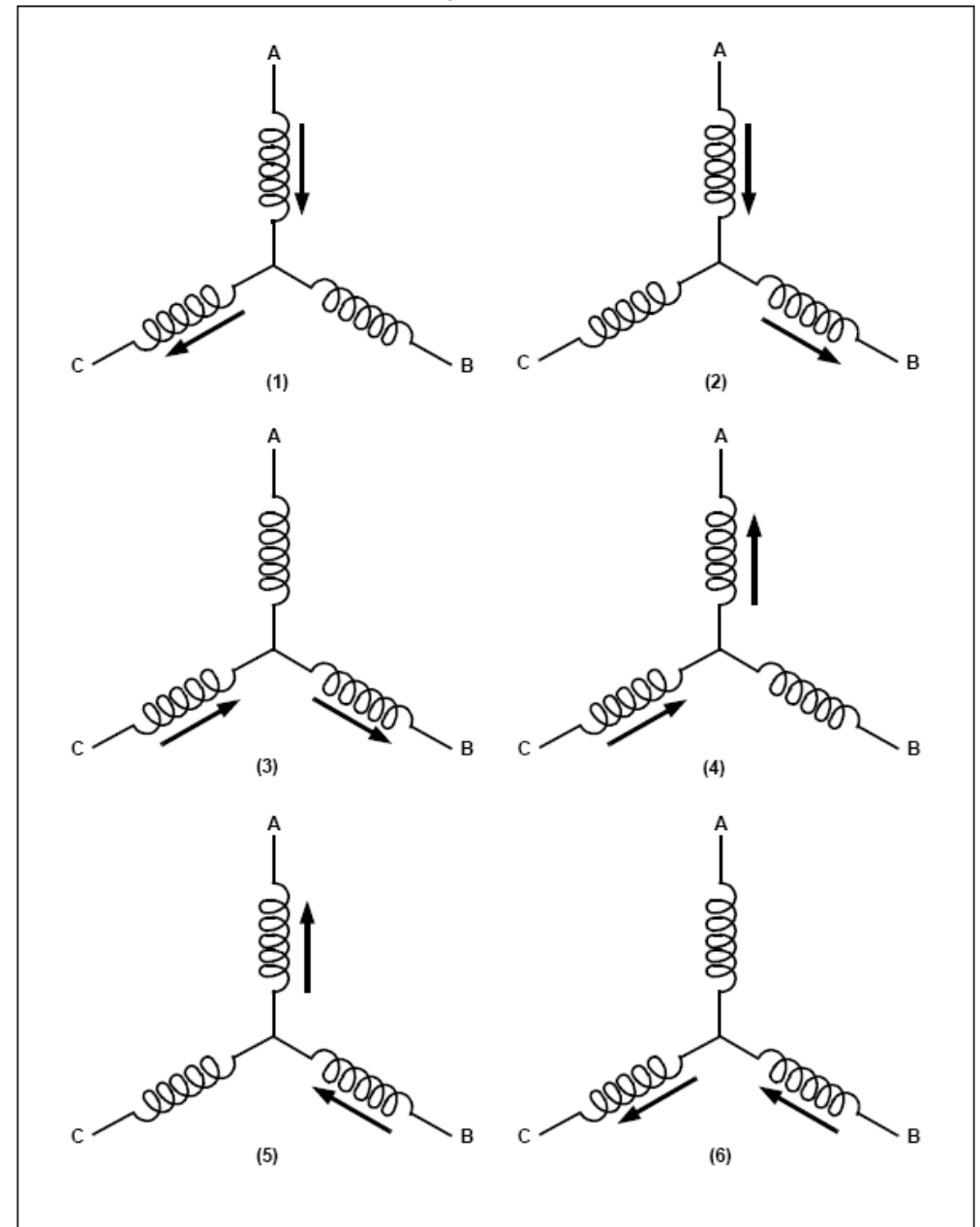
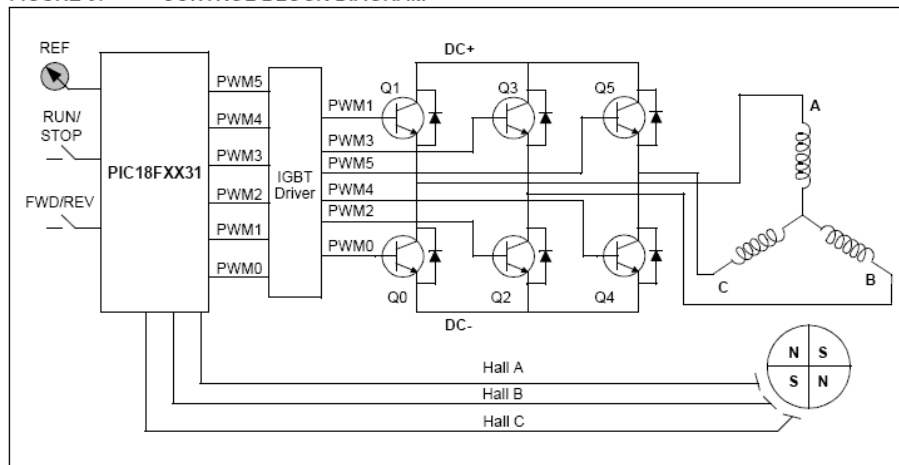


FIGURE 9: CONTROL BLOCK DIAGRAM





Burstalaus jafnstraumsvél (BLDC)

- Hér er tafla yfir hvernig fasastraumum er stýrt fyrir **rétthælis** snúning vélarinnar. Berið saman við skygguna hér á undan

TABLE 3: SEQUENCE FOR ROTATING THE MOTOR IN CLOCKWISE DIRECTION WHEN VIEWED FROM NON-DRIVING END

Sequence #	Hall Sensor Input			Active PWMs		Phase Current		
	A	B	C			A	B	C
1	0	0	1	PWM1(Q1)	PWM4(Q4)	DC+	Off	DC-
2	0	0	0	PWM1(Q1)	PWM2(Q2)	DC+	DC-	Off
3	1	0	0	PWM5(Q5)	PWM2(Q2)	Off	DC-	DC+
4	1	1	0	PWM5(Q5)	PWM0(Q0)	DC-	Off	DC+
5	1	1	1	PWM3(Q3)	PWM0(Q0)	DC-	DC+	Off
6	0	1	1	PWM3(Q3)	PWM4(Q4)	Off	DC+	DC-



Burstalaus jafnstraumsvél (BLDC)

- Hér er tafla yfir hvernig fasastraumum er stýrt fyrir **rangshælis** snúning vélarinnar

TABLE 4: SEQUENCE FOR ROTATING THE MOTOR IN COUNTER-CLOCKWISE DIRECTION WHEN VIEWED FROM NON-DRIVING END

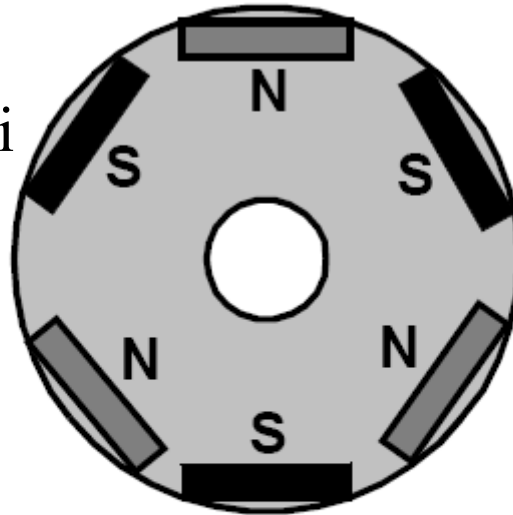
Sequence #	Hall Sensor Input			Active PWMs		Phase Current		
	A	B	C			A	B	C
1	0	1	1	PWM5(Q5)	PWM2(Q2)	Off	DC-	DC+
2	1	1	1	PWM1(Q1)	PWM2(Q2)	DC+	DC-	Off
3	1	1	0	PWM1(Q1)	PWM4(Q4)	DC+	Off	DC-
4	1	0	0	PWM3(Q3)	PWM4(Q4)	Off	DC+	DC-
5	0	0	0	PWM3(Q3)	PWM0(Q0)	DC-	DC+	Off
6	0	0	1	PWM5(Q5)	PWM0(Q0)	DC-	Off	DC+



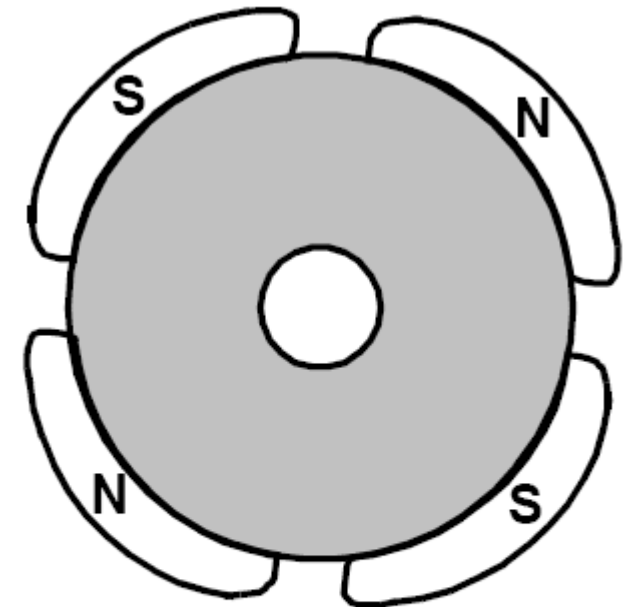
UNIVERSITY OF ICELAND

Burstalaus jafnstraumsvél (BLDC)

- Hönnun og staðsetning sísegla á rótor BLDC vélar er með ýmsu móti og á þessari mynd og næstu eru sýndar 3 aðferðir.
- Annars vegar síseglar felldir inn í rótor og hins vegar síseglar utan á rótor



Circular core with rectangular magnets embedded in the rotor

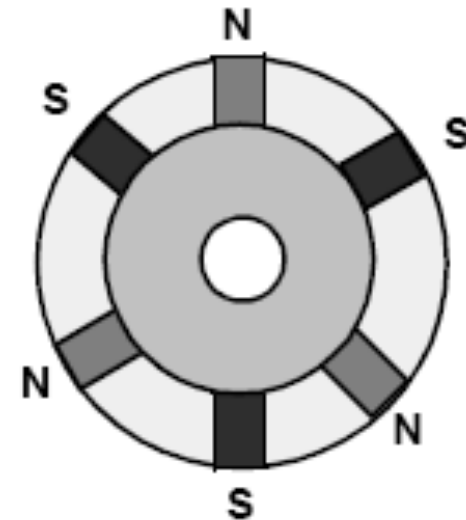


Circular core with magnets on the periphery



Burstalaus jafnstraumsvél (BLDC)

- Hönnun og staðsetning sísegla á rótor BLDC vélar
- Hér eru síseglar felldir djúpt inn í rotor



Circular core with rectangular magnets inserted into the rotor core



UNIVERSITY OF ICELAND

Brushless - on a printed circuit board

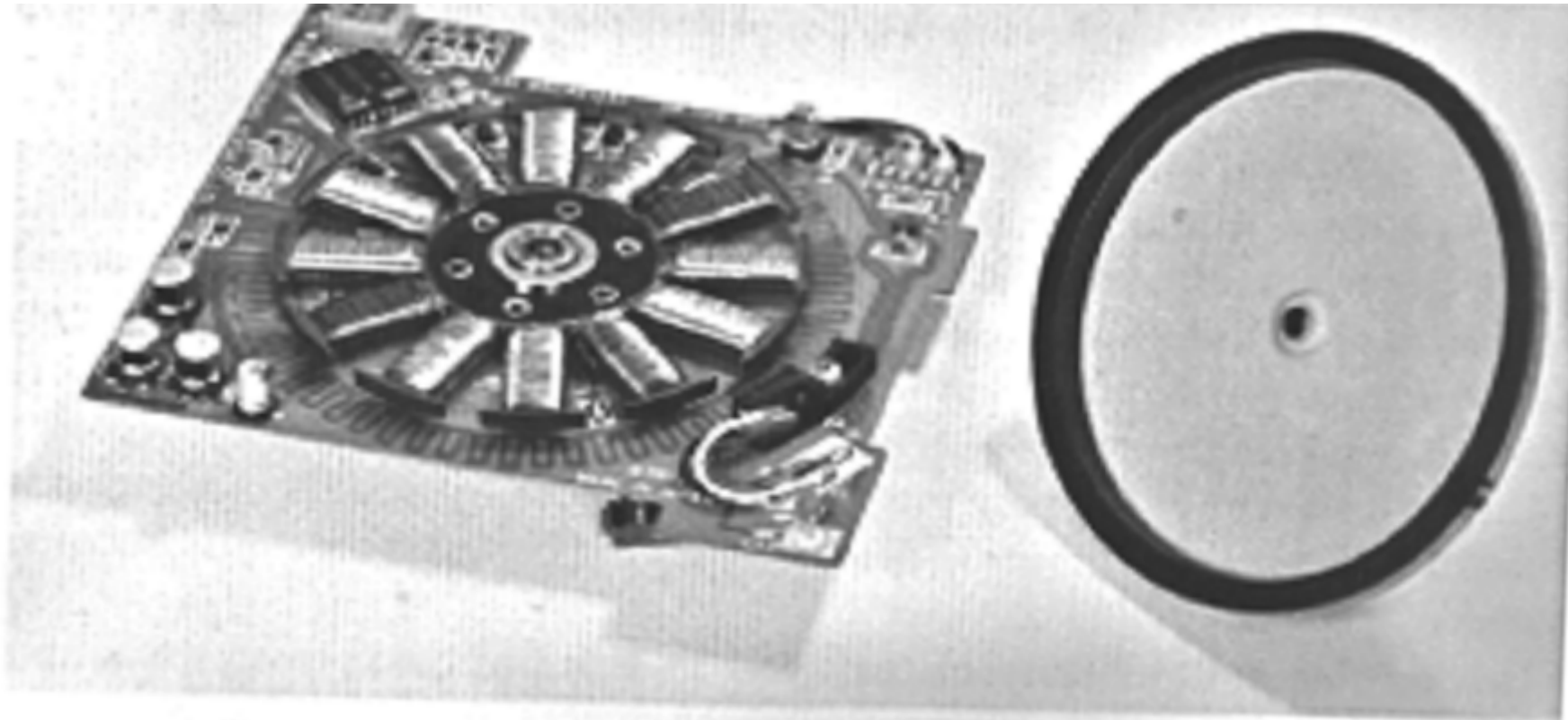


Fig. 6.7 Brushless DC motor assembled on a printed-circuit board (Courtesy Shinano Kenshi Co., Ltd.).



UNIVERSITY OF ICELAND

Stator of a Brushless DC Motor





Notkunarmöguleikar

- **BRUSHLESS DC MOTORS:**

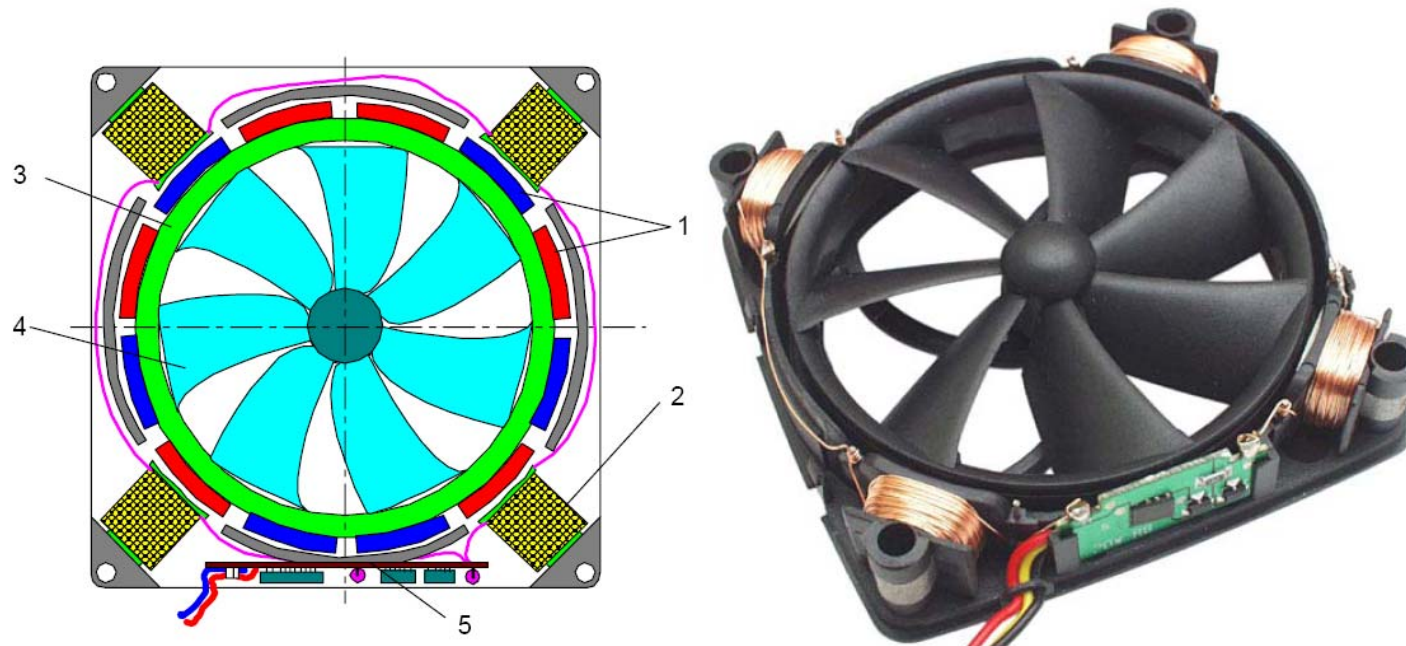
- Infusion pumps, insulin pumps
- Analysis & dialysis equipment
- Scanners
- Laser measuring equipment
- Camera shutter
- Motorised valves





UNIVERSITY OF ICELAND

The latest technology for cooling fans, the *tip driven fan* (TDF) uses rim mounted electromagnets (salient poles) to spin the fan blades (Fig. 10.3). The hub is free of any driving components, allowing to be sized down to the bearings alone. The central hub area of a TDF is reduced by at least 75% and airflow is increased by 30%. This is important in applications such as CPU heat sinks, which require as much airflow directed down as possible. Noise is also reduced because this design eliminates the tips of the fan, which are the main source of aerodynamic noise in a traditional cooling fan.

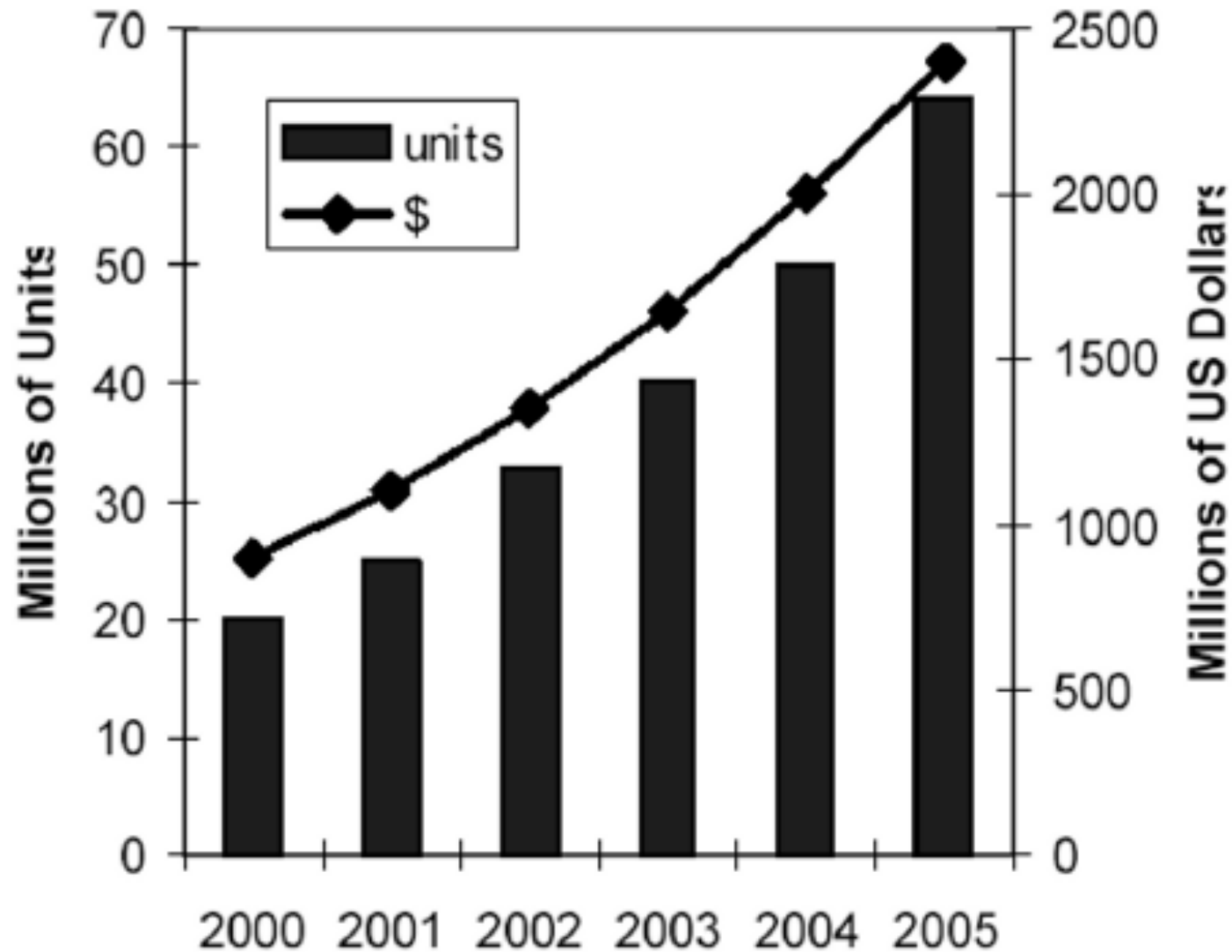


From: F. Gieras:
Advancements in
Electric Machines
Springer 2008

Fig. 10.3. Tip driven fan (TDF): 1 — surface PMs, 2 — stator salient pole, 3 — rotor rim, 4 — fan blades, 5 — control electronics. Photo courtesy of *Yen Sun Technology Corporation*, Kaohsiung, Taiwan.



UNIVERSITY OF ICELAND



From: F. Gieras:
Advancements in
Electric Machines
Springer 2008

Fig. 10.4. Worldwide market between 2000 and 2005 for motor drives in household applications.



PMBM in hard disk drives

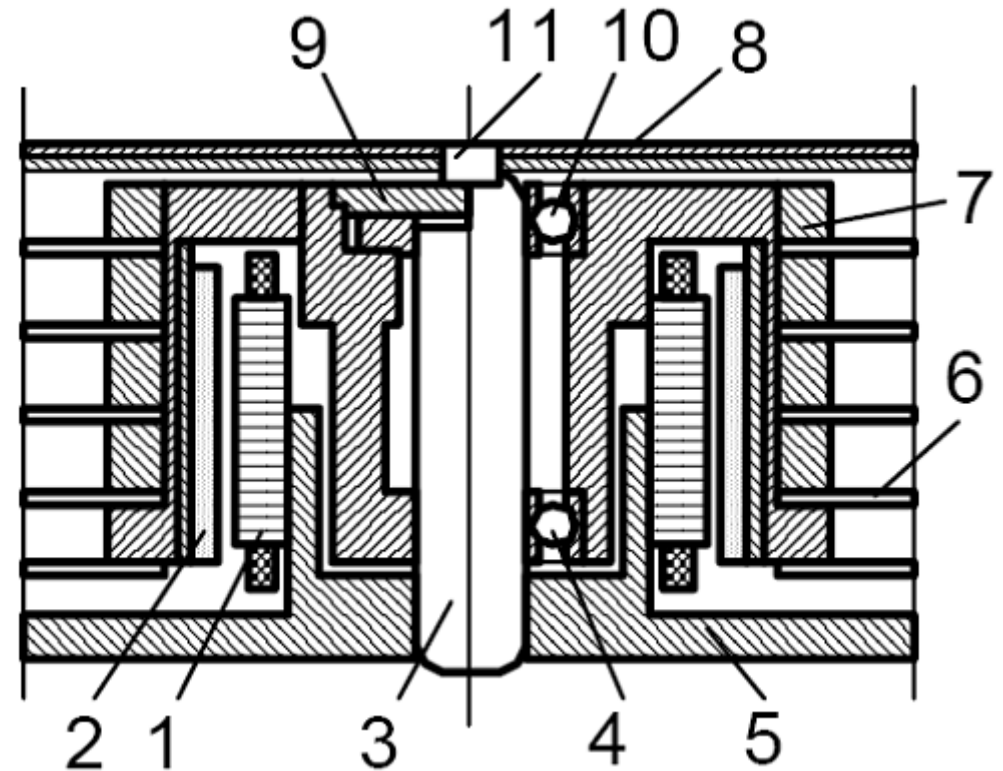
- PMBMs in computer hardware are used as disc drive motors and cooling fan motors.
- The data storage capacity of a hard disc drive (HDD) is determined by the aerial recording density and number of discs.
- The aerial density of HDD has increased from 6 Gbit/cm² = 38.7 Gbit/in² in 1999 to 20.5 Gbit/cm² = 132 Gbit/in² in 2006 and 28 Gbit/cm² = 180 Gbit/in² in 2007.



UNIVERSITY OF ICELAND

PMBM Mótorar fyrir harða diska

- 1 — stator,
- 2 — PM,
- 3 — shaft,
- 4 — ball bearing,
- 5 — base plate,
- 6 — disc,
- 7 — disc clamp,
- 8 — top cover,
- 9 — thrust bearing,
- 10 — radial bearing,
- 11 — screw.



From: F. Gieras:
Advancements in
Electric Machines
Springer 2008



PMBDCM í tvinnbílum

UN

Table 10.2. Hybrid electric gasoline cars.

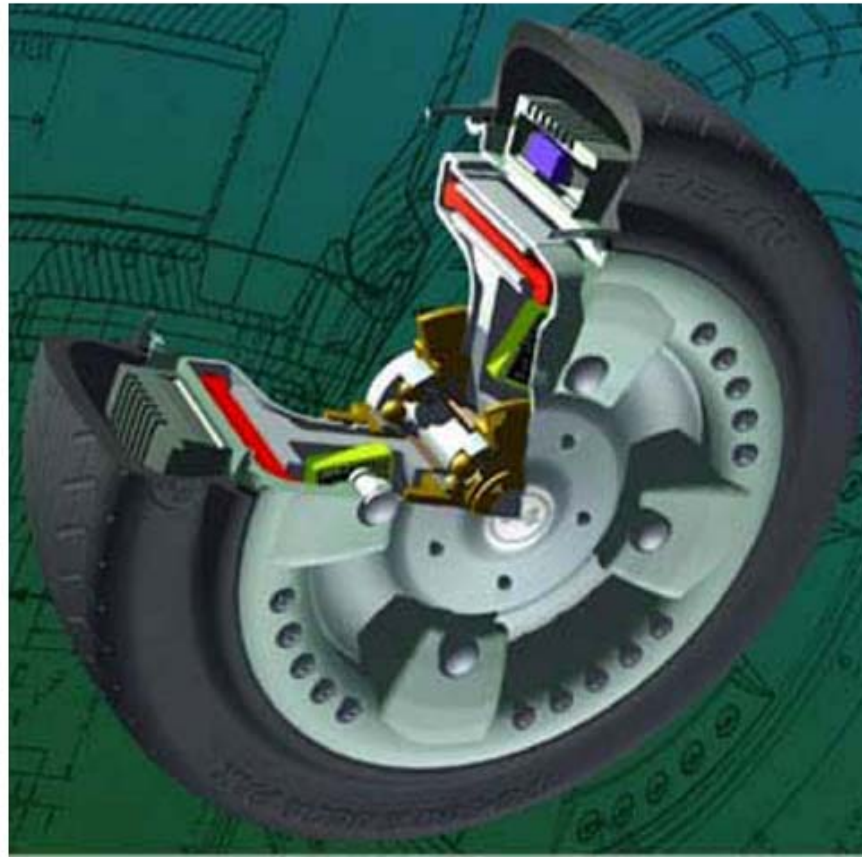
Make	Mass kg	Number of passengers	Combustion engine	Electric motor	Battery	Max speed km/h
Honda <i>Insight</i>	840	2	50 kW 3-cylinder	10kW PMBM	NiMH	
Honda <i>Civic</i>	1240	4	71 kW 4-cylinder	15kW PMBM	NiMH	160
Toyota <i>Prius</i>	1255	5	57 kW 4-cylinder	50 kW PMBM	NiMH	160
Ford <i>Escape</i>	1425	4 to 5	99 kW 4-cylinder	70kW PMBM	NiMH	160
Mercury <i>Mariner</i>	1500	5	99 kW 4-cylinder	70kW PMBM	NiMH	160

From: F. Gieras:
Advancements in
Electric Machines
Springer 2008



UNIVERSITY OF ICELAND

PMBDCM sem hluti af bílhjóli



From: F. Gieras:
Advancements in
Electric Machines
Springer 2008

Fig. 10.13. In-wheel PM brushless motor. Photo courtesy of TM4, Boucherville, Quebec, Canada.

