

## Mismunandi gengi nemenda í PISA 2012 í stærðfræði eftir stærð skóla: Hefur menntun og starfsreynsla kennara áhrif?

Athugun á niðurstöðum í stærðfræði í PISA-rannsókninni 2003 sýndi að árangur nemenda í tveimur stærstu skólunum var marktækt betri en í minni skólum. Sérstaklega var árangurinn slakur í skólum með 11–25 þátttakendur. Athugun á árangri í dönskum skólum í sömu PISA-rannsókn sýndi einnig betra gengi í stórum skólum en litlum. Þegar niðurstöður PISA 2012 á Íslandi voru komnar fram var Námsmatsstofnun beðin að flokka skólana í fjóra flokka eftir fjölda þátttakenda í PISA-rannsókninni. Árangur í flokki stærstu skólanna reyndist marktækt betri en í minni skólum. Til að grafast fyrir um hugsanlegar ástæður þessa var gerð könnun meðal stærðfræðikennara valinna skóla. Kennarar voru spurðir um menntun þeirra, starfshlutfall við stærðfræðikennslu, reynslu af stærðfræðikennslu á unglingastigi og námsefni í stærðfræði. Niðurstöður benda til þess að hátt starfshlutfall við stærðfræðikennslu, löng starfsreynsla og sér í lagi samfella í kennslu, það er reynsla kennara af að kenna sama hópi og sama námsefni yfir lengra tímabil en eitt skólaár, stuðli að góðum árangri nemenda.

Efnisorð: PISA 2012 rannsókn, stærðfræðilæsi, menntun kennara, starfsreynsla kennara, starfshlutfall kennara, námsefni í stærðfræði

### INNGANGUR

Athugun á niðurstöðum PISA 2003 benti til þess að árangur væri betri í stærri skólum á Íslandi en smærri (Kristín Bjarnadóttir, 2008). Þá kom fram að hlutfallslega fleiri nemendur náðu upp á fjórða þrep eða hærra í skólum þar sem 26–115 nemendur tóku þátt í PISA-rannsókninni en í skólum með 11–25 þátttakendur þar sem ætla má að yfirleitt hafi einungis einn bekkur verið í árgangi. Enn fremur kom fram að árangurinn var hlutfallslega bestur í stærstu skólunum sem raunar voru einungis tveir í þessari athugun.

Niðurstöður PISA 2012 voru birtar í desember 2013. Þá var ákveðið að kanna hvort munur reyndist vera á árangri nemenda í þeirri rannsókn eins og í PISA-rannsókninni

2003. Jafnframt skyldi kannað hvort menntun, reynsla og sérhæfing kennara eða náms-efni gæti skýrt hugsanlegan mun á árangri nemenda í PISA 2012. Hér verður lýst rannsókn sem ætlað er að leiða í ljós hvort um slíkan mun er að ræða og orsakir hans ef einhver er.

## BAKGRUNNUR

### Hvað er PISA?

PISA er alþjóðleg rannsókn á hæfni og getu 15 ára nemenda í lestri, náttúrufræði, stærðfræði og þrautalausnum. PISA er skammstöfun á ensku heiti rannsóknarinnar, Programme for International Student Assessment. Rannsóknin er á vegum OECD (Efnahags- og framfarastofnunarinnar) og alls tóku 65 þjóðir þátt í rannsókninni PISA 2012. Námsmatsstofnun hefur séð um framkvæmd rannsóknarinnar á Íslandi fyrir hönd menntamálaráðuneytisins (Almar M. Halldórsson, Ragnar F. Ólafsson og Júlíus K. Björnsson, 2013). Hér á landi hefur skapast hefð fyrir því að leggja prófið fyrir 15. mars (Námsmatsstofnun, e.d.).

### Stærðfræðilæsi

Hinn fræðilegi rammi PISA-rannsóknarinnar byggist á hugtakinu læsi og er þá átt við færni nemenda í að

- draga ályktanir af því sem þeir vita
- nota þekkingu sína við nýjar aðstæður
- sundurgreina, rökræða og tjá hugmyndir sínar þegar þeir eru að túlka upplýsingar og leysa viðfangsefni við ólíkar kringumstæður.

Hugtakið læsi vísar þannig til getu nemenda til þess að beita þekkingu sinni og hæfni í lykilgreinum og til þess að greina, skilja og tjá á skilvirkan hátt lausnir á ýmsum vandamálum í mörgum mismunandi aðstæðum (Almar M. Halldórsson o.fl., 2013, bls. 9). Að öðlast læsi er ævilangt ferli sem gerist ekki einasta í skóla eða í formlegu námi heldur líka í samskiptum við fjölskyldu, jafningja, starfsfélaga og með þátttöku í ýmsum samfélagslegum athöfnum. Prófun á stærðfræðilæsi í PISA mælir getu einstaklinga til þess að setja fram, beita og túlka stærðfræði á margs konar vegu. Það er getan til þess að færa stærðfræðileg rök og nota stærðfræðileg hugtök, aðferðir, staðreyndir og verkfæri, til þess að lýsa, útskýra og segja fyrir um ýmis fyrirbæri (Almar M. Halldórsson o.fl., 2013, bls. 12).

Innihald PISA-verkefnanna hverfist um fjórar yfirhugmyndir sem þó skarast innbyrðis, það er magn, rými og lögun, breytingar og tengsl, og óvissu og gögn. Þær lúta allar að tölum, algebru og rúmfræði. Gerðar eru kröfur um fullkomið vald á notkun reiknivéla og nákvæmni, til dæmis í meðferð aukastafa, í PISA-verkefnunum. Í algebru er áhersla lögð á að búa til formúlur og alhæfa, það er að tjá sig með stærðfræðilegu táknmáli, en síður á umritanir á algebrulegum stærðum. Mikið er lagt upp úr að lesa úr gröfum, túlka gröf og tengja þau við gefnar upplýsingar, lesa úr formúlum og meta hvaða áhrif breytingar á gildum breyta hafa, lesa af kortum, fara eftir leiðarlýsingum, og reikna vegalengdir og flatarmál samkvæmt mælikvörðum.

Eins og fram kom hér að framan er markmið PISA að meta hæfni nemenda til að nýta það sem þeir hafa lært í grunnskóla til að leysa margvísleg viðfangsefni. Niðurstöður PISA-rannsóknarinnar mætti hugsanlega hafa til hliðsjónar við gerð námsefnis og tilhögun kennslu. Ástæða er til að minna á að markmið PISA er ekki að stofna til keppni milli landa, skólaumdæma eða skóla heldur að kanna hvort nemendur geta beitt því sem þeir hafa numið við lausn verkefna sem þeir gætu mætt í lífinu.

Hæfni nemenda til að svara spurningum í PISA-rannsókninni er skipt niður á sjö þrep, 0–6. Nemendur á þrepi 6 í stærðfræðiprófi PISA geta lokið erfiðustu verkefnum með góðum árangri og fá meira en 669 stig. Nemendur á þessu þrepi hafa stærðfræðihugsun og ályktunarhæfni á háu stigi. Þeir geta dregið ályktanir og notað upplýsingar byggðar á rannsóknnum sínum og líkönun til að leysa flókin vandamál og sett þekkingu sína í breytt samhengi. Þeir geta tengt saman upplýsingar með ólíka framsetningu og lagað þær að fjölbreyttum aðstæðum. Þessir nemendur geta beitt innsæi og skilningi og afburðaleikni í táknrænum og formlegum stærðfræðilegum aðgerðum og tengslum til að þróa nýja nálgun og aðferðir við að takast á við nýstárlegar aðstæður. Nemendur á þessu þrepi geta miðlað svörum sínum nákvæmlega og sett fram vangaveltur um uppgötvanir sínar, túlkanir og rök og þeir geta útskýrt hvers vegna ákveðnum aðgerðum var beitt við að færa stærðfræðilegar þrautir úr daglegu máli yfir í stærðfræðilegt form.

Nemendur undir þrepi 1 fá 358 stig eða minna. Þeir geta mögulega leyst mjög einföld stærðfræðiverkefni, til dæmis lesið einfalt gildi út úr skýringarmynd sem er skýrt merkt eða lesið gildi úr töflu þar sem merkingar samsvara orðum í kynningartextanum og spurningunni. Þannig sé valið skýrt, og sambandið milli línuritsins og þess sem lýst er virðist augljóst. Einnig geta þeir leyst stærðfræðidæmi með heilum tölum með því að fylgja skýrum og greinilegum leiðbeiningum.

