



Ritrynd grein birt 27. apríl 2012

Kristín Bjarnadóttir

Stærðfræði 102 í fjölbrautaskóla

Námskrá og áherslur

Gerð var rannsókn á inntaki hægferðaráfangans Stærðfræði 102 í fimm fjölbrautaskólum. Kennsluáætlanir og lokapróf voru borin saman við áfangalýsingu í *Aðalnámskrá framhaldsskóla – Stærðfræði frá 1999*. Í ljós kom ósamræmi við námskrá. Kennnd var meiri algebra en námskrá mælir fyrir um í fjórum skólum af fimm. Samvinnuverkefni og ritgerðir, sem nota mætti til að laga námsefni að markmiðum ólíkra námsbrauta og nefnd eru í áfangalýsingu, voru ekki nefnd í kennsluáætlun neins skólanna. Áfanginn tilheyrir sameiginlegum kjarna allra brauta framhaldsskólans. Í fjölbrautaskólum sitja nemendur á ólíkum námsbrautum í sama áfanga og það skapar togstreitu milli markmiða stærðfræðinámsins og markmiða námsbrauta nemenda. Greinin er framhald greinarinnar *Stærðfræði 102 í fjölbrautaskóla: Vandí og ávinningur* sem birtist í *Netlu* 30. desember 2011.

Höfundur er dósent í stærðfræðimenntun við Menntavísindasvið Háskóla Íslands.

The slow-pace course *Mathematics 102* in comprehensive schools: Curriculum guide and emphases.

In a survey, made in five comprehensive schools with a modular course system, teaching plans and final examinations in the slow-pace course Mathematics 102 for low-achievers are compared to the national curriculum guide of 1999. Considerable disagreement was found between the plans and the curriculum guide; courses contained more algebra than prescribed in four out of the five schools, and collaborate projects, where goals could be adjusted to the various study streams, were universally ignored. The course belongs to a common core of the upper secondary level. In comprehensive schools students of different streams attend the same classes, creating a tension between the course goals, defined in the curriculum guide, and goals of the streams. This article is a continuation of the article *Mathematics for all: Problems and advantages of comprehensive schools*, published in *Netla* December 30, 2011. The author is associate professor at the University of Iceland, School of Education.

Inngangur

Vorið 2011 gekk í gildi ný *Aðalnámskrá framhaldsskóla* (Mennta- og menningarmálaráðuneytið, 2011) þar sem gert er ráð fyrir að skólar hafi mun frjálssari hendur en áður til að semja eigin námskrá. Námsefni framhaldsskólans var skilgreint allítarlega í fyrri námskrá, *Aðalnámskrá framhaldsskóla* (Menntamálaráðuneytið, 1999). Þessi tímamót gefa tilefni til að rýna í eldra fyrirkomulag og draga fram upplýsingar sem styðjast má við þegar nýjar námskrár verða mótaðar í skólunum.

Greint verður frá rannsókn þar sem sjónum var beint að áfanganum Stærðfræði 102, skammstafað STÆ 102, eins og honum er lýst í *Aðalnámskrá framhaldsskóla – Stærðfræði* (Menntamálaráðuneytið, 1999b). Kennsluáætlanir og lokapróf í fimm framhaldsskólum voru borin saman innbyrðis og við áfangalýsingu námskrárinnar. Rannsóknarspurningin var:

Var lýsingu áfangans Stærðfræði 102 í *Aðalnámskrá framhaldsskóla – Stærðfræði* frá 1999 fylgt í skólunum?

Í framhaldi af svari við spurningunni verður leitast við að greina hvaða afleiðingar það hefur haft að áfanginn var sameiginlegur mörgum ólíkum námsbrautum. Staðhæft er að það skapi togstreitu milli markmiða stærðfræðinámsins og markmiða námsbrauta að nemendur á ólíkum brautum sitji saman í áfanganum Stærðfræði 102 og að togstreitan sé að nokkru fólgin í áfangakerfinu sjálfu.

Við rannsóknina var beitt tölfræðilegum aðferðum en einnig sagnfræðilegum; Gerð verður grein fyrir upphafi áfangakerfisins og vitnað í heimildir um stærðfræðikennslu, fyrirmæli námskráa í stærðfræði fyrir framhaldsskóla, kennslubækur, áfangalýsingar og próf.

Áfangakerfið og stærðfræði í áfangakerfi

Upphaf, ástæður og einkenni áfangakerfis

Sögu áfangakerfisins má rekja aftur til tveggja áratuga tímabils frá miðjum sjöunda áratug tuttugustu aldar er margir nýir framhaldsskólar voru stofnaðir á Íslandi. Skólarnir bættu úr þörf sem skapaðist við batnandi hag fólks og auknar kröfur um menntun fyrir alla. Flestir nýju skólanna voru fjölbrautaskólar sem störfuðu eftir áfangakerfi. Innan þeirra voru margar brautir og sjaldnast bóknámsbrautir einar, heldur var bóknám, listnám, starfsnám og verk nám sameinað undir einu þaki í ýmsum hlutföllum.

Allmargir skólar gáfu út sameiginlegan námsvísi árið 1978, *Námsvísi fjölbrautaskóla*, þar sem lýst er skipan fjölbrautaskóla með áfangakerfi. Marka má stefnu, sem mótuð var í upphafi, af eftirfarandi tilvitnun í fyrstu útgáfu námsvísisins þar sem sagði:

... í almennum greinum sem eru margar sameiginlegar mörgum brautum og sviðum er nemendum skipt í hópa án tillits til sviðs eða brautar. Af þessu leiðir svo að auðvelt er að skipta um braut eða svið án þess að fyrra nám glatist.

(Kristján Bersi Ólafsson, 1990, bls. 76).

Með áfangakerfinu var unnt að sjá til þess að nemendum nýttist nám sem þeir höfðu tekið áður, ef til vill á annarri braut eða í öðrum skóla. Áfangakerfið gerði kleift að stofna skóla víða um land þar sem boðið var fram bóklegt og verklegt nám á framhaldsskólastigi. Kennslukraftar nýttust vel því að hægt var að safna fleiri nemendum í hópa en ella. Annar veigamikill þáttur var félagslegs eðlis, nemendur með ólík áform sátu saman í áfanga. Á sjöunda áratugnum voru námsleiðir ólíkar og lítil samgangur á milli þeirra. Fjölbrautaskólar með áfangakerfi voru farvegir til að sameina fólk og fræði og brjóta niður múra.

Eitt einkenni áfangakerfis er að fall í einni námsgrein hefur ekki í för með sér tafir í öðrum námsgreinum (Sjá t.d. Fjölbrautaskólinn í Garðabæ, 2009, bls. 9). Sú var oft raunin áður í menntaskólunum þegar nemendur þurftu að endurtaka heil námsár. Nemendur geta endurtekið einn námsáfanga í áfangakerfi en haldið áfram í öðrum námsgreinum. Á mótí kemur að aðaleinkunn var aflögð og nemendur geta ekki unnið upp slakan árangur í einni grein með góðum árangri í annarri grein. Í reynd þýðir það að ekki verður komist undan neinni námsgrein á þeirri námsbraut sem nemandi hefur sest á.

Saga stærðfræði í áfangakerfi

Staða stærðfræðinnar í áfangakerfi mótast af tveimur þáttum. Annars vegar er henni skipt í áfanga sem eru oft sameiginlegir nemendum á mörgum námsbrautum með ólík framtíðaráform. Inntak stærðfræðinnar í áfangakerfi er því gjarnan almenns eðlis. Er það í samræmi við hinn þáttinn, stefnu „nýju stærðfræðinnar“ svonefndrar sem átti rætur í alþjóðlegum straumum á sjötta og sjöunda áratug tuttugustu aldar.