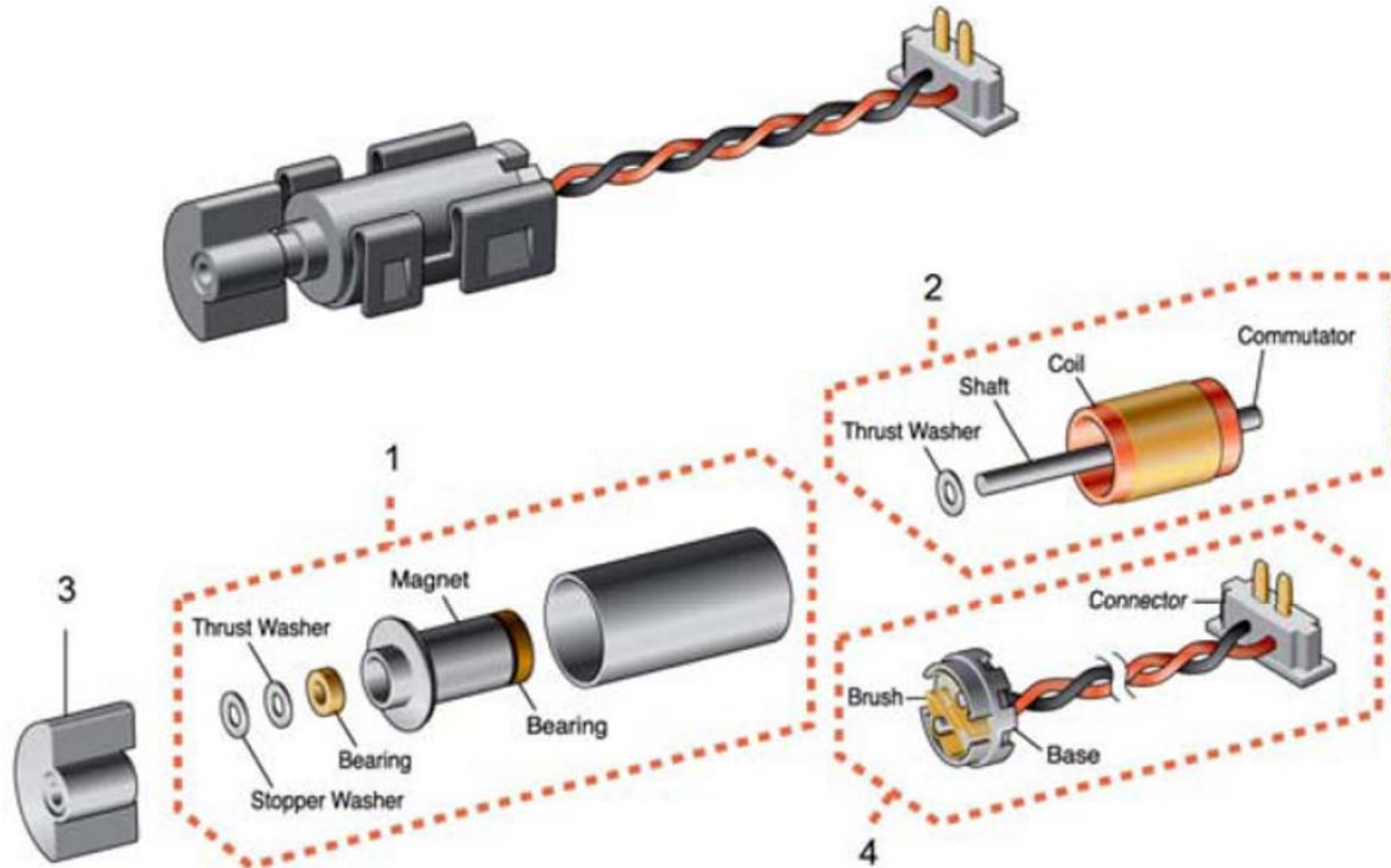


Fig. 10.6. Brush type PM vibration motor of cylindrical construction: 1 — stator assembly, 2 — rotor assembly, 3 — counterweight, 4 — brush assembly. Courtesy of *Samsung Electromechanics*, Suwon City, Gyeonggi, South Korea.



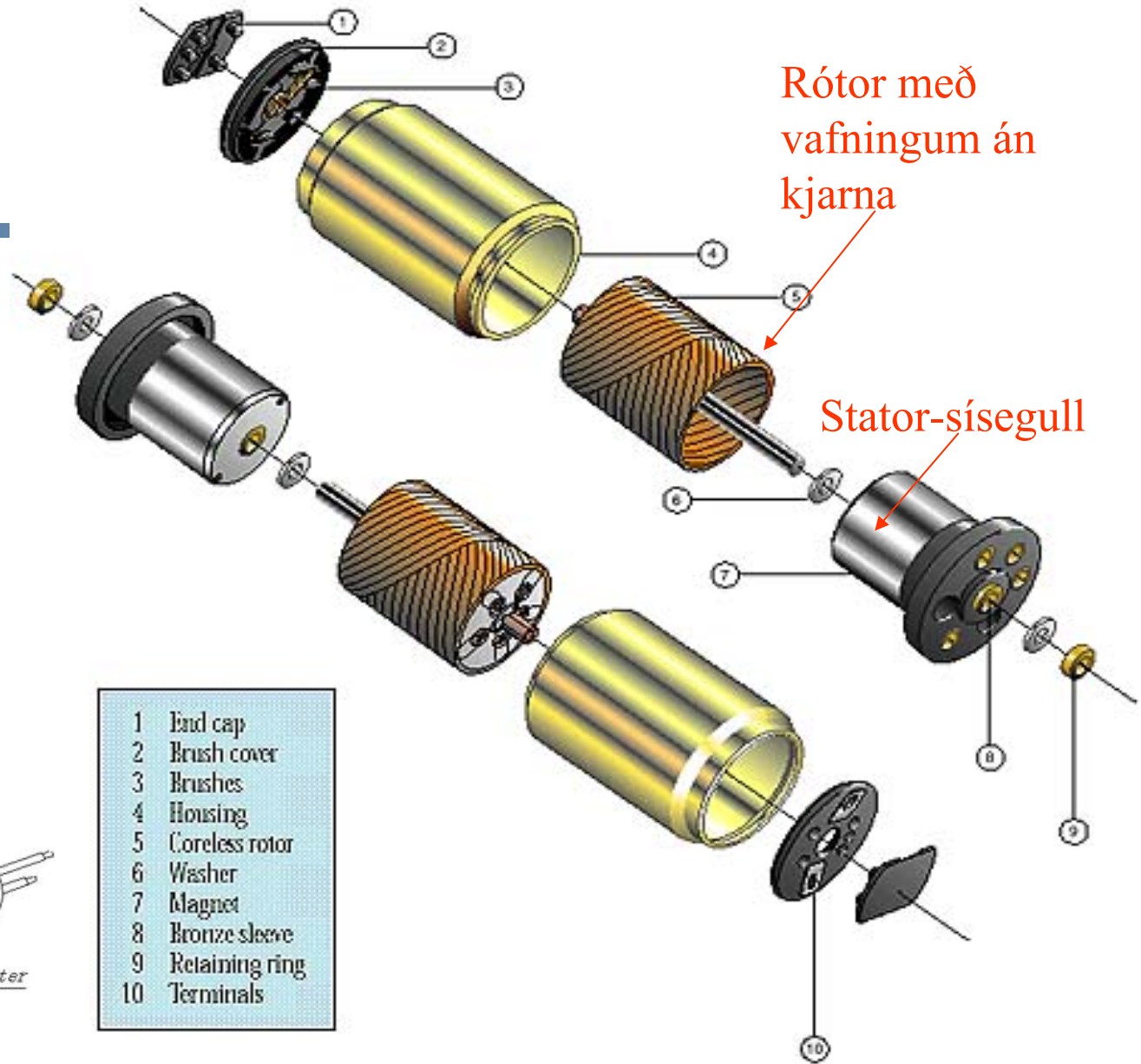
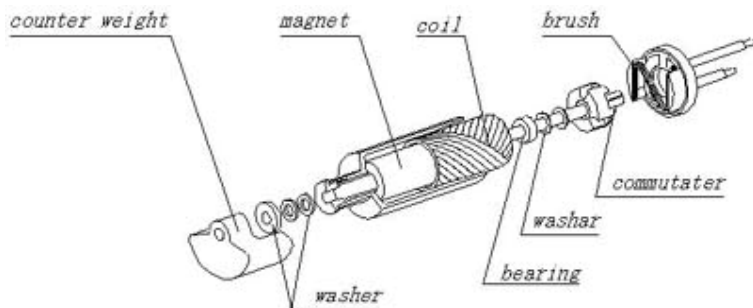
Coreless armature PMDC

Þetta er hefðbundin útfærsla jafnstraumsvélar með burstum og segulmögnun frá stator sem er sísegull. Akkerið er á rötornum, eins og nafnið bendir til felst það í vafningum án járnkjarna.



Rafmagnsvélar 1 - RAF601G

- Coreless
armature
PMDC



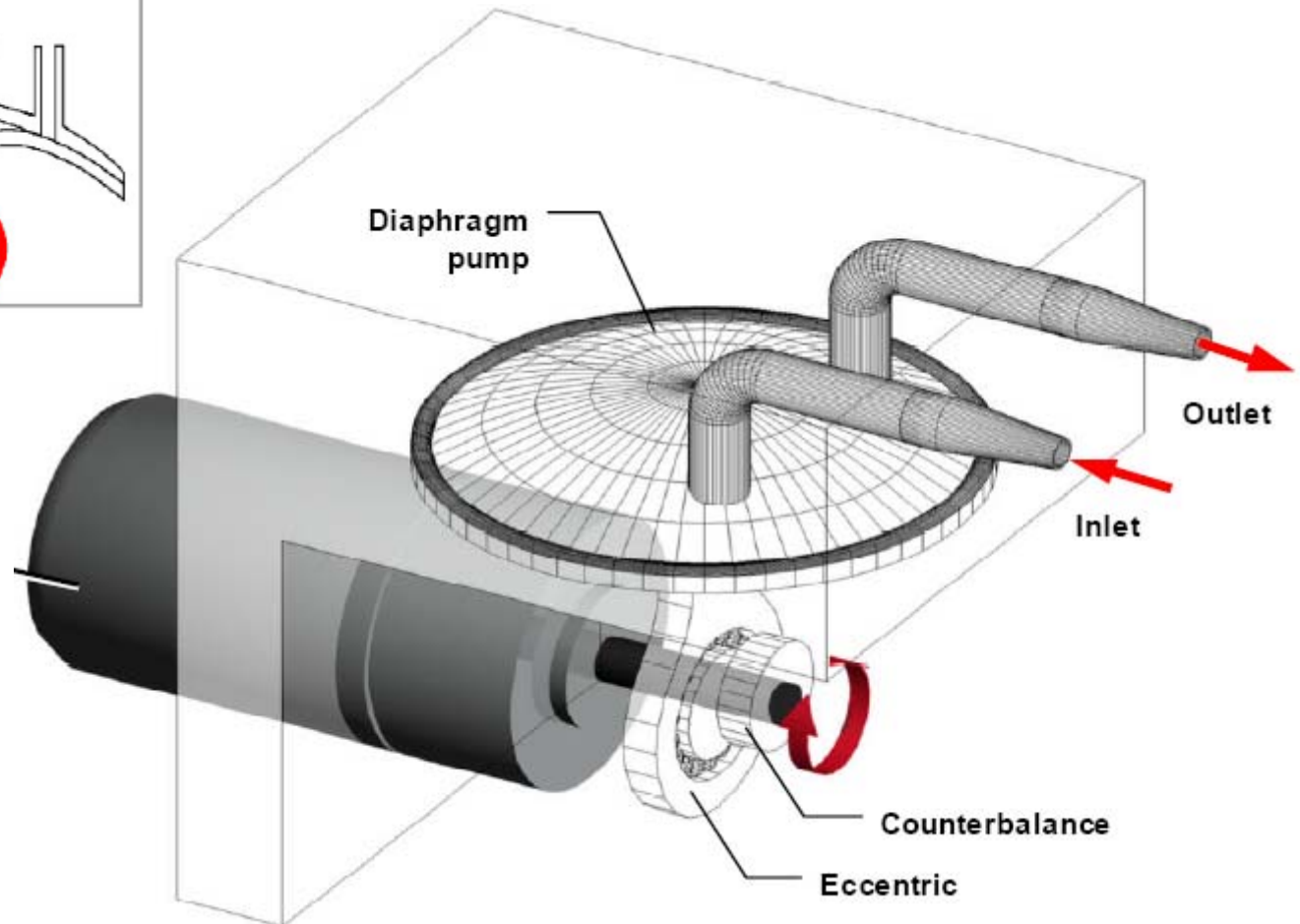
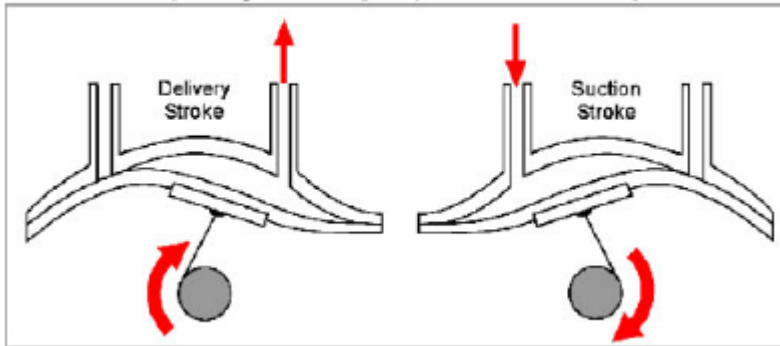
Vibration motor for mobile phones



UNIVERSITY OF ICELAND

Notkun í dælu í lækni-fræði

Diaphragm Pump Operation Principle





UNIVERSITY OF ICELAND

Notkunarmöguleikar

- Jafnstraumsvélar án kjarna: (Coreless DC motors)
 - Dælur (Dialysis pumps)
 - Sjálfsalar
 - Kortalesarar
 - Ticket printers
 - Öryggiskerfi (Security Systems)
 - Film winders
 - Vélmenni (Robots, educational robots)





UNIVERSITY OF ICELAND

Notkunarmöguleikar

- IRON CORE DC MOTORS:
 - Positioning systems
 - Vending devices
 - Printing machines
 - Syringe pumps
 - Dispensers
 - Locking systems





UNIVERSITY OF ICELAND

Notkunarmöguleikar

- **PM STEPPER AND SYNCHRONOUS MOTORS**
 - Throttle body adjustment
 - Card reader
 - Valve control
 - High quality record players
 - Respiratory equipment (hospital)
 - Shutter controls





Skrefmótorar

(Stepping motors, Stepper motors

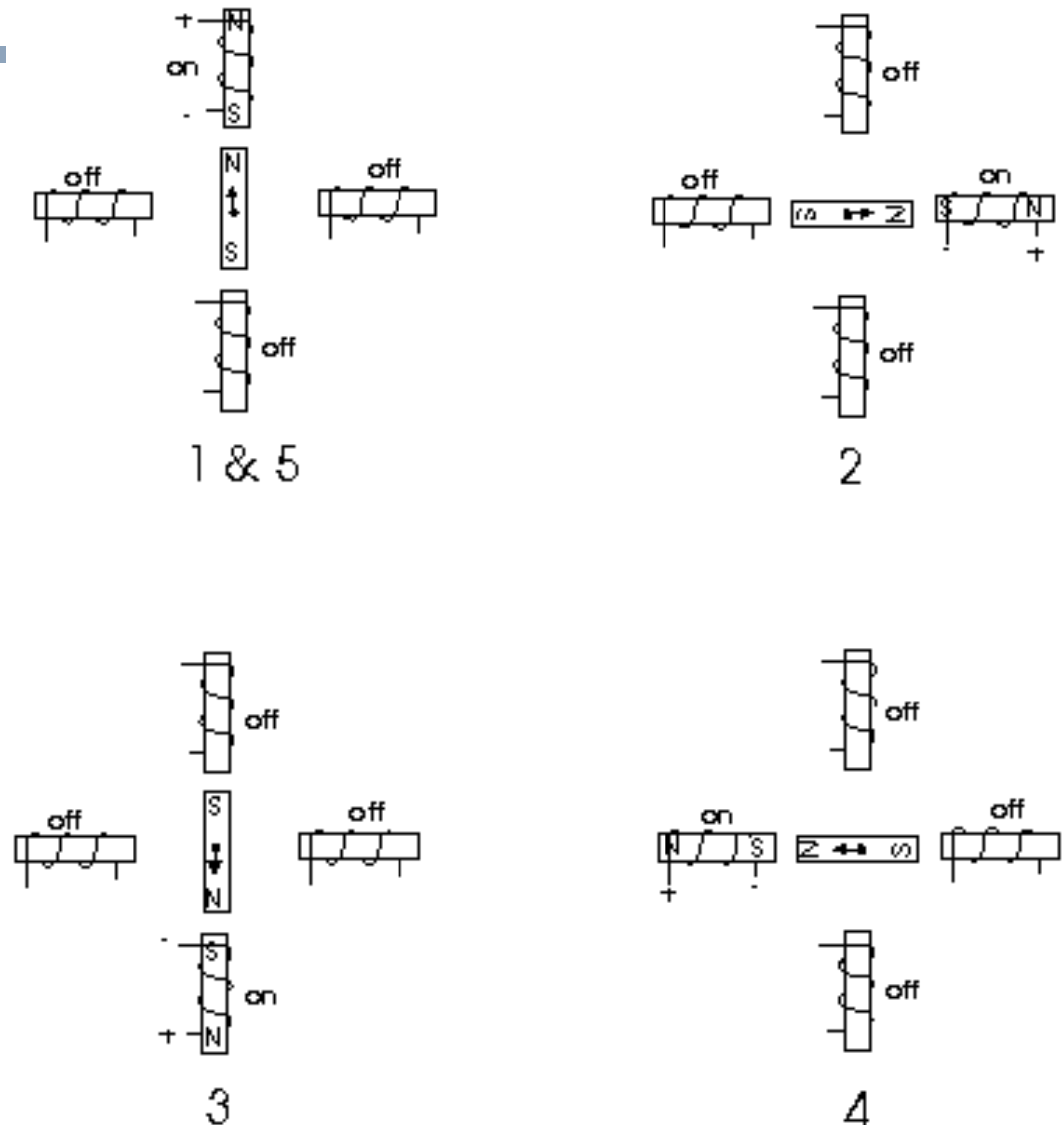
Þær eru sérstakt tilfalli af VRM
=Variable reluctance machines)



UNIVERSITY OF ICELAND

Skrefmótor (0)

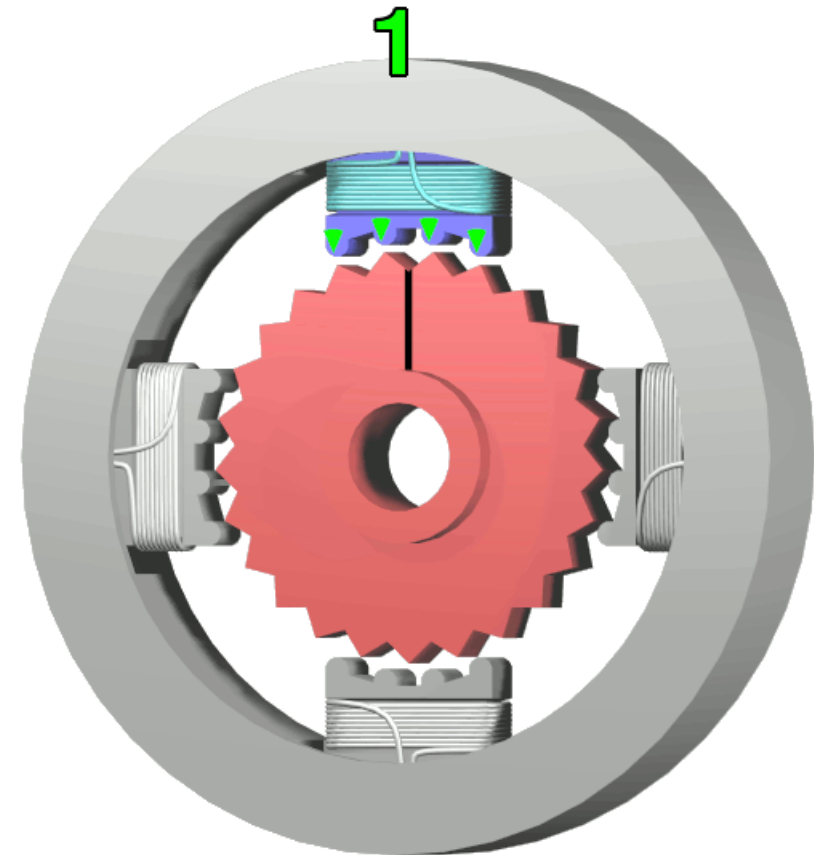
- Myndin sýnir sísegul sem snýst á öxli, sem umkringdur er rafseglum. Með því að setja rafstraum inn á rafseglana í tiltekinni tímaröð, eins og sýnt er á myndinni, er unnt að snúa síseglinum $\frac{1}{4}$ úr hring í einu, þ. e. með 90° skrefstærð. Þetta er **grunnhugmyndin að skrefmótor** (Stepper motor)





Skrefmótor (1)

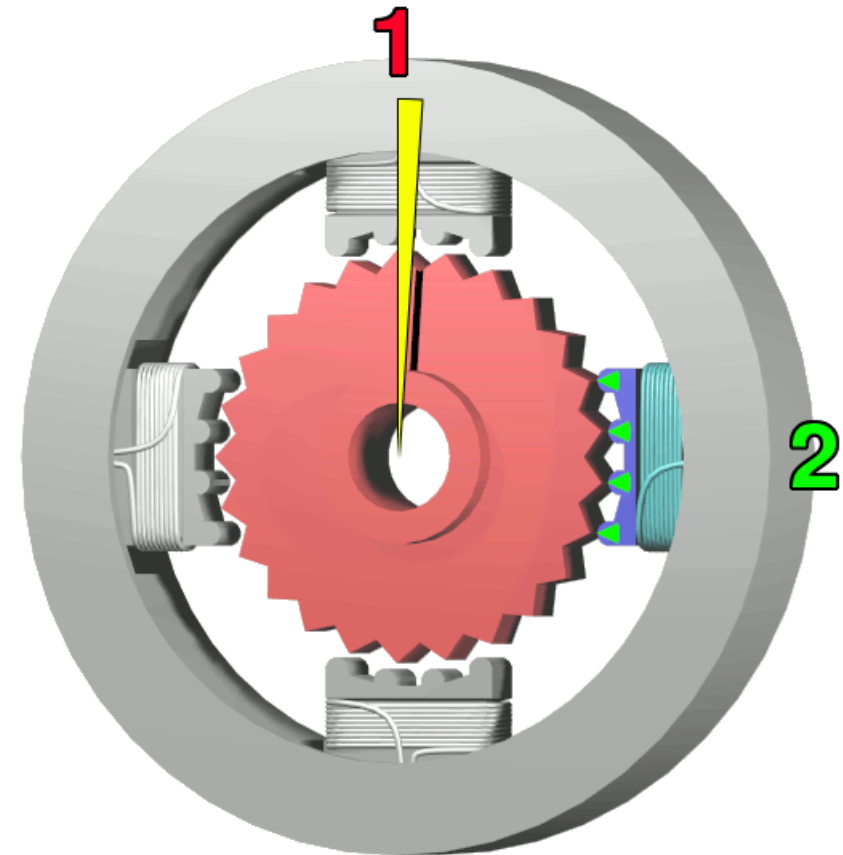
- Til að minnka **skrefstærðina** er sýnd á myndinni til útfærsla á rótor með mörgum “tönnum”. Og stator með 4 rafseglum (segulmögnunarvafningum). Á myndinni er rafsegullinn efst segulmagnaður með rafstraumi og þá snýr rótorinn sér þannig að 4 tennur á stator standast á við 4 tennur á rótor, loftbilið minnkar til að minnka heildarorku segulrásarinnar eins og mögulegt er.





Skrefmótör (2)

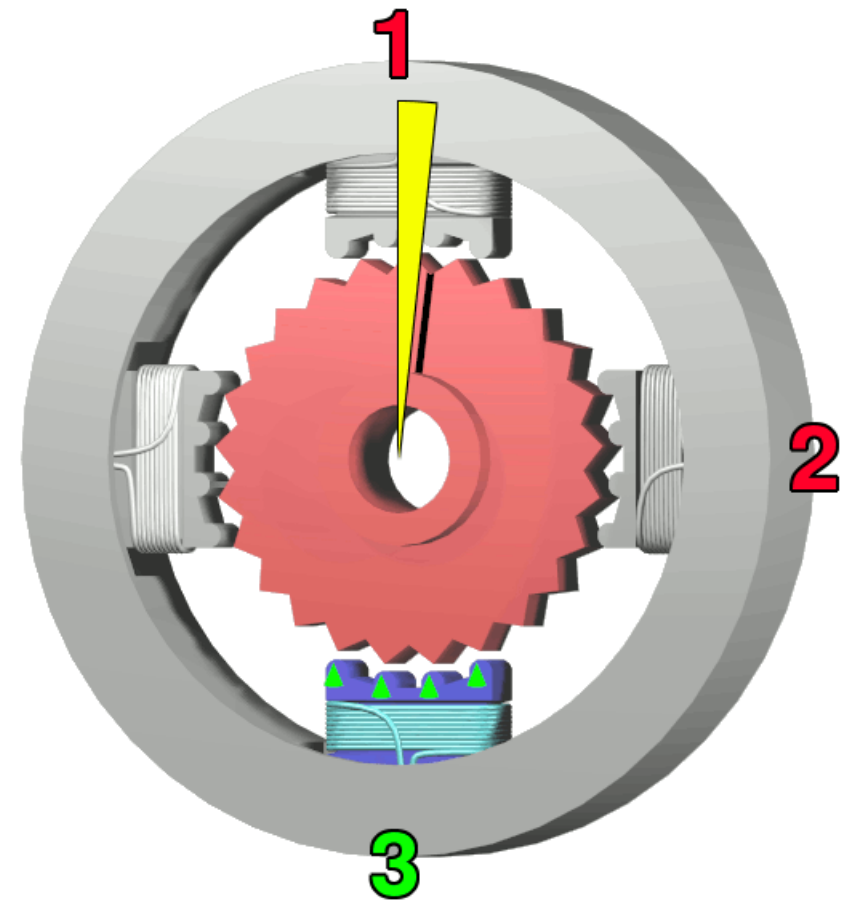
- The top electromagnet (1) is turned off, and the right electromagnet (2) is charged, pulling the nearest four teeth to the right. This results in a rotation of 3.6° .





Skrefmótor (3)

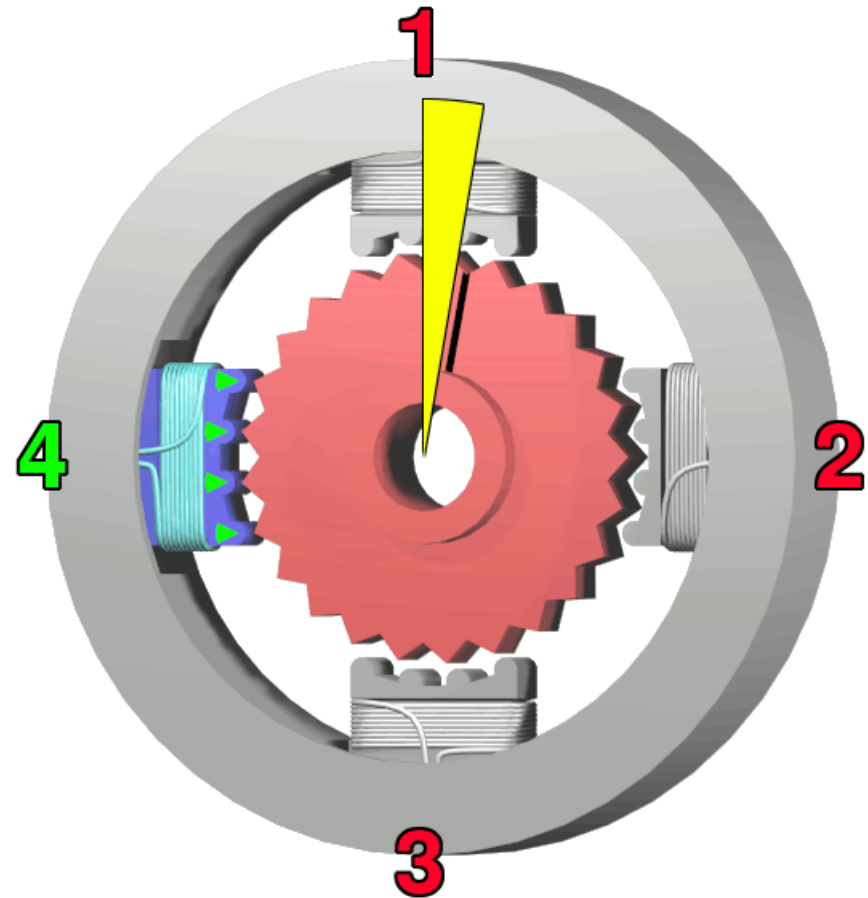
- The bottom electromagnet (3) is charged; another 3.6° rotation occurs





Skrefmótor (4)

- The left electromagnet (4) is enabled, rotating again by 3.6° . When the top electromagnet (1) is again charged, the teeth in the sprocket will have rotated by one tooth position; since there are 25 teeth, it will take 100 steps to make a full rotation

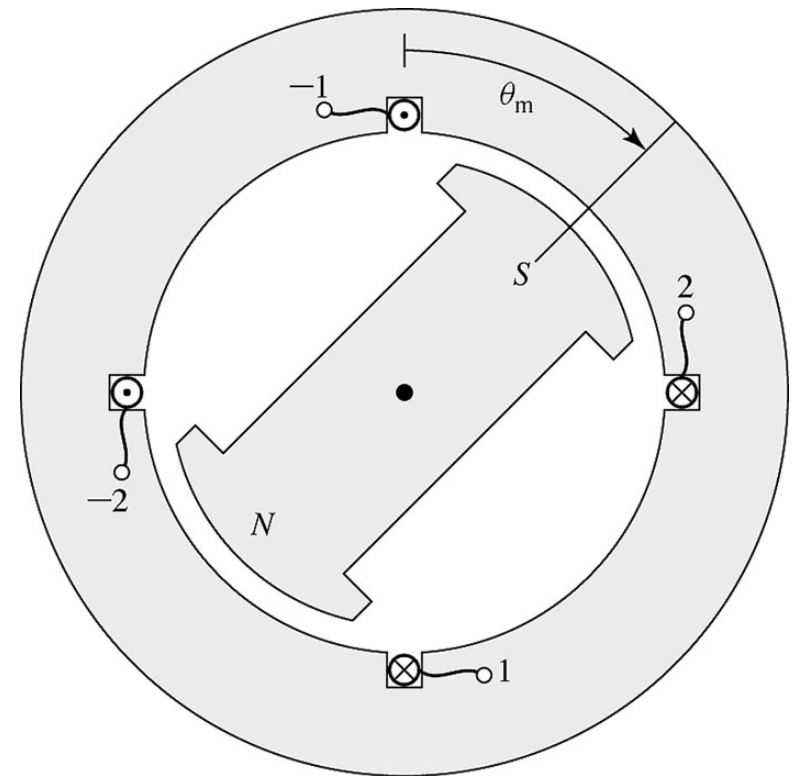




UNIVERSITY OF ICELAND

Skrefmótorar - Stepper motors

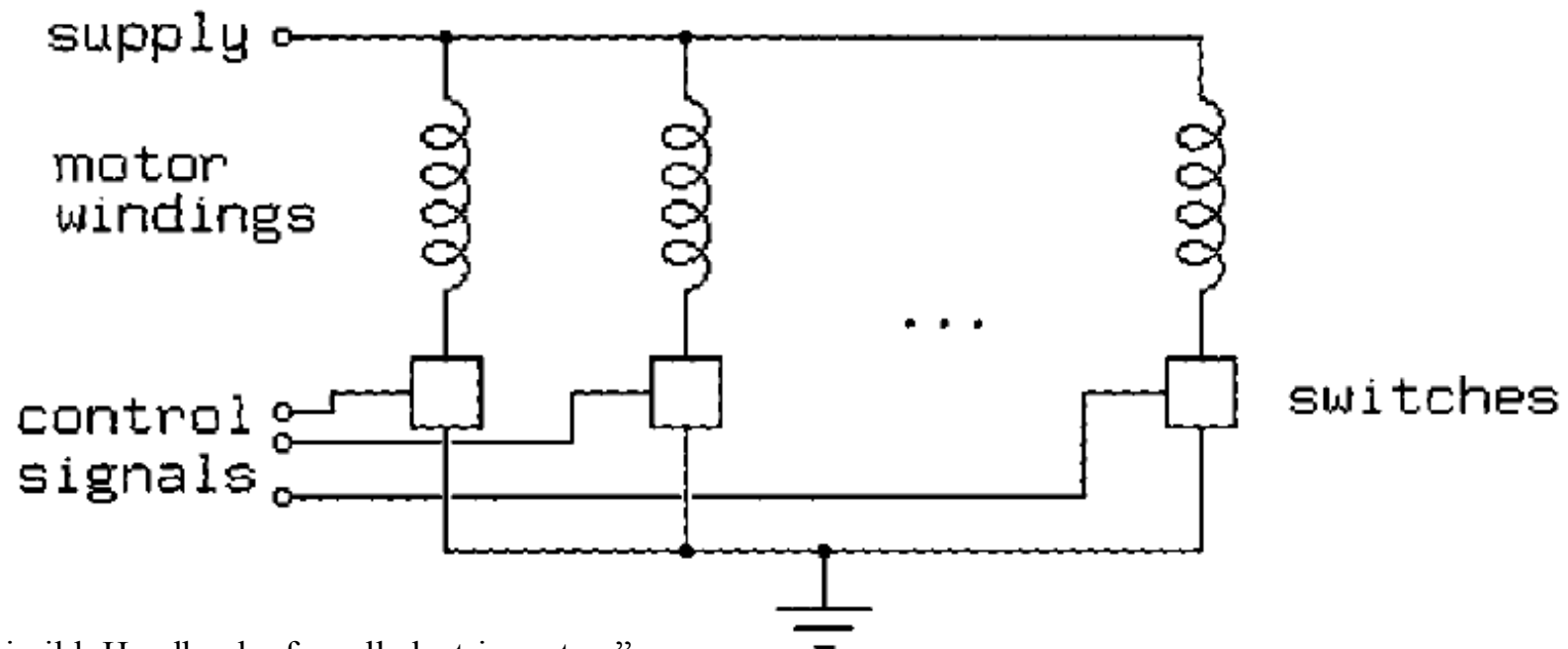
- Skrefmótorar eru VRM vélar þar sem statorvafningar fá straumpúlsa í tiltekinni röð frá aflrafeindabúnaði
- Variable reluctance er eiginleiki rótors sbr samfasavélar
- Gjarnan eru margir pólur bæði á rótor og stator eins og myndin sýnir og er talað um skrefmótora (“Stepper motor”) þar sem hreyfingin er í tilteknum skrefum þegar statorvafningurinn fær straumspúlsa
- Hringferlinum er gjarnan skipt í mörg skref, t.d. 50, 100 eða 200 skref á hring og verður þá hvert skref t.d. 7.2° , 3.6° eða 1.8° .
- Dæmigerð notkun er í prenturum og lesurum
- Mjög fjölbreytt útfærsla og margir möguleikar
- Myndin sýnir 2 fasa skrefmótor með sísegli. Þetta er svipuð virkni eins og í samfasavél, en hönnunin er önnur.