Meðaltal frammistöðu nemenda í OECD-ríkjum var 494 stig en meðaltal á Íslandi var 493 stig. Nánari lýsingu á frammistöðu og skiptingu á hæfniprep í stærðfræði má lesa í *Helstu niðurstöður PISA 2012* (Almar M. Halldórsson o.fl., 2013, bls. 18–19 og 26–28).

Ekki tóku allir nemendur hvers skóla á Íslandi þátt í PISA-rannsókninni. Undanþágur frá próftöku voru um 5% og er gert ráð fyrir að einungis þeir nemendur sem af heilsufarsástæðum eða öðru slíku gátu ekki tekið þátt séu undanþegnir. Hjá fjölmennari þjóðum er tekið úrtak úr nemendahópnum á bilinu 4.000 til 5.000 nemendur (Almar M. Halldórsson o.fl., 2013, bls. 13). Tölur benda þó til þess að þátttakan á Íslandi sé minni en 95%. Árið 2012 voru 4.500 manns 15 ára (Hagstofa Íslands, e.d.) en 3.509 nemendur tóku þátt í PISA 2012 eða 78%.

## Munur á frammistöðu í PISA í Danmörku eftir stærð skóla

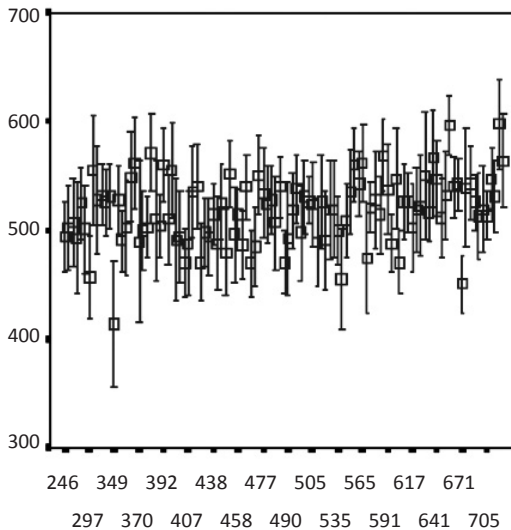
Egelund (2006) kemst að þeirri niðurstöðu um PISA 2003 í Danmörku að árangur hafi verið betri í stórum skólum en litlum. Egelund segir árangur hafa farið batnandi með stærð skóla með allt að 650 nemendum. Er þá átt við heildarfjölda nemenda með tíu árgöngum (sjá mynd 1). Hann vísar til erlendra rannsókna, aðallega bandarískra, en segir að ýmislegt torveldi notkun á þeim rannsóknnum til samanburðar við danska skóla. Í fyrsta lagi séu þar ekki heildstæðir tíu ára grunnskólar, í öðru lagi eigi aðstæður skóla í fátækrahverfum

í borgum í Bandaríkjunum sér ekki hliðstæðu í Danmörku, og í þriðja lagi sé lítið um kennara í Bandaríkjunum sem kenni á öllum aldurstigum og margar námsgreinar.

Íslenska skólakerfið er um margt líkt skólakerfinu í Danmörku og rannsóknir á þessum kerfum því að mörgu leyti sambærilegar þótt minna sé þar um mjög litla skóla í dreifbýli. Tilgáta Egelunds er að stórir skólar

- hafi mesta möguleika á að kennarar afli sér víðtækrar reynslu og þekkingar á náms-efni og aldursþópum
- rúmi mesta möguleika á að kennarar geti myndað fagteymi
- rúmi mesta möguleika á að kennarar geti kennt þá námsgrein sem þeir eru best undirbúnir í
- verði fyrir hlutfallslega minnstum áhrifum af togstreitu milli kennara.

Mynd 1 sýnir vensl milli heildarfjölda nemenda í skólum í Danmörku og meðalfjölda stiga í PISA 2003.



**Mynd 1. Vensl á milli stærðar skóla (á láréttum ás) í Danmörku og meðalfjölda stiga í PISA 2003 með 95% tölfraðilegum öryggismörkum (á lóðréttum ás) (Egelund, 2006, bls. 311)**

## Kenningar um þekkingu kennara

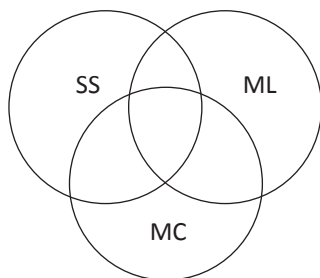
Shulman (1986) skilgreindi nokkrar gerðir þekkingar sem kennarar þyrftu að hafa á valdi sínu. Sér í lagi greindi hann á milli þekkingar á inntaki námsgreinar (e. subject matter content knowledge), það er djúps skilnings á inntaki námsgreinar, og kennslufræðilegrar þekkingar á inntaki námsgreinar (e. pedagogical content knowledge), þess að hafa á valdi sínu gagnlegar leiðir til framsetningar á námsefni, svo sem lýsandi hliðstæður, myndir og teikningar, dæmi og útskýringar, og að geta sett efnið fram á hátt sem er skiljanlegur

öðrum. Í þriðja lagi skilgreindi Shulman þekkingu á námskrá sem nauðsynlegan þátt í kennaramenntun; það er kennslufræðilega þekkingu á námskrá um námsgreinina og öðru námsefni sem nemendur læra í öðrum námsgreinum, auk þess að þekkja vel viðfangsefni sem á undan er komið í viðkomandi námskrá og það sem tekur við á eftirfarandi námsárum nemenda, og loks að þekkja námsefnið sem geymir viðfangsefnin.<sup>1</sup>

Shulman var frumkvöðull að því að skoða þekkingu á inntaki námsgreinar og kennslufræðilega þekkingu á inntaki námsgreinar. Grein hans fjallar almennt um námsgreinar en ekki sérstaklega um stærðfræði. Ýmsir fræðimenn hafa haldið áfram rannsóknum í svipaða átt. Þeirra á meðal eru Ball og samstarfsmenn hennar (Ball, Thames og Phelps, 2008), sem hafa þróað kenningu byggða á reynslu um þekkingu stærðfræðikennara á inntaki námsgreinarinnar í framhaldi af kenningum Shulmans. Kenning þeirra bendir til þess að skilgreina megi undirsvið þekkingar á námsgrein, annars vegar sérhæfða þekkingu sem varðar kennslu sérstaklega og hins vegar almenna þekkingu. Einnig skilgreindu þau að minnsta kosti tvö undirsvið kennslufræðilegrar þekkingar á námsgrein, annars vegar þekkingu sem tengist nemendum og hins vegar þekkingu varðandi kennslu. Krauss, Baumert, Brunner og Blum (2008) og Neubrand (2008) telja sterka fylgni vera milli þekkingar á námsgrein og kennslufræðilegrar þekkingar stærðfræðikennara á greininni. Þeir telja að kennslufræðileg þekking styrkist af sterkum grunni þekkingar á námsgreininni, en þekking á greininni sé þó aðeins ein möguleg leið að kennslufræðilegri þekkingu á greininni og áhersla á kennslufræði í kennaramenntuninni geti verið önnur möguleg leið. Neubrand, Seago, Agudelo-Valderrama, DeBlois og Leikin (2009) komust að þeirri niðurstöðu við samantekt á rannsóknum í kjölfar kenninga Shulmans að stærðfræðikennarar geti tileinkað sér kennslufræðilega þekkingu á námsgreininni í og af starfsreynslu.

Baumert o.fl. (2010) fjalla um mikilvægi þekkingar stærðfræðikennara á námsgreininni og kennslufræðilegrar þekkingar á greininni fyrir góða kennslu og árangur nemenda. Þeir gerðu rannsókn á bæði þekkingu stærðfræðikennara á unglíngastigi og framhaldsskólastigi á greininni og kennslufræðilegri þekkingu þeirra á henni. Í rannsókninni kom fram að mismun á árangri þeirra nemenda sem rannsóknin náði til mátti að allstórum hluta (39%) skýra með mismunandi kennslufræðilegri þekkingu kennaranna á greininni. Þekking á námsgreininni sjálfri sé þó engu síður mikilvæg þar sem hún sé undirstaða þess að kennslufræðileg þekking á greininni nái að þróast.