Guðmundur Arnlaugsson, stærðfræðingur og rektor Menntaskólans við Hamrahlíð, innleiddi áfangakerfið í íslenska skóla, en einnig nýju stærðfræðina (Kristín Bjarnadóttir, 2006, bls. 235–269). Í fyrstu miðaðist innleiðing nýstærðfræðinnar eingöngu við þá sem stefndu á háskólanám en síðar færðist hún niður eftir aldursflokki. Stefnan barst tiltululega seint til Íslands. Miða má við árið 1966 þegar nýja stærðfræðin var innleidd í tilraunaskyni í landsprófsdeildum fyrir nemendur sem stefndu á menntaskóla- og háskólanám og einnig í barnaskólum. Hvort tveggja átti sér stað fyrir tilhlutan Guðmundar Arnlaugssonar. Guðmundur sagði í grein sinni, *Ný viðhorf í reikningskennslu, í Menntamálum* árið 1967:

Aðalgalli reiknings og stærðfræðikennslu hérlendis hygg ég að hafi verið sá að hún hefur verið of vélræn, beint um of að vissri tegund leikni ... Mér virðist ... að námsefnið hafi verið um of hólfað sundur í rækilega aðgreinda flokka. Nemendum hefur verið kennd sérstök aðferð á hvern flokk, en samhengið milli flokka hefur orðið ósýnilegt með öllu, þótt oft sé um að ræða náskyld efni, skógurinn hefur ekki sést fyrir einstökum trjám. Annar galli námsefnis og kennslu virðist mér hafa verið sá, að sjónarmið sem talin hafa verið hagnýt hafa ráðið of miklu. Reikningur virðist einkum kenndur til þess að menn láti ekki hlunnfara sig í viðskiptum ... en ekki vegna þess að hann hafi gildi í sjálfum sér. Þótt ekki sé lítið á það að tíminn hefur í mörgum tilvikum hlaupið all óþrymlega frá þessum svokölluðu hagnýtu viðfangsefnum þá er hitt jafnvel meira saknaðarefni að mönnum hefur að verulegu leyti sést yfir innri gildi stærðfræðinnar. Tækifæri til að kynna börnum og unglíngum þá feegurð sem býr í stærðfræðilegri hugsun [...] hafa verið vanrækt. Börnin hafa stundum verið þreytt á síendurteknum fangbrögðum af sama tagi við lífvana tölur í stað þess að eignast nýja og góða kunningja í lífandi tölum, kynnast sérkennum einstakra talna, sjá hvað liggur að baki þeim reikningsaðferðum, er þeir læra.

(Guðmundur Arnlaugsson, 1967, bls. 42–43)

Tvö sjónarmið koma fram í grein Guðmundar. Annars vegar að margt sé sameiginlegt með námsþáttum í stærðfræði þar sem ólíkum aðferðum hefur verið beitt. Árangursríkara sé að beina athygli að sameiginlegum kjarna mismunandi námsþátta fremur en einstökum tilvikum þar sem sértækum aðferðum er beitt til úrlausnar á tilteknum flokki verkefna. Þetta má líta á sem áhrif frá straumum nýstærðfræðinnar þar sem áhersla var á að draga fram hið sameiginlega með ólíkum sviðum stærðfræðinnar með notkun mengjahugtakanna. Samkvæmt því var bæði eðlilegt og æskilegt að kenna sama námsefni í stærðfræði á ólíkum námsleiðum.

Hitt sjónarmiðið, að draga ætti fram innri gildi stærðfræðinnar og að ekki skyldi láta hagnýt sjónarmið ráða ferðinni af því að tíminn hlypi oft frá svokölluðum hagnýtum viðfangsefnum, var einnig hluti af hugmyndafræði nýstærðfræðinnar í sumum löndum. Sem dæmi um það má nefna danska námsefnið, kennt við höfund þess, Agnete Bundgaard, sem kennt var í íslenskum barnaskólum frá 1966 fram undir 1980. Það var einstaklega laust við hagnýtingu; þar var hvorki minnst á peninga né tíma sem höfðu tilheyrt námsefni í stærðfræði frá upphafi útgáfu reikningsbóka. (Kristín Bjarnadóttir, 2006, bls. 293). Sé ekki

lögð áhersla á hagnýtingu stærðfræðinnar á ólíkum sviðum verður hún ekki fyrirstaða gegn því að kenna nemendum með ólík framtíðaráform sama efni.

Endurskoðunarstefna nýstærðfræðinnar mótaðist í hverju landi af viðbrögðum við því sem menn töldu að þyrfti að bæta þar. Líta mátti á bók Guðmundar, ætlaða landsprófsnemum, *Tölur og mengi* (Guðmundur Arnlaugsson, 1966), sem viðbrögð við algebrukennslu þess tíma. *Tölur og mengi* var kennd samhliða *Kennslubók í algebru* eftir Ólaf Daníelsson (1927) sem hafði þá verið helsta kennslubók landsmanna í algebru í um fjóra áratugi, vandað rit en strangfræðilegt. Guðmundur kynnti í bók sinni hin sameinandi hugtök nýstærðfræðinnar, stak, mengi og mengjaaðgerðir. Hann leitaðist einnig við að tengja algebruna við tölur og stuðla þannig að því að nemendur skildu að talnareikningur er undirstaða algebru og algebra alhæfing talnareiknings. Efni bókarinnar var á hinn bóginn ekki hægt að telja hagnýtt í þeim skilningi að það tengdist daglegu lífi nema að litlu leyti.

Stærðfræði í áfangakerfi var hlutuð niður í áfanga eins og aðrar námsgreinar þegar áfangakerfið var tekið upp (sjá t.d. *Námsvísi fjölbrautaskóla*, 3. útgáfu, 1983). Námsgreinarnar íslenska, enska, danska og stærðfræði eiga sér langa undanfara í grunnskóla og nemendur koma þaðan inn í framhaldsskóla með mjög misjafnan undirbúning. Til þess að mæta þessum mun hefur nemendum í mörgum skólum, sérstaklega fjölbrautaskólum, verið skipt í hópa í þessum greinum eftir árangri í grunnskóla (Sjá t.d. Fjölbrautaskóli Vesturlands: *Heimasíða FVA*, á.á.) . Aðferð sem oft hefur verið valin er að láta nemendur með einkunnina 7 eða hærri í stærðfræði taka fyrstu sex einingar greinarinnar í tveimur áföngum, STÆ 103–203/263 en þá sem voru með einkunn á bilinu 4,5–6,5 í grunnskóla taka sömu sex einingar í þremur áföngum, svonefndri hægferð, STÆ 102–122–202/262. Þeir sem náðu ekki 4,5 tóku undirbúningsáfanga, STÆ 192/193 sem tilheyrði almennri braut. Síðan gátu þeir haldið áfram og farið í hægferð. Fyrirkomulag þetta hefur haldist lítið breytt frá árdögum áfangakerfisins.