Stýring skrefmótora

- Við sjáum grundvallartengimynd fyrir skrefmótor (VRM vél) þar sem sýnt er hvernig skipt er á milli rása er mynda segulsvið frá stator. Rafeindastýring skrefmótora og VRM véla.



“Heimild: Handbook of small electric motors”



Vélar með breytilegu segulviðnámi

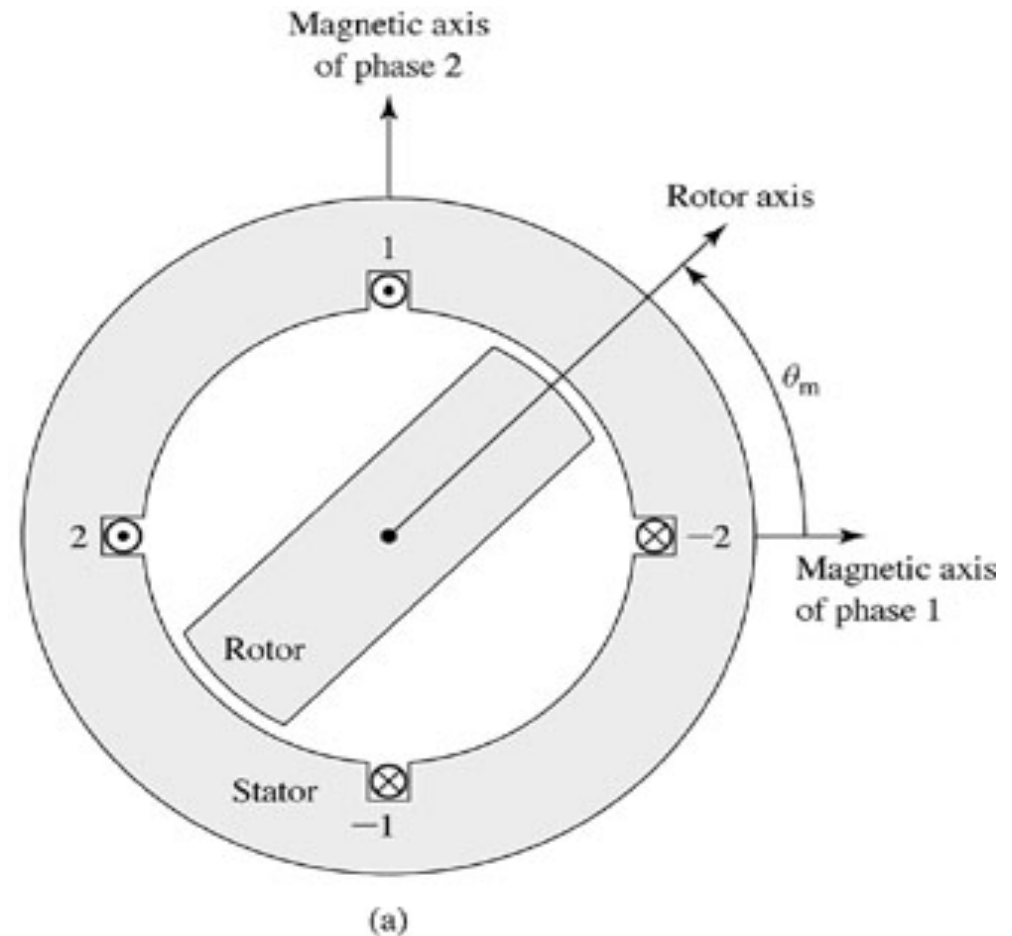
(Variable reluctance motors, VRM)



UNIVERSITY OF ICELAND

Basic two-phase VRMs single saliency

- Myndin sýnir “saliency” þ.e. frávik frá sívölum stator eða rótor er myndar breytilegt segulviðnám (Variable Reluctance Motor=VRM)
- Myndin sýnir því “single saliency” þ.e. aðeins annar hluti vélarinnar, þ.e. rótor hefur þetta frávik
- Figure 8.6 (FKU) bls 418

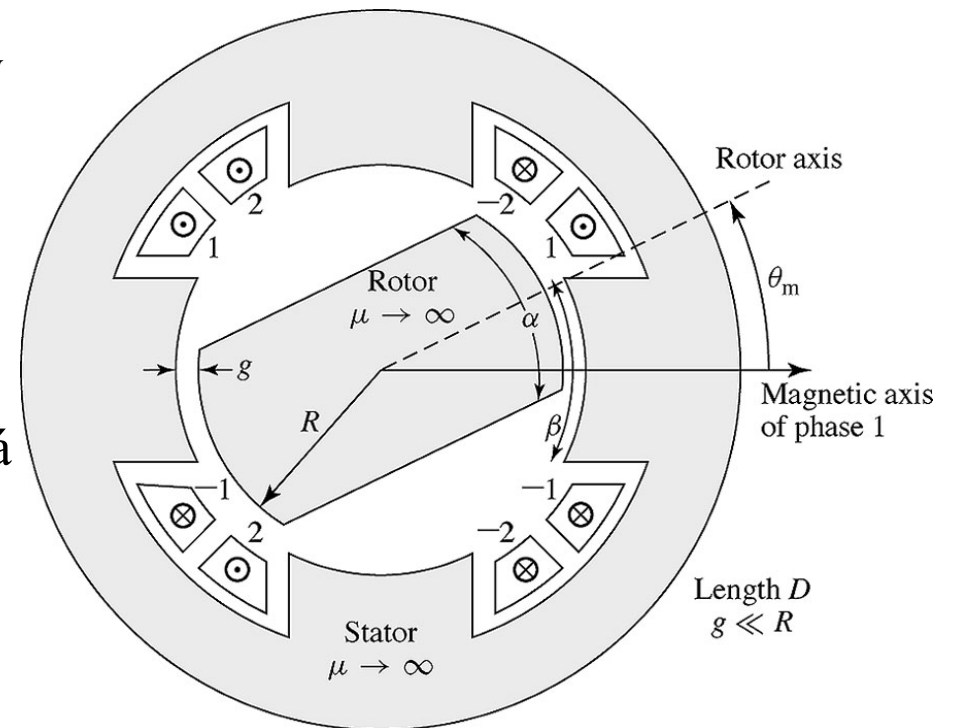




UNIVERSITY OF ICELAND

VRM almenn atriði

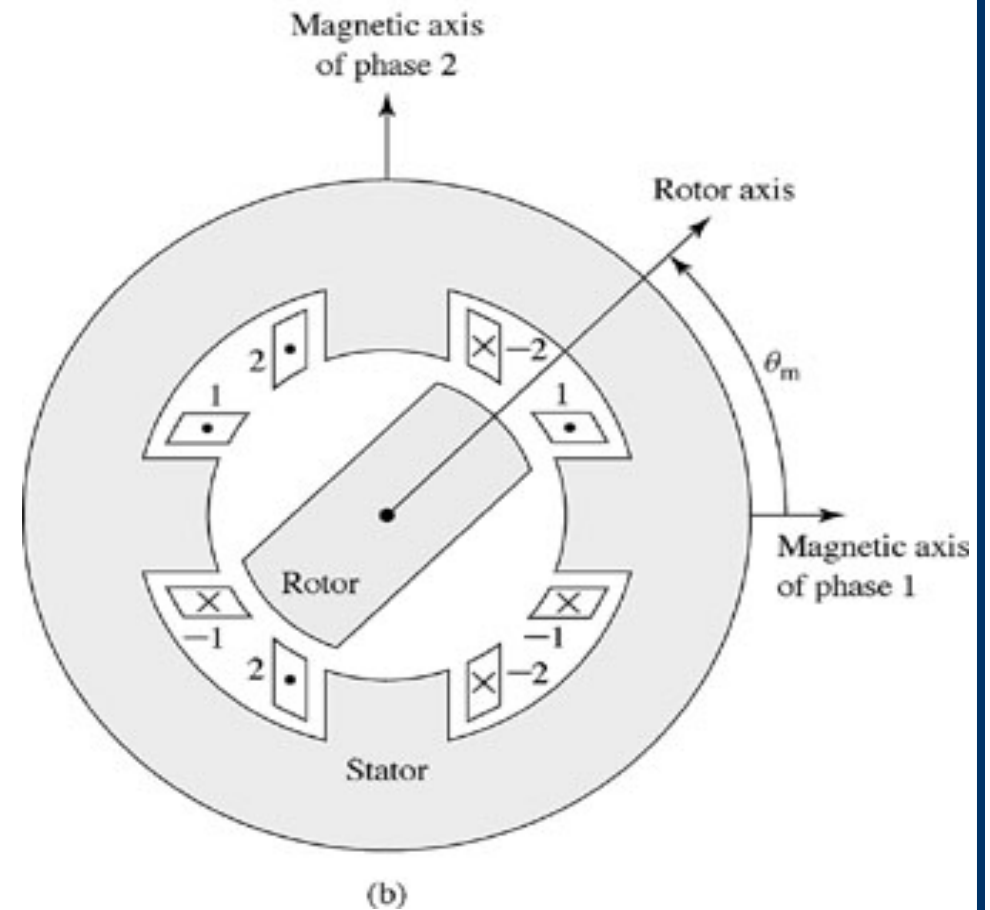
- Þessar vélar eru einfaldar að gerð:
 - Stator með segulmögnunarstraumi og “saliency
 - Rótor með útstandandi pólum (rotor saliency)
 - Við fáum því “double saliency”
- Rótorinn snýst til að aðlaga sig að sviðinu sem statorvafningar mynda þannig að heildarorka kerfisins sé sem minnst.
- Myndin sýnir sem sagt útstandandi póla bæði á rótor og stator (“double saliency”). Einnig sjást statorvafningar
- Engir rótorvafningar, aðeins “Variable Reluctance” sem vélin dregur nafn sitt af.
- Við höfum áður skoðað einfalt dæmi um vægið, T sem myndast í þessum vélum (í 3 kafla)
- Mynd 8.5, FKU bls 417





Basic two-phase VRMs double saliency

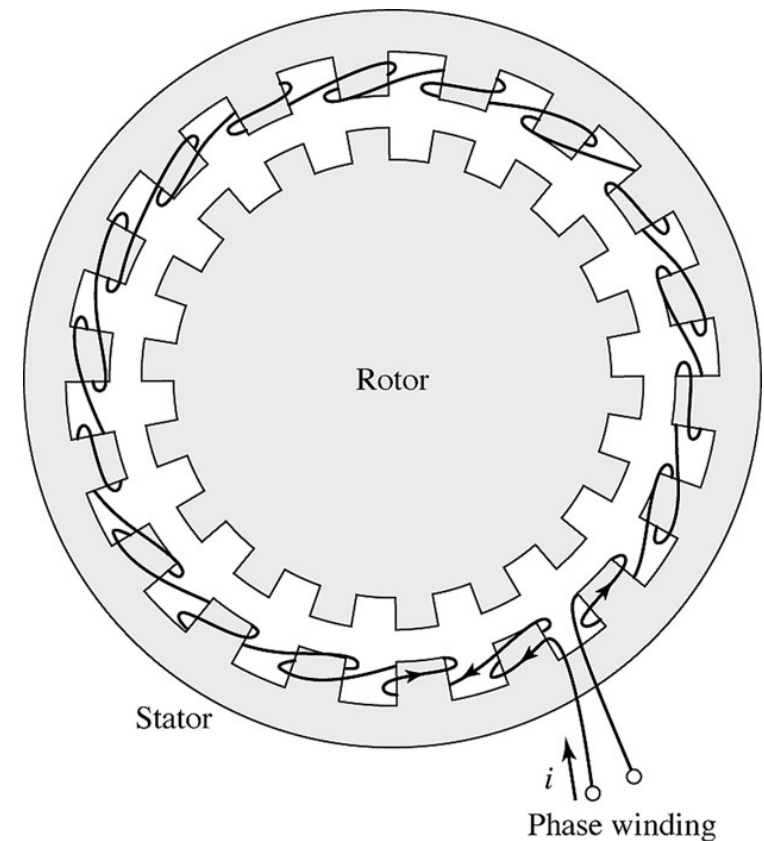
- Myndin sýnir 4/2 VRM mótur” Við sjáum að útstandandi pólur eru bæði á stator og rótor. Þetta er nefnt: “Double Saliency”





VRM stepper motors

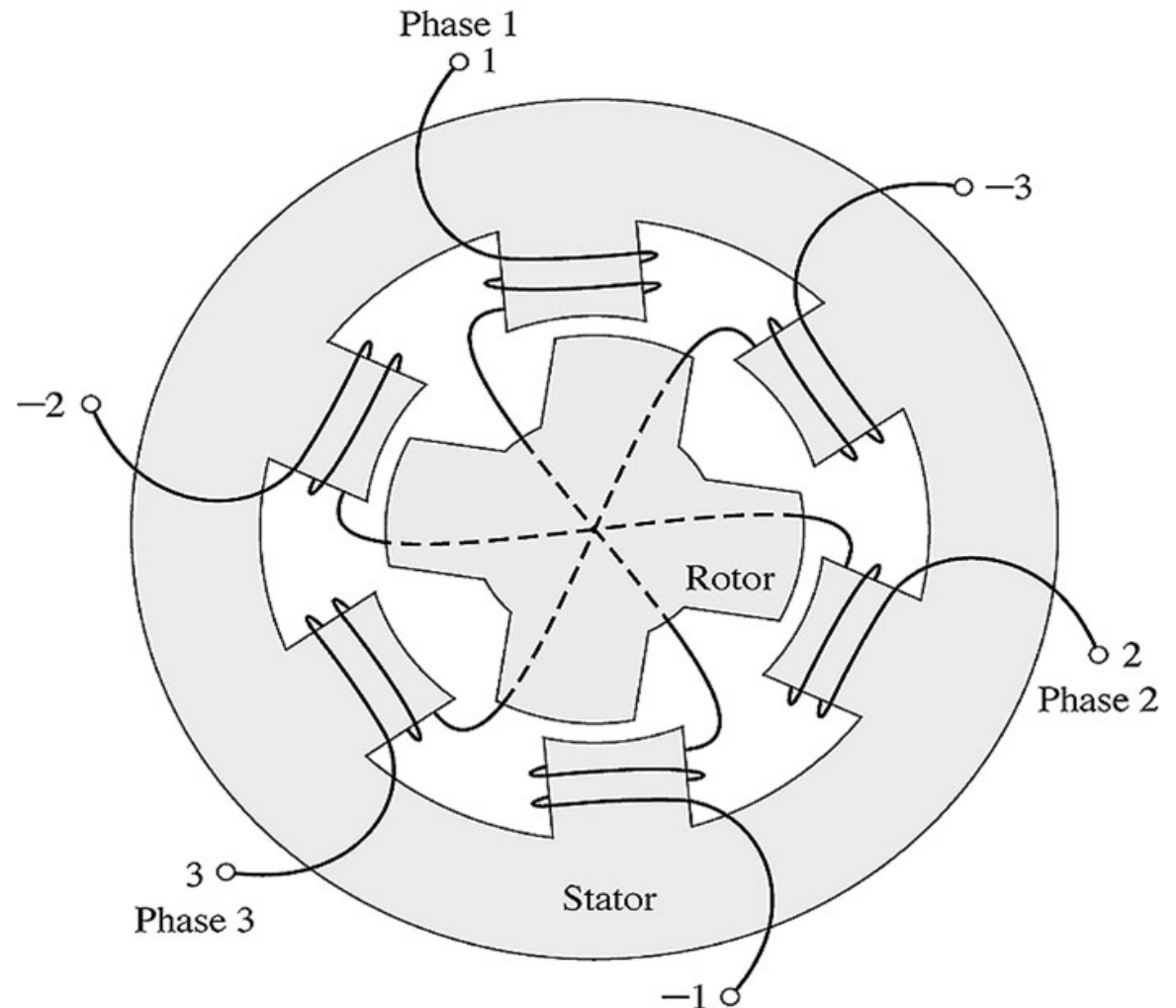
- Myndin sýnir einn hlaða (stack) í “Multistack stepping motor”
- Mynd 8.17 úr kennslubók FKU bls 440





VRM 6/4 stepper motor

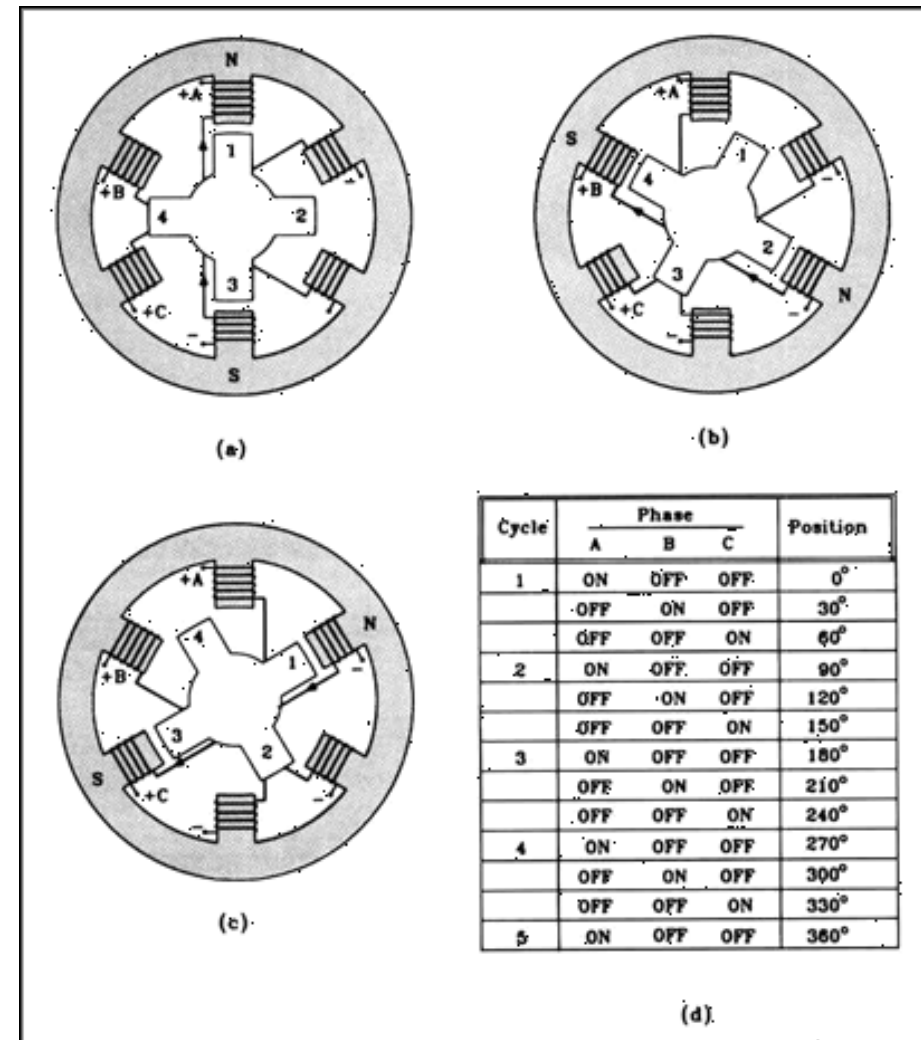
- Myndin (mynd 8.5 FKU) sýnir VRM vél þar sem fjöldi póla er meiri á stator en á rótor. 3 pólpör eru nefndi “**fasar**” á statornum og eru gagnstæður pólar tengdir saman þvert yfir sívala rýmið fyrir rótorinn.





VRM stepper motors

- The figure shows a basic variable-reluctance stepper motor (VRM). In this circuit, the rotor is shown with fewer teeth than the stator. This ensures that only one set of stator and rotor teeth will align at any given instant. The stator coils are energized in groups referred to as phases.
- In the Figure, the stator has six teeth and the rotor has four teeth. The rotor will turn 30° each time a pulse is applied. Figure (a) shows the position of the rotor when phase A is energized. As long as phase A is energized, the rotor will be held stationary.
- When phase A is switched off and phase B is energized, the rotor will turn 30° until two poles of the rotor are aligned under the north and south poles established by phase B.
- The effect of turning off phase B and energizing phase C is shown in Figure (c).

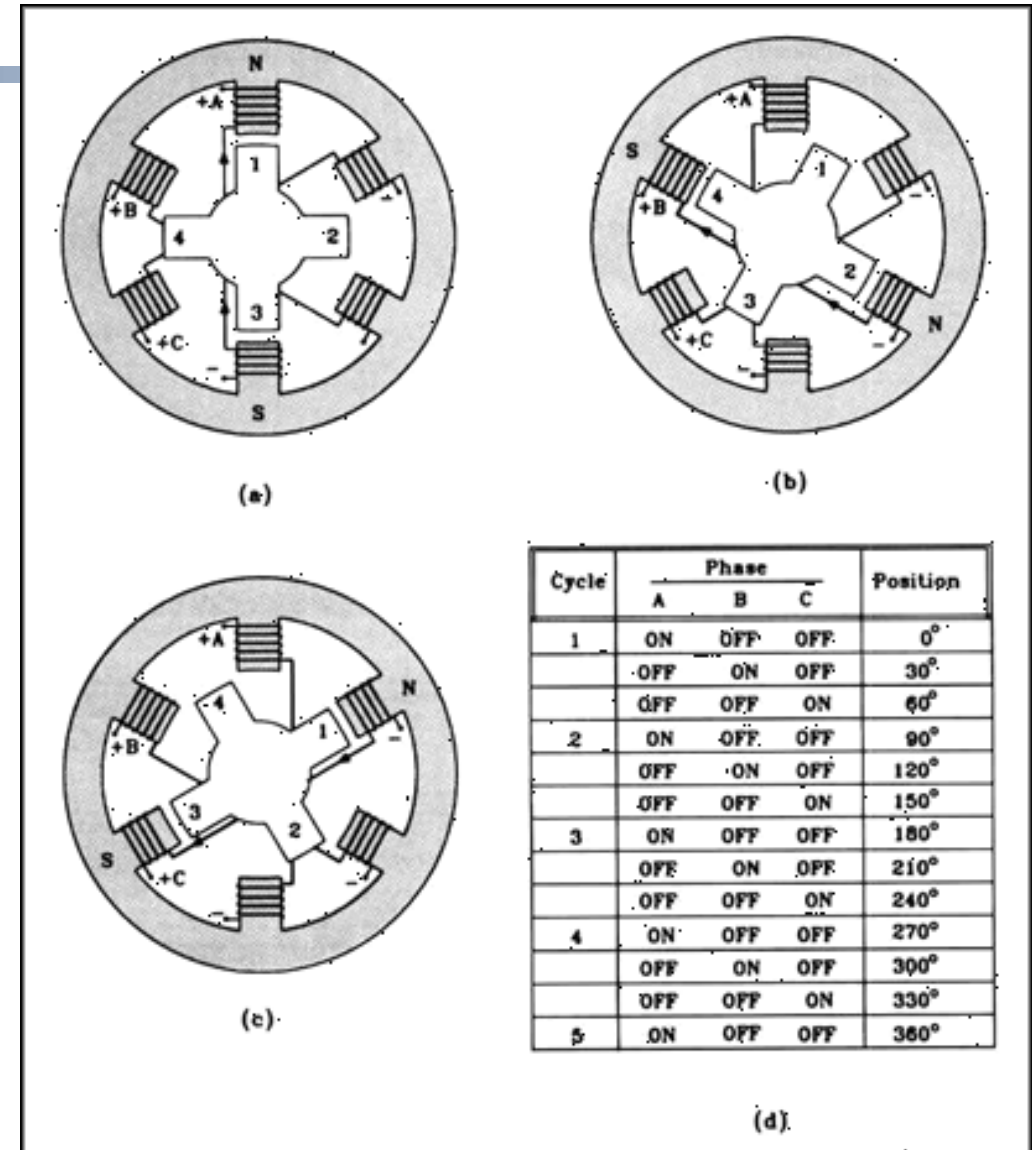




UNIVERSITY OF ICELAND

VRM stepper motors

- In this circuit, the rotor has again moved 30° and is now aligned under the north and south poles created by phase C. After the rotor has been displaced by 60° from its starting point, the step sequence has completed one cycle. Figure 1 (d) shows the switching sequence to complete a full 360° of rotation for a variable-reluctance motor with six stator poles and four rotor poles. By repeating this pattern, the motor will rotate in a clockwise direction. The direction of the motor is changed by reversing the pattern of turning ON and OFF each phase.





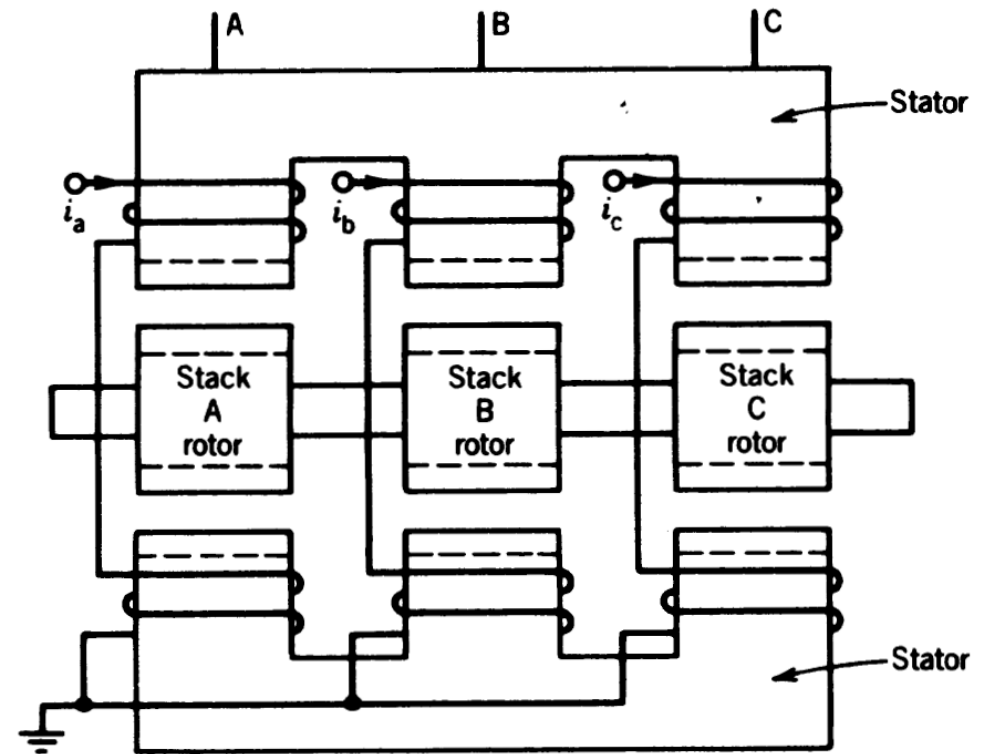
Marghluta skrefmótorar

Multistack stepper motors



Marghluta skrefmótorar (1)

- Tilgangur með mörgum hlutum eða stæðum (stacks) í skrefmótorum er að fá smærri skref.
- Mótornum er skipt í stæður eftir endilöngum ásnum. Myndin sýnir langsníð eftir endilöngum ás slíkrar vélar. Hver stæða um sig er segulmögnuð með sínum vafningi (“fasa”).
- 3 fasa stæður er algengasta fyrirkomulagið en fleiri stæður koma einnig til greina
- Á myndinni sjást 3 óháðir vafningar sem hver tilheyrir sínum fasa. Fasarnir nefnast “a”, ”b” og “c” og þeir koma saman í jarðtengt núll.