Fleiri fræðimenn hafa rætt tengsl þekkingar á námsgrein og kennslufræðilegrar þekkingar kennara á námsgreininni, svo sem Jaworski. Til þess að ná utan um flækjustigið í hinum mörgu þáttum sem taka þarf tillit til í kennslunni þróaði hún hugtakið kennsluþrennd (e. the teaching triad) (Jaworski, 1994). Jaworski byggði hugmyndina um kennsluþrennd upphaflega á rannsókn á stærðfræðikennslu. Það sýndi sig að kennararnir tóku tillit til þriggja innbyrðis tengdra þátta í kennslu sinni. Þeir skipulögðu kennsluna með tilliti til námsskilyrða nemendanna (e. management of learning, ML), með tilliti til þarfa nemendanna, faglegra og ekki faglegra (e. sensitivity to students, SS) og með tilliti til þess að ögra nemendum faglegra (e. mathematical challenge, MC). Jaworski lítur á hlutana þrjá í þrenndinni sem þétt samofna þætti í heildarskuldbindingum þess sem kennir og þá verði alltaf að veга og meta hvern á móti öðrum. Hún teiknar þá sem þrjá hringi sem skarast (sjá mynd 2).



**Mynd 2. Kennslubrenndin (Jaworski, 1994, bls. 107–8)**

Kenningar Shulmans (1986), Balls o.fl. (2008), Kreuss o.fl. (2008), Neubrands (2008), Baumerts o.fl. (2010) og Jaworskis (1994), og samantekt Neubrands o.fl. (2009) benda allar til svipaðra þátta: stærðfræðikennari þarf að hafa þekkingu á inntaki námsgreinar til að geta ögrað faglegru hugsun nemenda, hann þarf að hafa kennslufræðilega þekkingu á námsgreininni til að spyrja réttu spurninganna, hann þarf að þekkja og taka mið af námskránni og vita um það sem á undan er komið og það sem tekur við, og hann þarf að vera næmur fyrir þörfum nemenda sinna.

## RANNSÓKNARSPURNINGAR

Markmið rannsóknarinnar var að kanna hvort stærð skóla, menntun, reynsla og sérhæfing kennara eða námsefni og gögn gætu skýrt mun á árangri nemenda í PISA-rannsóknunum. Settar voru fram eftirfarandi rannsóknarspurningar um mun á skólum af mismunandi stærðarflokkum:

1. Er munur á árangri nemenda í PISA-rannsókn 2012?
2. Ef munur greinist er þá unnt að greina mun á
  - a. sérhæfingu stærðfræðikennara í menntun?
  - b. reynslu kennaranna?
  - c. sérhæfingu þeirra í starfi?
  - d. námsefni og gögnum sem notuð voru?

## FRAMKVÆMD RANNSÓKNARINNAR

### Flokkun skóla í stærðarflokka

Námsmatsstofnun greindi niðurstöður í læsi á stærðfræði í PISA 2012 niður í stærðarflokka í samráði við rannsakendur. Valdir voru stærðarflokkarnir 1–10, 11–25, 26–40 og 41–128 þátttakendur í PISA 2012-rannsókninni. Hér á eftir kallast þessir stærðarflokkar Skólahópur 1, Skólahópur 2, Skólahópur 3 og Skólahópur 4. Við valið var höfð hliðsjón af flokkun skóla eftir stærð í rannsókninni á niðurstöðum PISA 2003 en þá voru ekki handbær gögn um skóla með 10 þátttakendur í rannsókninni eða færri. Næsti stærðarflokkur skóla, 11–25 þátttakendur, Skólahópur 2, var markaður með það í huga að í þeim skólum væri

að jafnaði ein bekkjardeild í árganginum. Stærðarflokkurinn 26–40 þátttakendur, Skólahópur 3, miðaðist í grófum dráttum við tvo bekkjarhópa í árgangi. Einnig var höfð hliðsjón af því að ekki yrðu hlutfallslega fáir skólar í hópi fjölmennustu skólanna. Niðurstöður lituðust því ekki af árangri í fáum mjög stórum skólum eins og raunin varð við rannsókn á niðurstöðum í PISA 2003, þegar fjölmennustu skólarnir voru aðeins tveir. Ekki var vitað hvaða skólar voru í hverjum hópi áður en valið fór fram og ekki var hugað að dreifingu skóla eftir landshlutum eða öðru sem varðaði einstaka skóla. Niðurstaða flokkunarinnar varð 36 skólar í Skólahópi 1 með 1–10 þátttakendur, 39 skólar í Skólahópi 2 með 11–25 þátttakendur, 34 skólar í Skólahópi 3 með 26–40 þátttakendur og 25 skólar í Skólahópi 4 með 41–128 þátttakendur (sjá töflu 1).

## Val á skólum

Ákveðið var að hafa samband við kennara í tíu skólum í hverjum stærðarflokki til að afla upplýsinga um menntun og starfsreynslu kennara ásamt námsefni sem stuðst var við í kennslunni. Skólunum var raðað eftir fjölda nemenda sem tóku þátt í PISA 2012 í hverjum hópi. Skólar voru valdir þannig að gisnara bil var milli fámennari skóla en fjölmennari. Fjölmennari skólar koma því betur fram í hverjum skólahópi en hinir fámennari. Fyrst var valinn fjórði hver skóli, síðan þriðji hver og síðast annar hver skóli þar til fundnir voru tíu skólar í hverjum stærðarflokki. Þetta var gert til að ná til kennara sem flestra nemenda. Kennarar í tveimur skólum vildu ekki taka þátt í rannsókninni sem varð til þess að einum skóla í Skólahópi 3 var sleppt og í stað eins skóla í Skólahópi 2 var valinn annar skóli af sömu stærð. Einn kennari í Skólahópi 3 svaraði ekki spurningum um menntun en öllum öðrum og einn kennari í Skólahópi 2 svaraði ekki spurningum um starfsreynslu.

Ákveðið var að sleppa Skólahópi 1 þar sem voru 1–10 þátttakendur í PISA-rannsókninni. Upplýsingar um þann stærðarflokk voru ekki fáanlegar um PISA-rannsóknina 2003 og rannsóknirnar hefðu því síður orðið sambærilegar.

Nemendafjöldi í 10. bekk í hverjum hópi skóla kemur fram í töflu 1.

**Tafla 1. Fjöldi þátttakenda í PISA 2012 í völdum skólum**

Hópar skóla eftir fjölda þátttakenda í PISA-rannsókn	Skólahópur 2	Skólahópur 3	Skólahópur 4	Alls
Fjöldi skóla alls	39	34	25	98
Fjöldi valinna skóla	10	9	10	29
Heildarfjöldi þátttakenda í PISA í stærðarflokknum	658	1122	1537	3317
Fjöldi þátttakenda í PISA í völdum skólum	174	303	721	1198
Hlutfall þátttakenda í PISA í völdum skólum af heildarfjölda í stærðarflokknum	26%	27%	47%	36%

Árið 2012 var fólksfjöldi á Íslandi 319.575 manns (miðað við 1. janúar). Þar af voru 4.500 manns 15 ára en alls tóku 3.509 nemendur þátt í PISA 2012, eða 78%, eins og áður var greint frá. Á höfuðborgarsvæðinu, það er Mosfellsbæ, Reykjavík, Seltjarnarnesi, Kópavogi, Garðabæ, Álftanesi og Hafnarfirði, bjuggu 193.444 manns eða 61% heildarfjöldans en 15 ára unglingar voru alls 2.647 eða 59% af fjölda 15 ára nemenda á Íslandi. Fimm til sex skólar í hverjum flokki af höfuðborgarsvæðinu virðast því endurspegla allvel hlutfall fjölda nemenda á höfuðborgarsvæðinu miðað við landið allt. Það reyndist þó ekki alveg rétt þegar taldir voru þátttakendur í einstökum skólum af þeim sem valdir voru. Þá töldust hlutföll þátttakenda vera 48%, 62% og 74% á höfuðborgarsvæðinu í Skólahópum 2, 3 og 4, hæsta hlutfallið í hópi stærstu skólanna. Enn breyttust hlutföllin þegar skoðaðir voru allir skólar í hverjum hópi, en þá voru samsvarandi hlutföll 36%, 46% og 85% (sjá töflu 2). Þrátt fyrir þéttara val fjölmennari skóla í hverjum hópi er ekki hægt að staðhæfa að val skólanna endurspegli hlutfall milli höfuðborgarsvæðisins og annarra landshluta.