Markmið námsbrauta í Aðalnámskrá framhaldsskóla 1999

Námskrá handa framhaldsskólum: námsbrautir og áfangalýsingar (Menntamálaráðuneytið, 1990) lýsti allmörgum námsbrautum til stúdentsprófs en með *Aðalnámskrá framhaldsskóla – Almennum hluta* (Menntamálaráðuneytið, 1999a) fækkaði þeim í þrjár 140 eininga bóknámsbrautir með 30 eininga kjörsvið. Markmið námsbrauta voru sett fram í námskránni. Í stuttu máli sagt var námsbrautum til stúdentsprófs: félagsfræðibraut, málabraut og náttúrufræðibraut, ætlað að veita nemendum góða, almenna undirstöðu í bóklegum greinum með áherslu á sérsvið brautarinnar. Markmið flestra iðn- og starfsnámsbrauta voru að gera nemandanum kleift að öðlast þá leikni og faglegu þekkingu sem krafist er í viðkomandi iðn- eða starfsgrein. Hvergi var þó útskýrt nánar hvað það fæli í sér, aðeins upptalning áfanga á brautinni.

Gert var ráð fyrir stærðfræðiáföngunum STÆ 103–203/263 eða samsvarandi hægferð í kjarna allra bóknámsbrautanna og níu einingum að auki á náttúrufræðibraut. Stærðfræði tilheyrði einnig kjörsviðum allra bóknámsbrautanna. Áfanginn STÆ 102 var lágmarkskrafa á langflestum öðrum námsbrautum. Væri krafist fleiri eininga var næsti áfangi STÆ 122. Allt að sex einingar gátu verið hinar sömu og í hægferð á bóknámsbrautunum.

Áfanginn STÆ 102 í Aðalnámskrá framhaldsskóla 1999

Lýsing *Aðalnámskrár framhaldsskóla – Stærðfræði* frá 1999 á áfanganum STÆ 102 fer hér á eftir í styttri útgáfu en það er sú gerð áfangalýsingarinnar sem birt hefur verið á heimasíðum flestra skólanna sem rannsóknin beindist að:

STÆ 102 – Jöfnur og Hlutföll

Lagður er grunnur að vinnubrögðum í stærðfræði, nákvæmni í framsetningu, röksemdafærslum og lausnum verkefna og þrauta. Meginviðfangsefni eru upp-
rifjun á talnameðferð og jöfnur. Enn fremur er fjallað um hnitakerfið og jöfnu
beinnar línu. Áhersla er lögð á að varpa ljósi á hlutfallshugtakið frá mörgum
hliðum. Auk styttri verkefna vinni nemendur a.m.k. eitt samvinnuverkefni eða
ritgerð, t.d. um hagnýtingu stærðfræðinnar í daglegu lífi.

(Menntamálaráðuneytið, 1999b, bls. 33).

Algebra var ekki nefnd í þessari útgáfu áfangalýsingarinnar. Í nánari lýsingu voru yfir-
markmið og undirmarkmið talin upp. Yfirmarkmið um alla námsþætti áfangans ásamt
undirmarkmiðum um algebru og fjölbreytt vinnubrögð voru sem hér segir:

Nemandi

- hafi tileinkað sér undirstöðuatriði um talnameðferð
- kunni undirstöðuatriði algebru, nánar tiltekið
 - skilji hvernig bókstafir eru notaðir til þess að tákna stærðir
 - geti dregið saman liði, margfaldað upp úr svigum og tekið út fyrir sviga
 - geti þáttað annars stigs margliður í margfeldi tveggja fyrsta stigs margliðna
 - geti beitt reglunni um mismun tveggja ferninga á tölur og algebrustærðir
- geti sett upp og leyst verkefni sem fela í sér jöfnur og formúlur
- geti beitt fjölbreyttum vinnubrögðum við lausn stærðfræðilegra verkefna, nánar tiltekið
 - geti rætt stærðfræðileg verkefni við aðra og unnið með þeim að lausn þeirra
 - geti gert munnlega grein fyrir niðurstöðum sínum og aðferðum
 - geti skrifað samfelldan texta um stærðfræðileg efni og fellt stærðfræðilegar formúlur inn í venjulegt mál
 - [...]
 - hafi tamið sér að rökstyðja niðurstöður sínar og útskýra þær á greinargóðu máli
 - [...]
 - geri sér grein fyrir að fullur skilningur fæst ekki á stærðfræðilegum hugtökum fyrr en þau hafa verið notuð á margs konar þrautir
- nái tókum á hlutfallshugtakinu
- þekki undirstöðuhugtök hnitarrúmfræði í sléttum fleti

(Menntamálaráðuneytið, 1999b, bls. 33–35).

Ekki var tekið fram í áfangalýsingu *Aðalnámskrár framhaldsskóla (1999)* hver hlutföll ofantalinna sex námsþátta ættu að vera. Þess vegna gat orðið nokkur munur á umfangi þeirra í útfærslu. Námsþátturinn „geti beitt fjölbreyttum vinnubrögðum við lausn stærðfræðilegra verkefna“ liggur þvert á hina þættina fimm sem lýsa inntaki. Inntakspættirnir verða hér á eftir nefndir: Talnareikningur, algebra, jöfnur, hlutföll og prósentur, og hnita-
reikningur.

Námsþátturinn um fjölbreytt vinnubrögð var nýr miðað við eldri lýsingu áfangans STÆ 102 í *Námskrá handa framhaldsskólum* (Menntamálaráðuneytið, 1990). Höfundur þessarar greinar var faglegur umsjónarmaður með *Aðalnámskrá framhaldsskóla – Stærðfræði* frá 1999 og telur að ætlunin með þessum námsþætti hafi verið að gera samvinnu, samskipti og tjáningu í mæltu máli að ríkari þætti í stærðfræðinámi en venja hafði verið.

Að öðru leyti eru lýsingarnar námskránnar frá 1990 og 1999 efnislega samhljóða, þó að frátöldum þættinum „stytting“ í námskránni frá 1990, sem gæti vísað til brotareiknings í algebru. Brot telst vera algebrubrot þegar breytistærðir, x, y, a, b, \dots , koma fyrir í nefnara brota. Markmið um algebrulegan brotareikning felast ekki í áfangalýsingu STÆ 102 frá 1999. Ætlunin var að draga úr hættu á að þessi upphafsáfangi í stærðfræði yrði þröskuldur í vegi nemenda sem hugðu ekki á nám í framhaldsskóla þar sem fræðilegrar stærðfræði væri þörf. Algebrubrot var aftur á móti að finna í lýsingu áfangans STÆ 203 sem er aðallega ætlaður nemendum á náttúrufræðibraut. Þar segir að nemandi:

- hafi fullt vald á bókstafareikningi, nánar tiltekið
 - [...]
 - kunni að lengja og stytta algebrubrot, finna samnefnara brota og leggja þau saman
 - kunni að margfalda saman algebrubrot og deila
 - [...]

(Menntamálaráðuneytið, 1999b, bls. 41).

Rannsókn á áfanganum STÆ 102 í fimm framhaldsskólum

Snið rannsókna

Skólar

Valdir voru fimm fjölbrautaskólar sem starfa eftir áfangakerfi og hafa fleiri en einn hóp í áfanganum STÆ 102 bæði á haustönn og vorönn. Skólarnir voru valdir með hentugleikaúrtaki þannig að útfærsla áfangakerfisins í þeim er svipuð, enda voru fjórir þeirra valdir úr hópi skóla sem stóðu að *Námsvísi fjölbrautaskóla*, 3. útgáfu (1983). Einn mun yngri skóli með svipaða útfærslu áfangakerfisins varð einnig fyrir valinu. Skólarnir, sem nefndir eru A, B, C, D og E, bjóða allir upp á bóknám, listnám, iðnnám og starfsnám nema skóli B sem býður upp á bóknám og listnám.