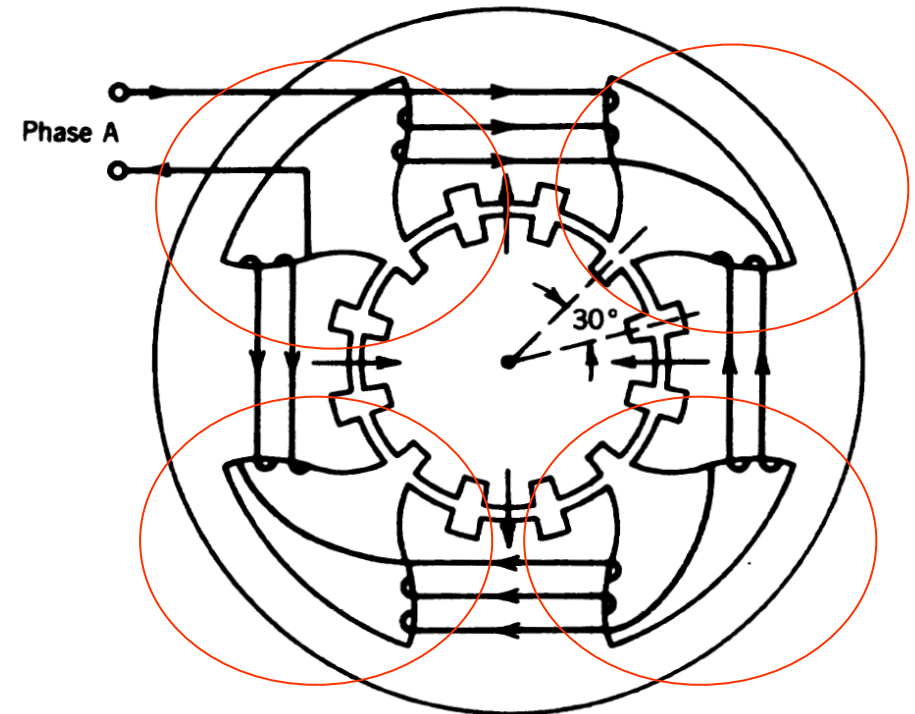


Mynd 8.19, úr: “Principles of Electric Machines and Power Electronics”; höf.: P.C. Sen; 2. útgáfa: John Wiley & Sons, 1997.



Marghluta skrefmótorar (2)

- Myndin sýnir dæmi um slíkan mótur með 4 pólum,
- Pólar hlið við hlið eru vafðir í gagnstæðar áttir, þannig að stefna segulsviðsins er eins og örvarnar sýna. Það myndast **4 lokaðar rásir** fyrir segulflæðið (flúxinn).
- Sami fjöldi af tönnum er á rótor og stator og myndin sýnir dæmi með 12 tönnum sem mynda 30° horn á milli tanna. Skrefstærðin ætti því að vera 30° en stæður (“multi-stack”) breyta því.
- Staða rótors er vel skilgreind með tönnum sem standast á. (Sjá mynd)
- Með 3 stæðum má hins vegar minnka skrefstærðina í $1/3$ eða 10 gráður.

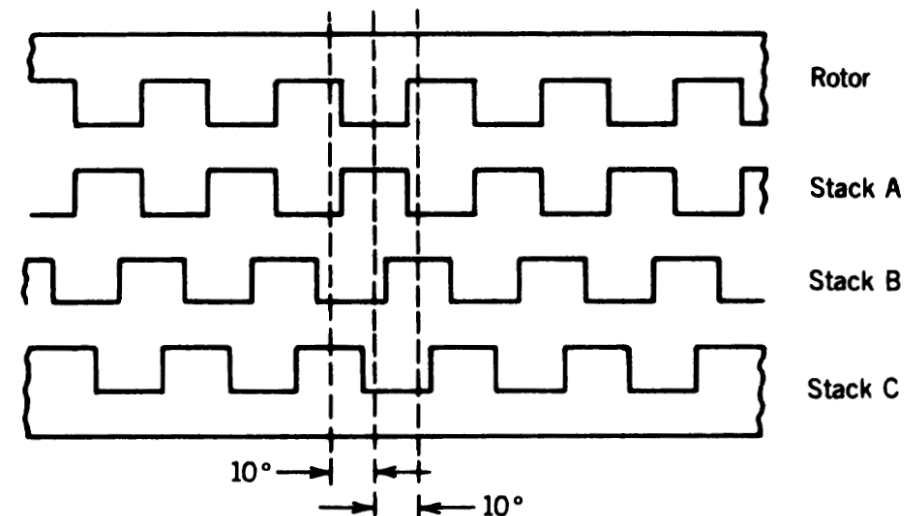


Mynd 8.20a, úr: “Principles of Electric Machines and Power Electronics”; höf.: P.C. Sen; 2. útgáfa: John Wiley & Sons, 1997.



Marghluta skrefmótorar (3)

- Tennur rótors í hverri stæðu standast á milli stæða
- Tönnum á stator er hins vegar hliðrað til, eins og myndin sýnir, um 10 gráður.
 - Þegar straumur fer um **fasa “a”** standast tennur þess fasa á milli rótors og stators en ekki við tennur á hinum statorum (b og c)
 - Þegar straumur fer um **fasa “b”** standast tennur þess fasa á milli rótors og stators en ekki við tennur á hinum statorum (a og c)
 - Þegar straumur fer um **fasa “c”** standast tennur þess fasa á milli rótors og stators en ekki við tennur á hinum statorum (a og b)
- Þetta veldur réttshælis hreyfingu á rótor (sjá mynd á fyrri skyggnu)



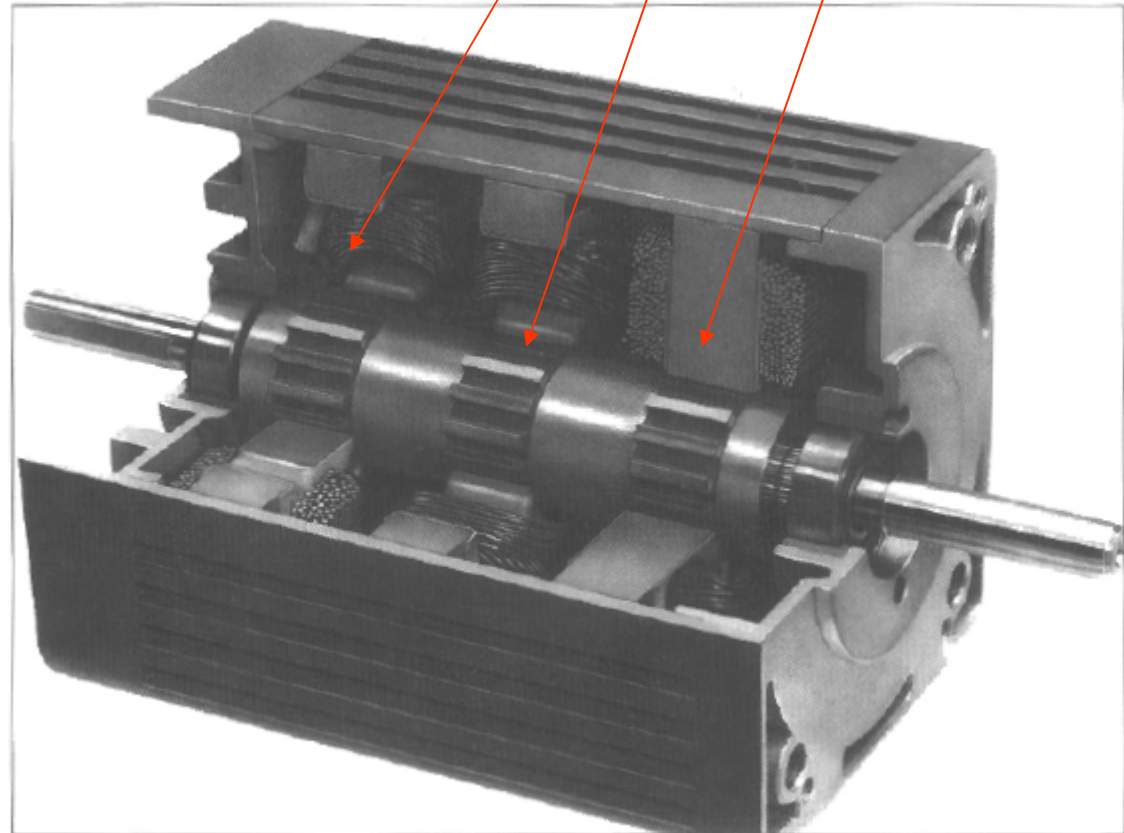
Mynd 8.20b, úr: “Principles of Electric Machines and Power Electronics”; höf.: P.C. Sen; 2. útgáfa: John Wiley & Sons, 1997.



Marghluta skrefmótorar (3)

- Myndin sýnir marghluta skrefmótor með 3 stæðum (Stacks) . (Mynd 8.16 í kennslubók, FKU)

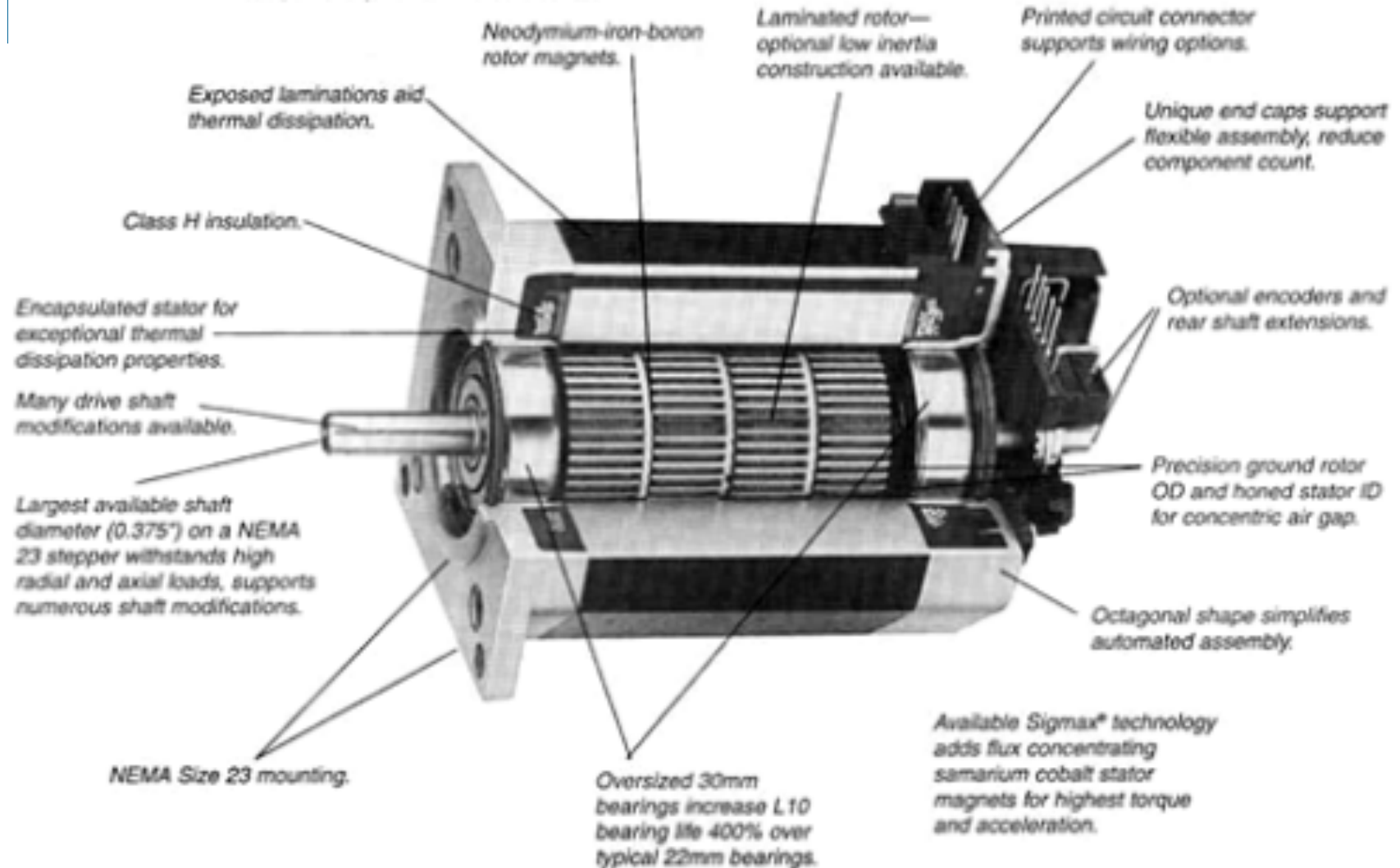
3 rótorar, 3 stæður





UNIVERSITY OF ICELAND

Stepper motor (dæmi)





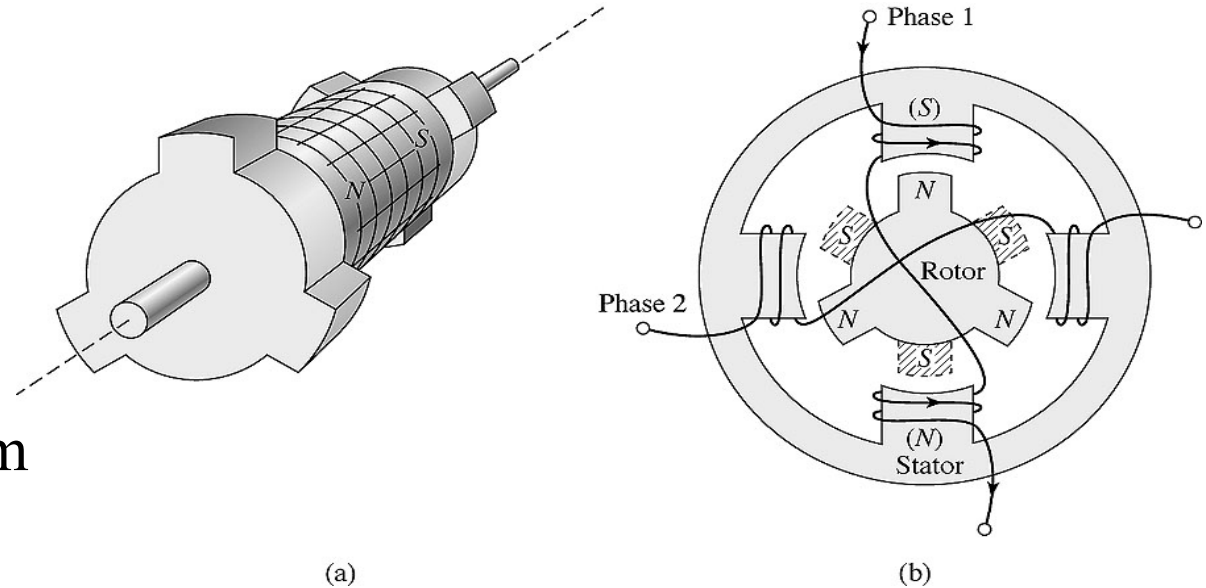
Samsettir skrefmótorar

Hybrid stepper motors



Hybrid stepping motors

Schematic view of a hybrid stepping motor. (a) Two-stack rotor showing the axially-directed permanent magnet and the pole pieces displaced by one-half the pole pitch. (b) End view from the rotor north poles and showing the rotor south poles at the far end (shown crosshatched). Phase 1 of the stator is energized to align the rotor as shown.



Mynd 8.21 FKU



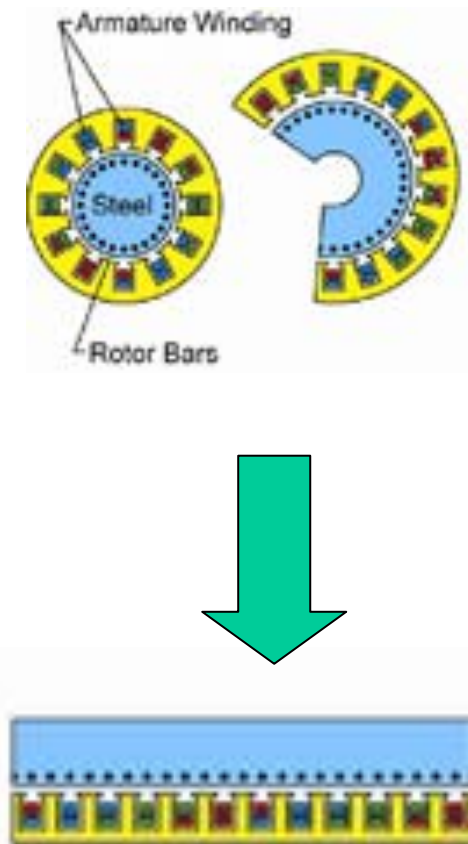
Línulegar vélar

Linear motors



Línulegar vélar

- Línulegar vélar eru vélar þar sem bæði sívalur rótor og sívalur stator hefur verið “flattur út” í “beina línu”
- Við höfum í grundvallaratriðum 2 gerðir af línulegum vélum:
 - Línulegar spanvélar (LIM)
 - Línulegar samfasavélar



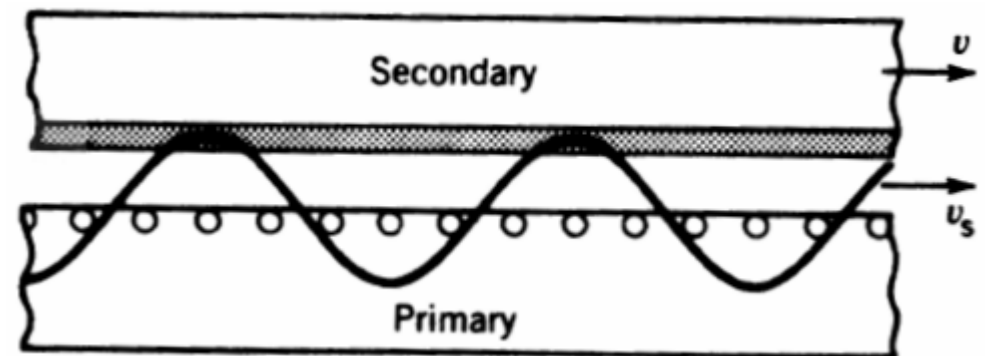
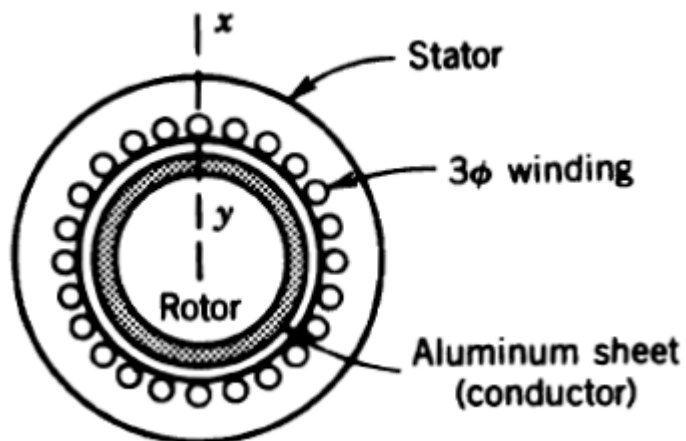


UNIVERSITY OF ICELAND

Línuleg spanvél (LIM)

- Vélarnar nefnast á ensku: **Linear Induction Machines** (=LIM)
- Statorinn verður að föstum **forhluta** (Primary, sbr spennar)
- Rótorinn verður að hreyfanlegum **bakhluta** (Secondary)
- Við “fletjum út” sívala vél í línulega lögun og línulega hreyfingu
- Í stað snúningssviðs í 3 fasa vél kemur segulbylgja sem hreyfist í tiltekna stefnu með tilteknum hraða, V_s
 - T_p er “pole pitch” [m], þ.e. fjarlægð milli póla þ.e. þar til tiltekinn fasi er endurtekinn
 - f er tíðni [Hz]
- Hraði bylgjunnar verður þá:

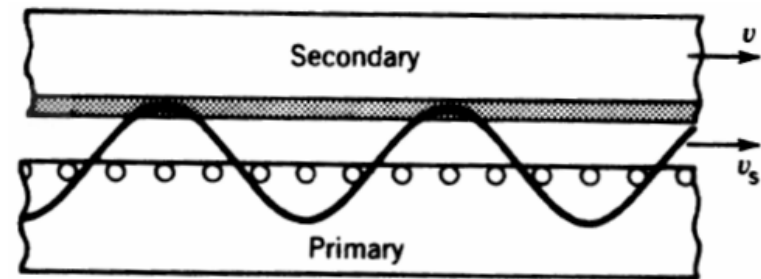
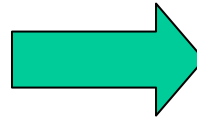
$$V_s = 2T_p \cdot f$$



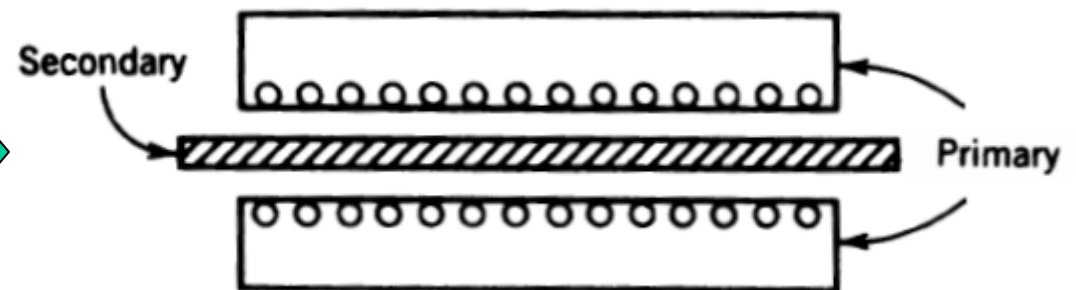
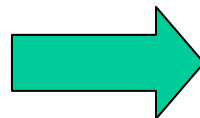


Línulegar spanvélar (SLIM/DLIM)

- Einföld línuleg spanvél (Single sided LIM = SLIM)



- Tvöföld línuleg spanvél (Double sided LIM = DLIM)





SLIM

- SLIM er mikið notuð í flutningakerfum



Rafmagnshraðlestir

- Notkunar svið LIM er í flutningatækni



FIGURE 5.49 Transportation test vehicle using LIM.
(Courtesy of Urban Transportation Development Corporation, Kingston, Canada.)



UNIVERSITY OF ICELAND

Rafmagnshraðlestir

- Notkunarsvið
LIM er í
flutningatækni





Maglev

- Contactless magnetic suspension
- Linear motor technology



Linear Synchronous Motor (LSM)

- A linear synchronous motor (LSM) is a linear motor in which the mechanical motion is in synchronism with the magnetic field, i.e. the mechanical speed is the same as the speed of traveling magnetic field.



UNIVERSITY OF ICELAND

Rafmagnshraðlestir

- MAGLEV hraðlest í Shanghai sem gangsett var 1. janúar 2004 (Þýsk hönnun)

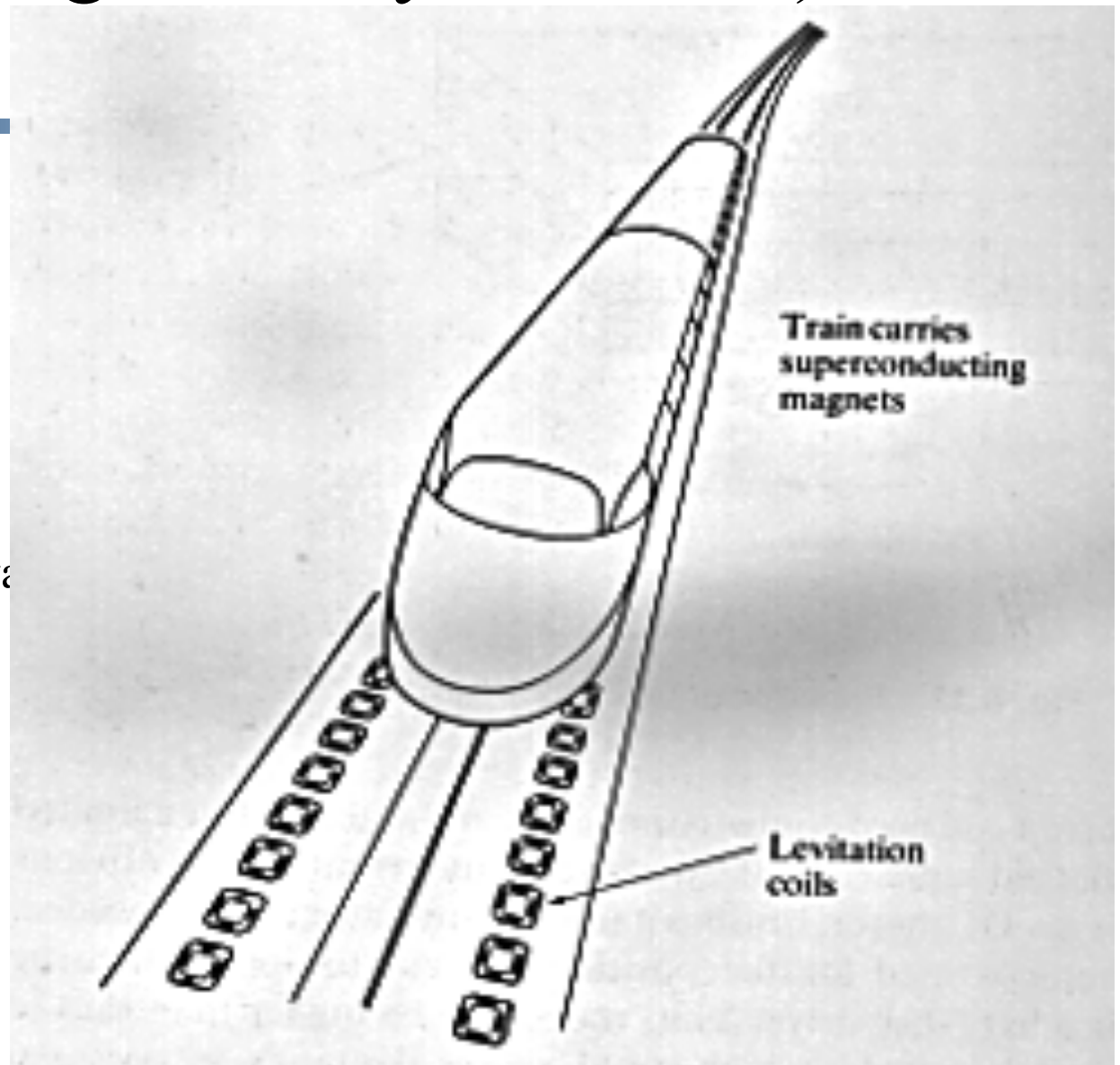




UNIVERSITY OF ICELAND

Maglev (magnetically levitated) trains

- Linear Synchronous Motor (LSM)
- Super-express bullet train
- Superconducting coils
- Strong magnetic field
- armature wind.- along railwa line
- levitated due to strong m.f. (10cm above ground)





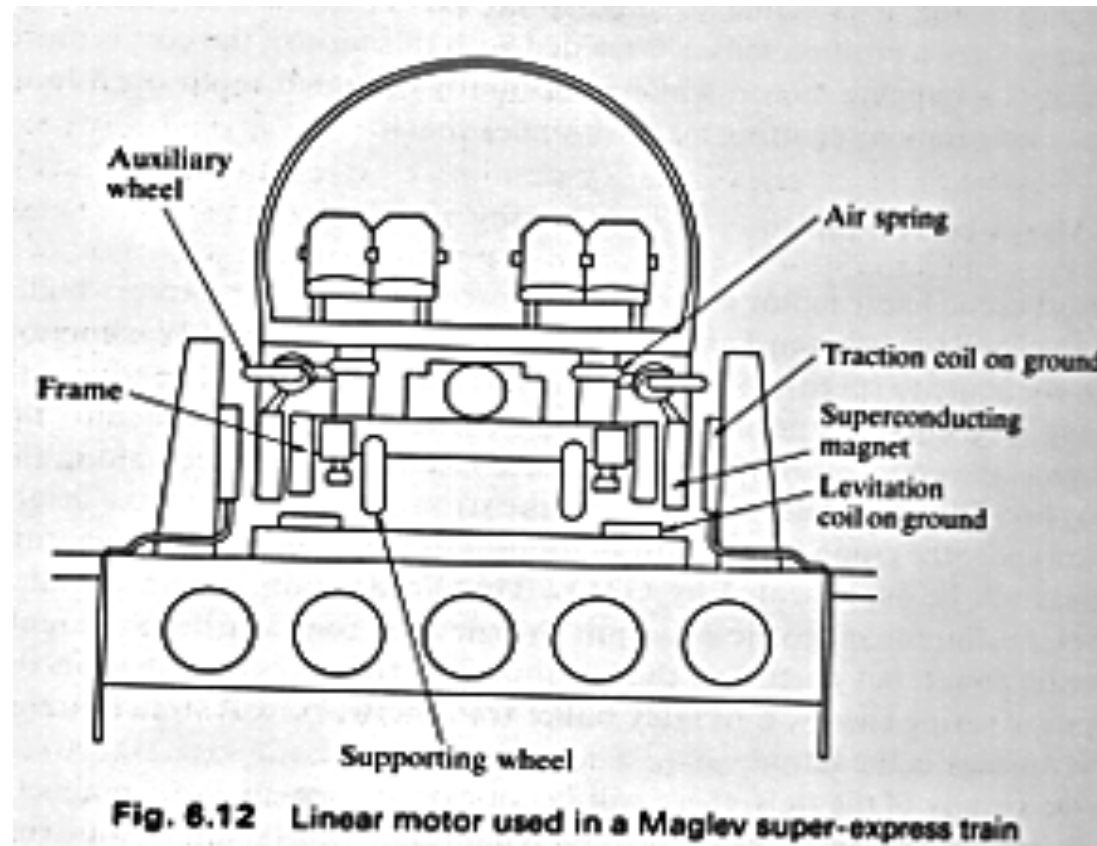
Maglev effect

- switching between armature coils - by thyristors (GTO)
- Maglev = magnetic levitation
- huge amount of elec. power consumed, but less than aeroplanes
- extraordinarily large magnetic fields in the surroundings; this needs further research



UNIVERSITY OF ICELAND

Maglev train





Frekara ítarefni - Tilvísanir - Heimildir

- **J.J Cathey:** “*Electric Machines, Analysis and Design Applying Matlab*”, McGraw-Hill, 2001
- **T. Wildi:** “*Electrical Machines, Drives and Power Systems*”, Prentice Hall, 2002
- “*Principles of Electric Machines and Power Electronics*”; höf.: P.C. Sen; 2. útgáfa: John Wiley & Sons, 1997.
- “*Electric Machines, Steady State Theory and Dynamic Performance*”, Höf.: M. S. Sarma, West Publishing Co., 1994
- “*Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*”, 2nd Edition, Höf.: Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff, Wiley/IEEE Press 2002.
- **Heimasíða frá University of Minnesota:** <http://www.ece.umn.edu/users/riaz/>
- **S.J.Chapman:** “*Electric Machinery Fundamentals*” 4th ed., McGraw-Hill, 2005
- **N Mohan:** “*Electric Drives an Integrated Approach*”, MNPERE, Minneapolis, USA, 2003
- ***The Brushless Motor Sourcebook***, Axys technologies, San Diego, 2002, <http://www.axys.com>
- **J.F. Gieras, Z.J. Piech:** “*Linear Synchronous Motors*”, CRC Press, 2000
- **P Yedamale:** “*Brushless DC (BLDC) Motor Fundamentals*” (Bæklingur) Microchip Technology Inc., 2003 (<http://www.microchip.com>)



Dæmi - upprifjun



UNIVERSITY OF ICELAND

Dæmi 27-1

(Sýnidæmi A)

Loftbil eru sem kunnugt er lykilhúti rafmagnsvéla. Myndirnar hér að neðan sýna loftbil í segulrás (t.d. einhverrar rafmagnsvélar) milli efri og neðri kjarna (dökkt svæði á myndum). Myndirnar sýna mismunandi líkan af segulsviðinu í loftbilinu (grá svæði). *Langst til vinstri* er hefðbundið *grunnlíkan* þar sem *segulleiðnin* P_s (þ.e. “permeance”) er einfaldlega samkvæmt eftirfarandi þekktri jöfnu:

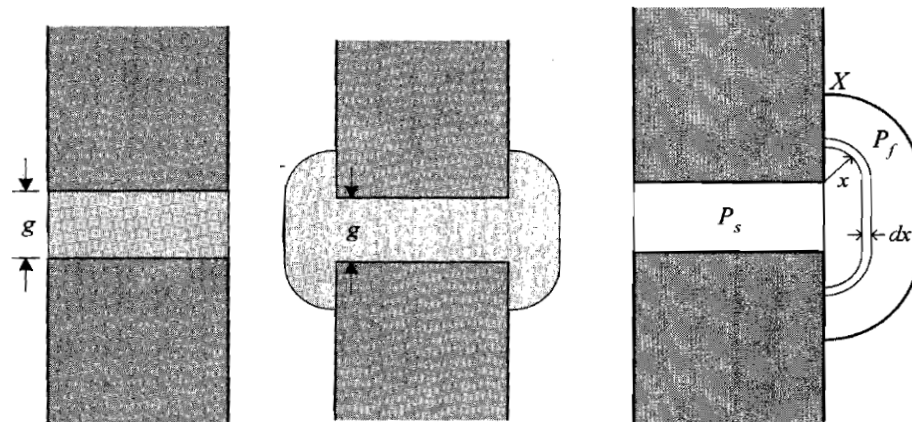
$$P_s = \frac{1}{R_s} = \frac{\mu_0 A}{g}$$

Hér er R_s *segulviðnám* (reluctance) í loftbilinu á mynd til vinstri og g er breidd bilsins og A er þverskurðarflatarmál kjarnans, sem er ferningslagaður og með breidd sömu og dýpt inn í myndina D , þ.e. $A = D^2$.