**Tafla 2. Fjöldi þátttakenda í PISA 2012 og fjöldi skóla á landinu og á höfuðborgarsvæðinu**

Hópar skóla	Skólahópur 2	Skólahópur 3	Skólahópur 4	Alls
Heildarfjöldi þátttakenda í PISA í stærðarfloknum	658	1122	1537	3317
Fjöldi þátttakenda í PISA á höfuðborgarsvæðinu	236	515	1308	1980
Hlutfall þátttakenda í PISA á höfuðborgarsvæðinu	36%	46%	85%	60%
Fjöldi skóla alls	39	34	25	98
Fjöldi skóla á höfuðborgarsvæðinu	12	16	19	47
Fjöldi valinna skóla á höfuðborgarsvæðinu	5	6	6	17
Hlutfall valinna skóla á höfuðborgarsvæðinu af 9–10 völdum skólum í hópnum	50%	67%	60%	59%
Fjöldi þátttakenda í völdum skólum	174	303	721	1198
Fjöldi þátttakenda í völdum skólum á höfuðborgarsvæðinu	84	189	534	807
Hlutfall þátttakenda í völdum skólum á höfuðborgarsvæðinu af heildarfjölda þátttakenda í völdum skólum	48%	62%	74%	67%



## Samband við skóla

Sent var bréf til skólustjóra 30 skóla þar sem rannsóknin var kynnt. Þegar upplýsinga um hverjir hefðu kennt viðkomandi nemendahópum stærðfræði hafði verið aflað var þeim sendur spurningalisti ásamt upplýsingum um rannsóknina í tölvupósti (sjá Viðauka). Þeim var tjáð að haft yrði samband við þá símleiðis til að afla svara sem síðan var gert á næstu dögum eftir að tölvupóstur hafði verið sendur. Í símtalinu var aflað munnlegra svara við spurningalista. Spurt var um eftirfarandi atriði:

- menntun kennaranna
- hvaða ár þeir kenndu árganginum sem tók þátt í PISA 2012
- hlutfall stærðfræðikennslu þeirra veturinn 2011–2012
- hve lengi þeir hefðu kennt stærðfræði í sama starfshlutfalli
- hvaða námsefni var notað fyrir PISA 2012-árganginn
- hvort einhverjir nemendanna hefðu tekið framhaldsskólaáfangann STÆ103.

Rannsakendur mættu nokkrum hindrunum við að finna kennara: Skólar höfðu verið sameinaðir, kennarar voru fluttir, jafnvel útlanda, og kennarar mundu ekki hvort þeir hefðu kennt viðkomandi hópi þar sem tvö ár voru liðin, og skólaritarar og jafnvel skólustjórar vissu ekki hvaða kennara skyldi hafa samband við. Samtölin fóru fram í mars, apríl og maí vorið 2014.

## Grunnupplýsingar

Fjöldi þátttakenda í PISA-rannsókninni og kennara, meðalfjöldi þátttakenda á kennara og meðalaldur kennara í skólunum sem haft var samband við má sjá í töflu 3.

**Tafla 3. Fjöldi þátttakenda í PISA 2012 og kennara þeirra, fjöldi þátttakenda á kennara og meðalaldur kennara**

	Fjöldi þátttakenda	Fjöldi kennara sem rætt var við	Þátttakendur á kennara	Meðalaldur kennara
<b>Skólahópur 4</b>	721 47%	25	29	48 ára
<b>Skólahópur 3</b>	334 30%	21	16	50 ára
<b>Skólahópur 2</b>	174 26%	17	10	42 ára
<b>Alls</b>	1229 35%	63		47 ára

Af töflu 3 má einnig lesa að haft var samband við kennara tæplega helming (47%) þátttakenda í PISA-rannsókninni í skólum með fleiri en 40 þátttakendur. Að meðaltali hafði

hver þeirra náð til 29 þátttakenda í PISA. Margir hafa því kennt fleiri þátttakendum en svarar til einnar bekkjardeildar.

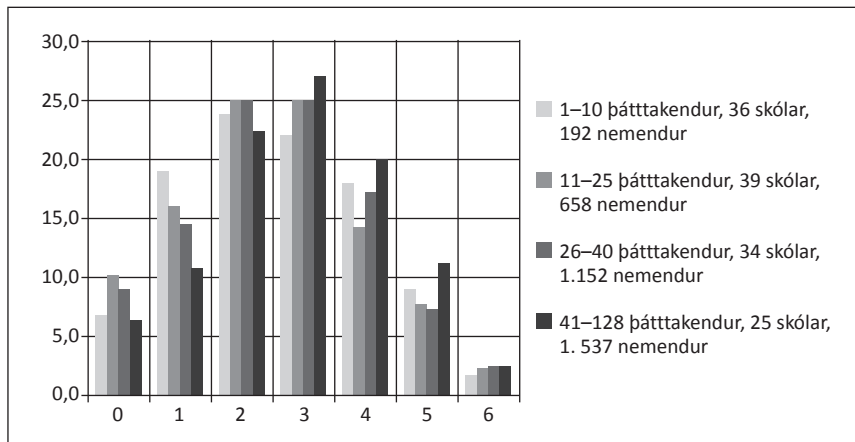
## Greining gagna

Svör kennara við spurningalistanum voru fengin í símtölum. Símtölin fóru þannig fram að farið var nákvæmlega yfir spurningalistann í Viðauka og svörin skráð inn á eyðublað fyrir hvern kennara með því að merkja við viðeigandi svarmöguleika. Svörin voru síðan færð inn í excel-skjal þar sem þau voru flokkuð í samræmi við spurningalistann. Svörin koma fram í töflum 5–10. Nánari grein fyrir flokkun gagnanna er gerð í texta með töflunum. Meðalaldur kennara var fundinn með því að fletta þeim upp í Þjóðskrá.

## NIÐURSTÖÐUR

### Árangur í PISA-rannsókn 2012 eftir skólahópum

Niðurstöður um dreifingu nemenda á mismunandi hæfniprep sundurliðaðar eftir skólahópum má sjá á mynd 3. Myndin sýnir að sama mynstur og í PISA 2003-rannsókninni endurtók sig í PISA 2012: Hlutfallslega fleiri nemendur (34%) náðu upp á fjórða hæfnisþrep eða hærra í Skólahópi 4, hópi skólanna með flesta þátttakendur, en í hinum hópunum. Í Skólahópi 3 náðu 27% þessum árangri en í Skólahópi 2 náðu 24% sama árangri. Að sama skapi voru hlutfallslega margir sem náðu aðeins upp á fyrsta þrep í fámennustu skólunum, 25–26% í Skólahópum 1 og 2 en 17% í Skólahópi 4, sjá töflu 4.

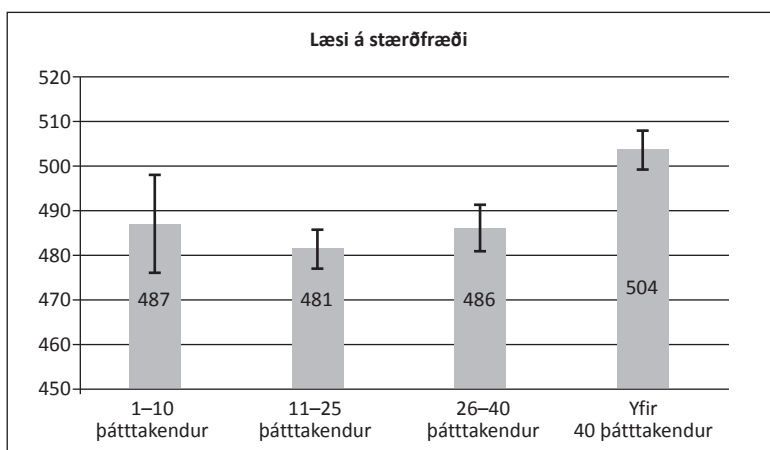


Mynd 3. Samanburður á árangri í læsi á stærðfræði í PISA 2012 eftir stærð skóla

Tafla 4. Hlutfall þátttakenda í PISA 2012 á hverju hæfnisprepi í hverjum skólahópi

% á hverju hæfnisprepi	1–10 þátttakendur	11–25 þátttakendur	26–40 þátttakendur	Yfir 40 þátttakendur
<b>Undir 1</b>	6,8	10,0	8,8	6,4
<b>1</b>	18,9	15,9	14,5	10,7
<b>2</b>	23,9	25,1	25,0	22,3
<b>3</b>	22,0	24,9	24,9	27,0
<b>4</b>	18,0	14,2	17,1	20,1
<b>5</b>	8,8	7,6	7,2	11,2
<b>6</b>	1,6	2,3	2,4	2,4

Munurinn kemur einnig skýrt í ljós þegar skoðaðar eru heildarniðurstöður hópanna fjögurra:



Mynd 4. Heildarniðurstöður í læsi á stærðfræði í PISA 2012-rannsókninni eftir stærð skóla með 90% öryggismörkum

Mynd 4 sýnir að heildarárangur var marktækt betri í Skólahópi 4 en hinum hópunum. Meðalárangur í skólunum í Skólahópi 4 var 504 stig og því einnig marktækt betri en meðalárangur íslenskra nemenda, 493 stig. Munur á meðalárangri skóla í Skólahópum 1–3 er ekki marktækur.