Kennslubækur

Samkvæmt kennsluáætlunum skólanna voru eftirfarandi kennslubækur notaðar:

- **Skólar A og D:** *Stærðfræði 102* eftir Hafdís Fjólu Ásgeirsdóttur, Höllu Ingibjörgu Guðmundsdóttur og Dröfn Viðarsdóttur (2009).
- **Skóli B:** *Stærðfræði 3000, Grunnbók* eftir Lars-Eric Björk og Hans Brolin (2001).
- **Skólar C og E:** *Stærðfræði 103* eftir Jón Þorvarðarson (2007).

Kennsluáætlanir

Kennsluáætlanir skólanna um STÆ 102 eru allar frá vorönn 2010. Köflum og/eða blaðsíðum í kennslubókum var raðað niður á kennsluvikur í öllum skólunum. Vikurnar voru mislangar vegna frídaga, þemadaga, skólabyrjunar og kennsluloka. Kennslutíminn í rannsókninni var því talinn í kennsludögum en tími til upprifjunar á námsefninu var ekki talinn með. Talið var út hve stórt hlutfall kennslutímans var ætlað hverjum inntaksþætti: Talnareikningi, algebru, jöfnum, hlutföllum og prósentum, og hnitareikningi.

Kennslan

Í fyrri grein, *Stærðfræði 102 í fjölbrautaskóla: Vandir og ávinningur* (Kristín Bjarnadóttir, 2011), kom fram að fjórar kennslustundir voru teknar upp á myndband í skóla C á vorönn 2010. Kennari leiddi nemendur í gegnum nýtt efni fyrri hluta tímans í þremur kennslustundum. Nemendur reiknuðu síðan dæmi úr kennslubókunum í sætum sínum, einir eða með sessunaut, og kennari gekk á milli nemenda sem leituðu eftir aðstoð. Nemendur æfðu sig á prófi frá vorönn 2008 í einni kennslustundinni. Höfundur telur þetta algengt vinnulag í stærðfræðikennslu þótt hvorug rannsóknin geti staðfest að svo sé.

Lokapróf

Rannsakað var eitt lokapróf áfangans STÆ 102 frá hverjum skóla. Lokapróf áfangans voru frá vori 2008 til hausts 2010 en hér er gert ráð fyrir að prófin séu svipuð frá önnur annar enda sáust nemendur æfa sig á gömlum prófum í einum skólanna. Prófin voru greind með tilliti til sömu fimm inntakspáttu og kennsluáætlanirnar. Oft voru óglögg skil á milli inntakspáttu þar sem talnareikningur er innifalinn í öðrum þáttum.

Niðurstöður

Kennslubækur

Allar kennslubækurnar fjalla um inntakspáttina fimm: Talnareikning, algebru, jöfnur, hlutföll og prósentur, og hnitareikning. Fjallað er um algebrubrot í tveimur kennslubókum, *Stærðfræði 102* og *Stærðfræði 103*, í beinu framhaldi af inngangi að algebru og á undan inntakspáttunum jöfnum, hlutföllum og prósentum, og hnitareikningi. Algebrubrot eru hins vegar ekki tekin fyrir í *Stærðfræði 3000: Grunnbók*.

Allar kennslubækurnar geyma dæmi þar sem reynt er að tengja efnið við raunverulegar aðstæður, svo sem gátur eða opin verkefni sem má nota við sjötta námsþáttinn, að beita fjölbreyttum vinnubrögðum við lausn stærðfræðilegra verkefna. Margir stuttir en fróðlegir kaflar um sögu stærðfræðinnar eru í *Stærðfræði 103* en þeim fylgja ekki verkefni. Í *Stærðfræði 3000* er að finna í lok hvers kafla hópa- og einstaklingsverkefni og athuganir sem fjalla um hagnýtingu stærðfræðinnar. Mörg þeirra mætti nota til að koma til móts við það sem segir í styttri útgáfu áfangalýsingarinnar: „Auk styttri verkefna vinni nemendur a.m.k. eitt samvinnuverkefni eða ritgerð, t.d. um hagnýtingu stærðfræðinnar í daglegu lífi.“

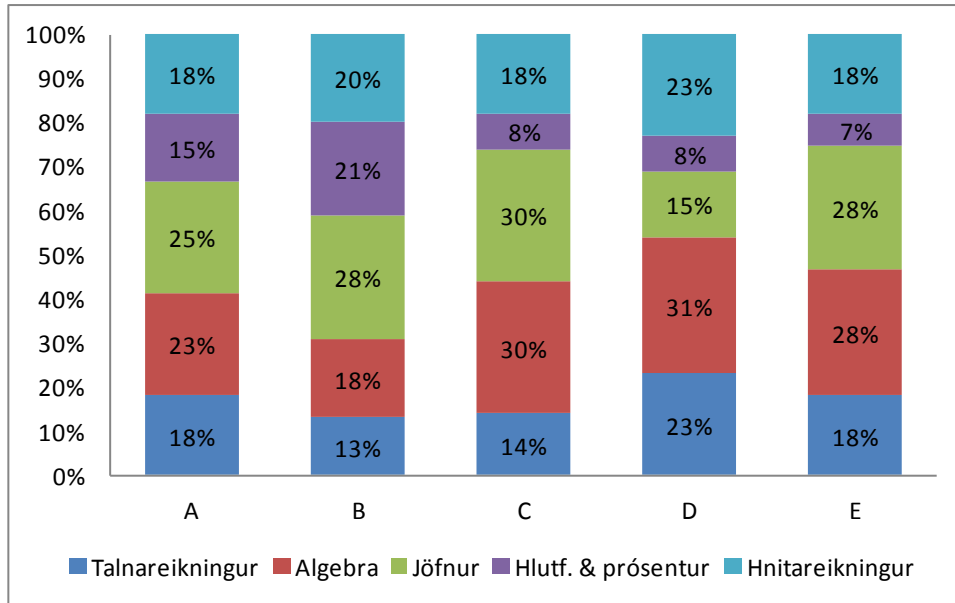
Kennsluáætlanir

Í skólum A og D var öll bókin, *Stærðfræði 102*, kennd nema grein 3.6 um ójöfnur. Kaflaheitin eru: *Talnareikningur*, *Bókstafareikningur*, *Jöfnur*, *Hlutföll og prósentur* og *Hnitareikningur*.

Í skóla B voru kenndir kaflarnir 1.1–1.4 *Almenn grunnatriði (talnareikningur, jöfnur og prósentur)*, 2.1–2.2 *Að teikna og túlka gröf (hnitareikningur)*, 3.1–3.2 *Prósentubreytingar, vextir og veldi*, 4.1 *Horn* og 5.1 *Algebra*, úr *Stærðfræði 3000: Grunnbók*. Sleppt var undirköflum með heitunum *Ýmis dæmi* og *Upprifjun* og verkefni í lok hvers kafla. Ýmis dæmi, sem fylgja hverjum kafla, eru þrenns konar; bálkur með blönduðum dæmum undir fyrisögninni *Heimadæmi*, bálkur með yfirskriftinni *Þrautir*, þ.e. dæmi sem nota mætti til umræðu, og bálkur með yfirskriftinni *Reiknaðu án reiknivélar*, þar sem dæmin gætu gefið tilefni til hugarreiknings. Undirkaflarnir *Upprifjun* og *Verkefni* geyma bæði almenn yfirlit, kaflapróf, viðameiri verkefni og blandaðar æfingar.

Í skólum C og E voru kenndir kaflarnir 1.1–5.9, bls. 7–132 í *Stærðfræði 103* að frátalinni grein 4.4 um núvirði og í skóla E voru úppsettar jöfnur og þrautir undanskildar. Kaflaheitin eru: *Talnareikningur*, *Bókstafareikningur*, *Jöfnur*, *Hlutföll og prósentur* og *Hnitareikningur*.