Myndin í miðjunni hins vegar sýnir hvernig “*bólgnun segullína*” (*flux fringing*) á sér stað á 4 hliðum kjarnans, (þ.e. vinstra og hægra megin eins og sést á miðmyndinni og síðan einnig fyrir “framan og aftan” þverskurðarmyndina). Gerum ráð fyrir að segullínurnar bólgni út í hámarksfjarlægð X á 4 hliðum kjarnans eins og sýnt er á mynd í miðju og til hægri og verður þá á hverri hlið til viðbótarleiðnin P_f auk leiðinnar P_s . Heildarleiðni þessara 5 *samsíða* þátta yrði þá:

$$P_{tot} = P_s + 4 \cdot P_f$$

Bætið nú grunnlíkan loftbils með að *finna formúlu* fyrir P_f sem falli af X og g með því að skipta bólgna svæðinu í *ræmur* af þykkt dx og breidd D og lengd L þar sem L samanstendur af breidd bilsins g svo og 2 fjórðungum af hringferlum með radíus x eins og sést á mynd t.h. Athugið að formúlan fyrir leiðnina P_f finnst með því að finna summu (heild) fyrir allar ræmurnar ef dx stefnir á núll en svæðið milli $x = 0$ og $x = X$ er fast. **Reiknið síðan tölugildi fyrir segulleiðni loftbilsins bæði með og án bólgunar sviðsins þ.e. reiknið bæði P_s og P_{tot} ef $X = 5g$, $D = 2$ cm og $g = 1$ mm. Hvað eykst leiðnin mikið við að bæta við bólgna flæðinu sbr. miðmyndina, miðað við myndina t.v.?**





UNIVERSITY OF ICELAND



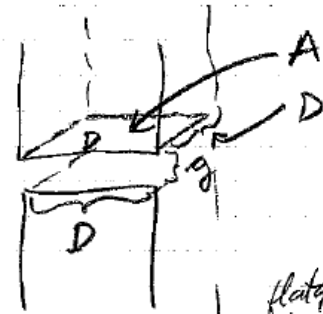
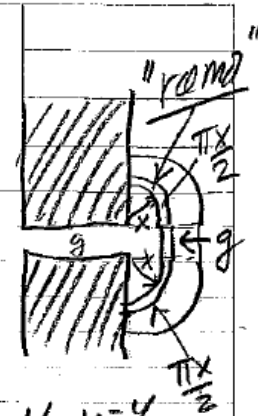
HÁSKÓLI ÍSLANDS

VERKFRÆÐI- OG Náttúruvísindasvið

Sýndi A

$$D = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad \chi = 5 \text{ g}$$

$$g = 10^{-3} \text{ m}$$



$$\text{Area} = A = D^2 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$P_s = \frac{\mu_0 A}{g} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{10^{-3}}$$

$$P_s = 16\pi \cdot 10^{-8} = 50.2 \cdot 10^{-8} \text{ H}$$

$$P_f = \int_0^{\chi} \frac{\mu_0 \cdot D \cdot dx}{g + \pi x} = \frac{\mu_0 D}{\pi} \int_{x=0}^{x=\chi} \frac{d(\pi x)}{(g + \pi x)} = \frac{\mu_0 D}{\pi} \left[\ln(g + \pi x) \right]_0^{\chi}$$

← flatar-
mál römmu

← lengd römmu

$$P_f = \frac{\mu_0 D}{\pi} \left[\ln(g + \pi \chi) - \ln g \right] = \frac{\mu_0 D}{\pi} \ln \frac{g + \pi \chi}{g}$$

$$P_f = \frac{\mu_0 D}{\pi} \ln \left(1 + \frac{\pi \chi}{g} \right)$$

$$P_f = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{\pi} \ln(1 + \pi \cdot 5)$$

Flatarmál römmu er $dx \cdot D$
 Lengd römmu er $\pi x + g$
 (Sjá mynd eftir t.h.;
 sbr. að ummál hringis er πx)



Dæmi 27-1 lausn (bls2)

$$P_{tot} = P_s + 4P_f = (50.2 + 4 \cdot 2.25) \cdot 10^{-8}$$

$$P_{tot} = (50.2 + 9) \cdot 10^{-8} = \underline{\underline{59.2 \cdot 10^{-8} \text{ H}}}$$

$$\frac{P_{tot}}{P_s} = \frac{59.2}{50.2} = 1.179 \Rightarrow \underline{\underline{17.9\% \text{ brekkun}}}$$

á segulleiðni
(permeance)



UNIVERSITY OF ICELAND

A 3 ϕ , 208 V, 60 Hz, six-pole induction motor has the following equivalent circuit parameters.

$$R_1 = 0.075 \Omega, \quad R_2' = 0.11 \Omega$$

$$L_1 = L_2' = 0.25 \text{ mH}$$

$$L_m = 15.0 \text{ mH}$$

The motor drives a fan. The torque required for the fan varies as the square of the speed and is given by

$$T_{\text{fan}} = 12.7 \times 10^{-3} \omega_m^2$$

Determine the speed, torque, and power of the fan when the motor is connected to a 3 ϕ , 208 V, 60 Hz supply. Use the approximate equivalent circuit of Fig. 5.14b, and neglect rotational losses. For operation at low slip, the motor torque can be considered proportional to slip.

Dæmi 27-2 (Sýnidæmi B)

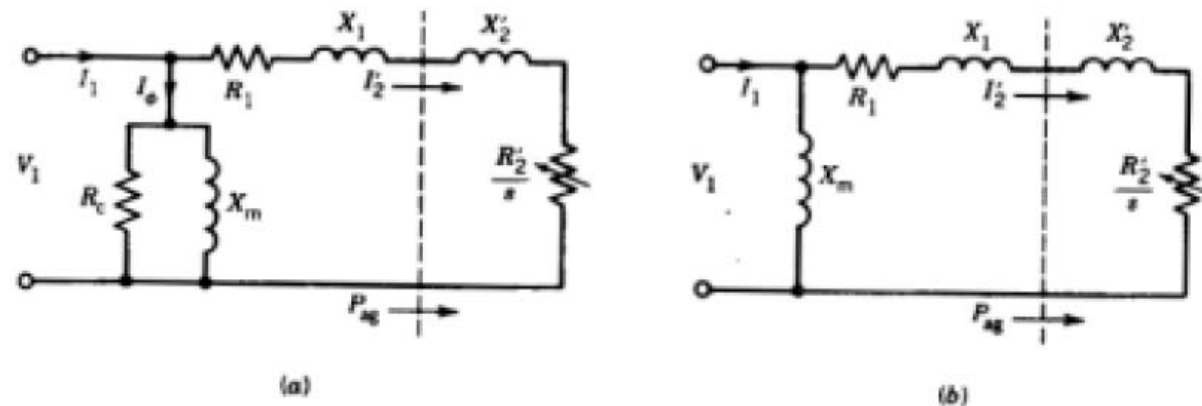


FIGURE 5.14 Approximate equivalent circuit.



UNIVERSITY OF ICE

$$3\text{ fasa, } 208\text{ V } 60\text{ Hz, } p=6$$

$$R_1 = 0.075\ \Omega \quad R_2' = 0.11\ \Omega$$

$$L_1 = L_1' = 0.25\ \text{mH} \quad ; \quad L_m = 15\ \text{mH}$$

$$T_{\text{tan}} = 12.7 \cdot 10^{-3}\ \text{Wm}^2$$

Dæmi 27-2
(Sýnidæmi B)
lausn

$$V_1 = \frac{208}{\sqrt{3}} = 120.1 \quad X_1 = X_2' = 2\pi \cdot 60 \cdot 0.25 \cdot 10^{-3} = \underline{0.09425\ \Omega}$$

$$X_m = 2\pi \cdot 60 \cdot 15 \cdot 10^{-3} = \underline{5.655\ \Omega}$$

$$n_s = \frac{120 \cdot 60}{6} = \underline{1200\ \text{rpm}}$$

$$\omega_s = \frac{1200}{60} \cdot 2\pi = \underline{125.6\ \text{rad/s}}$$

$$E_b \approx 0 \Rightarrow T_{\text{mek}} = \frac{1}{\omega_s} \cdot \frac{V_1^2}{R_2'} \cdot 3 = \frac{3}{125.6} \cdot \frac{120.1^2}{0.11} \cdot 5$$

$$\underline{T_{\text{mek}} = 3130\ \text{s}}$$



UNIVERSITY OF ICELAND

$$T_{load} = T_{mek}$$

$$T_{load} = 12.7 \cdot 10^{-3} [W_s(1-s)]^2 = 200.55(1-s)^2$$

$$3130s = 200.55(1-s)^2 = 200.55(1 - 2s + s^2)$$

$$200.55 \cdot s^2 - 3531.1s + 200.55 = 0 \quad (2. \text{ gráðu jöfna})$$

Dæmi 27-2
(Sýnidæmi B)
lausn, blsV2

$$\Rightarrow s = \begin{cases} 17.553 & (\text{ekki raunhæf lausn}) \\ \underline{\underline{0.05697}} \end{cases}$$

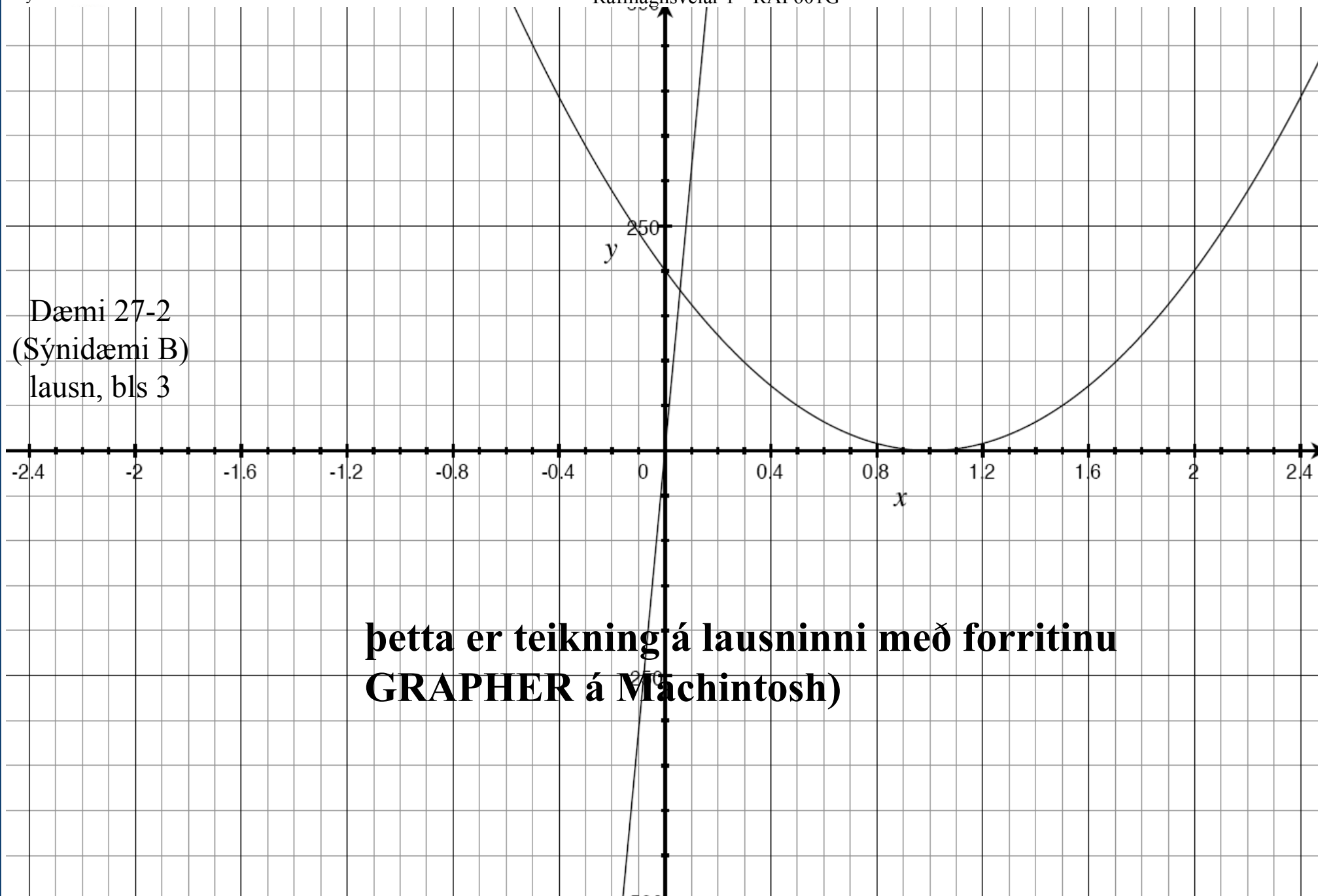
$$n = n_s(1-s) = 1200(1-0.05697) = \underline{\underline{1131.6 \text{ rpm}}}$$

$$\omega = \frac{n}{60} \cdot 2\pi = \frac{1131.6}{60} \cdot 2\pi = 118.5 \text{ rad/s}$$

$$T = 3130 \cdot 0.05697 = \underline{\underline{178.32 \text{ Nm}}}$$

$$P = T \cdot \omega = 178.32 \cdot 118.5 = \underline{\underline{21132 \text{ W}}}$$

Dæmi 27-2
(Sýnidæmi B)
lausn, bls 3



**Þetta er teikning á lausninni með forritinu
GRAPHER á Machintosh)**



UNIVERSITY OF ICELAND

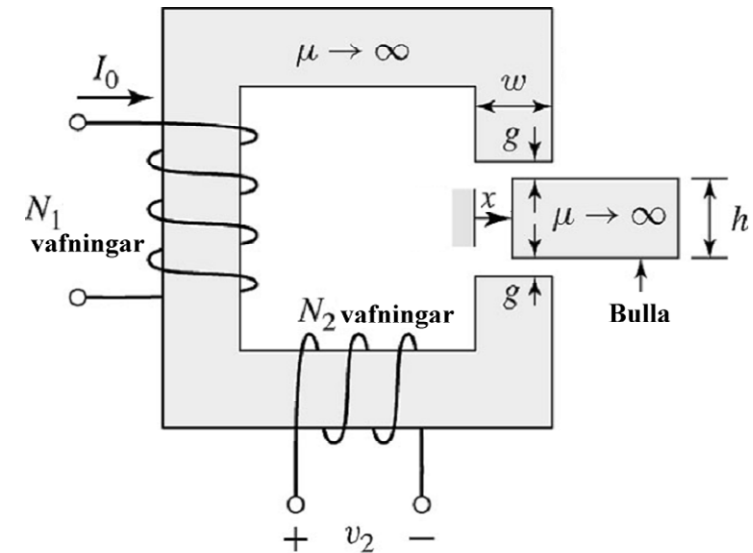
Myndin hér til hliðar sýnir “rafala” þar sem bullan er hreyfð fram og aftur til hægri og vinstri vegna áhrifa ytri aðila. Stöðu bullunnar er lýst með stöðubreytunni x samkvæmt jöfnunni:

$$x(t) = \frac{w(1 + \varepsilon \sin \omega t)}{2}$$

(sbr. mynd), þar sem $\varepsilon \leq 1$ og $\omega = 2\pi f$ er hornhraði hreyfingarinnar og tíðnin $f = 30$ Hz. Haldið er föstu loftbili, g , sitt hvoru megin við bulluna, sbr. mynd. Bæði kjarninn og bullan hafa $\mu \rightarrow \infty$. Staða bullunnar, x , takmarkast við sviðið $0 \leq x(t) \leq w$. Tvennir vafningar

Dæmi 27-3 (Sýnid. C)

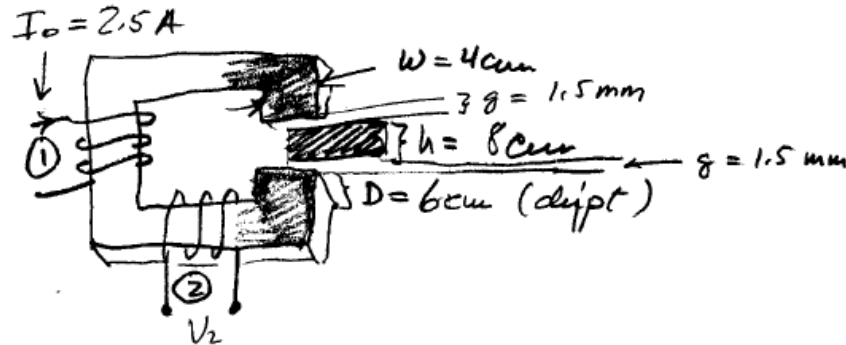
eru á kjarnanum, eins og myndin sýnir. Fjöldi vafninga á þeim fyrri (nr 1) er $N_1 = 300$ og fer um hann jafnstraumur $I_0 = 2.5$ amper. Seinni vafningurinn (nr 2) hefur $N_2 = 500$ og er opin rás; þar spanast upp spennan $v_2(t)$ og við hann er unnt að tengja álagsviðnám. Breidd kjarnans er $w = 4$ cm og dýpt hans og bullunnar (inn í myndina, þvert á myndplanið) er $D = 6$ cm. Loftbilið sitt hvoru megin við bulluna er $g = 1.5$ mm og breidd hennar er $h = 8$ cm (sbr mynd). Gert er ráð fyrir að sveifla bullunnar takmarkist við $\varepsilon = 0.8$ (Horft er fram hjá beygju segulflæðisins, þ.e. ”flux fringing” við loftbilið).



- Finnið gagnkvæma spanið milli vafninga nr 1 og 2 sem fall af stöðu bullunnar, x .
- Finnið formúlu fyrir sínusspennunni $v_2(t)$ sem spanast upp vegna hreyfingar bullunnar sem fall af ofangreindum stærðum.
- Reiknið út virkt (RMS) gildi spennunnar $v_2(t)$ miðað við gefin tölugildi.



UNIVERSITY OF ICELAND



$$x(t) = \frac{w(1 + \epsilon \sin \omega t)}{2}$$

a) Finna gagnkvæma spanið milli vafninga nr ① og ②.
 Finnum segulflæðið frá I_0 , $\mu \rightarrow \infty \Rightarrow$

$$N_1 I_0 = Hg \cdot 2g = \frac{B}{\mu_0} 2g = \frac{\Phi}{A \cdot \mu_0} \cdot 2g = \frac{\Phi}{D(w-x)\mu_0} \cdot 2g$$

Flatermál í loftbili

$$A = D(w-x)$$

$$\Rightarrow \Phi = \frac{N_1 I_0 \cdot D(w-x) \mu_0}{2g}$$

Gagnkvæmt span er skilgreint: $L_{12} = \frac{N_2 \Phi}{I_0} = \frac{\lambda_2}{I_0}$

$$\Rightarrow L_{12} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 \cdot D(w-x)}{2g}$$

Atk. $\rightarrow L_{12} = \frac{N_1 N_2}{R}$
 Cinnig $R = \frac{2g}{A \cdot \mu_0}$; $A = D(w-x)$
 $L_{12} = \frac{N_1 N_2 \cdot D(w-x)}{2g}$

b)



UNIVERSITY OF ICELAND

Dæmi 27-3 sýnidæmi C, lausn, bls 2

$$b) \quad V_2(t) = \frac{d\lambda_2}{dt} = I_0 \frac{dL_{12}}{dt} = I_0 \frac{d}{dt} \left[\frac{\mu_0 N_1 N_2}{2g} \cdot D \left(\omega - \frac{\omega}{2} (1 + \epsilon \sin \omega t) \right) \right]$$

$$T \quad V_2(t) = -I_0 \cdot \frac{\mu_0 N_1 N_2}{2g} \cdot D \frac{\omega}{2} \epsilon \cos \omega t \cdot 2\pi f$$

$$c) \quad V_2(t) = - \frac{2.5 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 300 \times 500 \times 0.06 \times 0.04 \times 0.8 \times 2\pi \cdot 30}{2 \cdot 0.0015} \cos \omega t$$

$$V_2(t) = -28.42 \cos \omega t \quad V_{2(RMS)} = \frac{28.42}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{20.1 \text{ V}}}$$



VERKFRÆÐIÐEILD

Dæmi 1.1. FK4

$$a) \quad R_c = \frac{l_c}{\mu A_c} = \frac{l_c}{\mu_r \mu_0 A_c} = \underline{\underline{0}} \quad \text{þar sem } \mu \rightarrow \infty$$

$$R_g = \frac{g}{\mu_0 A_g} = \frac{2.3 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1.8 \cdot 10^{-3}} = \underline{\underline{1.017 \cdot 10^6}} \text{ A/Wb}$$

$$b) \quad \phi = \frac{NI}{R_c + R_g} = \frac{83 \cdot 1.5}{1.017 \cdot 10^6} = \underline{\underline{1.224 \cdot 10^{-4}} \text{ Wb}}$$

$$c) \quad \lambda = N\phi = 83 \cdot 1.224 \cdot 10^{-4} = \underline{\underline{1.016 \cdot 10^{-2}} \text{ Wb}}$$

$$d) \quad L = \frac{\lambda}{I} = \frac{1.016 \cdot 10^{-2}}{1.5} = \underline{\underline{6.773}} \text{ mH}$$



1.5 FKU

a)

$$H_m = \frac{B_m}{\mu} = \frac{B_m}{\mu_0 \left(1 + \frac{3499}{\sqrt{1 + 0.047 (B_m)^{7.8}}} \right)}$$

sjá meðfylgjandi mynd um $H_m = f(B_m)$
úí MATLAB

b)

$$B_m = 2.2 \text{ T}$$

$$\mu_r = 1 + \frac{3499}{\sqrt{1 + 0.047 (2.2)^{7.8}}} =$$

$$= 1 + \frac{3499}{\sqrt{1 + 0.047 \cdot 468}} = 1 + \frac{3499}{\sqrt{1 + 22}}$$

$$= 1 + \frac{3499}{4.799} = \underline{\underline{730}}$$

c)

$$NI = H_c \cdot l_c + H_g \cdot l_g = \frac{B_m}{\mu_r \mu_0} \cdot l_c + \frac{B_m}{\mu_0} l_g$$

$$I = \frac{B_m}{N \mu_0} \left(\frac{l_c}{\mu_r} + l_g \right)$$

$$I = \frac{2.2}{83.4 \pi \cdot 10^{-7}} \left(\frac{0.6}{730} + 2.3 \cdot 10^{-3} \right)$$

$$I = 21093 \cdot (0.8 + 2.3) \cdot 10^{-3}$$

$$I = 21093 \cdot 3.1 \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{65.4 \text{ A}}}$$

c)

sjá meðfylgjandi útp. úí MATLAB

Dæmi 1.5 og lausn á Matlab-þætti úr bókinni
„Electric Machinery”, 6th ed. eftir A.E.
Fitzgerald, C. Kingsley, S.D Umans*

Egill B Hreinsson

28. janúar 2005

1 Dæmi 1.5

Gefin er segulrásin samkvæmt mynd 1. Kjarninn hefur ólínulegt samband milli B_m og H_m vektora, þar sem $B_m = \mu H_m$ þ.e. segullekt, μ samkvæmt jöfnunni:

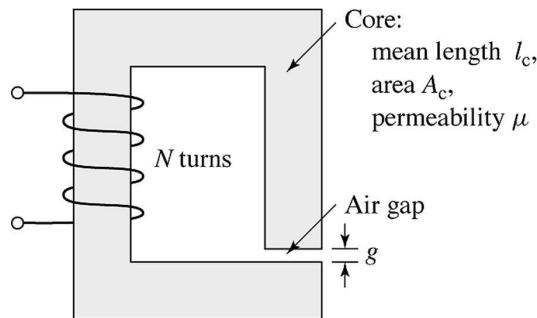
$$\mu = \mu_0 \left(1 + \frac{3499}{\sqrt{1 + 0.047 (B_m)^{7.8}}} \right)$$

þar sem B_m er segulsviðið, mælt í Tesla. Þverskurðarflatarmál kjarnans er $A_c = 1.8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$. Breidd loftbilsins er $g = 2.3 \times 10^{-3} \text{ m}$. Lengd meðalferils í kjarnanum er: $l_c = 0.6 \text{ m}$

Liður a: Teikna skal með Matlab upp línurit yfir segulsviðið, B_m sem fall af sviðsstyrk, H_m á bilinu $0 \leq B_m \leq 2.2$ Tesla.

Liður b: Teikna skal með Matlab upp línurit yfir flæðisvafningana, λ sem fall af straumi, i á sama bili fyrir B_m , þ.e. $0 \leq B_m \leq 2.2$ Tesla.

*Bókin er hér nefnd „FKU” eftir nöfnum höfundanna



Mynd 1: Segulrás í dæmi 1.5

2 Lausn á dæmi 1.5

Forritið býr til vektor með 23 stökum byrrið B_m á ofangreindu bili. Seinni hluti forritsins notar jöfnu er byggir á Amperes-lögmáli fyrir segulrásina, þ.e.:

$$Ni = H_c l_c + H_g g = \frac{B_m}{\mu(B_m)} l_c + \frac{B_m}{\mu_0} g$$

Þetta gefur eftirfarandi samband fyrir strauminn sem fall af B_m .

$$i = \frac{B_m l_c}{N \mu(B_m)} + \frac{B_m}{N \mu_0} g$$

Forritið býr til vektor með stökum fyrir strauminn, i .