## Menntun kennara

Allir kennararnir nema tveir höfðu lokið einhvers konar kennaranámi. Meirihluti kennara í öllum hópum hafði lokið námi á stærðfræðikjörsviði eða tekið viðbótarnám í stærðfræðimenntun. Þrjú kennarar, allir í Skólahópi 2, höfðu lokið kennaraprófi frá Kennaraskóla

Íslands auk annars náms. Nám þeirra var talið með B.Ed.-prófi án stærðfræðikjörsviðs. Fjórir kennarar höfðu lokið B.Ed.-námi frá Háskólanum á Akureyri, flestir á raungreina-sviði, og eru þeir taldir með B.Ed. með stærðfræðikjörsviði.

Upplýsingar um menntun kennara voru dregnar saman í töflu 5 samkvæmt svörum við spurningu 1, liðum A, B og C.

Liður A: Svör um M.Ed.- og B.Ed.-próf með stærðfræðikjörsviði með eða án viðbótarnáms í stærðfræðimenntun voru dregin saman í einn dálk, þó þannig að sérstaklega voru taldir þeir sem hafa lokið M.Ed.-prófi. Frekari flokkun var ekki talin raunhæf þar sem kennarar höfðu lokið misstórum kjörsviðum á ólíkum tímum og aflað sér mismikils viðbótarnáms í stærðfræðimenntun, gjarnan sem hluta af M.Ed.-námi.

Þeir sem höfðu lokið B.Ed.-prófi án stærðfræðikjörsviðs en aflað sér viðbótarnáms í stærðfræðimenntun mynduðu næsta hóp.

Liður B: Þeir sem höfðu lokið B.Ed.-prófi en ekki aflað sér viðbótarnáms í stærðfræðimenntun teljast til þriðja hópsins.

Fjórir kennarar höfðu lokið B.S.- eða B.A.-prófi í öðrum námsgreinum en stærðfræði. Þeir eru taldir hafa lokið „öðru námi“. Þar undir fellur B.S. í líffræði, B.S. í viðskiptafræði, B.A. í heimspeki og B.A. í ensku. Þar af höfðu tveir kennarar aflað sér viðbótarnáms í stærðfræðimenntun.

**Tafla 5. Menntun kennara**

Skólahópar eftir fjölda þátttakenda í PISA 2012	Fjöldi kennara	B.Ed. eða M.Ed. með stærðfræðikjörsvið		B.Ed. eða nám í KÍ með viðbótarnám í stærðfræðimenntun	B.Ed. eða nám í KÍ án sérhæfingar í stærðfræðimenntun	Annað nám með viðbótarnám í stærðfræðimenntun	Annað nám
		M.Ed.	B.Ed.				
Skólahópur 4	25	3	9	5	6	1	1
		48%		20%	24%	4%	4%
Skólahópur 3	20	2	12	3	3	0	0
		70%		15%	15%	0%	0%
Skólahópur 2	17	0	10	1	4	1	1
		59%		5,9%	23,5%	5,9%	5,9%

Svo virðist sem menntun kennara með tilliti til sérhæfingar í stærðfræðikennslu sé mest í Skólahópi 3 af því að 70% þeirra hafa lokið námi á stærðfræðikjörsviði en samsvarandi tölur fyrir hina hópana eru 48% (Skólahópur 4) og 59% (Skólahópur 2). Enginn hafði lokið B.S.-námi í stærðfræði. Séu þeir kennarar taldir með sem lokið hafa viðbótarnámi í stærðfræðimenntun án stærðfræðikjörsviðs eru hlutföllin 72% í Skólahópi 4, 85% í Skólahópi 3 og 72% í Skólahópi 2. Upplýsingar um menntun kennaranna geta því ekki skýrt marktækt betri árangur þátttakenda í Skólahópi 4.

## Skólaár sem kennarar kenndu þátttakendum í PISA 2012

Tafla 6. Skólaár sem kennarar kenndu viðkomandi hópum

Skólahópar eftir fjölda þátttakenda í PISA 2012	Fjöldi kennara	2011–2012	2010–2011	2009–2010
Skólahópur 4	25	23 92%	24 96%	19 76%
Skólahópur 3	21	19 90%	17 81%	13 62%
Skólahópur 2	17	12 71%	11 65%	10 59%

Upplýsingar um reynslu kennara af því að kenna nemendum sem þreyttu PISA-prófið 2012 voru dregnar saman í töflu 6 samkvæmt svörum við spurningu 2. Kennarar í Skólahópi 4 höfðu áberandi mesta reynslu af að kenna viðkomandi hópi á öllum þremur árum unglingastigsins en kennarar í Skólahópi 2 minnsta reynslu. Kennarar í mörgum skólanna höfðu kennt árganginum í 8., 9. og 10. bekk en ekki endilega alltaf sömu nemendum. Sums staðar var getuskipting og nemendur flæddu á milli getuhópa yfir árin þrjú.

Sérstaklega var algengt að kennarar í Skólahópi 2, með 11–25 þátttakendur í PISA, hefðu kennt hópnum í stuttan tíma. Í töflu 6 og samtölum við kennara um svör við spurningu 2 kom einnig fram að algengara var í Skólahópi 2 en í hinum hópunum að nefnt væri að sami kennarinn hefði ekki kennt hópnum tvö ár í röð og að kennari hefði aðeins kennt hluta úr skólaári. Einnig kom fram í þremur samtölum í tveimur skólum í Skólahópi 2 að hefði kennari horfið frá störfum, tímabundið vegna fæðingarorlofs eða námsleyfis, eða alfarið, hefði utanaðkomandi kennari tekið við starfinu. Nýi kennarinn þurfti þá að kynnst námsefni og nemendum. Auðveldara virtist vera að færa kennara til í starfi í stærri skólum, og hvort sem var varðaði breytingin þá aðeins hluta nemendahópsins. Rétt er þó að nefna að ekki var skipulega spurt um þessi atriði heldur komu þau fram sem skýringar á slitróttri kennslu einstakra kennara.

## Starfshlutfall kennara í stærðfræðikennslu

Tafla 7. Starfshlutfall í stærðfræðikennslu

Skólahópar eftir fjölda þátttakenda í PISA 2012	Fjöldi kennara	Fullt starf	>50%	<50%
Skólahópur 4	25	16 64%	7 28%	2 8%
Skólahópur 3	21	9 43%	11 52%	1 5%
Skólahópur 2	17	8 47%	8 47%	1 6%

Upplýsingar um starfshlutfall komu fram í svörum við spurningu 3. Stærstur hluti kennara í Skólahópi 4 var í fullu starfi sem stærðfræðikennarar. Þó er rétt að nefna að kennarar drógu frá starfshlutfall sitt sem deildarstjórar, umsjónarkennarar eða árgangsstjórar en kenndu þó eingöngu stærðfræði. Yfir 90% kennara í öllum hópum kenndu stærðfræði í hálfu starfi eða meira.

## Starfsreynsla kennara í stærðfræðikennslu

Tafla 8. Starfsreynsla í stærðfræðikennslu

Skólahópar eftir fjölda þátttakenda í PISA 2012	Fjöldi kennara	1 ár	2 ár	3 ár eða meira
Skólahópur 4	25	0 0%	1 4%	24 96%
Skólahópur 3	21	0 0%	2 10%	19 90%
Skólahópur 2	16	4 25%	2 13%	10 63%

Upplýsingar um starfsreynslu komu fram í svörum við spurningu 4. Kennarar í Skólahópi 2 höfðu greinilega minnsta starfsreynslu í stærðfræðikennslu, enda kom fram að meðalaldur kennara í þeim hópi var lægstur, 42 ár, en 48 og 50 ár í Skólahópum 4 og 3, sjá töflu 3.