Hlutfallslegur tími, sem ætlaður var til framangreindra fimm inntakspáttu: talnareiknings, algebru, jafna, hlutfalla og prósentna, og hnitareiknings, í STÆ 102 í framhaldsskólunum fimm, talinn út úr kennsluáætlunum, er sýndur á *Mynd 1*.

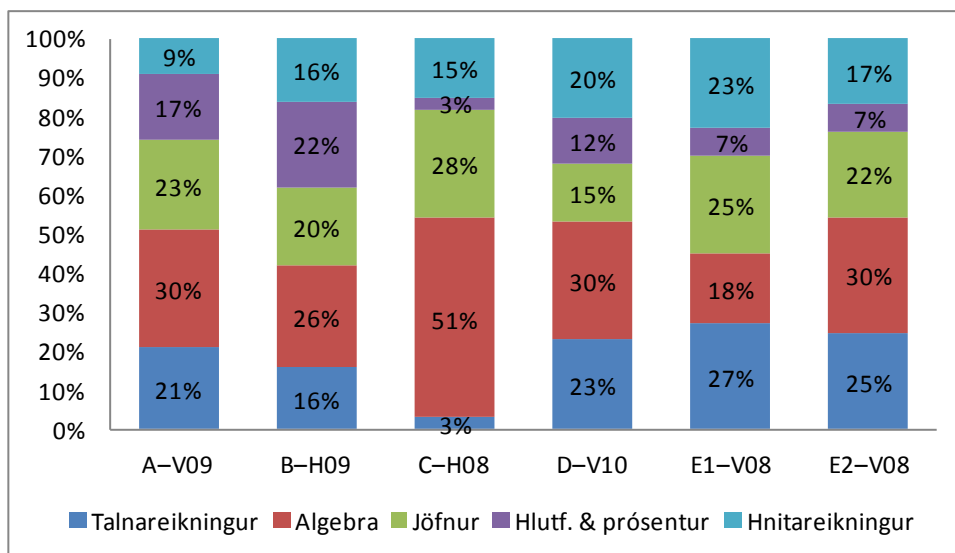


Mynd 1 – Hlutföll inntakspáttanna í kennsluáætlunum fimm skóla í STÆ 102.

Mynd 1 sýnir að tími, sem varið er til inntakspáttanna fimm í skólunum fimm, er mislangur þótt tekið sé tillit til að tímaáætlun sé gróf. Hálf vika í kennslu nemur til dæmis um 4%. Svipaður tími er ætlaður til hnitareiknings og talnareiknings í öllum skólunum. Í skólum C, D og E er lítið tími ætlaður til inntakspáttarinnar hlutf. og prósentur en í námskrá segir „Áhersla er lögð á að varpa ljósi á hlutfallshugtakið frá mörgum hliðum.“ Lengsti tíminn sem er ætlaður til þáttarinnar er þrefaldur miðað við skemmsta tímann. Mislangur tími er ætlaður til algebru en munurinn verður minni ef lagður er saman tíminn fyrir algebru og jöfnur, sem eru tengdir þættir. Þá er tímahlutfallið á bilinu 46–60%.

Lokapróf

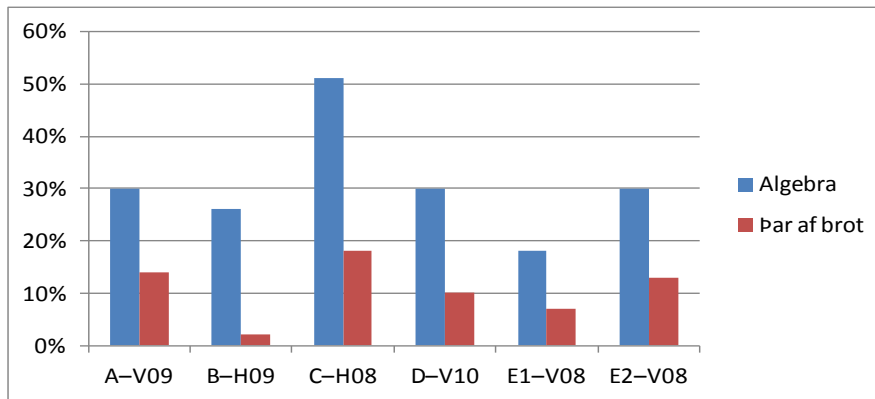
Hlutföll inntakspáttanna, sem lesa mátti af lokaprófum í STÆ 102, eru sett fram á *Mynd 2*.



Mynd 2 – Hlutföll inntakspáttanna í lokaprófum fimm skóla í STÆ 102.

Á *Mynd 2* kemur fram önnin sem prófin voru lögð fyrir. Í skóla E voru tvö mismunandi próf lögð fyrir þar sem kennarar hópanna höfðu ólíkar skoðanir á hlutföllum milli efnispáttanna. Hafa skal í huga að prófin eru yfirleitt ekki frá sama tíma og kennsluáætlanirnar. *Mynd 2*

sýnir að próf úr skóla C sker sig úr að því leyti að þar er mjög lágt hlutfall talnareiknings. Ólíklegt er að um tilviljun sé að ræða og hlutföllin önnur á öðrum önnur þar sem nemendur á vorönn 2010 í skóla C æfðu sig á prófinu frá haustönn 2008 (Kristín Bjarnadóttir, 2011). Hlutfall talnareiknings í lokaprófi E1 miðað við lokapróf C er nífalt. Á lokaprófum er prófað hlutfallslega meira úr algebrau en í kennsluáætlun í þremur skólum en Skóli C sker sig þó úr að þessu leyti. Minna er prófað úr öðrum námsþáttum af þeim sökum. Munur á hæsta og lægsta hlutfalli inntakspáttarins hlutfalla og prósentna í lokaprófum skólanna er rúmlega sjöfaldur. Hlutfall algebraubrota í hverju prófi var reiknað sérstaklega og kemur fram á *Mynd 3*.



Mynd 3 – Hlutfall algebrau og brota í algebrudæmum á lokaprófum fimm skóla í STÆ 102.

Mynd 3 sýnir að algebraubrot voru prófuð á lokaprófum allra skólanna nema í skóla B þar sem *Stærðfræði 3000* var kennd. Brot voru nær helmingur algebrudæma í prófi skóla A (14% af 30%) og í prófi E2 (13% af 30%). Algebraubrot voru 18% af öllu prófinu í skóla C þar sem hlutur algebrau í lokaprófi var meiri en helmingur prófsins eða 51%.