Einnig er unnt að nota eftirfarandi jöfnu fyrir flæðisvafningana λ sem fall af B_m á sama bili.

$$\lambda(B_m) = N A B_m$$

þar sem

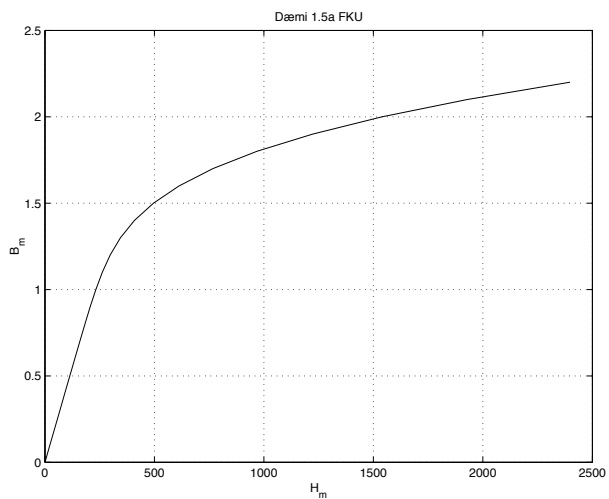
$$\phi_m = A B_m$$

$$\lambda = N \phi_m$$

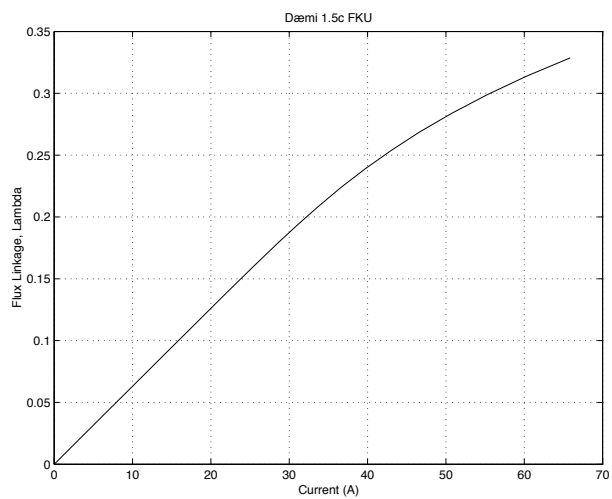
Eftirfarandi Matlab forrit er notað við að teikna ferlana:

```
bm=0:0.1:2.2;  
mu0=4e-7*pi;  
mu=mu0.*(1+3499./sqrt(1+0.047.*bm.^(7.8)));  
hm=bm./mu;  
plot(hm,bm)  
grid on  
title(' Dæmi 1.5a FKU ')  
xlabel('H_m')  
ylabel('B_m')  
print -deps daemi1_5a.eps  
print -djpeg daemi1_5a.jpg
```

```
N=83;  
g=2.3e-3;  
lc=0.6;  
Ac=1.8e-3;  
lambda=N*Ac*bm;  
i=(lc*bm./(N*mu))+(bm*g/(N*mu0));  
plot(i,lambda)  
grid on  
title(' Dæmi 1.5c FKU ')  
xlabel('Current (A)')  
ylabel('Flux Linkage, Lambda')  
print -deps daemi1_5c.eps  
print -djpeg daemi1_5c.jpg
```



Mynd 2: Ferill segulsviðs B_m sem fall af sviðsstyrk H_m



Mynd 3: Ferill flæðisvafninga (λ) sem fall af straumi i

Dæmi 1.6 FkU

a) Amperes-lögmál: $H_g \cdot 2g = NI \Rightarrow H_g = \frac{NI}{2g}$

Allur flúx heldur sér í bullunni og loftbilinu

$$B_g = \mu_0 H_g = \frac{NI \cdot \mu_0}{2g} \text{ p.e. } \underline{\underline{\text{óhátt stöðu bullunnar!}}}$$

Flúxinn hins vegar vex og minnkar með stöðu bullunnar p.e. $\Phi = \frac{N \cdot I}{R_g}$; $R_g = \frac{2g}{\mu_0 A_g}$

$$R_g = \frac{2g}{\mu_0 A_c (1 - \frac{x}{\Sigma_0})} \text{ þar sem } R \text{ breytist með } x.$$

$\Phi_c = \Phi_g$ p.e. sami flúx í loftbili og kjarna:

$$\Rightarrow A_c B_c = A_g \cdot B_g \Rightarrow B_c = B_g \cdot \frac{A_g}{A_c} = \frac{NI \cdot \mu_0 (1 - \frac{x}{\Sigma_0})}{2g}$$

$\Rightarrow B_c$ í kjarna breytist!

b) Amperes-lögm.: $2g \cdot H_g + H_c \cdot l_c = NI$

$$B_g = \mu_0 H_g ; B_c = \mu H_c$$

$$B_g \cdot A_g = B_c \cdot A_c$$

} þessar
jöfnur
gefa

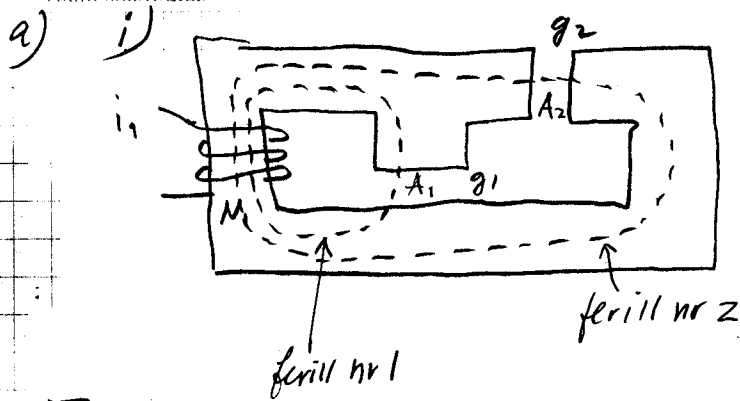
$$2g \cdot \frac{B_g}{\mu_0} + \frac{B_c}{\mu} (l_c + l_p) = NI \Rightarrow \frac{B_g \cdot 2g}{\mu_0} + \frac{B_g \cdot A_g \cdot (l_c + l_p)}{A_c \cdot \mu} = NI$$

$$\Rightarrow B_g \left(\frac{2g}{\mu_0} + \left(1 - \frac{x}{\Sigma_0}\right) \frac{l_c + l_p}{\mu} \right) = NI \Rightarrow B_g = \frac{NI}{\left[\frac{2g}{\mu_0} + \left(1 - \frac{x}{\Sigma_0}\right) \frac{l_c + l_p}{\mu} \right]}$$

$$B_c = \frac{B_g \cdot A_g}{A_c} = \frac{NI (1 - \frac{x}{\Sigma_0})}{\frac{2g}{\mu_0} + \left(1 - \frac{x}{\Sigma_0}\right) \frac{l_c + l_p}{\mu}}$$



VERKLEEDDEILD



Tökum Amperes lögmál

um feril nr 1: $H_{g1} \cdot g_1 = N_1 i_1$

$$\Rightarrow H_{g1} = \frac{N_1 i_1}{g_1} \Rightarrow B_{g1} = \frac{\mu_0 N_1 i_1}{g_1}$$

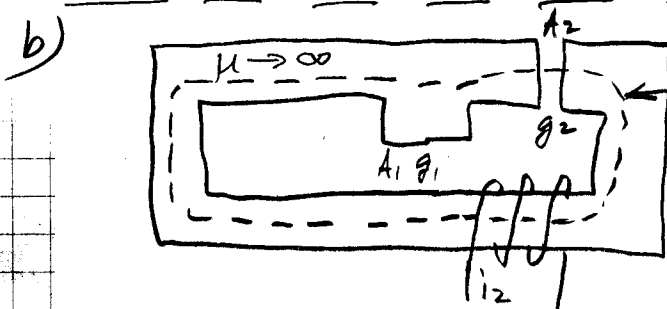
Tökum Amperes-lögm um feril nr. 2 $H_{g2} \cdot g_2 = N_1 i_1$

$$\Rightarrow B_{g2} = \frac{\mu_0 N_1 \cdot i_1}{g_2}$$

ii) $\lambda_1 = N_1 A_1 B_{g1} + N_1 A_2 B_{g2}$

$$\lambda_1 = \mu_0 N_1^2 \left(\frac{A_1}{g_1} + \frac{A_2}{g_2} \right) i_1$$

iii) $\lambda_2 = N_2 A_2 B_{g2} = \mu_0 N_1 N_2 i_1 \frac{A_2}{g_2}$



i) Tökum Amperes-lögm um feril.

$$H_{g2} \cdot g_2 = N_2 i_2$$

$$\Rightarrow B_{g2} = \mu_0 \frac{N_2 \cdot i_2}{g_2}; B_{g1} = 0$$

þar sem allur flux fer þar sem $\mu \rightarrow \infty$

ii) $\lambda_1 = N_1 A_2 B_{g2} = \mu_0 N_1 N_2 i_2 \cdot \frac{A_2}{g_2}$

iii) $\lambda_2 = N_2 A_2 B_{g2} = \mu_0 N_2^2 i_2 \cdot \frac{A_2}{g_2}$

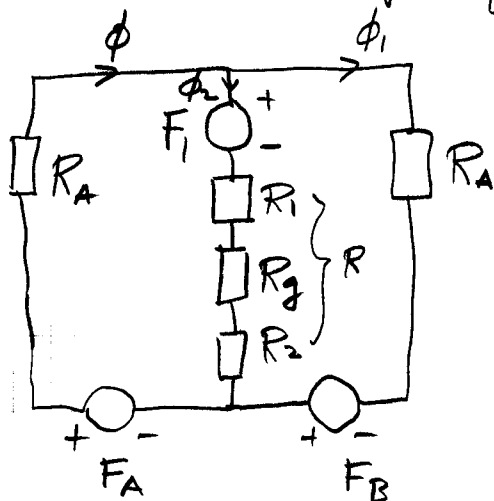
c) i) $B_{g1} = \frac{\mu_0 N_1 i_1}{g_1}; B_{g2} = \frac{\mu_0 N_1 i_1}{g_2} + \frac{\mu_0 N_2 i_2}{g_2}$

ii) $\lambda_1 = N_1 (A_1 B_{g1} + A_2 B_{g2}) = \mu_0 N_1^2 \left(\frac{A_1}{g_1} + \frac{A_2}{g_2} \right) i_1 + \mu_0 N_1 N_2 \frac{A_2}{g_2} i_2$

iii) $\lambda_2 = N_2 A_2 B_{g2} = \mu_0 N_1 N_2 \frac{A_2}{g_2} i_1 + \mu_0 N_2^2 \frac{A_2}{g_2} i_2$

d) $L_{11} = \mu_0 N_1^2 \left(\frac{A_1}{g_1} + \frac{A_2}{g_2} \right); L_{22} = \mu_0 N_2^2 \frac{A_2}{g_2}; L_{12} = \mu_0 N_1 N_2 \frac{A_2}{g_2}$

a) Vít báum til rásamynd af segulrás



$$F_1 = i_1 N_1 ; F_A = i_A N$$

$$F_B = i_B N$$

$$R_A = \frac{l_A}{\mu A_c} ; R_g = \frac{g}{\mu_0 A_c}$$

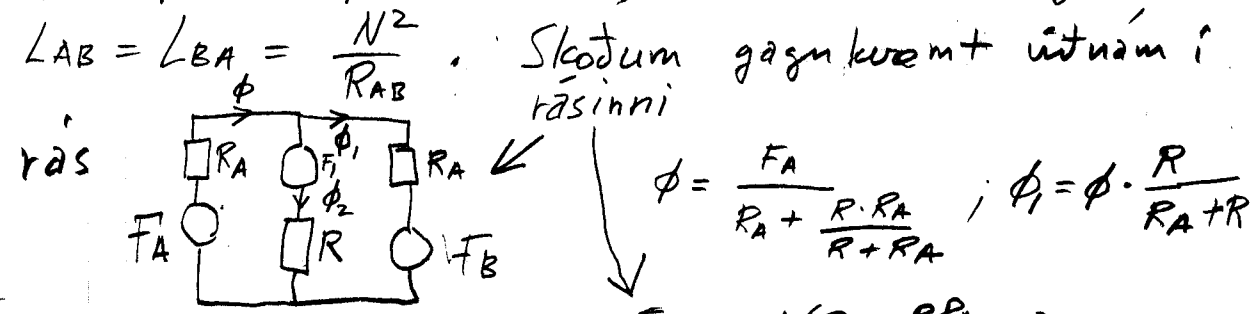
$$R_1 = \frac{l_1}{\mu A_c} ; R_2 = \frac{l_2}{\mu A_c}$$

$$L_{11} = \frac{N_1^2}{R_{tot}} = \frac{N_1^2}{R_1 + R_2 + R_g + R_A/2}$$

$$L_{11} = \frac{N_1^2 \mu A_c}{l_1 + l_2 + g \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_0}\right) + l_A/2} ; L_{AA} = L_{BB} = \frac{N^2}{R_A + \frac{R_A \cdot (R_1 + R_2 + R_g)}{R_A + R_1 + R_2 + R_g}}$$

$$L_{AA} = L_{BB} = \frac{N^2 \mu A_c}{l_A + \frac{l_A (l_1 + l_2 + g \cdot \mu/\mu_0)}{l_A + l_1 + l_2 + g \cdot \mu/\mu_0}}$$

b) Gagnkvæmt span er skv. (1.37) bls 17 $L_{12} = \frac{N_1 N_2}{R_{12}}$ þar sem R_{12} er "gagnkvæmt útvám" þ.e. hlutfall krafts (spennu) í einum vatningi og flúx (straums) í öðrum (sem þessi kraftur veldur!). Kollum $R_1 + R_2 + R_g = R$



$$\phi = \frac{F_A}{R_A + \frac{R \cdot R_A}{R + R_A}} ; \phi_1 = \phi \cdot \frac{R}{R_A + R}$$

$$\frac{F_A}{\phi_1} = \frac{\phi (R_A + \frac{R R_A}{R + R_A})}{\phi \cdot \frac{R}{R_A + R}} = R_{AB}$$

$$R_{AB} = \frac{R_A + R}{R} \left(1 + \frac{R}{R + R_A} \right) R_A$$

$$R_{AB} = \frac{R_A}{R} (R_A + R + R)$$

$$R_{AB} = \frac{R_A (R_A + 2R)}{R}$$

$$L_{AB} = \frac{N^2 R}{R_A (R_A + 2R)}$$

$$L_{AB} = \frac{N^2 (R_1 + R_2 + R_g)}{R_A (R_A + 2(R_1 + R_2 + R_g))}$$



$$L_{AB} = L_{BA} = \frac{N^2 \mu A_c}{l_A} \left[\frac{l_1 + l_2 + g \left(\frac{\mu}{\mu_0} \right)}{l_A + 2(l_1 + l_2 + g \left(\frac{\mu}{\mu_0} \right))} \right]$$

Til að finna $L_{A1} = L_{1A}$ og $L_{B1} = L_{1B}$ finnum
útdrátt gagnkræmt útdrátt milli segulkræfts Φ og flæðis í
A og/eda B

$$F_A = \Phi \left[R_A + \frac{R \cdot R_A}{R + R_A} \right]$$

$$\Phi_2 = \Phi \frac{R_A}{R + R_A}$$

$$= F_{1A} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{F_A}{\Phi_2} = \frac{\left(R_A + \frac{R \cdot R_A}{R + R_A} \right) R + R_A}{R} = \frac{R_A (R_A + 2R)}{R}$$

$$R_{A1} = \frac{R_A (R_A + 2R)}{R}$$

$$L_{A1} = \frac{N \mu_1 \cdot R}{R_A (R_A + 2R)} = L_{1A} = -L_{B1} = -L_{1B}$$

c)

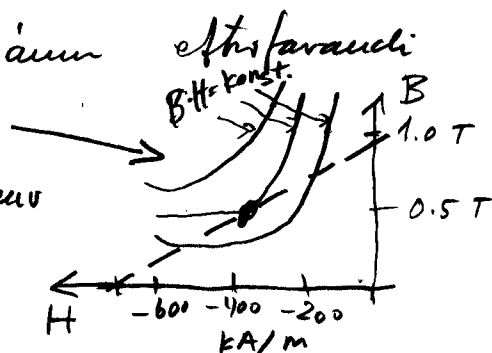
$$V_1 = \frac{d}{dt} [L_{A1} i_A + L_{B1} i_B] = L_{A1} \frac{d}{dt} (i_A - i_B)$$



Dæmi 1.34 FKY

Vit skoðum mynd 1.19 og sjáum eftirfarandi feril fyrir samarium - cobalt:

Vit skoðum mynd 1.16a til að átta okkur á "maximum energy product" sem er margfeldi B_g og H þ.e. $B \cdot H$



og jafna 1.60 sýnir, hveger rúm-
mál sísegulsins er lágmarki þ.e. þegar $B_m \cdot H_m$ er hámarks!

Með þriðri skoða mynd 1.19 sést að $B \cdot H$ er

hámarks u.þ.b þegar $B = 0.47$ Tesla og $H = -360$ kA/m

$$B \cdot H = 0.47 \cdot 360 = 169.2 \cdot 10^3 = 1.69 \cdot 10^5 \text{ J/m}^3$$

þar sem margfeldi B og H lýsir orkuþéttleika!

Vit viljum þriðja að $B_g = 1.2$ T, $B_m = 0.47$ T, $H_m = -360$ kA/m

Úr jöfnu 1.58: ($g = 10^{-3}$ m, $R = 1.8$ cm, $h = 0.9$ cm)

$$h_m = -g \left(\frac{H_g}{H_m} \right) = -g \left(\frac{B_g}{\mu_0 H_m} \right) = -(10^{-3}) \left(\frac{1.2 \cdot 10^3}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 360} \right)$$

$$h_m = 2.65 \cdot 10^{-3} \text{ m} = \underline{\underline{2.65 \text{ mm}}}$$

Úr jöfnu 1.57 fæst:

$$A_m = A_g \left(\frac{B_g}{B_m} \right) = 2\pi R \cdot h \cdot \left(\frac{B_g}{B_m} \right)$$

$$A_m = 2 \cdot 3.1416 \cdot 1.8 \cdot 10^{-2} \cdot \left(\frac{1.2}{0.47} \right) \cdot 0.9 \cdot 10^{-2} = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$A_m = 26 \text{ cm}^2$$

$$A_m = R_m^2 \cdot \pi \Rightarrow R_m = \sqrt{\frac{A_m}{\pi}} = \sqrt{\frac{2.6 \cdot 10^{-3}}{3.1416}}$$

$$R_m = \underline{\underline{2.87 \text{ cm}}}$$



VERKFRÆÐIÐ
VERKFRÆÐIÐ

3.4

FKU

$$L = \frac{2L_0}{1 + x/x_0}$$

$$\begin{aligned}L_0 &= 30 \cdot 10^{-3} \text{ H} \\x_0 &= 0.87 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\R &= 110 \cdot 10^{-3} \Omega\end{aligned}$$

a)

$$x = 0.9 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$L = \frac{2L_0}{1 + x/x_0} = \frac{2 \cdot 30 \cdot 10^{-3}}{1 + \frac{0.9}{0.87}} = \frac{60 [\text{mH}]}{2.0345}$$

$$L = 29.49 \text{ mH}$$

$$\text{Linuleg rás} \Rightarrow W_1 = \frac{1}{2} L \cdot I^2 = \frac{1}{2} \cdot 29.49 \cdot 10^{-3} \cdot 6^2 =$$

$$\underline{W_1 = 0.5308 \text{ J}}$$

b)

$I = 0.6 \text{ A}$ x breytist úr 0.9 mm í 1.8 mm

$$\text{Ef } x = 1.8 \cdot 10^{-3} \Rightarrow L = \frac{60 [\text{mH}]}{1 + \frac{1.8}{0.87}} = \frac{60}{3.069} = 19.55 \text{ mH}$$

$$W_2 = \frac{1}{2} L \cdot I^2 = \frac{1}{2} \cdot 19.55 \cdot 6^2 \cdot 10^{-3} = \underline{0.3519 \text{ J}}$$

$$\Delta W = W_2 - W_1 = 0.3519 - 0.5308 = \underline{-0.1789 \text{ J}}$$



VERKFRÆÐIÐEILD

3.5 FK4

3.5)

$$V = 0.4 \text{ Volt} \quad \text{viðnaám} = R = 0.11 \Omega$$

$$I = V/R = 0.4/0.11 = 3.636 \text{ A}$$

Stráumur ventur þri 3.6 A í stað 6 A:

$$\Rightarrow W_1 = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \cdot 29.49 (3.636)^2 \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{0.195 \text{ J}}}$$

$$W_2 = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \cdot 19.55 (3.636)^2 \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{0.129 \text{ J}}}$$

$$\Delta W = W_2 - W_1 = 0.129 - 0.195 = \underline{\underline{-0.066}}$$



VERKFRÆÐIÐEILD

3.6 Fk4

$$i = I_0 \sin \omega t \quad I_0 = 5.5 \text{ A} \quad \omega = 100\pi, \quad f = 50 \text{ Hz}$$

$$X = X_0 = 0.87 \Rightarrow L = L_0 = 30 \cdot 10^{-3} \text{ H} \quad R = 0.11 \Omega$$

$$a) \quad I_{\text{RMS}} = I_0 / \sqrt{2} = 5.5 / \sqrt{2} = 3.889 \text{ A}$$

$$W_{\text{magnet}} = \frac{1}{2} L I_{\text{RMS}}^2 = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 3.889^2 \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{0.2268 \text{ J}}}$$

$$b) \quad P = I_{\text{RMS}}^2 \cdot R = 3.889^2 \cdot 0.11 = \underline{\underline{1.66 \text{ W}}}$$



VERKFRÆÐIÐEILD

3.16 FKY

$$L = \frac{N^2}{R} ; R = \frac{g}{\mu_0 A_c} \Rightarrow L = \frac{\mu_0 N^2 A_c}{g}$$

$$W = \frac{1}{2} L i^2 ; f = \frac{\partial W}{\partial g} = \frac{1}{2} i^2 \frac{\partial L}{\partial g} = \frac{1}{2} i^2 \cdot \left(-\frac{\mu_0 N^2 A_c}{g^2} \right)$$

$$f = -\frac{1}{2} i^2 L \cdot \frac{1}{g} ; \text{Setjum } i = I_{\text{rms}} = \frac{V_{\text{rms}}}{\omega L}$$

$$f = -\frac{1}{2} \frac{V_{\text{rms}}^2}{\omega^2 L} \cdot \frac{1}{g} = -\frac{V_{\text{rms}}^2}{2 \omega^2 L \cdot g} = -\frac{V_{\text{rms}}^2}{2 \omega^2 \mu_0 N^2 A_c} \cdot \frac{1}{g}$$

$$V_{\text{rms}} = 120 \text{ V} , \omega = 2\pi \cdot 60 = 377$$

$$N = 525 \quad A_c = 14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$f = -\frac{V_{\text{rms}}^2}{2 \omega^2 \mu_0 N^2 A_c} = \frac{120^2}{2 \cdot 377^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 525^2 \cdot 14 \cdot 10^{-4}}$$

$$\underline{f = 104.5 \text{ N}}$$

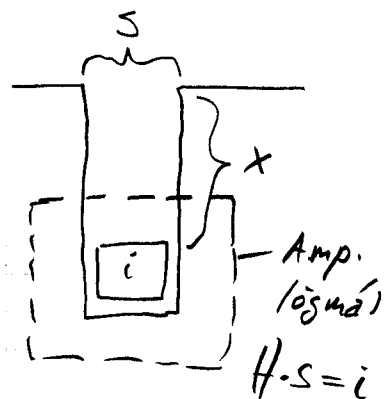
Krafturmin f er óháður loftbilina!



3.17 FKL

a)

$$H \cdot s = i \quad ; \quad B_s = \mu_0 H$$
$$\underline{\underline{B_s = \frac{\mu_0 i}{s}}}$$



b)

Fluxinn er

$$\phi = B_s \cdot A = B_s \cdot X \cdot l$$

$$\underline{\underline{\phi = \frac{\mu_0 i \cdot X \cdot l}{s}}}$$

c) Straumurinn stefnir inn í myndlina skv B línum á mynd
Orkan í kerfinu er háð stöfu líðarans, x

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{B_s^2}{\mu_0} \cdot V \quad \text{þar sem } V \text{ er rúmmál}$$

$$W = \frac{1}{2} \frac{\mu_0^2 \cdot i^2}{s^2 \cdot \mu_0} \cdot \frac{X \cdot s \cdot l}{s} = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 i^2 \cdot X \cdot l}{s}$$

$$\underline{\underline{f = \frac{dW}{dx} = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 i^2 l}{s}}}$$

d)

$$i = 850 \text{ A}; \quad s = 0.025$$

$$\underline{\underline{f/l = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 \cdot i^2}{s} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 850^2}{2 \cdot 0.025} = 18.1 \text{ N/m}}}$$

3.22 FK4a) L_{22}

$$H \cdot 2g_0 = N_2 i_2 \Rightarrow B = \frac{\mu_0 N_2 i_2}{2g_0}; \quad \phi_2 = \frac{\mu_0 N_2 i_2 A}{2g_0}$$

$$\lambda_2 = N_2 \phi_2 = \frac{\mu_0 N_2^2 i_2 A}{2g_0} \Rightarrow L_{22} = \frac{\lambda_2}{i_2}$$

$$L_{22} = \frac{\mu_0 N_2^2 A}{2g_0}$$

'Asama
hátt \rightarrow

$$L_{11} = \frac{\mu_0 N_1^2 A}{2g_0}$$

b)

$$H \cdot 2g_0 = N_1 i_1 + N_2 i_2 \Rightarrow \phi_{12} = \frac{\mu_0 A}{2g_0} (N_1 i_1 + N_2 i_2)$$

$$\lambda_1 = N_1 \phi_{12}$$

$$\lambda_1 = \frac{\mu_0 A}{2g_0} \cdot N_1 (N_1 i_1 + N_2 i_2) = L_{11} i_1 + L_{12} i_2$$

$$\Rightarrow L_{12} = \frac{\mu_0 A N_1 N_2}{2g_0}$$

c)

$$\begin{aligned} W'_{fld} = W_{fld} &= \frac{1}{2} L_{11} i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22} i_2^2 + L_{12} i_1 i_2 \\ &= \frac{\mu_0 A}{4g_0} (N_1 i_1 + N_2 i_2)^2 \end{aligned}$$

d)

$$f = \frac{\partial W'}{\partial g} = - \frac{\mu_0 A}{4g_0^2} (N_1 i_1 + N_2 i_2)^2$$



VERKFRÆÐIÐEILD

4.1 FKU

4.1)

6 pólá samfaravél $n = 1200$ r/m $p = 6$

$$a) \quad \frac{n}{60} = f \quad \omega = 2\pi f = 2\pi \frac{n}{60} = \frac{\pi n}{30}$$

$$\omega = \frac{3.1416 \cdot 1200}{30} = \underline{\underline{125.66 \text{ rad/s}}}$$

b/

$$f_e = \frac{p}{2} f_m = \frac{p}{2} \cdot \frac{n}{60} = \frac{p \cdot n}{120}$$

$$f_e = \frac{6 \cdot 1200}{120} = \underline{\underline{60 \text{ Hz}}}$$

$$\omega = 2\pi f_e = 2 \cdot 3.1416 \cdot 60 = \underline{\underline{377 \text{ rad/s}}}$$

c)

$$f_e = \frac{p}{2} f_m = \frac{p}{2} \frac{n}{60} \Rightarrow n = \frac{f_e \cdot 120}{p}$$

$$n = \frac{50 \cdot 120}{6} = \underline{\underline{1000 \text{ sn/mín}}}$$

4.2, 4.5 og 4.6 FKU

4.2) $V_1 = V_0 \cos \omega t$ — gefinn þessi funi

$$V_2 = V_0 \cos(\omega t - 120^\circ)$$

$$V_3 = V_0 \cos(\omega t + 120^\circ)$$

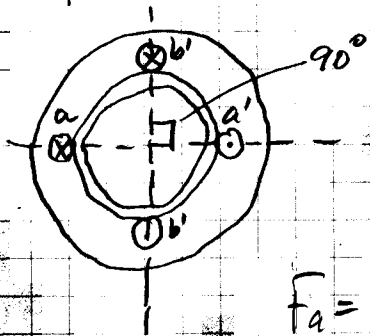
} Húir fasarnir
← velta

4.5) Þglgjarnar velta einn og í vél
sem er einfusa og þri eru
þglgjarnar í báðar allar
jafngildar og jafnstærar

4.6) Flúv þglgjarnar skipta um
stærni og með þri að ríxla fosiun
í vél skipti þeim um snúnings-
stærni.