## Kostur á framhaldsskólaáfangi í stærðfræði

Tafla 9. Stærðfræði 103 í boði

	Fjöldi skóla með STÆ 103 í boði
<b>Skólahópur 4</b>	8 af 10 skólum eða 80%
<b>Skólahópur 3</b>	7 af 9 skólum eða 77%
<b>Skólahópur 2</b>	7 af 10 skólum eða 70%

Upplýsingar um kost á því að taka framhaldsskólaáfangi komu fram í svörum við spurningu 6. Algengt er í öllum stærðarflokkum skóla að bjóða upp á STÆ 103, upphafsáfangi í stærðfræði í framhaldsskóla, samhliða 10. bekk eða jafnvel 9. bekk. Hvort tveggja var nefnt, að skólarnir sjálfir sæju um kennsluna og að nemendur sæktu tíma eða stunduðu fjarnám við framhaldsskóla. Kennsla innan skólans er líkleg til að styrkja yfirsýn kennara. Hvor kosturinn sem er eykur líkur á góðri frammistöðu nemenda. Víðast hvar glímdu allt að 20–30% nemendahópsins við STÆ 103 þar sem áfanginn var í boði en í tveimur skólum þó helmingur hópsins eða rúmlega það.

## Námsefni

Tafla 10. Námsefni sem stuðst var við

Skólahópar eftir fjölda þátttakenda í PISA 2012	Átta-tíu		Almenn stærðfræði		Báðir flokkar
	Aðal	Auka	Aðal	Auka	
<b>Skólahópur 4</b>	5	2	2	4	3
<b>Skólahópur 3</b>	6	1	2	5	1
<b>Skólahópur 2</b>	3	2	3	2	4

Upplýsingar um námsefni komu fram í svörum við spurningu 5. Nokkru fleiri skólar notuðu kennslubókaröðina *Átta-tíu* (Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir, 2005–2008) en *Almenn stærðfræði* (Björk, Björkstén, Brodin, Ernestam og Ljungström, 1987–1989), sjá töflu 10. Sjá má þó af töflunni að stuðst var við báða bókaflokkar í 9 af 10 skólum í Skólahópi 4, 7 skólum af 9 í Skólahópi 3, og 8 skólum af 10 í Skólahópi 2, en í mismiklum mæli. Einungis í einum skóla í hverjum hópi var *Átta-tíu* notað eingöngu, og einungis í einum skóla í hvorum Skólahópi, 3 og 2, var *Almenn stærðfræði* notuð eingöngu.

## Samantekt

Ef borin er saman menntun kennara eftir skólaflokkunum þremur virðist sérmenntun með tilliti til stærðfræðikennslu vera mest meðal kennara í Skólahópi 3. Erfitt er þó að meta áhrif menntunarstigs vegna þess hve fjölbreytta menntun kennarar höfðu og frá ólíkum tímum.

Algengast var í Skólahópi 4 að kennarar hefðu kennt hópnum öll þrjú ár unglingsstigsins, ekki endilega sömu unglingum öll árin, en áberandi sjaldgæfast í Skólahópi 2. Kennarar voru yfirleitt í fullu eða meira en hálfu starfi í stærðfræðikennslu, þó mest í fullu starfi í Skólahópi 4. Hefðu kennarar stjórnun að hlutastarfi töldu þeir sig oft ekki vera í fullu starfi við stærðfræðikennslu. Starfsreynsla kennara var mest í Skólahópi 4 en minnst í Skólahópi 2.

Algengt var að bjóða upp á framhaldsskólaáfangann STÆ 103. Það var gert í meirihluta skóla allra flokka. Val á námsefni virtist vera svipað: meirihluti studdist við *Átta-tíu* eða báða bókaflokkka. Þetta bendir til þess að kennarar láti námskrá, og þá líklega skólanámskrá, stýra náminu fremur en kennslubækurnar.

## UMRÆÐA OG ÁLYKTANIR

Mynd 4 sýnir að árangur í stærðfræði í PISA-rannsókninni 2012 var marktækt betri í Skólahópi 4 en í öðrum skólahópum eins og rannsókn á niðurstöðum PISA 2003 hafði bent til (Kristín Bjarnadóttir, 2008). Skýringa var leitað með því að grennslast fyrir um menntun kennaranna, starfsreynslu, samfellu í kennslu nemendahópsins sem tók þátt í PISA 2012, námsefni og möguleika nemenda á að taka framhaldsskólaáfangann STÆ 103. Ekki verður séð af framangreindri athugun að munur á sérhæfingu kennaranna í menntun, sem sjá má í töflu 5 og spurt var um í rannsóknarspurningu 2a, geti skýrt þennan mismun.

Athugun á starfsreynslu kennaranna, sem spurt er um í rannsóknarspurningu 2b, greinist í tvennt: annars vegar í reynslu af að kenna hópnum sem tók PISA-prófið 2012 en hins vegar almenna reynslu af stærðfræðikennslu. Reynslan af að kenna hópnum sem tók þátt í PISA-rannsókninni 2012 er sett fram í töflu 6. Nánast allir kennararnir í Skólahópi 4 höfðu kennt hópnum bæði í 9. og 10. bekk og mikill meirihluti þeirra einnig í 8. bekk. Einnig er sýnt af tölum í töflu 3 að margir þeirra kenndu fleiri en einum hópi í senn sem þýðir að þeir þurftu að endurtaka kennsluna í fleiri en einum hópi. Kennarar í Skólahópi 4 hafa því haft fleiri tækifæri en kennarar í minni skólum til að íhuga námsefnið og kennsluna og lagfæra það sem miður kann að hafa farið í fyrstu yfirferð.

Hlutfall nemenda og kennara var áberandi lægst í Skólahópi 2 svo gera má ráð fyrir að kennarar í þeim skólum kenni á hverju skólaári aðeins einum bekk á hverju aldurstigi og fái því ekki tækifæri til að endurtaka kennsluna fyrr en að ári liðnu. Það bendir til þess að kennarar í stórum skólum hafi mesta möguleika á að afla sér víðtækrar reynslu og þekkingar á námsefni og aldurshópum eins og Egelund (2006) telur að skýri besta árangurinn í stærstu skólunum. Það er einnig í samræmi við kenningar Shulmans (1986) um líklega námskrárþekkingu þessara kennara. Þessir kennarar eiga væntanlega auðveldara með að taka tillit til faglegra þarfa nemendanna en ella, samanber kennsluprennd Jaworskis (1994), af því að þeir þekkja betur til námsefnis og sérkenna hvers aldursþóps. Tafla 8 sýnir



að kennarar í stærstu skólunum höfðu einnig mesta starfeynslu í stærðfræðikennslu, samanber rannsóknarspurningu 2b, og það kemur heim og saman við sömu kenningar.

Lesið má af töflu 7 að hlutfallslega flestir kennaranna í Skólahópi 4 voru í fullu starfi sem stærðfræðikennarar, en spurt var um sérhæfingu kennara í starfi í rannsóknarspurningu 2c. Það styður tilgátu Egelunds um að stórir skólar veiti mesta möguleika á að kennarar geti kennt þá námsgrein sem þeir eru best undirbúnir í. Einnig má taka undir þá tilgátu Egelunds að stórir skólar rúmi mesta möguleika á að kennarar geti myndað fagteymi.

Ekki er hægt að lesa úr töflu 5 mun á kennslufræðilegri þekkingu kennara á námsgreininni samkvæmt kenningum Shulmans (1986), Balls o.fl. (2008), Krauss o.fl. (2008), Neubrandts (2008) og Baumerts o.fl. (2010). Samkvæmt niðurstöðum Neubrandts o.fl. (2009) má þó ætla að kennarar sem lengi hafa kennt hafi safnað að sér sarpi gagnlegra leiða til framsetningar á námsefninu, og geti í krafti starfsreynslu sinnar sett efnið fram á hátt sem er skiljanlegur öðrum og þannig leitt til betri árangurs nemenda en ella.