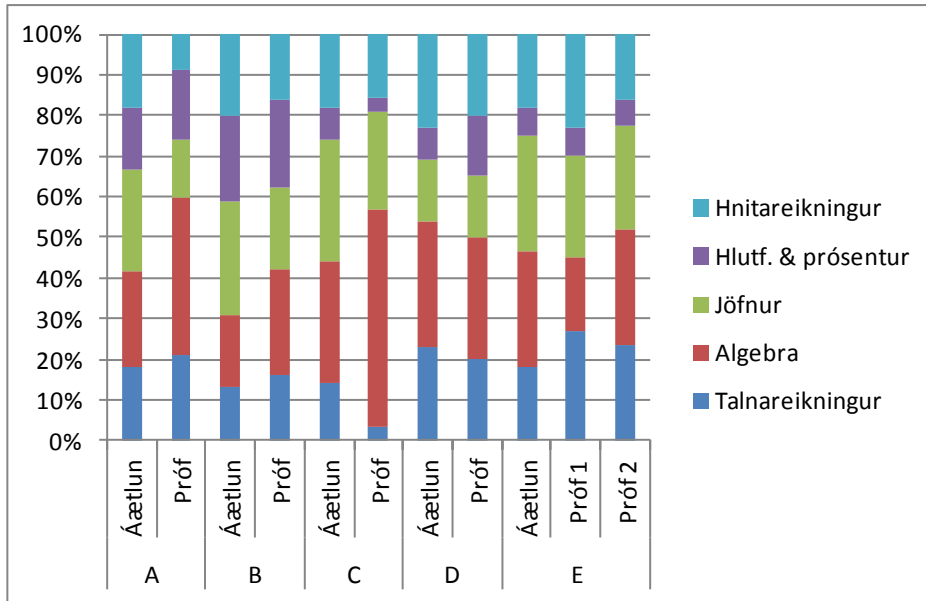
Umræða

Samanburður kennsluáætlana við lokapróf

Við samanburð á *Mynd 1* og *Mynd 2* kemur fram að í sumum skólum er tilhneiging til að auka hlutfall algebrau á prófum frá því sem ætla má af námsáætlun. Þar sem áhersla er mikil á algebrau lækkar hlutfall hlutfalla- og prósentureiknings, sem tengja mætti daglegu lífi og viðfangsefnum tengdum námi á námsbrautum nemenda. Hið sama á við um umfjöllun um hnitareikning sem nota má til að setja upplýsingar fram á myndrænan hátt.

Í skólum A, B, D og E vega talnareikningur, hlutfalla- og prósentureikningur 32–38% af lokaprófi skólans. Í skóla C er lögð mest áhersla á inntakspáttinn algebrau en þættirnir talnareikningur og hlutfalla- og prósentur vega aðeins 6% og eru auk þess um sérhæft efni, þ.e. brotabrot og vaxtavexti. Til að skoða nánar breytingu á hlutföllum milli námsþátta eru kennsluáætlanir og próf borin saman á einu grafi á *Mynd 4*.

Þar kemur fram að í skólum A og C fer hlutur algebrau á prófi langt fram úr kennsluáætlun en síður eða ekki í öðrum skólum. Talnareikningur og hlutföll og prósentur bíða við það skarðan hlut í skóla C en í skóla A kemur algebrau helst niður á jöfnum og hnitareikningi. Samræmi er milli kennsluáætlunar og prófs í skóla B og gott jafnvægi milli inntakspátta, sérstaklega ef algebra og jöfnur eru talin saman í flokki. Allgott samræmi er einnig milli áætlana og prófa í skólum D og E en hlutfalla- og prósentureikningur fær fremur lítið vægi, sérstaklega í skóla E.



Mynd 4 – Samanburður hlutfalla efnispáttu í STÆ 102 í kennsluáætlunum og lokaprófum fimm framhaldsskóla.

Kennsluáætlanir og próf borin saman við *Aðalnámsskrá*

Hægt er að kanna hvort öll atriði, sem nefnd eru í *Aðalnámsskrá*, hafi verið tekin til kennslu og hvort kennd hafi verið atriði sem eru ekki nefnd þar. Glögg má sjá á *Mynd 3* að hlutur algebrubrota á lokaprófum var töluverður í öllum skólunum í rannsókninni nema í skóla B. Algebrubrot eru ekki talin með í lýsingu *Aðalnámsskrár* á STÆ 102. Einungis í skóla B voru algebrubrot þó ekki kennd fyrr en í síðari áfanga eins og *Aðalnámsskrá* kvað á um. Athyglisvert er að í skóla B var notuð þýdd erlend kennslubók, *Stærðfræði 3000*. Hún fylgdi námskrá betur en íslensku kennslubækurnar tvær að því leyti að þar er engin umfjöllun um algebrubrot sem tilheyrði áfanganum STÆ 203 samkvæmt námskrá.

Ekki verður séð af kennsluáætlunum að lýsingunni „Auk styttri verkefna vinni nemendur a.m.k. eitt samvinnuverkefni eða ritgerð, t.d. um hagnýtingu stærðfræðinnar í daglegu lífi“ hafi verið gaumur gefinn, né heldur því sem svo er lýst: „geti beitt fjölbreyttum vinnubrögðum við lausn stærðfræðilegra verkefna“. Hópa- eða einstaklingsverkefnum og athugunum, sem fjalla um hagnýtingu stærðfræðinnar og er að finna í lok hvers kafla *Stærðfræði 3000*, er sleppt í skóla B. Sama er að segja um óuppsettar jöfnur í *Stærðfræði 103* í skóla E. Ólíklegt er þó að uppsetning jafna höfði til nemenda í hægferð, hún er torveld nemendum með veika undirstöðu í stærðfræði.

Rök kennara fyrir frávikum frá námskrá

Allir skólarnir sníða skólanámskrá sína orðrétt eftir *Aðalnámsskrá* en birta hins vegar aðeins stytta útgáfu af áfangalýsingunum á heimasíðum sínum og í kennsluáætlunum. Upphafsfangar í flestum greinum hafa yfirleitt fylgt *Aðalnámsskrá*, að minnsta kosti í orði kveðnu. Stór hópur nemenda flyst á milli skóla og fær nám sitt metið milli skólanna. Kennarar í skólunum ræða oft saman, sérstaklega ef þeir eiga samvinnu um námsvísi eins og á við um suma skólana sem skoðaðir voru í framangreindri könnun. Hvers vegna var þá ekki kennt og prófað samkvæmt ætluðu inntaki í *Aðalnámsskrá* með heildstæðum samvinnuverkefnum eða ritgerðum og þess í stað lögð meiri áhersla á algebru en námskráin sagði fyrir um? Í óformlegum viðtölum við tvo kennara, annan við skóla C en hinn við annan fjölbrautaskóla utan þessarar könnunar, komu fram eftirfarandi rök:

- Efnið er lagt þannig upp í kennslubókunum og það er hentugast að fylgja þeim. Þar er sjaldnast gert ráð fyrir verkefnum af öðru tagi en reikningsdæmum.
- Ómögulegt er að vita hvert nemendur muni stefna í námi sínu í framtíðinni. Þeir eru ef til vill stefnulausir eins og er en síðar eiga þeir ef til vill eftir að snúa við blaðinu. Dæmi voru nefnd um að þeir taki einhvers konar háskólabró, til dæmis í Keili, og þá geti algebrukunnátta komið sér vel.
- Hin litla algebra, sem ætlast er til að verði kennd, tekur hlutfallslega lengri tíma en önnur efnisatriði sé miðað við blaðsíðufjöldann í kennslubókinni.
- Umritanir í algebru sanna að vissu leyti fyrst gildi sitt þegar er tekið er að nota þær til að draga saman og stytta brot (eins og gert var ráð fyrir í *Námskrá handa framhaldsskólum* frá 1990) og því er freistandi að taka brotin með.

Rökin um að algebra tæki hlutfallslega lengri tíma en annað efni hindruðu þó ekki að algebran var aukin í flestum skólanna og að hlutfall algebru var víða hærra í prófum en í tíma sem ætlaður var til algebru í kennsluáætlun. Þegar niðurstöður úr könnunum á skólunum fimm eru skoðaðar sameiginlega eins og sýnt er á *Mynd 4*, kemur fram að í meginatriðum var prófað í samræmi við kennsluáætlun að frátalinni aukinni áherslu á algebru. Kennsluáætlanir voru sniðnar eftir kennslubókunum. Kennslubækur fjögurra skóla af fimm hafa hins vegar þann annmarka að fara lengra í algebru en námskrá ætlast til og taka fyrir efni sem geyma á til síðari áfanga samkvæmt námskrá. Í staðinn er þrautum og hugar-reikningsdæmum sleppt, efni sem gæti vakið upp umræður.