4.7 Fku

2 fasa vél með 90° mun í rúmi og einnig í fasa: (Tala 4.18)



$$F_a = F_{max} \cdot \cos \theta_{ae} \cdot \cos \omega t$$

$$F_b = F_{max} \cdot \underbrace{\sin \theta_{ae}}_{90^\circ} \cdot \underbrace{\sin \omega t}_{90^\circ}$$

$$F_a = \frac{F_{max}}{2} \left[\cos(\theta_{ae} - \omega t) + \cos(\theta_{ae} + \omega t) \right]$$

$$F_b = \frac{F_{max}}{2} \left[\cos(\theta_{ae} - \omega t) - \cos(\theta_{ae} + \omega t) \right]$$

$$F_{tot} = F_a + F_b = \underline{\underline{F_{max} \cos(\theta_{ae} - \omega t)}}$$

(Þetta þest úr

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2} (\cos [x-y] - \cos [x+y])$$

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} (\cos [x+y] + \cos [x-y])$$

)



VERKFRÆÐIÐEILD

4.8 FKU

Þetta er beita að lýma sé Appendix B og síðan þarf að stíga inn í formúlur sem gefin er í dæminu:

$$n = 1, 3, 5 \quad \text{og} \quad \beta = \frac{5\pi}{6} = 2.618 \text{ rad} = 150^\circ$$

inn í formúluna

$$\left| \sin \frac{n\beta}{2} \right| = \begin{cases} \left| \sin \frac{1 \cdot 150}{2} \right| = \left| \sin 75^\circ \right| = \underline{\underline{0.966}} & \text{ef } n=1 \\ \left| \sin \frac{3 \cdot 150}{2} \right| = \left| \sin 225^\circ \right| = \underline{\underline{0.707}} & \text{ef } n=3 \\ \left| \sin \frac{5 \cdot 150}{2} \right| = \left| \sin 375^\circ \right| = \underline{\underline{0.259}} & \text{ef } n=5 \end{cases}$$



4.9 FKU

$$p = 6 \text{ póla}, f = 60 \text{ Hz}, N = 138, k_r = 0.935$$

$$l = 1.97 \text{ m}, r = 0.58 \text{ m}, g = 0.0315 \text{ m}$$

a)
$$n = 60 \cdot f \cdot \frac{2}{p} = \frac{60 \cdot 60 \cdot 2}{6} = \underline{\underline{1200 \text{ rpm}}}$$

b) Jafna 4.6 bls 191 gildir líkist sem um er að ræða stöðva eða rotor. Einnig jafna 4.42

$$F = \frac{4 \cdot k_r \cdot N}{\pi \cdot p} \cdot i \Rightarrow i = \frac{F \cdot \pi \cdot p}{4 \cdot k_r \cdot N}$$

Nú er

$$F = H \cdot 2g = \frac{B}{\mu_0} \cdot g \Rightarrow \boxed{i = \frac{B \cdot g \cdot \pi \cdot p}{\mu_0 \cdot 4 \cdot k_r \cdot N}}$$

$$B = 1.23 \text{ T} \Rightarrow i = \frac{1.23 \cdot 0.0315 \cdot 3.1416 \cdot 6}{4 \cdot 3.1416 \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 0.935 \cdot 138}$$

$$i = \frac{0.23247}{16 \cdot 10^{-7} \cdot 129.03} = 1130 \text{ A (!)}$$

c) Jafna 4.44

$$\Phi_p = \frac{2}{p} \cdot 2 B \cdot l \cdot r = \frac{2}{6} \cdot 2 \cdot 1.23 \cdot 1.97 \cdot 0.58$$

$$\Phi_p = \frac{2}{3} \cdot 1.405 = \underline{\underline{0.937 \text{ Wb}}}$$



VERKFRÆÐIÐEILD

4.14 FKU

①

3 fasar, $p=6$, $f=60 \text{ Hz}$

$$F_a = i_a (A_1 \cos \theta_a + A_3 \cos 3\theta_a + A_5 \cos 5\theta_a)$$

$$= I_a \cos \omega t [A_1 \cos \theta_a + A_3 \cos 3\theta_a + A_5 \cos 5\theta_a]$$

$$F_b = i_b [A_1 \cos(\theta_a - 120^\circ) + A_3 \cos 3(\theta_a - 120^\circ) + A_5 \cos 5(\theta_a - 120^\circ)]$$

$$= I_a \cos(\omega t - 120^\circ) [A_1 \cos(\theta_a - 120^\circ) + A_3 \cos(3\theta_a - 360^\circ) + A_5 \cos(5\theta_a - 600^\circ)]$$

Atk. fasahom! \uparrow

$$F_c = i_c [A_1 \cos(\theta_a + 120^\circ) + A_3 \cos 3(\theta_a + 120^\circ) + A_5 \cos 5(\theta_a + 120^\circ)]$$

$$= I_a \cos(\omega t + 120^\circ) [A_1 \cos(\theta_a + 120^\circ) + A_3 \cos(3\theta_a + 360^\circ) + A_5 \cos(5\theta_a + 600^\circ)]$$

Atk. fasahom \uparrow

$$F_{tot} = F_a + F_b + F_c = I_a [\cos \omega t (A_1 \cos \theta_a + A_3 \cos 3\theta_a + A_5 \cos 5\theta_a) + \cos(\omega t - 120^\circ) (A_1 \cos(\theta_a - 120^\circ) + A_3 \cos(3\theta_a - 0^\circ) + A_5 \cos(5\theta_a + 120^\circ)) + \cos(\omega t + 120^\circ) (A_1 \cos(\theta_a + 120^\circ) + A_3 \cos(3\theta_a + 0^\circ) + A_5 \cos(5\theta_a - 120^\circ))]$$

Atk. fasahom \downarrow
Atk. fasahom \uparrow

Notum: $\left. \begin{cases} \cos x + \cos(x-120^\circ) + \cos(x+120^\circ) = 0 \\ \cos A \cdot \cos B = \frac{1}{2} (\cos(A+B) + \cos(A-B)) \end{cases} \right\} \text{pa' fast:}$

$$F_{tot} = I_a [A_1 \cos \omega t \cos \theta_a + A_3 \cos \omega t \cos 3\theta_a + A_5 \cos \omega t \cos 5\theta_a + A_1 \cos(\omega t - 120^\circ) \cos(\theta_a - 120^\circ) + A_3 \cos(\omega t - 120^\circ) \cos 3\theta_a + A_5 \cos(\omega t - 120^\circ) \cos(5\theta_a + 120^\circ) + A_1 \cos(\omega t + 120^\circ) \cos(\theta_a + 120^\circ) + A_3 \cos(\omega t + 120^\circ) \cos 3\theta_a + A_5 \cos(\omega t + 120^\circ) \cos(5\theta_a - 120^\circ)]$$



$$\begin{aligned} F_{\text{tot}} = & \frac{I_a A_1}{2} \left[\cos(\omega t + \theta_a) + \cos(\omega t - \theta_a) + \cos(\omega t + \theta_a - 240^\circ) + \cos(\omega t - \theta_a) \right. \\ & \left. + \cos(\omega t + \theta_a + 240^\circ) + \cos(\omega t - \theta_a) \right] \\ & + \frac{I_a A_3}{2} \left[\cos(\omega t + 3\theta_a) + \cos(\omega t - 3\theta_a) + \cos(\omega t + 3\theta_a - 120^\circ) \right. \\ & \left. + \cos(\omega t - 3\theta_a - 120^\circ) + \cos(\omega t + 3\theta_a + 120^\circ) + \cos(\omega t - 3\theta_a + 120^\circ) \right] = 0 \\ & + \frac{I_a A_5}{2} \left[\cos(\omega t + 5\theta_a) + \cos(\omega t - 5\theta_a) + \cos(\omega t + 5\theta_a) \right. \\ & \left. + \cos(\omega t - 5\theta_a + 120^\circ) + \cos(\omega t + 5\theta_a) + \cos(\omega t - 5\theta_a - 120^\circ) \right] \end{aligned}$$

$$F_{\text{tot}} = \frac{I_a \cdot 3}{2} \left[A_1 \cos(\omega t - \theta_a) + A_5 \cos(\omega t + 5\theta_a) \right]$$

$$F_{\text{tot}} = \frac{3}{2} I_a \left[A_1 \cos(\theta_a - \omega t) + A_5 \cos\left(5\left[\theta_a + \frac{\omega t}{5}\right]\right) \right]$$

Við sjáum af 3. yfirtörm dettur út og bylgjan felst í grunnþóni sem breytist út í jákvæða stefnu með hornhröðunum ω og 5. yfirtóni (bylgja) sem fer með hornhröðunum $\omega/5$ í neilvæða stefnu (öfuga stefnu)

5.1 Fku

Samkv. jöfnun 5.1 bls 246 er $T \sim \Phi_R \cdot f \cdot \sin \delta_{RF}$

Nú er $V_t \sim E \sim \Phi_R \cdot \omega \sim \Phi_R \cdot f$ (speed voltage)

$$\Rightarrow \Phi_R \sim \frac{V_t}{f} \Rightarrow T \sim \frac{V_t}{f} \cdot \sin \delta_{RF}$$

$$\Rightarrow P = \omega T \sim V_t \cdot \sin \delta_{RF}$$

Þessi hlutfallateugetil þýða að

a) $\sin \delta_{RF} \sim \frac{f \cdot T}{V_t}$ ef f minnkar um 10% minnkar \sin um 10%

$$\sin 35^\circ = 0.5735$$

$$0.5735 \times 0.9 = 0.5162$$

$$\text{Arc sin } 0.5162 = \underline{\underline{31.1^\circ}}$$

Hornid minnkar úr 35° í 31.1°

b) $\sin \delta_{RF} \sim \frac{\omega \cdot T}{V_t} \sim \frac{P}{V_t} \Rightarrow \underline{\underline{\sin \text{ er óbreyttur}}}$

Hornid er óbreytt

c) $\sin \delta_{RF} \sim \frac{\omega}{V_t} \cdot T \Rightarrow$ Ef ω og V_t minnka bæði um 10% verður $\sin \delta_{RF}$ 'óbreytt'

$$d) \sin \delta_{RF} \sim \frac{P}{V_t} \Rightarrow \sin \delta_{RF} = \frac{0.5735}{0.9} = 0.6372$$

$$\Rightarrow \delta_{RF} = \underline{\underline{39.6^\circ}}$$

\Rightarrow Hornid er hlot úr 35° í 39.6°

Gefið $L_{aa} = 4.83 \text{ mH}$
 $L_{a1} = 0.33 \text{ mH}$

Reikna shal $L_{ab} = L_{bc} = L_{ac}$
 L_s

Úr 5.12 bls 251 fest

$$L_{ab} = L_{bc} = L_{ac} = -\frac{1}{2} L_{aa}$$

Úr 5.11 bls 250 fest

$$L_{aa} = L_{aa0} + L_{a1} \Rightarrow$$

$$L_{ab} = -\frac{1}{2} (L_{aa} - L_{a1}) = -\frac{1}{2} (4.83 - 0.33)$$

$$L_{ab} = -\frac{4.5}{2} = \underline{\underline{-2.25 \text{ mH}}}$$

Úr 5.17 fest $L_s = \frac{3}{2} (L_{aa} - L_{a1}) + L_{a1}$

$$L_s = \frac{3}{2} (4.83 - 0.33) + 0.33 = 6.75 + 0.33$$

$$\underline{\underline{L_s = 7.08 \text{ mH}}}$$

5.5 FK4

NAEDEL (SLANT)

460V, 50kW, 60Hz
3-fasa

$$X_s = 4.15 \Omega$$

$$L_{af} = 83 \text{ mH}$$

$$P_{in} = 40 \text{ kW}$$

Reikna:

$$\hat{E}_{at}, \hat{I}_f \quad \text{wt} \quad \cos \phi = \begin{cases} 0.85 \text{ (spaukenndur)} & \text{litur (a)} \\ 1.00 & \text{--- (b)} \\ 0.85 \text{ (rjmdar)} & \text{--- (c)} \end{cases}$$

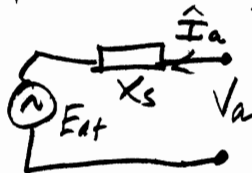
Lausu:

$$a) \quad |I_a| = \frac{P_{in}/3}{\cos \phi \cdot V_{LL}/\sqrt{3}} = \frac{40 \cdot 10^3}{0.85 \cdot \sqrt{3} \cdot 460} = \underline{\underline{59.1 \text{ A}}}$$

$$\phi = -\arccos 0.85 = \underline{\underline{-31.8^\circ}}$$

$$\text{Þannig er } \hat{I}_f = |I_a| e^{-j\phi} = \underline{\underline{59.1 e^{-j31.8^\circ}}}$$

Rásamynd mótorins er



$$\hat{E}_{at} = V_a - jX_s I_a = \frac{460}{\sqrt{3}} - j4.15 \cdot 59.1 e^{-j31.8^\circ}$$

$$\hat{E}_{at} = \underline{\underline{136 e^{-j56.8^\circ} \text{ V}}}$$

$$\text{Jafna 5.21: } \hat{E}_{at} = I_f \cdot \omega L_{af} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow I_f = \frac{\sqrt{2} \cdot \hat{E}_{at}}{\omega L_{af}} = \frac{1.414 \cdot 136}{2\pi \cdot 60 \cdot 83 \cdot 10^{-3}} = \underline{\underline{614 \text{ A}}}$$

Hlístætt fyrir tilfelli b og c

5.7 FKU

$$f = 50 \text{ Hz} \quad p = 2$$

$$S = 750 \text{ kVA}$$

$$V = 2300 \text{ V}$$

$$V_f = \frac{2300}{\sqrt{3}}$$

(3-fasa)

$$\underline{X_s = 7.75 \Omega}$$

$$\underline{I_f = 120 \text{ A}}$$

a) Reikna skjal L_{af}

$$L_{af} = \frac{\sqrt{2} \cdot V_f}{\omega \cdot I_f} = \frac{\sqrt{2} \cdot 2300}{2\pi \cdot 50 \cdot 120 \cdot \sqrt{3}}$$

$$\underline{\underline{L_{af} = 49.8 \text{ mH}}}$$

b) Reikna skjal E_{af} og I_f ef $\cos\phi = 1$ og $P = 600 \text{ kW}$

$$I_a = \frac{P}{\cos\phi \cdot \sqrt{3} \cdot V} = \frac{600 \cdot 10^3}{1 \cdot \sqrt{3} \cdot 2300} = \underline{\underline{151 \text{ A}}}$$

$$E_{af} = V_a - jX_s \cdot I_a = 1.77 e^{-j41.3} \quad *$$

$$I_f = \frac{\sqrt{2} E_{af}}{\omega \cdot L_{af}} = \frac{1.414 \cdot 1.77}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 49.8 \cdot 10^{-3}} = \underline{\underline{160 \text{ A}}}$$

c)

5.4 FKU

a) Reikna skjal SCR

$$\text{Jafna 5.31 gefur } SCR = \frac{AFNL}{AFSC}$$

Fyrri dalurinn fjöllumur er "open circuit test" en seinni dalurinn er "short circuit test"

$$SCR = \frac{1540}{2960} = \underline{\underline{0.520}}$$

b)
$$X_{s,u} = \frac{V_{a,ag}}{I_{a,sc}} \quad (\text{jafna 5.28 bls 261})$$

$$X_{s,u} = \frac{29.6}{9.26} = 3.19 \Omega$$

$$|Z_{base}| = \frac{|V_{base}|^2}{S_{base}} = \frac{26^2}{800} = 0.845 \text{ A}$$

$$X_{s,u} = \frac{3.19}{0.845} = \underline{\underline{3.77 \text{ p.u}}}$$

c)
$$X_s = \frac{V_{a,rated}}{I_a} \quad (\text{jafna 5.29 fyrir "saturated synchronous reactance"})$$

$$X_s = \frac{26.0 \text{ kV}}{9.26 \text{ kA}} = \underline{\underline{2.8 \Omega}}$$

$$X_s = \frac{2.8}{0.845} = \underline{\underline{3.31 \text{ p.u}}}$$



5.15 FK4

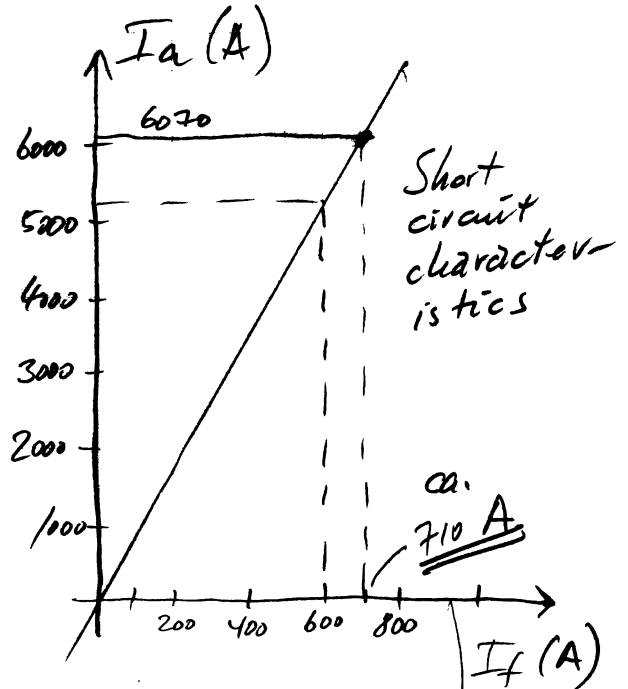
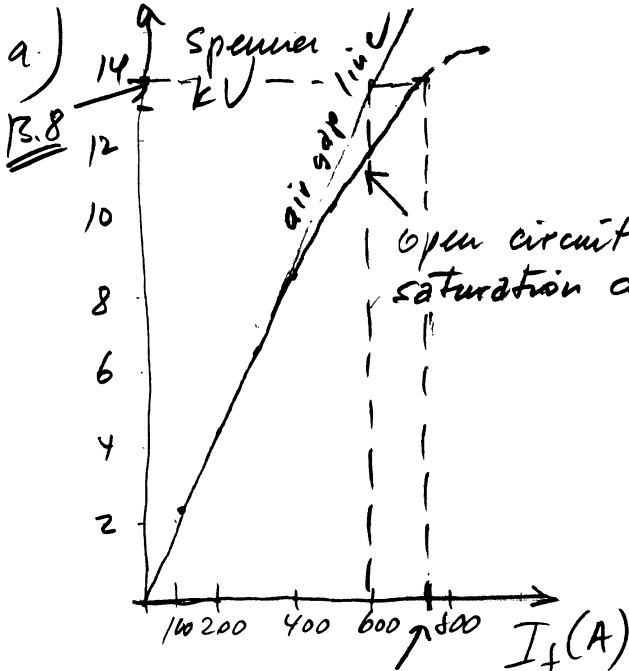
①

HÁSKÓLI ÍSLANDS

Samskipti með úttandandi póli

145 MVA, 13.8 kV 3 fasa, $f = 60 \text{ Hz}$, $p = 72$ pólur

Skammhlöupspróf: $I_f = 710 \text{ A}$, $I_a = 6070 \text{ A}$



b)

$$I_{a, \text{rated}} = \frac{S}{\sqrt{V} \sqrt{3}} = \frac{145}{13.8 \cdot 1.732} = 6066 \text{ A}$$

str. mynd 5.9 bls 261 FK4

$$AFSC = of'' = 710 \text{ A} \leftarrow$$

$$AFNL = of' \cong 740 \text{ A} \leftarrow$$

c)

$$i) SCR = \frac{AFNL}{AFSC} = \frac{740}{710} = \underline{\underline{1.04}}$$

$$ii) X_s = \frac{V_{a, \text{rated}}}{I_a' \cdot \sqrt{3}} = \frac{13.8 \text{ kV}}{13.6326 \text{ kA}} = \underline{\underline{1.26 \Omega}} \Rightarrow X_s = \frac{1.26}{1.31} = \underline{\underline{0.96 \Omega}}$$

$$I_a' = 6070 \cdot \frac{740}{710} = 6326 \text{ A}$$

$$|Z_b| = \frac{V^2}{S} = \frac{13.8^2}{145} = 1.31 \Omega$$

iii)

$$X_{s,u} = \frac{V_{a,ag}}{I_{a,sc}}$$

$$X_{s,u} = \frac{13.8}{\sqrt{3} \cdot 5500} = 1.45 \Omega$$

$$|Z_b| = 1.31 \Omega$$

$$X_{s,u} = \frac{1.45}{1.31} = \underline{\underline{1.11 \text{ p.u}}}$$

$V_{a,ag}$ er þjálfkast

O_a á mynd 5.7

Við getum séð

hvada punkt sem er á

ferlinum í lit a

t.d. 600 A þennan gefur

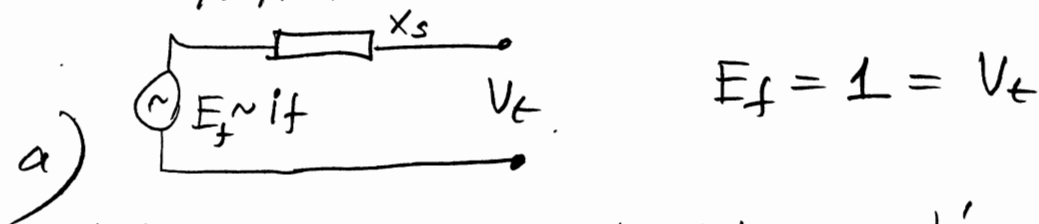
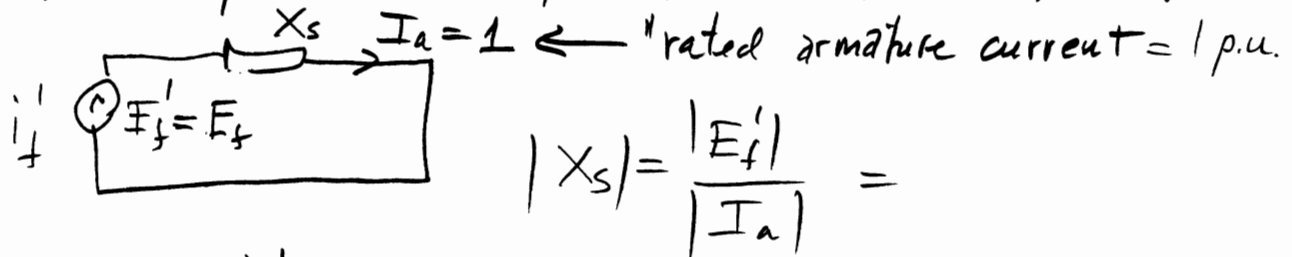
13.8 kV og 5500 A

2 pólur, 60 Hz

 $V = 13.8 \text{ kV}$

10 MVA

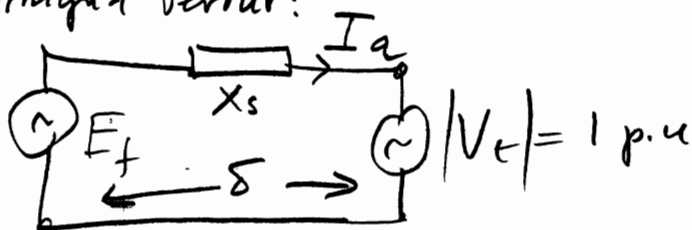
Opurleitandi rafali

Við málspennu V_t er $i_f = 842 \Rightarrow$ þá er $E_f = 1 \text{ p.u.}$ 

$$E'_f = E_f \cdot \frac{i'_f}{i_f} = 1 \cdot \frac{226}{842} = 0.268$$

$$X_s = \frac{E'_f}{I_a} = \frac{0.268}{1} = \underline{\underline{0.268 \text{ p.u.}}}$$

b) Vélir er tengd „stíttu“ kerfi með $13.8 \text{ kV} = 1 \text{ p.u.}$ spennu.
Ráðarmynd verður:



$$P = 8.75 \text{ MW} \quad \cos \phi = 0.9 \text{ (á eftir)}$$

$$P = \frac{8.75}{10} = 0.875 \text{ p.u.} \Rightarrow |S| = \frac{P}{\cos \phi} = \frac{0.875}{0.9} = 0.972 \text{ p.u.}$$

$$\delta = -\cos^{-1} 0.9 = -25.8^\circ$$

$$\Rightarrow P = |V_t| |I_a| \cos \phi \Rightarrow |I_a| = \frac{P}{|V_t| \cos \phi} = \underline{\underline{0.972 \text{ p.u.}}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{I_a = 0.972 \angle -25.8^\circ = 0.875 - j0.423}}$$

$$E_f = V_t + jX_s \cdot I_a$$

$$E_f = 1 + j0.268 \cdot (0.875 - j0.423)$$

$$E_f = 1.113 + j0.234$$

$$|E_f| = 1.137 \quad \delta_E = \tan^{-1} \frac{0.234}{1.113} = \underline{\underline{11.8^\circ}} \leftarrow \text{"rotor angle"}$$

þar sem $E_f \sim i_f$

$$\text{og } E_f = 1 \Leftrightarrow i_f = 842 \text{ A}$$

vertur straumur nú:

$$\Rightarrow i_f = 1.137 \cdot 842 = \underline{\underline{957 \text{ A}}} \leftarrow \text{"field current"}$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{0.972^2 - 0.875^2} = \underline{\underline{0.423 \text{ pu}}}$$

$$Q = 4.23 \text{ MVar}$$

c)

Nú er $E_f = 1 \text{ pu}$ og $V_t = 1 \text{ pu}$

$$P = \frac{|E_f| \cdot |V_t|}{X_s} \sin \delta \Rightarrow \sin \delta = \frac{P \cdot X_s}{|E_f| \cdot |V_t|} = \frac{0.875 \cdot 0.268}{1 \cdot 1}$$

$$\sin \delta = 0.234 \Rightarrow \underline{\underline{\delta = 13.6^\circ}}$$

$$Q = \frac{|V_t| \cdot |E_f| \cos \delta - |V_t|^2}{X_s} = \frac{\cos 13.6^\circ - 1}{0.268}$$

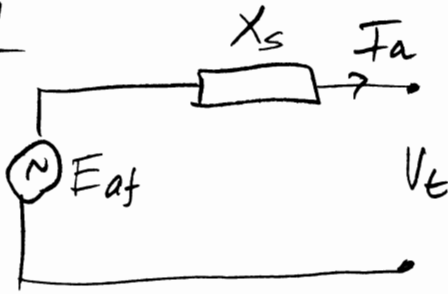
$$Q = \frac{0.972 - 1}{0.268} = -0.1046 \text{ pu}$$

$$\underline{\underline{Q = -1.04 \text{ MVar}}} \text{ (sem streymir inn á vél)}$$

5.21 FK4

(1)

5.21



$$E_{af} = |E_{af}| e^{j\delta}$$

$$E_{af} = V_t + jX_s \cdot I_a$$

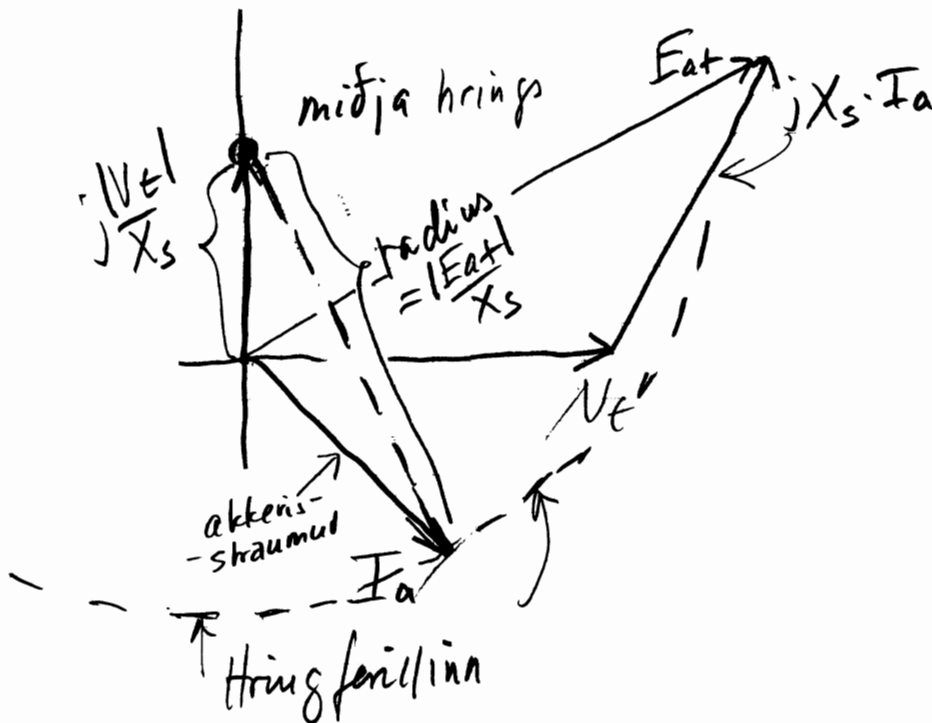
$$\Rightarrow I_a = \frac{E_{af} - V_t}{jX_s}$$

$$I_a = j \frac{V_t}{X_s} + \frac{|E_{af}| e^{j\delta}}{jX_s}$$

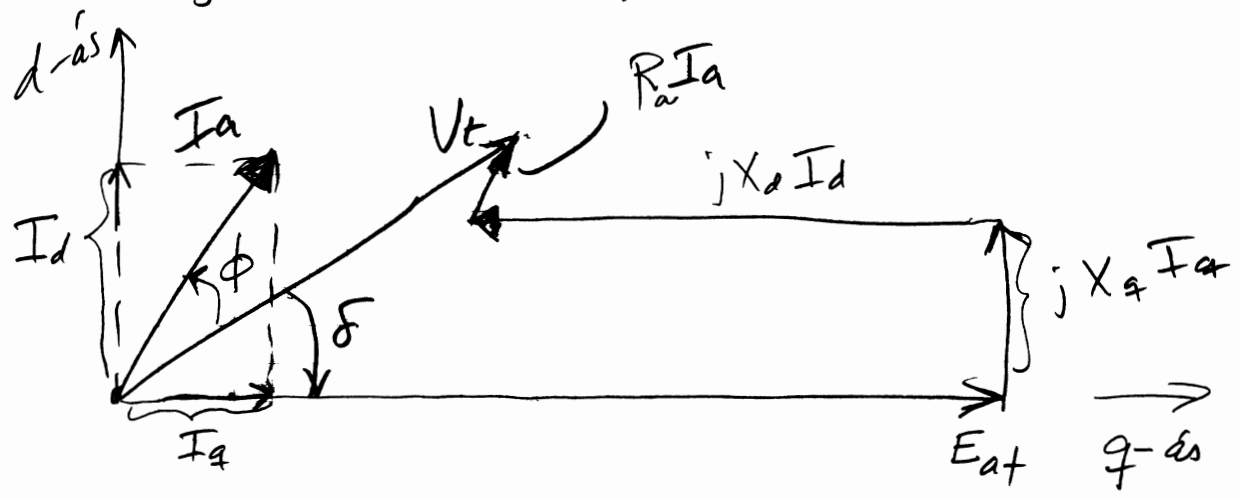
$$= j \frac{V_t}{X_s} + \frac{|E_{af}|}{X_s} (\cos\delta + j \sin\delta) (-j)$$

$$= j \frac{V_t}{X_s} + \frac{|E_{af}|}{X_s} (\sin\delta - j \cos\delta)$$

Gerum ráð fyrir að V_t sé rauntala, þá er V_t/X_s miðja hringsins og $|E_{af}|/X_s$ er radius.