Samkvæmt töflu 8 hafa kennarar í Skólahópi 4 lengsta starfsreynslu. Kennarar í Skólahópi 2 hafa mun styttri starfsreynslu að meðaltali en kennarar í Skólahópum 3 og 4. Einnig mætti ætla að kennarar með langa starfsreynslu hafi tamið sér að taka tillit til náms-skilyrða og þarfa nemendanna, faglegra og annarra, og að ögra nemendum faglegra eins og Jaworski (1994) telur að leiði til farsællar kennslu, þótt ekkert verði sagt um það með vissu út frá framangreindri könnun.

Af framansögðu má álykta út frá upplýsingum, sem fram koma hjá kennurum í 29 af 98 grunnskólum á Íslandi með fleiri en 10 þátttakendur í PISA 2012, að starfsreynsla kennara, og þá sérstaklega sú starfsreynsla sem fæst af því að kenna viðkomandi nemendahópi lengi og oft, hafi nokkurt vægi er meta skal þá þætti sem valda því að bestur árangur næst hjá nemendum í stærstu skólunum. Kennarar í þessum skólum virtust hafa mesta möguleika á að kynnast nemendum og þörfum þeirra ásamt því að hafa góða yfirsýn yfir námsefnið, bæði það sem kennt er, það sem á undan fer og það sem á eftir kemur.

## LOKAORÐ

Spyrja má hvort og þá hvernig megi bregðast við niðurstöðum rannsóknarinnar. Aðstæður eru ólíkar í mismunandi landshlutum og ekki hægt að breyta stærð allra skóla. Benda má þó á að samkvæmt töflu 2 voru 12 skólanna í Skólahópi 2 á höfuðborgarsvæðinu. Þetta þýðir að 36% nemenda tiltölulega fámennra skóla eru þar. Um þá staðreynd er það að segja að nokkrir skólar voru sameinaðir í Reykjavík á tímabilinu 2012–2015. Ennfremur eru sumir fámennu skólanna á nýbyggingasvæðum og þeir eiga eftir að stækka með tím-anum. Á móti má búast við að nemendum fækki í grónum hverfum. Greina má svipaðar aðstæður í stórum kaupstöðum utan höfuðborgarsvæðisins. Margir tíu árganga skólar með fáa nemendur í hverjum árgangi eru víða staðsettir á tiltölulega litlu svæði. Margvíslegir félagslegir og efnahagslegir þættir koma til tals þegar ákvarðanir eru teknar um skipan skólahalds í einstökum skólaumdæmum. Þess er vænst að rannsóknin sem hér var lýst geti verið gagnlegt innlegg í þá umræðu.

Frekari rannsóknir mætti hugsa sér á öðrum sviðum sem mæld eru í PISA, til dæmis náttúrufræðilæsi. Bráðlega er einnig að vænta niðurstaðna úr PISA 2015. Forvitnilegt væri

að greina niðurstöður úr stærðfræðihluta þeirrar rannsóknar niður með sama hætti og hér hefur verið lýst til samanburðar þótt umfang stærðfræði hafi verið minna árið 2015 en 2012.

## ATHUGASEMD

- 1 Til eru mismunandi þýðingar á hugtökum Shulmans um þekkingu kennara. Í greininni verða eftirfarandi hugtök þýdd sem hér segir: subject matter content knowledge eða content knowledge þýtt með „þekking á inntaki námsgreinar“, stýtt í „þekking á námsgrein“ þegar við á; pedagogical content knowledge þýtt með „kennslufræðileg þekking á inntaki námsgreinar“, stýtt í „kennslufræðileg þekking á námsgrein“; curricular knowledge þýtt með „þekking á námskrá“, stýtt í „námskrárþekking“.

## HEIMILDIR

- Almar M. Halldórsson, Ragnar F. Ólafsson og Júlíus K. Björnsson (2013). *Helstu niðurstöður PISA 2012: Læsi nemenda á stærðfræði og náttúrufræði og lesskilningur*. Reykjavík: Námsmatsstofnun. Sótt af [http://www.namsmat.is/vefur/rannsoknir/pisa/pisa\\_2012/PISA\\_2012\\_island.pdf](http://www.namsmat.is/vefur/rannsoknir/pisa/pisa_2012/PISA_2012_island.pdf)
- Ball, D. L., Thames, M. H. og Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching – What makes it special? *Journal of teacher education*, 59(5), 389–407. doi:10.1177/0022487108324554
- Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, ... Tsai, Y. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal*, 47(1), 133–180. doi:10.3102/0002831209345157
- Björk, L.-E., Björkstén, C., Brolin, H., Ernestam, A. og Ljungström, L. F. (1987–1989). *Almenn stærðfræði fyrir grunnskóla*. Reykjavík: Námsgagnastofnun.
- Egelund, N. (2006). Skolestørrelser og PISA-resultater. *Pædagogisk Psykologisk Tidsskrift*, 43(4), 309–314.
- Guðbjörg Pálsdóttir og Guðný Helga Gunnarsdóttir. (2005–2008). *Átta-tíu: Stærðfræði*. Reykjavík: Námsgagnastofnun.
- Hagstofa Íslands. (e.d.). Mannfjöldi eftir kyni og aldri 1841–2015. Sótt af [http://px.hagstofa.is/pxis/pxweb/is/lbuar/lbuar\\_\\_mannfjoldi\\_\\_1\\_yfirlit\\_\\_yfirlit/MAN00101.px/](http://px.hagstofa.is/pxis/pxweb/is/lbuar/lbuar__mannfjoldi__1_yfirlit__yfirlit/MAN00101.px/)
- Jaworski, B. (1994). *Investigating mathematics teaching: A constructivist enquiry*. London: RoutledgeFalmer.
- Krauss, S., Baumert, J., Brunner, M. og Blum, W. (2008). Secondary mathematics teachers' pedagogical content knowledge and content knowledge: Validation of the COACTIV constructs. *ZDM*, 40(5), 873–892. doi:10.1007/s11858-008-0141-9
- Kristín Bjarnadóttir. (2008, 21.–24. maí). *Mathematics teacher knowledge in Iceland: Historical and contemporary perspective*. Fyrirlestur á „Den 10. nordiske

- læreruddannelseskongres” í Kennaraháskóla Íslands, Reykjavík. Sótt af <http://hdl.handle.net/1946/7778>
- Námsmatsstofnun (e.d.). PISA 2009, 2012 og 2015. Sótt af <http://www.namsmat.is/vefur/rannsoknir/pisa/pisa.html>
- Neubrand, M. (2008, 5.–8. mars). *Knowledge of teachers – knowledge of students: Conceptualizations and outcomes of a mathematics teacher education study in Germany*. Fyrirlestur á Symposium on the Occasion of the 100th Anniversary of ICMI, Róm. Sótt af <https://www.unige.ch/math/EnsMath/Rome2008/WG2/Papers/NEUBR.pdf>
- Neubrand, M., Seago, N., Agudelo-Valderrama, C., DeBlois, L. og Leikin, R. (2009). The balance of teacher knowledge: Mathematics and pedagogy. Í R. Even og D. L. Ball (ritstjórar), *The professional education and development of teachers of mathematics: The 15th ICMI Study* (bls. 211–225). New York: Springer.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.

Greinin var send tímaritinu 17. febrúar 2015 og samþykkt til birtingar 22. mars 2016

## UM HÖFUNDANA

Freyja Hreinsdóttir (freyjah@hi.is) er dósent í stærðfræði við Menntavísindasvið Háskóla Íslands. Hún lauk BS-prófi í stærðfræði frá Háskóla Íslands 1986, MS-prófi í stærðfræði frá Northwestern University 1988 og Fil.dr.-gráðu í stærðfræði frá Stokkhólmsháskóla 1997. Rannsóknaráherslur hennar eru einkum víxlin algebra og notkun upplýsingatækni við stærðfræðináms og kennslu.

Kristín Bjarnadóttir (krisbj@hi.is) er prófessor emerítus við Menntavísindasvið Háskóla Íslands. Hún lauk B.A.-prófi í eðlisfræði og stærðfræði frá Háskóla Íslands 1968, M.Sc.-námi í stærðfræði frá Oregonháskóla í Eugene 1983 og Ph.D.-gráðu í stærðfræðimenntun frá Háskólanum í Hróarskeldu 2006. Rannsóknaráherslur hennar varða stærðfræðikennslu á unglinga- og framhaldsstigi og sögu hennar.

# Variations in students' performance in PISA 2012, mathematics, according to school size: Does teachers' education and experience have an impact?