Snið kennslubókanna gætu valdið því, að minnsta kosti í fjórum skólanna, að ekki er ætlaður tími til að vinna yfirgripsmikil samfelld verkefni eða til að semja ritgerðir um valin efni sem gætu örvað ímyndunarafl nemenda eða frumkvæði. Verkefni af því tagi gætu beint athygli einstakra nemenda að hagnýtingu stærðfræðinnar á þeim brautum sem þeir hafa valið sér. Gert er ráð fyrir slíkum verkefnum í einni kennslubókanna þriggja, *Stærðfræði 3000*, en þeim verkefnum er samt sleppt í kennsluáætlun skóla B. Rétt er að nefna að samvinnuverkefni og ritgerðir voru ekki nefnd eldri námskrá, *Námskrá handa framhaldsskólum* frá 1990. Þar var stytting líka talin upp í tengslum við algebru. Hvort tveggja bendir til að enn sé kennt samkvæmt eldri námskrá og hugmyndin um tilbreytni í vinnubrögðum hafi ekki náð að festast í sessi þrátt fyrir fyrirmæli í námskránni frá 1999.

Þá er rétt að hafa í huga að kennslubækurnar eru heldur ekki sniðnar að markmiðum iðn- og starfsnámsbrauta og það mundi að sjálfsögðu krefjast aukinnar vinnu af hálfu kennara sem þyrftu að aðstoða nemendur við val verkefna og undirbúa þau. Nýlega mun þó hafa verið útbúið sérstakt námsefni fyrir nemendur á ákveðnum brautum í stórum skólum þar sem skipta má áföngum í marga hópa. Nefna má stærðfræði fyrir hótél- og matvælagrein- ar, sem Menntaskólinn í Kópavogi hefur boðið, sem dæmi um það.

Hugleiðingar að lokinni rannsókn

Námskrá og kennsla

Markmið rannsóknarinnar var að kanna hvort lýsingu áfangans Stærðfræði 102 í *Aðalnámskrá framhaldsskóla* 1999 væri fylgt í framhaldsskólunum fimm sem rannsóknin beindist að. Glögg kemur fram að áfangalýsingu *Aðalnámskrár* var hvergi fylgt fullkomlega í skólunum sem rannsóknin beindist að. Samvinnuverkefni eða ritgerð var ekki að finna í kennsluáætlunum skólanna. Kennsluáætlanir fylgdu kennslubókum að miklu leyti en aukaefni sem nota mætti til slíkrar vinnu, t.d. í *Stærðfræði 3000*, var sleppt.

Tvær kennslubókanna, *Stærðfræði 102* og *Stærðfræði 103*, eru skrifaðar með tilliti til þess að geta uppfyllt námskröfur allra námsbrauta í annarri röð en gert var ráð fyrir í *Aðalnámskrá*. Algebrubrot koma í beinu framhaldi af annarri algebru í þessum kennslubókum.

Brotin voru því kennd í áfanganum STÆ 102 í fjórum skólum af fimm en átta að bíða seinni áfanga, STÆ 203, samkvæmt námskrá. Ætla mætti að unnt væri að sleppa efni sem tilheyrir ekki áfanganum. Það var þó ekki gert.

Áfangakerfið og markmið brauta

Markmið rannsóknarinnar var einnig að leitast við að greina hvaða afleiðingar það hafði að áfangar í stærðfræði voru sameiginlegir fyrir nemendur á mörgum ólíkum brautum.

Niss (1996) hefur fært rök fyrir því að meginástæður þess að þjóðfélag heldur úti stærðfræðimenntun í skólum séu þrjár. Fyrsta ástæðan er talin að stærðfræðikunnátta stuðli að tæknilegri, félagslegri og efnahagslegri þróun samfélagsins. Önnur veigamikil ástæða sé að hún geri einstaklinginn hæfari en ella til að takast á við líf sitt í námi, starfi og sem borgari sem tekur upplýstar ákvarðanir, hvort sem er um að ræða ráðstafanir í einkalífi eða málefni er snerta almannahag. Í þriðja lagi er almennt menntunargildi stærðfræðinnar nefnt til sögunnar.

Ekki skal gert lítið úr gagnsemi námsefnis sem kennt er á náttúrufræðibraut fyrir þá nemendur sem stefna á frekara nám í stærðfræði. Algebruþátturinn í námsefninu er vissulega undirstaða læsis á sviði tækni, efnahags og raunvísinda. Mikil áhersla á algebru dregur hins vegar upp einhliða mynd af stærðfræði. Algebra er ólíkleg til þess að geta ein og sér, án frekari tengingar við viðfangsefni úr raunheiminum, orðið nemendum á síðasta námsári í stærðfræði veganesti til að takast á við lífið sem upplýstur þegn. Mun fjölbreyttara námsefni þarf til þess. Nærtækt dæmi væri aukin áhersla á fjármálalæsi og tölfraði. Fræðimenn hafa einnig bent á mikilvægi þess að veita nemendum svigrúm til að beita eigin frumkvæði í stærðfræðinámi (Skott, Jess og Hansen, 2008).

Áfanginn STÆ 102 tilheyrði mjög mörgum námsbrautum samkvæmt *Aðalnámskrá framhaldsskóla – Almennum hluta frá 1999*. Áfangakerfið er einmitt sniðið með það fyrir augum að nemendur á ólíkum brautum sitji sem lengst saman í áföngum. Stefna um stærðfræðimenntun, sem mótaðist með nýstærðfræðinni á sjöunda og áttunda áratug tuttugustu aldar, var líka að draga fram hinn sameiginlega kjarna stærðfræðinnar en leggja síður áherslu á hagnýtingu hennar. Afleiðingin af þessum tveimur forsendum, samkenndu nemenda á mörgum brautum og áherslu á hreina stærðfræði án tillits til hagnýtingar, hefur orðið sú að togstreita skapast milli markmiða áfangans og markmiða námsbrauta nemenda.

Á mörgum iðn- og starfsnámsbrautum er STÆ 102 síðasti stærðfræðiáfanginn sem nemendur taka. Þá væri sanngjarnt að þeir fengju innsýn í hvernig kunnátta í stærðfræði nýtist þeim í starfi, ekki síst þar sem þeir komast ekki hjá að læra stærðfræði eða neina aðra námsgrein á námsbrautinni sem þeir völdu. Erfitt er að laga námsefni áfangans STÆ 102 að markmiðum einstakra brauta þegar nemendum á ólíkum námsbrautum er kennt saman. Mögulegt væri að sjálfstæð vinna í formi ritgerða eða hópverkefna gæti tengst efni námsbrautarinnar; trúðanemar gætu fengist við verkefni tengd smíðum, matvælaíðnemar við verkefni tengd matargerð o.s.frv. Því úrræði virðist ekki hafa verið beitt í skólunum sem rannsakaðir voru. Námsefni áfangans hefur því hlotið að taka mið af námsbrautinni þar sem mestar kröfur voru gerðar um stærðfræðinámi, náttúrufræðibraut. Það getur skýrt ótímabæra áherslu á algebru og meðferð algebrubrota.

Togstreitan er því fólgin í áfangakerfinu sjálfu. Áfangakerfið hefur gert unnt að halda bóklegu og verklegu námi á framhaldsskólastigi úti víðar um land en ella, en á þeim forsendum að sem flestir lærðu það sama. Togstreitan sem af samkenndslunni hlýst verður síður til í bekkjarskóla þar sem nemendum er strax raðað í bekki eftir brautum. Það fyrirkomulag krefst þess hins vegar að hægt sé að fylla bekki af nemendum á hverri braut. Það á sjaldnast við í dreifbýli.