5.28) Þegar vélin er miðstær er V_t á mældan E í fasa: δ strömmur líta:



$$V_t = E_{at} + jX_q I_q + jX_d I_d + R_a I_a$$

$$I_d = I_a \sin(\phi + \delta) \quad ; \quad I_q = I_a \cos(\phi + \delta)$$

$$X_q I_q = V_t \sin \delta - R_a I_a \sin(\phi + \delta)$$

$$X_q I_q + R_a I_d = V_t \sin \delta$$

$$V_t \cdot \sin \delta = X_q I_a \cos(\delta + \phi) + R_a I_a \sin(\delta + \phi)$$

5.28

2

HARKOLLEBLANDR

$$V_t \sin \delta = X_q I_a \cos(\delta + \phi) + R_a I_a \sin(\delta + \phi)$$

$$V_t \sin \delta = I_a X_q (\cos \delta \cos \phi - \sin \delta \sin \phi) + R_a I_a (\sin \delta \cos \phi + \cos \delta \sin \phi)$$

$$\tan \delta = \frac{I_a X_q}{V_t} [\cos \phi - \tan \delta \sin \phi] + \frac{R_a I_a}{V_t} (\tan \delta \cos \phi + \sin \phi)$$

$$\tan \delta \left(1 + \frac{I_a X_q}{V_t} \sin \phi - \frac{R_a I_a}{V_t} \cos \phi\right) = \frac{I_a X_q}{V_t} \cos \phi + \frac{R_a I_a}{V_t} \sin \phi$$

$$\tan \delta = \frac{I_a X_q \cos \phi + R_a I_a \sin \phi}{V_t + I_a X_q \sin \phi - R_a I_a \cos \phi}$$

Q.E.D



6.1 Fk4

a) Sleita: $460\text{ V}, 50\text{ Hp}, 60\text{ Hz}, n = 1755$
 $p = 4$

$$n_s = \frac{120f}{p} = \frac{120 \cdot 60}{4} = 1800$$

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{1800 - 1755}{1800} = 0.025 = 2.5\%$$

b) $f_r = s f_s = s \cdot 60 = 0.025 \cdot 60 = 1.5\text{ Hz}$

c) Flúxbylgjan fer með 1800 rpm hraða miðað við statorinn. Hinn fer með $s \cdot n_s = 0.025 \cdot 1800 = 45\text{ rpm}$ hraða miðað við rotor

d) Sama svar gildir og í c) - lit



VERKFRÆÐIÐEILD

6.2 FKU

a)

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$s = \frac{0.89}{50} = 0.0178 ; p = 6 ; n_s = \frac{120 \cdot f}{p}$$

$$n = (1-s) n_s = (1-0.0178) 1000$$

$$n = \underline{982 \text{ rpm}}$$

$$n_s = \frac{120 \cdot 50}{6}$$

$$n_s = \underline{1000 \text{ rpm}}$$

b)

$$p = 4 ; f = 60 \text{ Hz} ; n = 1740$$

$$n_s = \frac{120 \cdot f}{p} = \frac{120 \cdot 60}{4} = 1800 \text{ rpm}$$

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{1800 - 1740}{1800} = 0.0333 = 3.33\%$$

rotorstraumar eru með tíðni $f_r = s \cdot f_s$

$$f_r = 0.0333 \cdot 60 = \underline{\underline{2 \text{ Hz}}}$$



6.3 FK4

3fasa

$$n_1 = 1198 \text{ rpm (ekkert álag)}$$

$$n_2 = 1112 \text{ rpm (fullt álag)}$$

$$f = 60 \text{ Hz}$$

a) Gerum ráð fyrir að $n_s = 1200$

$$n_s = \frac{120 \cdot f}{p} \Rightarrow p = \frac{120 \cdot f}{n_s} = \frac{120 \cdot 60}{1200} = 6$$

\Rightarrow 6 póla vél

b)

Vitfullt álag:
$$s_2 = \frac{n_s - n_2}{n_s} = \frac{1200 - 1112}{1200} = 0.0733$$

$$\underline{s_2 = 7.33\%}$$

c)

$$f_r = f_s \cdot s = 60 \cdot 0.0733 = \underline{4.4 \text{ Hz}}$$

d)

1200 rpm m. t. t. stators

1200 - 1112 m. t. t. rotors

(= 88 rpm)



7.1 FKU

a) $E_a = k_a \phi_d \omega_m$

k_a er fasti

ϕ_d er segulflæði sem \propto hornast af reglunigunnarstraumi I_f . Ef k_a er fasti er ϕ_d fasti

\Rightarrow Ef við breytum E_a þá breytist ω_m hlutfallslega

$$(E_a \sim \phi_d)$$

b) $E_a = k_a \phi_d \omega_m$

E_a er hér fasti

$$\phi_d \sim I_f \Rightarrow \omega_m = \frac{E_a}{k_a \phi_d} \sim \frac{1}{I_f}$$

\Rightarrow Hætt velarinnar ω_m breytist í öfuga hlutfelli við I_f

c)

$$\frac{E_a}{\phi_d} = k_a \cdot \omega_m \Rightarrow$$

Ef bæði teljara (E_a)
og nefnara (ϕ_d) er breytt
samfærnis og hlutfallslega
jafn mikið, breytist
semminghráðinn ekkert

\Rightarrow ω_m er fasti (óbreytt)

7.3 FK4

7.3) $E_a = k_a \phi_d \omega_m$ $\phi_d \sim I_f$
 $T = k_a \phi_d I_a$

a) E_a helmingast, $\phi_d = \text{óbreytt}$, $T = \text{óbreytt}$
 $\Rightarrow \omega_m$ helmingast og I_a óbreytt

b) E_a helmingast, ϕ_d óbreytt og $P = T \cdot \omega_m$ óbreytt
 $\Rightarrow \omega_m$ helmingast ($\Rightarrow T$ tvöfaldast)
 $\Rightarrow I_a$ tvöfaldast

c) $\phi_d = \text{tvöfaldast}$, $T = \text{óbreytt}$, $E_a = \text{óbreytt}$
 $\Rightarrow \omega_m (= \frac{E}{k_a \phi_d})$ helmingast, $I_a (= \frac{T}{k_a \phi_d})$ helmingast

d) ϕ_d helmingast, E_a helmingast, $P = T \cdot \omega_m$ óbreytt
 $\Rightarrow \omega_m = \frac{E_a}{k_a \phi_d}$ er óbreytt, $I_a = \frac{T}{k_a \phi_d}$ tvöfaldast
 þar sem T er óbreytt en ϕ_d helmingast

e) E_a minnkast um helming, ϕ_d óbreytt og
 $T \sim \omega^2$

$\Rightarrow E_a = k_a \phi_d \omega_m \Rightarrow \omega_m$ minnkar um helming

$\Rightarrow T$ verður $1/4$ af fyrra gildi

$\Rightarrow I_a = \frac{T}{k_a \phi_d}$ verður $1/4$ af fyrra gildi

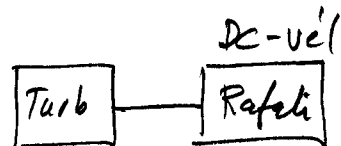


HÁSKÓLINN Í BÍ
VERKFRÆÐIÐEILD

7.8 FKL (Væðing) ①

Shunt DC-vel, 15 kW, 250 V, 1150 rpm

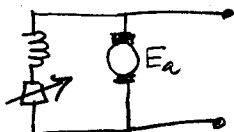
Túrbin er á 1195 rpm án álags
en 1145 rpm með álagissemur 15 kW



hrati	álag
1195	0
1145	15 kW

Skóðum tengimyndir velarinnar:

I) SHUNT:

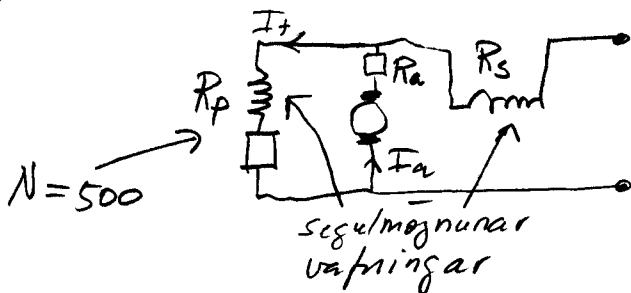


II) SÉRSEGU



3 TENGI-MÖGULEIKAR

III) "SHORT-SHUNT":



$N=500$

segulmagnunar
væðingar

Velinni skal brútt þannig:
230V út 0A álag
250 - 61.5A -
"Hönnunarmarkmið" ?

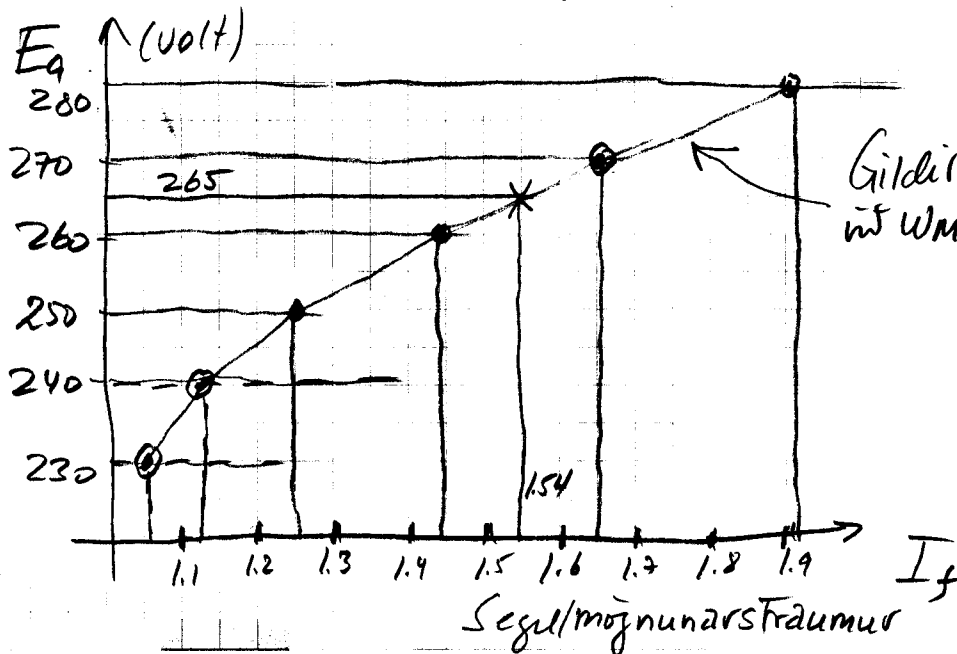
$R_s = 0.065 \Omega$, $R_a = 0.175 \Omega$

Velin er prófuð og þá fest efri farandi mælingar (SÉRSEGU)

$V_t = 254V$, $I_a = 62.7A$, $I_f = 1.95A$, $\omega_m = 1140 \text{ rpm}$

Gefinn segulmagnunar ferill (t.d. gefinn upp af framleidda)

"Innri spenna"



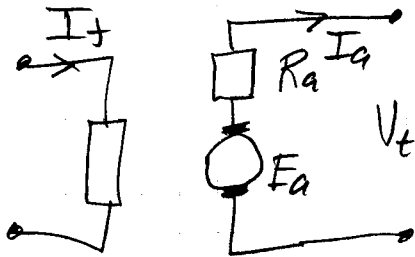
Gildið við $\omega_m = 1195 \text{ rpm}$



7.8 Fku - Lausn:

(2)

a) Finna skal alkerisáhrifin. Skóðum fyrst ráso- mynd í prófinu þar sem vélin er rafali:



$$V_t = E_a - I_a R_a \Leftrightarrow E_a = V_t + R_a \cdot I_a$$

$$\Rightarrow E_a = 254 + 62.7 \cdot 0.175 = \underline{265 \text{ V}}$$

Þú er innri spennan, E_a í prófinu 265 V

Athugið hvata segulmagnunarstraum, $I_{f(1)}$ þarf til að ná þessu gildi á E_a á úlagi (þegar $I_a = 0$) slv. segulmagnunarferli. (sjá mynd)

Þetta gefur $I_{f(1)} = 1.54 \text{ A}$ (u.þ.b.)

Í prófinu þurfti í raun með úlagi $I_{f(2)} = 1.95 \text{ A}$

Þú eru alkerisáhrifin $I_{AR} = I_{f(2)} - I_{f(1)}$

$$= 1.95 - 1.54 = 0.41 \text{ A}$$

Tafsgildur segulkraftur ($F = I \cdot N$) er

$$F_{AR} = I_{AR} \cdot N = 0.41 \cdot 500 = \underline{\underline{205 \text{ Auafningar/pól!}}}$$

b) Við viljum setja reiu-vafninga þannig að vélin gefi 250 V úr 61.5 A straum. Aflit sem

$$\text{þ.ú. þáunvarar er } P = 250 \cdot 61.5 = \underline{15.4 \text{ kW}}$$

Gefit er í domina að hraðinn fellur í beinu hlutfalli

$$\text{úr aflit. Þú ventur hraðinn } n = 1195 - 55 \cdot \frac{15.4}{15} = \underline{1139 \text{ rpm}}$$

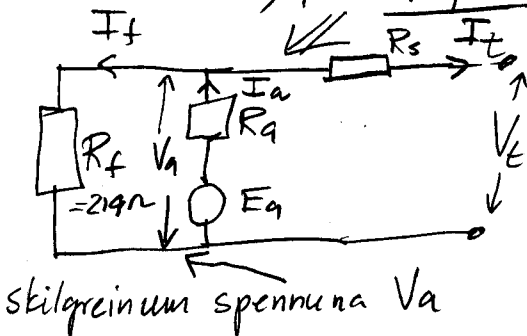


7.8 FKK - Lausn(2)

(3)

(skr. tofluna eftir t.h blst)

Við sjáum að vélin á að gefa 230V rit 0A álag
Þetta gefur segulmagnunarstraum 1.05A (sjá kúrvu!)
sem þýðir $\frac{230}{1.05} = 219 \Omega$ segulmagnunar rithám
í shunt-rás, þ.e. $R_f = 219 \Omega$.



Við fullt álag (250V, 61.5A)

ventur $V_t = V_a - R_s \cdot I_t$

$$V_a = V_t + R_s \cdot I_a = 250 + 0.065 \cdot 61.5$$

$$V_a = 254 \text{ V. Nú ventur}$$

segulmagnunarstraumurinn $I_f = V_a / R_f = \frac{254}{219} = 1.16 \text{ A}$

$$\text{Háldarstraumur } I_a = I_f + I_t = 61.5 + 1.16 = 62.7 \text{ A}$$

í alkerisvafningum. Við getum nú reiknað út $E_a =$

$$V_a + I_a R_a = 254 + 62.7 \cdot 0.175 = 265 \text{ Samsvarandi}$$

$$\text{þlét á kúrvunni f. 1195 rpm er } 265 \cdot \frac{1195}{1139} = 278 \text{ V}$$

sem gefur 1.86 A á kúrvunni fyrir I_f

(segulmagnunarstraum) $E_a \cdot 1.86 \cdot 500 \approx 930$ A vafningar

Við höfum þegar 1.16 A \cdot 500 vafn. = 580 A vafninga

í shunt rásinni. Alkerisáhrifni eru 205 A vafningar.

Þri þurfum nú í seríurásina:

$$930 - 580 + 205 = 605 \text{ A vafninga}$$

$$\text{sem gefur } \frac{605}{61.5} \approx \underline{\underline{10-11 \text{ vafninga}}}$$

$$\left(N = \frac{F}{I} \right) \uparrow$$

7.13 FKU

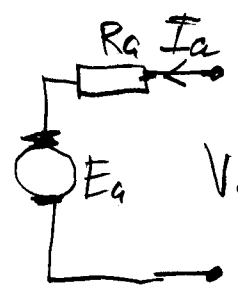
$$W_m = \frac{E_a}{k_a \phi_d} = \frac{V_a - I_a \cdot R_a}{k_a \phi_d}$$

$$I_a = \frac{T}{k_a \cdot \phi_d}$$

$$\Rightarrow W_m = \frac{V_a}{k_a \phi_d} - \frac{T \cdot R_a}{k_a^2 \phi_d^2}$$

$$\Rightarrow \frac{dW_m}{d\phi_d} = -\frac{V_a}{k_a \phi_d^2} + \frac{T \cdot R_a \cdot 2}{k_a^2 \phi_d^3}$$

$$= \frac{1}{k_a \phi_d^2} \left(\frac{T \cdot R_a \cdot 2}{k_a \phi_d} - V_a \right) = \frac{1}{k_a \phi_d^2} (2I_a R_a - V_a)$$



$$E_a = V_a - I_a R_a$$

$$\Rightarrow I_a R_a = V_a - E_a$$

$$2I_a R_a = 2V_a - 2E_a$$

$$\Rightarrow \frac{dW_m}{d\phi_d} = \frac{1}{k_a \phi_d^2} (2V_a - 2E_a - V_a)$$

$$= \frac{1}{k_a \phi_d^2} (V_a - 2E_a)$$

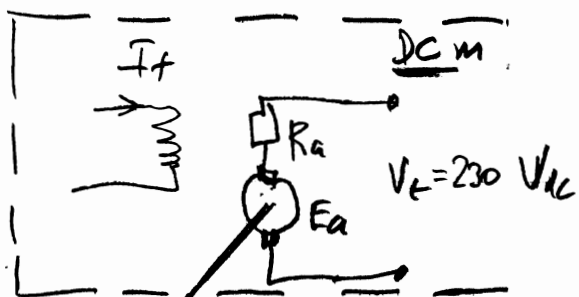
þri sést að þegar $V_a > 2E_a$ er $\frac{dW_m}{d\phi_d} > 0$

en þegar $V_a < 2E_a$ er $\frac{dW_m}{d\phi_d} < 0$

QED

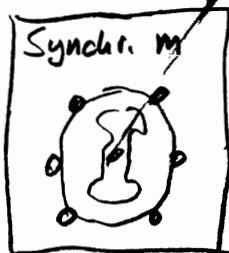
(1)

Deemi 7.14, FKU



$$R_a = 30 \text{ m}\Omega$$

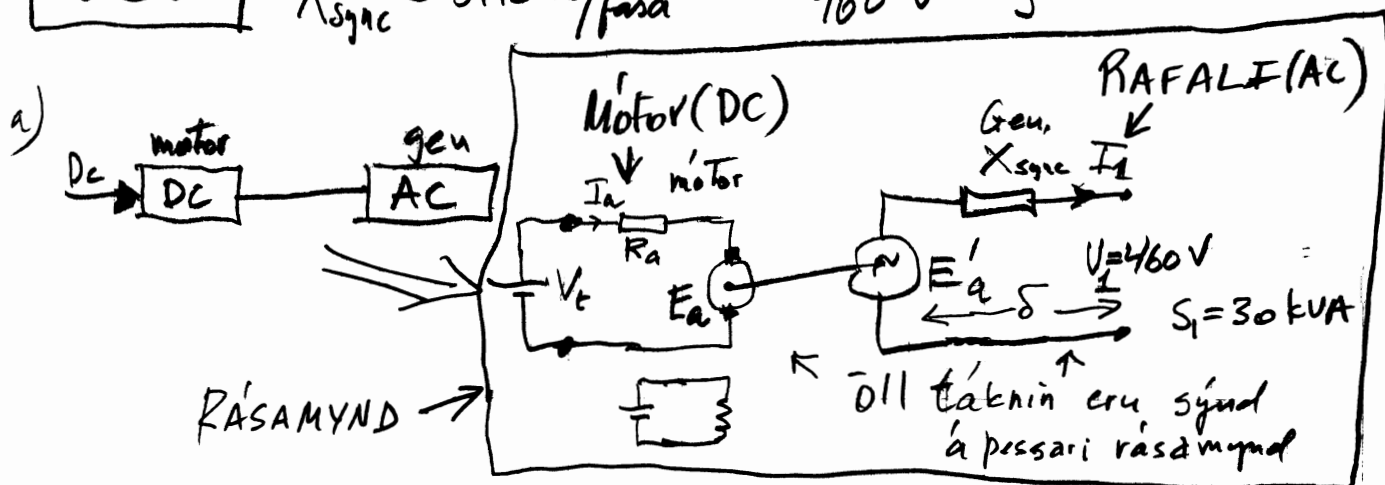
$$\left. \begin{aligned} S &= 30 \text{ kW} \\ V &= 230 \text{ V} \end{aligned} \right\} \text{ rated}$$



$$30 \text{ kVA } 460 \text{ V}$$

$$X_{\text{sync}} = 5.13 \Omega / \text{fasa}$$

$$\left. \begin{aligned} 30 \text{ kVA} \\ 460 \text{ V} \end{aligned} \right\} \text{ rated}$$



Gefið að AC vélin afhendir 30kW nt $\cos\phi = 1$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{30 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 460} = 37.7 \text{ A } \left(= \frac{S_1}{V_1} \right) \text{ þar sem } \cos\phi = 1$$

$$|E_a'| = |V_1 + jX_{\text{sync}} \cdot I_1| = \left| \frac{460}{\sqrt{3}} + j5.13 \cdot 37.7 \right|$$

$$|E_a'| = |265.6 + j193.4| = \sqrt{265.6^2 + 193.4^2} = \underline{\underline{328.5 \text{ V}}}$$

Þetta er segulmagnsspennu AC-velarinnar,

Innri spenna DC-velarinnar er:

$$\text{Aftið er } 30 \text{ kW}; P = I_a \cdot E_a = 30 \text{ kW}$$

$$E_a = V_t - I_a \cdot R_a$$

$$\Rightarrow E_a = V_t - \frac{P}{E_a} \cdot R_a$$

$$\Rightarrow E_a^2 = V_t \cdot E_a - P \cdot R_a$$

sameinuðu
þessar jöfnur
og fæm 2. gráðu jöfnu

$$E_a^2 - V_t \cdot E_a + P \cdot R_a = 0$$

$$E_a = \frac{V_t \pm \sqrt{V_t^2 - 4R_a \cdot P}}{2}$$

Nú er

$$V_t = 230 \text{ V}$$

$$P = 30 \text{ kW}$$

$$R_a = 30 \text{ m}\Omega$$

$$E_a = \frac{230 \pm \sqrt{230^2 - 4 \cdot \frac{30 \cdot 30000}{1000}}}{2}$$

$$E_a = \frac{230}{2} \pm \frac{\sqrt{52900 - 4 \cdot 900}}{2} = 115 \pm \frac{\sqrt{49300}}{2}$$

$$E_a = 115 \pm \frac{222}{2} = 115 \pm 111 = \underline{\underline{225 \text{ V}}}$$

(mínusinn er ekki gild lausa!)

- b) Við aukum segulmagnnumarstraum DC-útlarinnar þar til $E_a = V_t$ en þá er $I_a = 0$ og $E_a = V_t = 230 \text{ V}$. Eins og við þekkjum af samfasa vélum þá er $P = 0$ að $\delta = 0$ p.c.

$$|I_1| = \frac{|E_a' - V_1|}{X_s} = \frac{|328.5 - 46|}{5.13 \cdot \sqrt{3}} = \frac{131.5}{8.88}$$

$$\underline{\underline{|I_1| = 14.8 \text{ A}}}$$

c) E_a er óbreytt þ.e. 328.5 V á AC vél.

Ef við aukum einn segulmagnnum DC vélarinnar virkar hún sem rafali og AC vélin sem mótor.
Hvencar fer 30 kW frá AC \rightarrow DC og út á DC rafkerfið?

Við fáum 2 skilyrði

$$(1) P = E_a \cdot I_a = -30 \text{ kW} \quad (\text{mátt er ströumstefnum blá})$$

$$(2) E_a = V_t - I_a \cdot R_a$$

\Rightarrow Við fáum þóum jöfnu og í lit a):

$$E_a = \frac{V_t \pm \sqrt{V_t^2 - 4R_a \cdot P}}{2}$$

$$E_a = \frac{230 \pm \sqrt{52900 + 4 \cdot 900}}{2}$$

$$E_a = 115 \pm \frac{\sqrt{56500}}{2} = 115 \pm \frac{237.7}{2} = 115 \pm 118.8$$

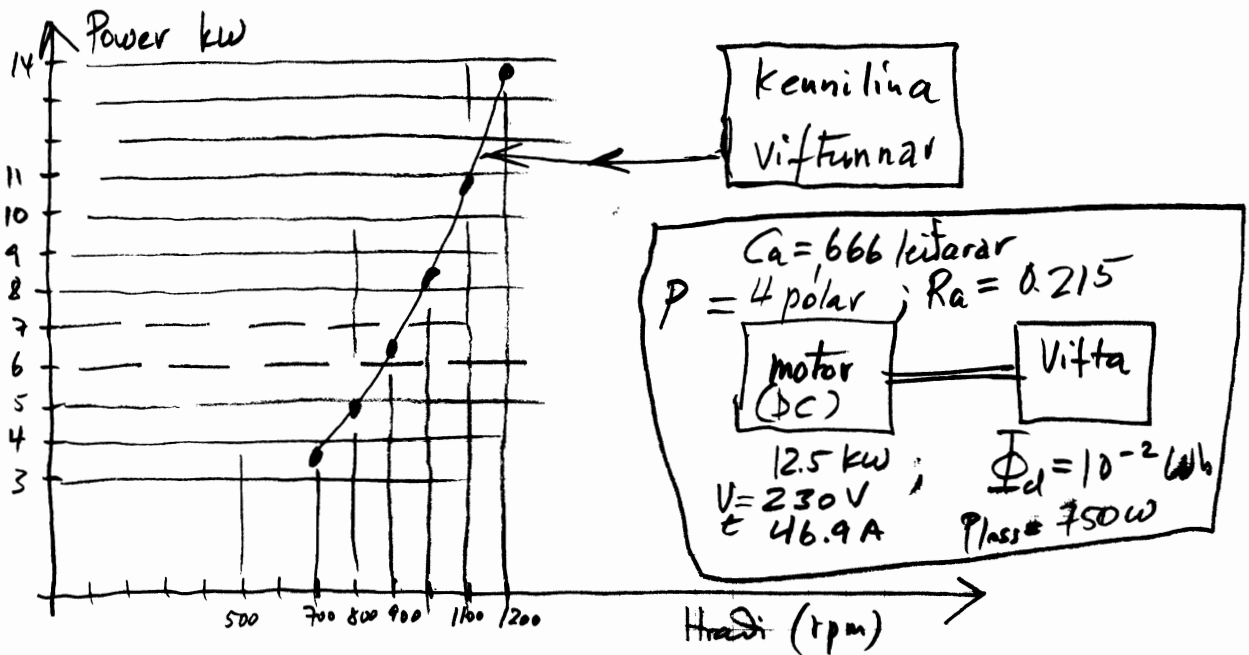
$$\underline{E_a = 233.8 \text{ V}}$$

$$I_a = \frac{P}{E_a} = \frac{-30}{233.8} = \underline{\underline{-128.3 \text{ A}}}$$

Strómunur í AC-vélinni er gagnstæður í lit a þar sem $\cos\phi = 1$

$$\underline{\underline{|I_I| = 37.7 \text{ A}}}$$

þessi "+" er frábrugðin lit a)



Afl DC-mótorsins er $P = E_a \cdot I_a$
 Spennan er $E_a = k_a \phi_d \cdot \omega_m$
 Skv jöfnu 7.3 í Fku bls 359

er
$$k_a = \frac{P \cdot C_a}{2\pi m}$$

$m = 2$
 $C_a = 666$

$\Rightarrow k_a = \frac{4 \cdot 666}{2 \cdot 3.1416 \cdot 2}$

$k_a = 212$

m er fjöldi samsita
 $rása = 2$
 C_a er fjöldi kítara
 í vafningunni



Víð fáum samband spennu og snúningshraða:

$$E_a = k_a \cdot \phi_d \cdot \omega = 212 \cdot 10^{-2} \omega_m = \underline{2.12 \omega_m}$$

Nú er
$$I_a = \frac{V_t - E_a}{R_a} \Rightarrow$$

$$P = \frac{V_t \cdot E_a}{R_a} - \frac{E_a^2}{R_a} = \frac{230}{0.215} \cdot E_a - \frac{1}{0.215} \cdot E_a^2$$

$$\Rightarrow P = 1069 \cdot 2.12 \omega_m - \frac{2.12^2}{0.215} \cdot \omega_m^2$$

7.17 FKU

(2)

KADKOLI STANDS

$$P = 2268 \cdot \omega_m - 20.9 \cdot \omega_m^2 \quad (*)$$

Vit getum teiknað upp þennan feril með MATLAB, EXCEL eða beint inn á mynd bls 1. Gerum töflu (sjá EXCEL SKJAL)

rpm	ω_m	P
700	73.30	53.9
800	83.78	43.3
900	94.25	28.1
1000	104.72	8.3
1100	115.19	-16.1
1200	125.66	-45.0

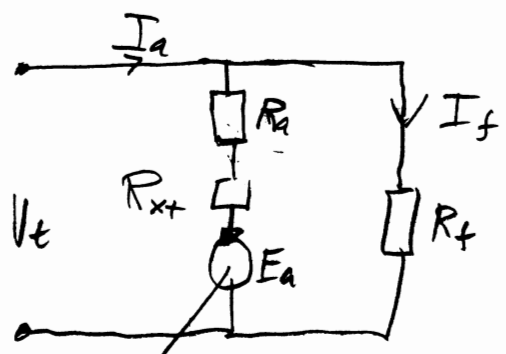
Úr EXCEL skjali (eða hlutstæðu MATLAB spline) fest skurðpunktur fallanna þessara þ.e. (*) og myndar bls 1

$$\begin{aligned} \text{rpm} &= 999 \\ \hline P &\approx 8.53 \text{ kW} \end{aligned}$$

rpm	omega m	P (afI)
700	73,30	53,9
725	75,92	51,7
750	78,54	49,2
775	81,16	46,4
800	83,78	43,3
825	86,39	39,9
850	89,01	36,3
875	91,63	32,3
900	94,25	28,1
925	96,87	23,6
950	99,48	18,8
975	102,10	13,7
1000	104,72	8,3
1025	107,34	2,6
1050	109,96	-3,3
1075	112,57	-9,5
1100	115,19	-16,1
1125	117,81	-22,9
1150	120,43	-30,0
1175	123,05	-37,4
1200	125,66	-45,0

980	102,63	12,64
981	102,73	12,42
982	102,83	12,21
983	102,94	12,00
984	103,04	11,79
985	103,15	11,57
986	103,25	11,36
987	103,36	11,14
988	103,46	10,93
989	103,57	10,71
990	103,67	10,50
991	103,78	10,28
992	103,88	10,06
993	103,99	9,85
994	104,09	9,63
995	104,20	9,41
996	104,30	9,19
997	104,41	8,97
998	104,51	8,75
→ 999	104,61	8,53
1000	104,72	8,31
1001	104,82	8,09
1002	104,93	7,87
1003	105,03	7,65
1004	105,14	7,42

7.21. FKU



- $R_a = 0.23 \Omega$
- $V_t = 230 \text{ V}$
- $I_a = 60 \text{ A}$
- $R_{xt} = 1 \Omega$

fast vresi, $T = \text{const.}$

a) Þar sem álagin T er óbreytt og $T = k_a \phi I_a$ og reglun ϕ er óbreytt ($I_f = \text{óbreytt}$) er akkerisstraumurinn óbreyttur:

$I_a = 60 \text{ A}$

b) $E_a = V_t - R_a \cdot I_a$ (áhrifun I_f sleppt)

$E_a = 230 - 0.23 \cdot 60 = \underline{216.2 \text{ V}}$
án R_{xt}

ef R_{xt} er sett í rásina ventur:

$E_a = V_t - (R_a + R_{xt}) I_a$ (áhrifun I_f sleppt hér líka)

$E_a = 230 - (1 + 0.23) \cdot 60$
 $E_a = 156 \text{ Volt}$

Nú er $E_a = k_a \phi \cdot \omega_m$ þ.e. $E_a \sim \omega_m$
hradahlutfallið ventur þri $\frac{156}{216} = 0.72 = \underline{\underline{72\%}}$