## ABSTRACT

Examining mathematics performance in the PISA 2003 survey in Iceland reveals that higher performance was reached in large schools than in small schools (Kristín Bjarnadóttir, 2008). This was also the case in Denmark (Egelund, 2006). Mathematics was again in the focus of PISA 2012, in which most 15-year old students in Iceland participated. When the test results were revealed in December 2013, the Icelandic testing institute was asked to divide the schools into four categories: 1–10, 11–25, 26–40 and 41–128 participating students. The numbers of schools were 36, 39, 34 and 25 respectively. The corresponding numbers of students were 192, 658, 1122 and 1537 (see Tafla 1). The results in the category of largest number of students participating in PISA 2012 were again significantly better than in other school-sizes, 504 points on average against 493 points in Iceland as a whole, and only 481 points on average in schools of 11–25 participants (see Mynd 3, Mynd 4 and Tafla 4).

A questionnaire was sent to mathematics teachers in 10 schools in each of the three categories with the largest number of participants, leaving out the smallest schools, as individual school results in that category were not available from PISA 2003. A total of 63 responses were collected by telephone interviews with 25 teachers in 10 schools with 41–128 participants; 21 teachers in 9 schools with 26–40 participants; and 17 teachers in 10 schools with 11–25 participants. The corresponding numbers of participants in the chosen schools were 721, 303 and 174 respectively (see Tafla 1).

The questions asked of the teachers concerned their education; their experience as mathematics teachers; their experience in teaching the group participating in PISA 2012; the proportion of mathematics teaching in their teaching assignments at the time of the survey and earlier; the textbooks they used for the PISA 2012 participants; and finally they were asked if the first upper secondary school mathematics course was an option for their students.

The results did not reveal much difference in the teachers' educational background. Teachers in all categories had diverse backgrounds; the average age in each category was 48, 50 and 42 years respectively (see Tafla 3), and the majority had specialized in mathematics education through different kinds of work or degrees (see Tafla 5).

Nearly all teachers in the school-group with 41–128 participants had taught the PISA 2012 participants during the academic year in question, the preceding year and many also two years earlier, but not always the same students (see Tafla 6). Thus they were closely familiar with the students as well as the teaching material that led up to PISA 2012. Many of them taught multiple sections of the same class. They therefore had more opportunities to reflect upon their teaching and reconsider their methods during the repetition than other teachers. Teachers in schools with 11–25 participating students were clearly less experienced in this area.

The majority of schools in all categories could offer their students opportunities to take the first upper secondary school mathematics course (see Tafla 9). According to Shulman's (1986) theories, teachers' curriculum knowledge is important, in particular familiarity with the topics and issues that have been and will be taught in the same subject area during the preceding and later years in school, and the materials that embody them. No significant difference in the use of the two textbook series available was detected (see Tafla 10).

Tafla 7 informs that the proportion of mathematics in the teaching load is highest among teachers in the largest schools, which supports Egelund's (2006) hypothesis that teachers in the largest schools have the greatest opportunities to teach the subject they are best prepared for. Furthermore, one may agree with Egelund's hypothesis that large schools offer the best possibilities of teachers' collaboration and team meetings concerning a subject area.

According to Tafla 8, teachers in the largest schools had the longest teaching experience compared to teachers in the two other school groups and considerably longer than teachers in schools with 11–25 participants. One might suggest long teaching experience has brought them knowledge on planning their teaching with respect to management of learning (ML), sensitivity to students (SS) and mathematical challenge (MC), although this cannot be concluded from the teachers' responses. These are the three domains in the teaching triad, proposed by Jaworski (1994) as closely interrelated areas of teachers' commitments (see Mynd 2).

One may conclude that the following two factors are most important in explaining superior performance in the PISA 2012 survey in large schools compared to small schools: firstly, teaching experience, in particular the experience of teaching the students in question for more than one academic year; secondly, familiarity with the topics and issues that have been and will be taught in the same subject area during the preceding and later years in school.

Keywords: PISA 2012 survey, mathematical literacy, teachers' educational background, teachers' work experience, time spent teaching mathematics, mathematics teaching material

## ABOUT THE AUTHORS

Freyja Hreinsdottir (freyjah@hi.is) is an associate professor of mathematics at the School of Education, University of Iceland. She completed a BS degree in Mathematics at the University of Iceland in 1986, an MS degree at Northwestern University in 1988 and a Fil.dr. degree at Stockholm University in 1997. Her research interests are commutative algebra and the use of ICT in the teaching and learning of mathematics.

Kristin Bjarnadottir (krisbj@hi.is) is professor emeritus at the University of Iceland, School of Education. She completed a B.A. degree in physics and mathematics at the University of Iceland in 1968, an M.Sc. degree in mathematics at the University of Oregon in 1983 and a Ph.D. degree in mathematics education at Roskilde University, Denmark in 2006. Her research interests cover contemporary mathematics teaching and its history.

## VIÐAUKI: BRÉF TIL KENNARA UM RANNSÓKNINA

Nafn viðmælanda: \_\_\_\_\_ Skóli: \_\_\_\_\_

### Inngangur

Rannsóknin er gerð til að kanna hvort sérhæfing kennara í stærðfræði eða námsgögn skipti máli um niðurstöður í PISA-2012 rannsókninni á stærðfræðilæsi. Hún er gerð með samþykki forseta Menntavísindasviðs, Jóhönnu Einarsdóttur, og í samvinnu við Námsmatsstofnun. Öllum grunnskólum á landinu var skipt í fjóra flokka eftir fjölda nemenda sem tóku þátt í PISA-2012, þannig: 1–10 nem., 11–25 nem., 26–40 nem. og 41–128 nemendur. Í minni flokkunum voru 34–38 skólar í hverjum flokki en í stærsta flokknum voru 19 skólar. Valdir voru tíu skólar úr hverjum flokki þannig að skólunum í flokknum var raðað eftir stærð. Valinn var fjórði hver skóli af fámennustu skólunum í flokknum, síðan þriðji hver, þá annar hver til þess að skólavalið endurspeglaði sem best nemendurna í hverjum flokki.

Gögn sem Námsmatsstofnun lét í té eru um fjölda nemenda sem tóku þátt í rannsókninni í hverjum skóla og samanlagðar niðurstöður um stærðfræðilæsi í stærðarflokkunum fjórum. Ekki voru gefnar upp upplýsingar um niðurstöður í einstökum skólum. Niðurstöður af samtölum við stærðfræðikennara verða ekki raktar til baka til einstakra skóla og upplýsingar um einstaka kennara eru bundnar fullum trúnaði. Birtar verða tölfræðilegar niðurstöður um þau atriði sem spurt er um á grundvelli samantekinna upplýsinga frá tíu skólum úr hverjum stærðarflokki.

## Spurningar til kennara

### 1. Hver er menntun þín?

- A)** Með sérmenntun sem stærðfræðikennari
- M.Ed./M.Sc. í stærðfræði/stærðfræðimenntun
  - B.Ed. með stærðfræðikjörsvið og ýmislegt viðbótarnám í stærðfræði
  - B.Ed. með stærðfræðikjörsvið
  - B.Ed. án stærðfræðikjörsviðs með viðbótarnámi í stærðfræði
  - B.Sc. í stærðfræði
- B)** Án sérmenntunar sem stærðfræðikennari
- M.Ed./M.Sc. í annarri námsgrein en stærðfræði, hvaða?
  - B.Ed. án stærðfræðikjörsviðs
  - B.Sc./B.A. í annarri námsgrein, hvaða?
- C)** Annað nám, hvað?

### 2. Hvaða ár kenndir þú PISA-árganginum?

- 2011–2012
- 2010–2011
- Fyrr

### 3. Hvað var stærðfræðikennsla stór hluti af kennslu þinni 2011–2012?

- Kenndi eingöngu stærðfræði
- Stærðfræðikennsla var helmingur kennslunnar eða meira
- Stærðfræðikennsla var minna en helmingur kennslunnar

### 4. Hve lengi hafðir þú vorið 2012 kennt stærðfræði í sama hlutfalli/meira?

- Bara skólaárið 2011–2012
- Tvö ár að meðtöldu 2011–2012
- Lengur en tvö ár

### 5. Hvaða námsefni í stærðfræði var notað með nemendum í PISA 2012?

- *Átta–tíu*
- *Almenn stærðfræði*
- Annað

### 6. Tóku einhverjir nemendur STÆ 103?

- Já, hve margir?
- Nei