Togstreita verður einnig milli félagslegra sjónarmiða og faglegra markmiða einstakra námsbrauta. Það veitir félagslegan og fjárhagslegan ávinning að geta kennt nemendum af ólíkum brautum saman í hópi og getur til dæmis valdið úrslitum um hvort nemendur geta stundað nám í heimabyggð eða ekki. Það, að nemendur sitji saman í námshópum eins lengi og unnt er, stuðlar að því að skapa kynni og persónuleg tengsl milli fulltrúa ólíkra stétta síðar meir. Á hinn bóginn geta tengsl stærðfræðinnar við námsbrautirnar rofnað. Nemendur verða sjálfir að geta sér til um hvernig stærðfræðin komi að gagni á námsbraut sinni eða fara beinlínis á mis við að kynnst því. Ein leiðin til að hindra það væri að leitast við að tengja stærðfræði við verklega áfanga, til dæmis þegar unnið er með hlutföll í ýmiss konar hönnun.

Lokaorð

Færa má rök fyrir því að mestur hluti námsefnis áfangans Stærðfræði 102 hafi þegar fengið umfjöllun í grunnskóla. Ekki er þó annað fyrirsjáanlegt í náinni framtíð en að sumir nemar komi vanbúnir í stærðfræði inn í framhaldsskóla. Þörfum þeirra þarf að mæta. Hvers konar nám getur farið fram við þær aðstæður sem stærðfræðinámi þeirra eru skapaðar innan áfangakerfis? Rannsókn sú sem að framan er lýst getur aðeins svarað þeirri spurningu að litlu leyti. Það væri einföldun að halda því fram að aukið vægi talna-reiknings eða hlutfalla- og prósentureiknings kæmi nemendum að meira gagni en núverandi námsefni.

Líta má á hvort tveggja, stofnun fjölbrautaskóla með áfangakerfi og áhersluna á kjarna stærðfræðinnar, óháð hagnýtingu eða tilvisun til hins ytri heims, sem viðbrögð við ástandi sem ríkti á Íslandi fram á áttunda áratug tuttugustu aldar. Fyrir tíma áfangakerfisins var algengt að nemendur þyrftu að endurtaka heil námsár, jafnvel vegna falls í einungis einni námsgrein. Áfangakerfið kom til móts við vanda þeirra nemenda. Aðstæður eru aðrar nú, nærri hálfri öld síðar, fyrirkomulag prófa hefur breyst, einnig í gömlu menntaskólunum, og mun fjölbreyttari hópur sækir mun fjölbreyttara nám við framhaldsskóla en áður. Tími er því kominn til að íhuga stöðu stærðfræðinnar innan framhaldsskólanna og huga að því hvernig kennsla í henni getur þjónað hinum margbreytilega nemendahópi sem best.

Óskandi væri að veita mætti sem flestum nemendum framhaldsskólans verkefni sem þeir finna að getur gagnast þeim nú og síðar. Tilgangurinn með fyrirmælum námskrár um að nemendur vinni a.m.k. eitt samvinnuverkefni eða ritgerð, t.d. um hagnýtingu stærðfræðinnar í daglegu lífi, var að veita nemendum tækifæri til samvinnu, samræðu, sköpunar og virkrar þekkingarleitar. Verkefnin gætu til dæmis tengst efni námsbrautar þeirra, viðfangsefnum sem eru ofarlega á baugi í þjóðfélaginu eða þáttum stærðfræðinnar í öðrum sviðum menningar; tækni, myndlist, tónlist, leiklist eða jafnvel bókmenntum. Sú leið hefur ekki verið farin í skólunum fimm sem hér hafa komið við sögu en með nýrri *Aðalnámskrá framhaldsskóla* árið 2011 er komið tækifæri til að hugsa málið að nýju.

Heimildir

Björk, L.-E. og Brolin, H. (2001). *Stærðfræði 3000: Grunnbók*. Reykjavík: Mál og menning.

Fjölbrautaskólinn í Garðabæ. (2009). *Námsvísir – Handbók nemenda*. 13. útg. Garðabær. Sótt 9. október 2011 af <http://www.fg.is/namid/namsvisir/>

Fjölbrautaskóli Vesturlands á Akranesi. *Heimasíða FVA*. Um stærðfræðiáfanga við FVA. Sótt 9. október, 2011 af http://www.fva.is/~staerdfv_tolvufr/namskr/stae_skv_nyju_nskr.htm

Hafdis Fjóra Ásgeirsdóttir, Halla Ingibjörg Guðmundsdóttir og Dröfn Viðarsdóttir. (2009). *Stærðfræði 102*. Akranes: Fjölbrautaskóli Vesturlands á Akranesi.

- Guðmundur Arnlaugsson. (1966). *Tölur og mengi*. Reykjavík: Ríkisútgáfa námsbóka.
- Guðmundur Arnlaugsson. (1967). Ný viðhorf í reikningskennslu. *Menntamál* 40(1), 40–51.
- Jón Þorvarðarson. (2007). *Stærðfræði 103*. Reykjavík: Höfundur.
- Kristín Bjarnadóttir. (2006). *Mathematical education in Iceland in historical context – Socio-economic demands and influences*. Reykjavík: Háskólaútgáfan.
- Kristín Bjarnadóttir. (2011). Stærðfræði 102 í fjölbrautaskóla: Vandí og ávinningur. *Netla – Vef tímarit um uppeldi og menntun*. Menntavísindasvið Háskóla Íslands. Sótt af <http://netla.hi.is/greinar/2011/ryn/008.pdf>
- Kristján Bersi Ólafsson. (1990). Þegar við Jón Böðvarsson urðum mafíubræður. Í Jón F. Hjartarson og Ólafur Ásgeirsson (ritstjórar), *Jarteinabók Jóns Böðvarssonar*, bls. 67–77. Reykjavík: Lönskólaútgáfan.
- Mennta- og menningarmálaráðuneytið. (2011). *Aðalnámskrá framhaldsskóla – Almennur hluti*. Reykjavík.
- Menntamálaráðuneytið. (1990). *Námskrá handa framhaldsskólum: námsbrautir og áfangalýsingar*. Reykjavík.
- Menntamálaráðuneytið. (1999a). *Aðalnámskrá framhaldsskóla – Almennur hluti*. Reykjavík.
- Menntamálaráðuneytið. (1999b). *Aðalnámskrá framhaldsskóla – Stærðfræði*. Reykjavík.
- Námsvísir fjölbrautaskóla*. (1983). 3. útgáfa. Reykjavík: Lönskólaútgáfan.
- Niss, M. (1996). Goals of Mathematics Teaching. Í A.J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick og C. Laborde (ritstjórar), *International handbook of mathematics education*. Part I, bls. 11–47. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Ólafur Daníelsson. (1927). *Kennslubók í algebru*. Akureyri: Bókaverslun Þorsteins M. Jónssonar.
- Skott, J.; Jess, K. og Hansen, H.C. (2008). *Matematik for lærerstudierende. Delta – Fagdidaktik*. Kaupmannahöfn: Forlaget Samfundslitteratur.



Kristín Bjarnadóttir. (2012).
Stærðfræði 102 í fjölbrautaskóla: Námskrá og áherslur.
Netla – Vef tímarit um uppeldi og menntun. Menntavísindasvið Háskóla Íslands.
Sótt af <http://netla.hi.is/greinar/2012/ryn/004.pdf>